

Studio delle onde gravitazionali

G. Cella

Virgo Collaboration – I.N.F.N. Pisa

Incontri di Fisica delle Alte Energie 2007

11-13 Maggio 2007 - Napoli

FRANCIA - CNRS

- ESPCI – Paris
- IPN – Lyon
- LAL – Orsay
- LAPP – Annecy
- OCA - Nice

Olanda - NIKHEF

ITALIA - INFN

- Firenze-Urbino
- Frascati
- Napoli
- Perugia
- Pisa
- Roma

Natura delle onde gravitazionali

$$G_{\mu\nu}(g) = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Matter tells the spacetime how to curve, and curved space tells to matter how to move (J. Wheeler)

Equazione non lineare, difficile da risolvere se non in casi con particolare simmetria



Equazione linearizzata:

$$g_{\mu\nu}(x) \simeq \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x) \quad (h_{\mu\nu}(x) \ll 1)$$

$$\square^2 \bar{h}_{\mu\nu} = 16\pi T_{\mu\nu} \quad \partial_\mu \bar{h}^{\mu\nu} = 0$$

Usuale equazione d'onda per il campo $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h^\alpha_\alpha$

$$h = \frac{\Phi}{c^2} \sim 10^{-4} \quad \text{Superficie nana bianca}$$

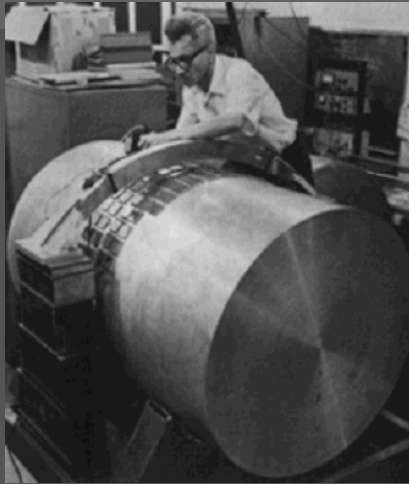
$$h \sim 10^{-22} \quad \text{Scala tipica per un'onda gravitazionale}$$

Ci sono effetti misurabili?

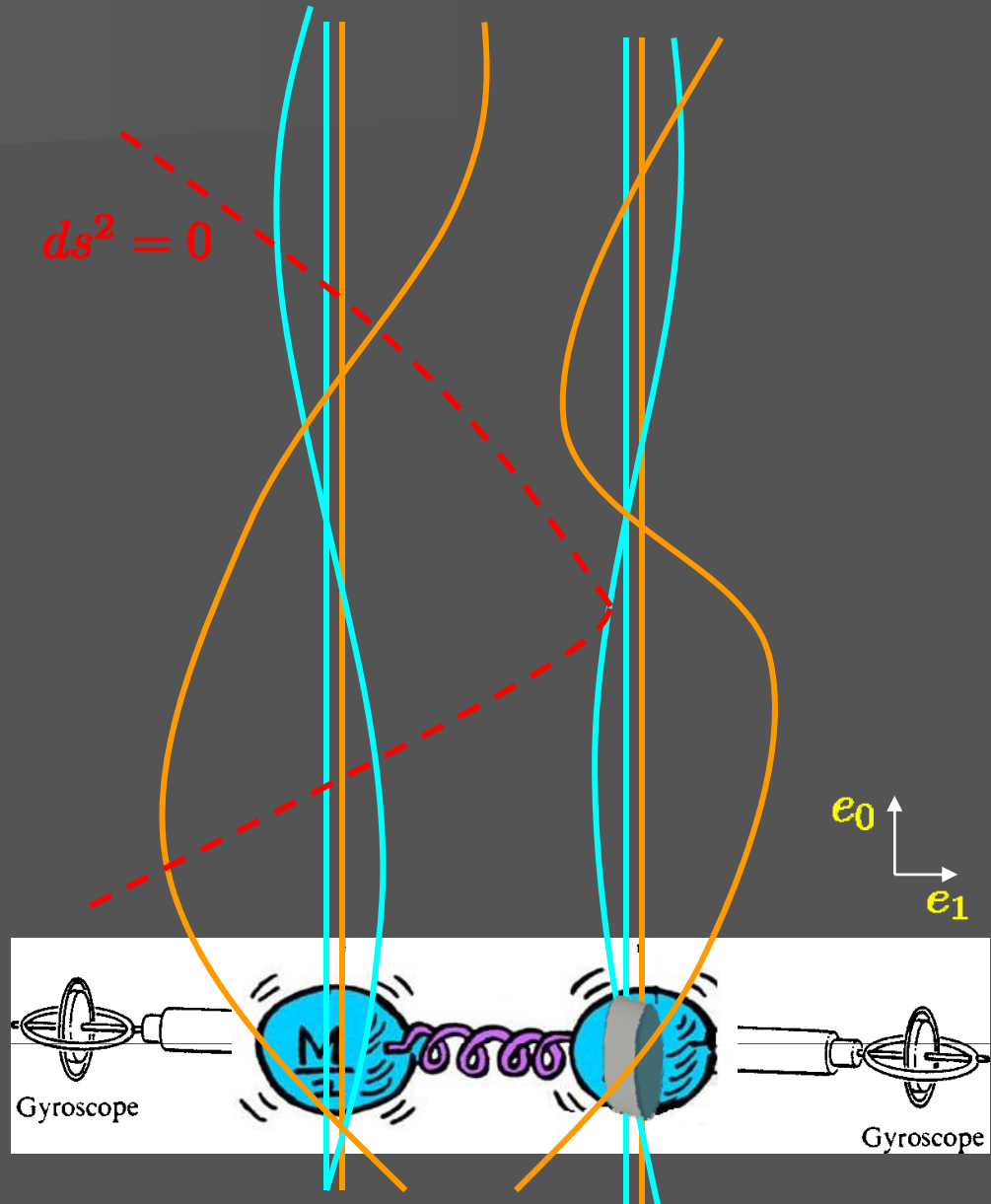
Onde gravitazionali: rivelazione

Bondi (1957)

Weber (1966)



Rivelatori interferometrici

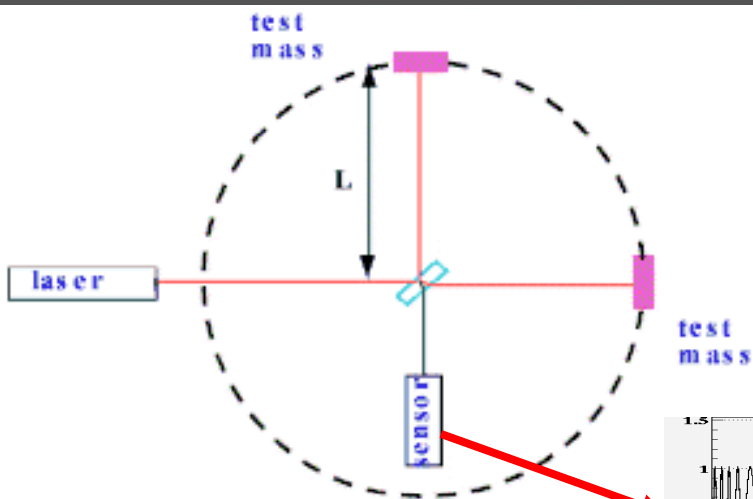
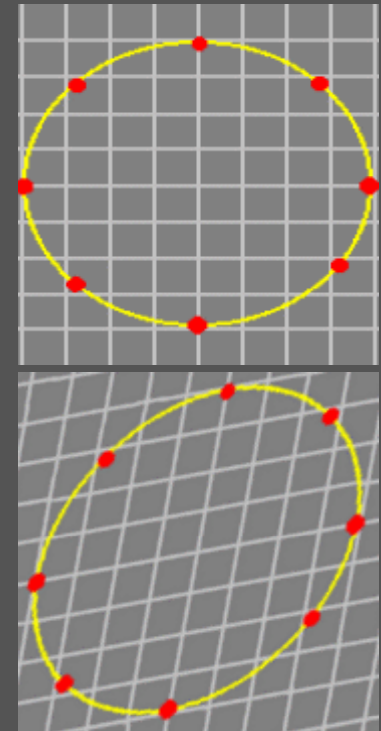


Soluzioni dell'equazione d'onda

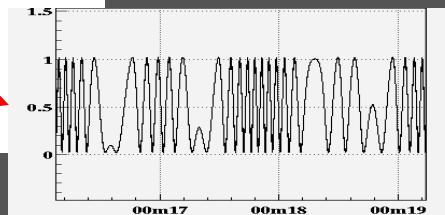
$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \exp(i k_\alpha x^\alpha)$$

$$10 \xrightarrow{A_{\mu\nu} k^\nu = 0} 6 \xrightarrow{A_{\mu\nu} u^\nu = 0} 3 \xrightarrow{A^\mu{}_\mu = 0}$$

2 gradi di libertà



$$h_{\mu\nu} = \frac{2G}{c^4} \frac{1}{r} \ddot{Q}_{\mu\nu}$$



Binaria coalescente nel Virgo Cluster:

$M \sim 1.4 M_\odot$,
 $R \sim 20 \text{ km}$,
 $f \sim 400 \text{ Hz}$,
 $r \sim 15 \text{ Mpc}$

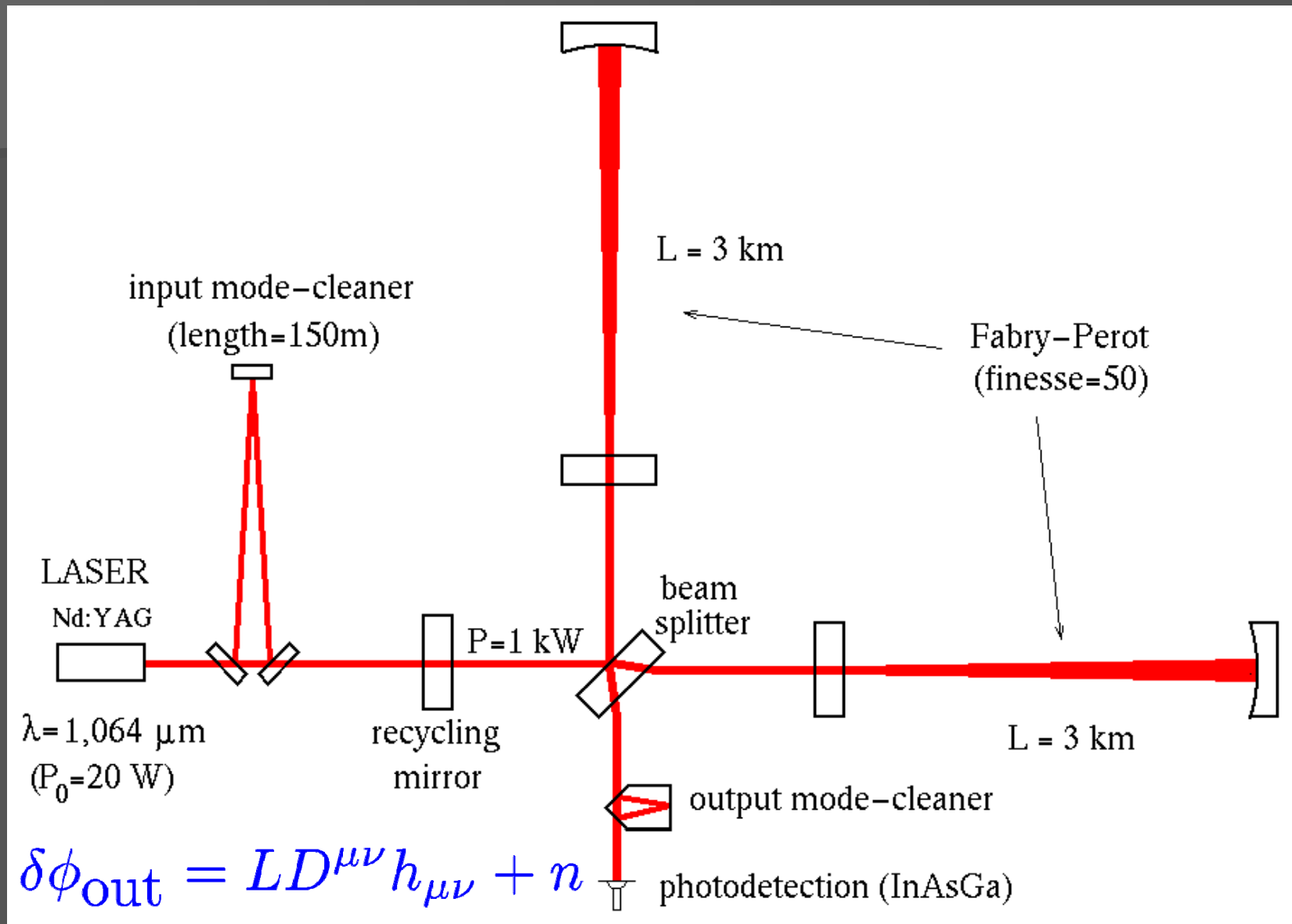
$$h \sim 10^{-21}$$

Un network di rivelatori



June 1998
Boundary representation is not necessarily authoritative.
802599 (R00352) 6-98

Virgo: lo schema ottico



Rumore sismico

Obiettivi:

1. Massimizzare il segnale

2. Minimizzare il rumore

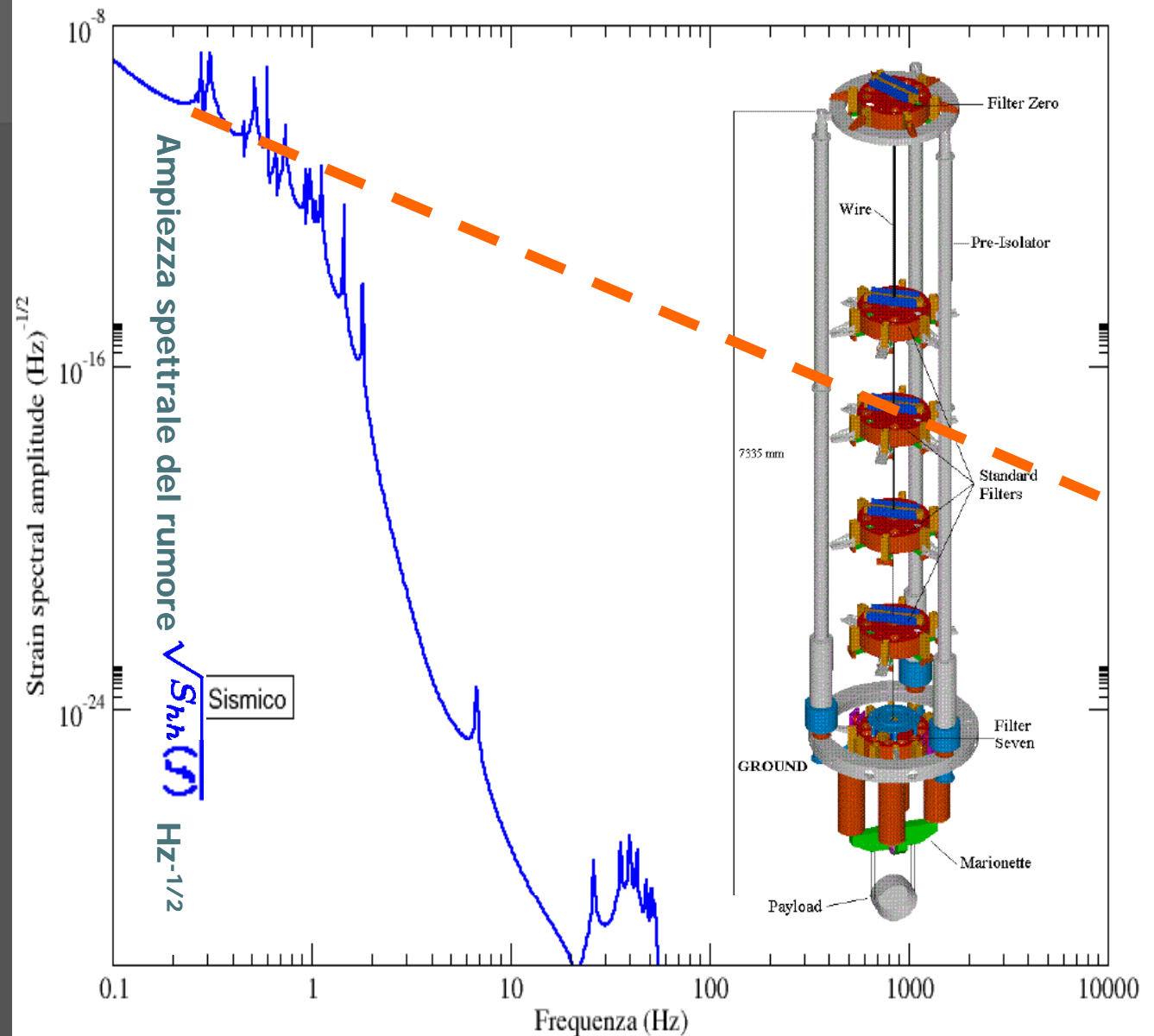
3. Avere una risposta lineare **Locking!**

4. Avere una risposta stazionaria

$$\delta h_{\text{out}} = h + Kn$$

$$\langle \tilde{n}^*(f)\tilde{n}(f') \rangle = \frac{1}{2}\delta(f - f')S_{nn}(f)$$

$$\sqrt{S_{hh}(f)} = K\sqrt{S_{nn}(f)}$$

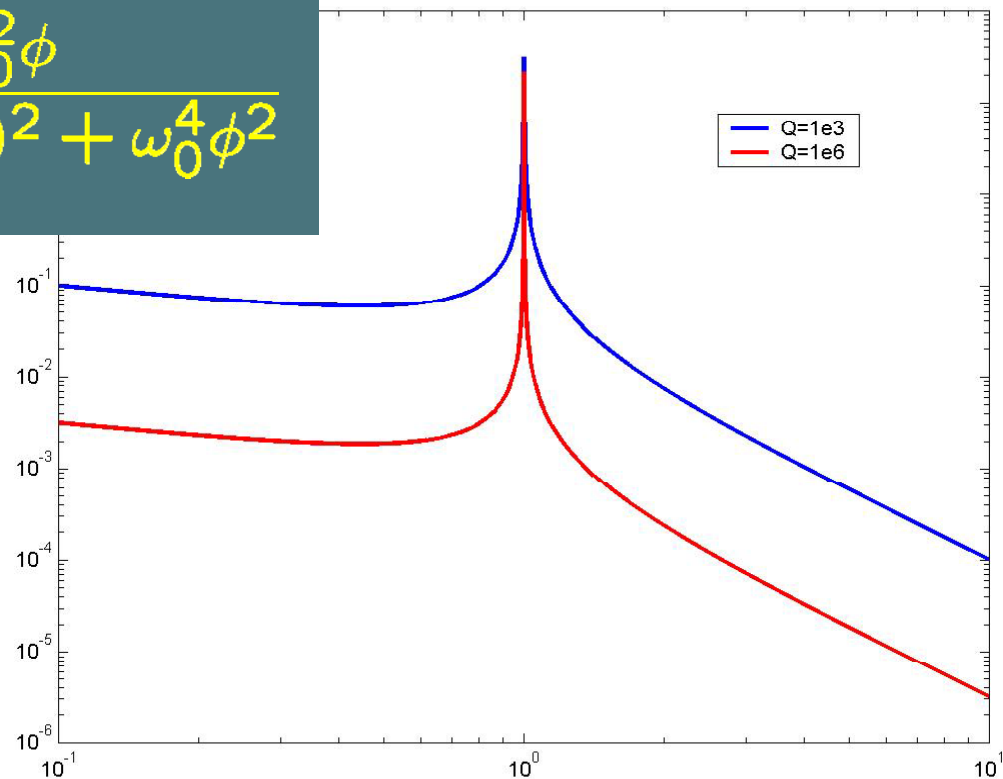


Rumore termico

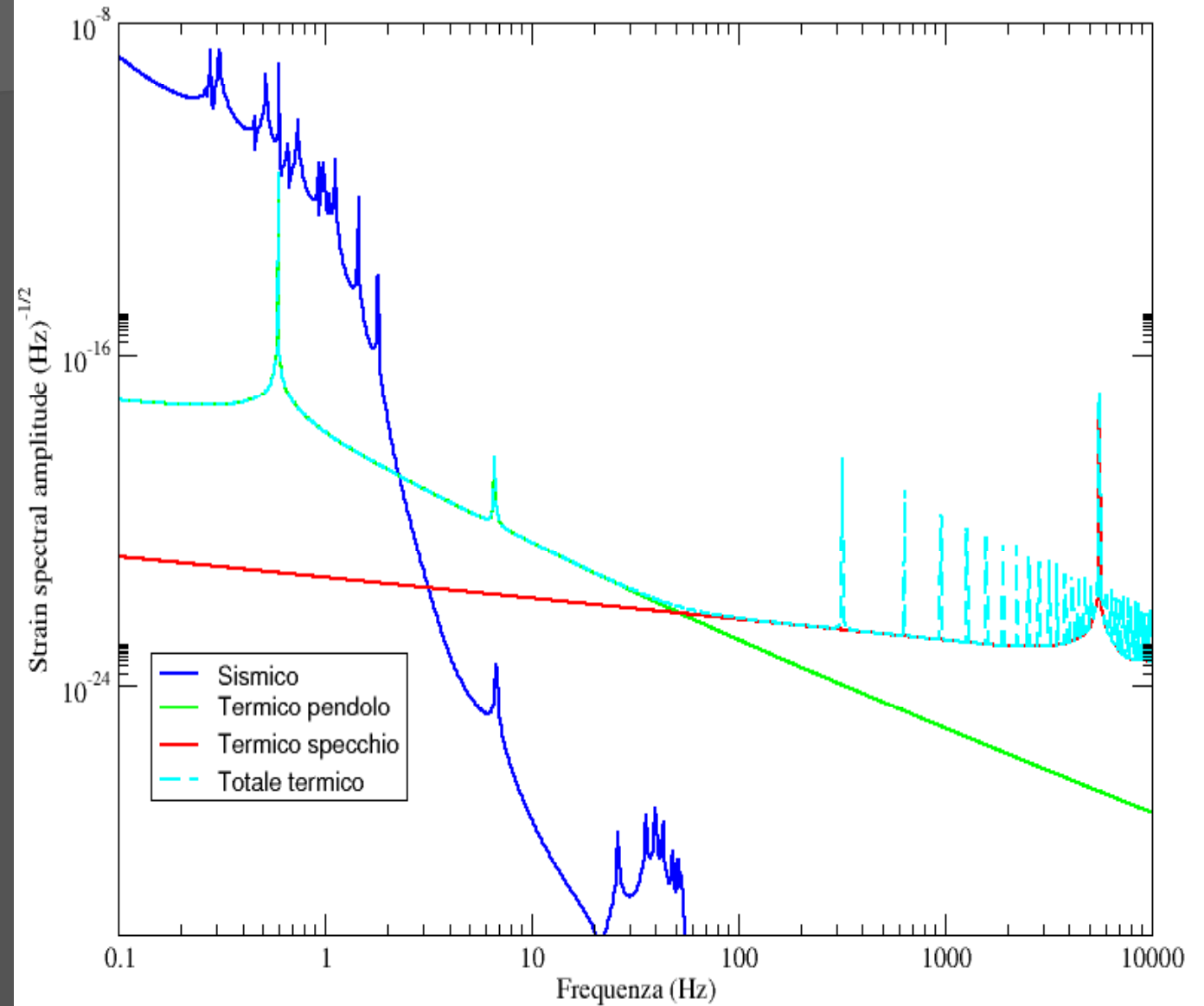
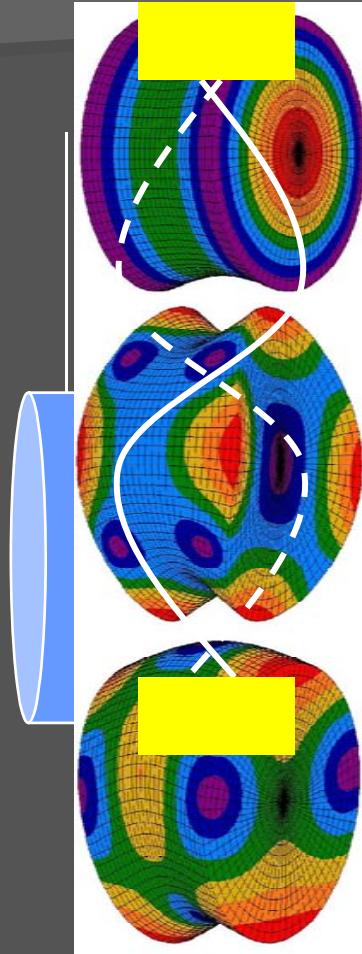
1. Teorema di Fluttuazione-Dissipazione
2. Principio di equipartizione

$$S_x(\omega) = \frac{4k_B T}{\omega m} \frac{\omega_0^2 \phi}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega_0^4 \phi^2}$$

- Materiali migliori
- Montaggi migliori
- Temperature più basse

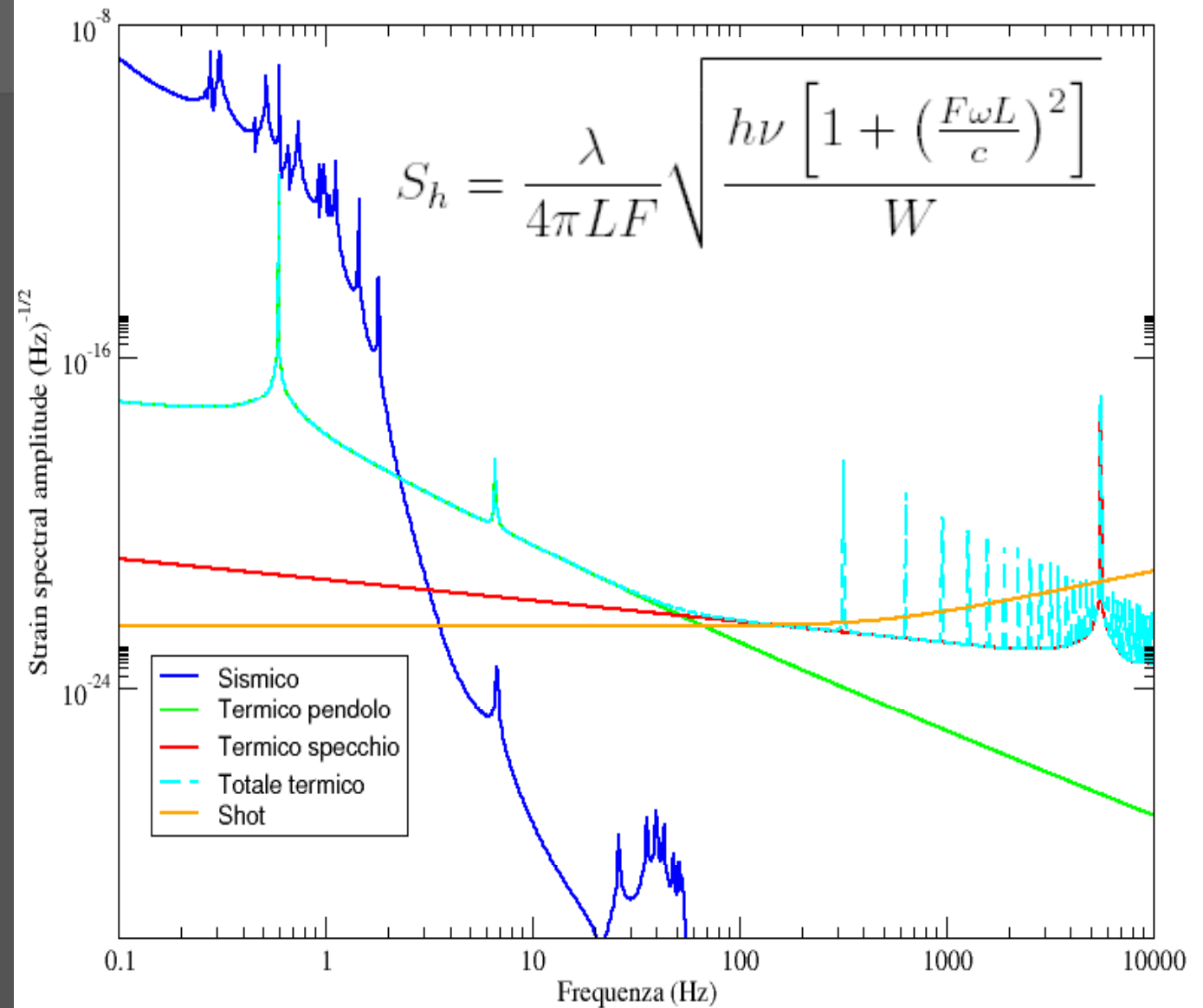
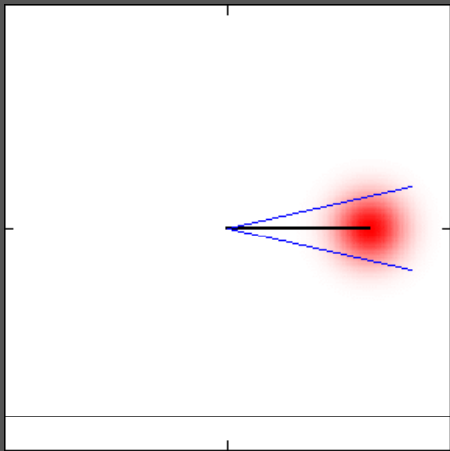


Rumore termico



Rumore ottico

Shot noise
=
fluttuazione
quantistica dei modi
e.m. dell'apparato



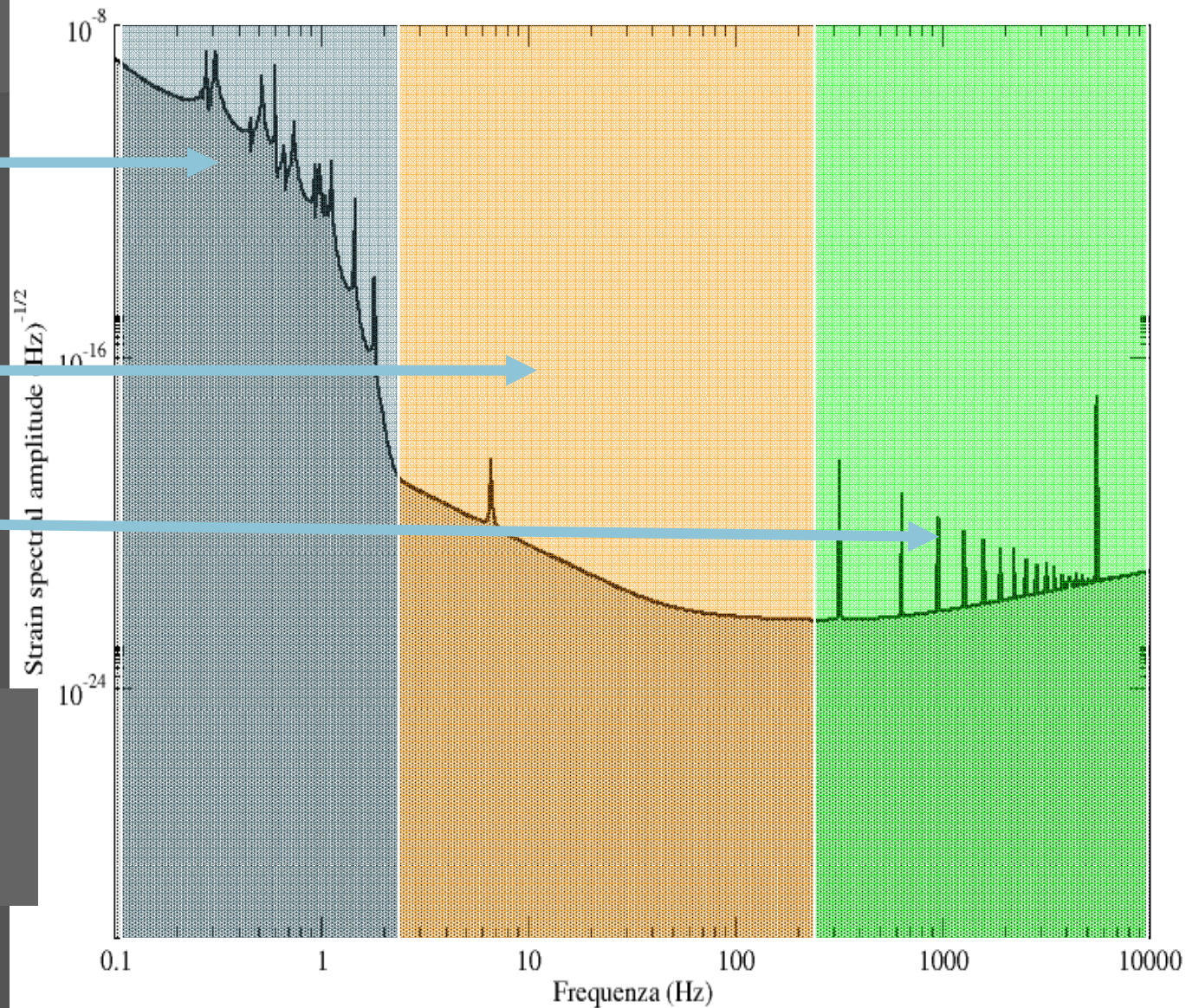
Sensibilità: riepilogo

Sismico

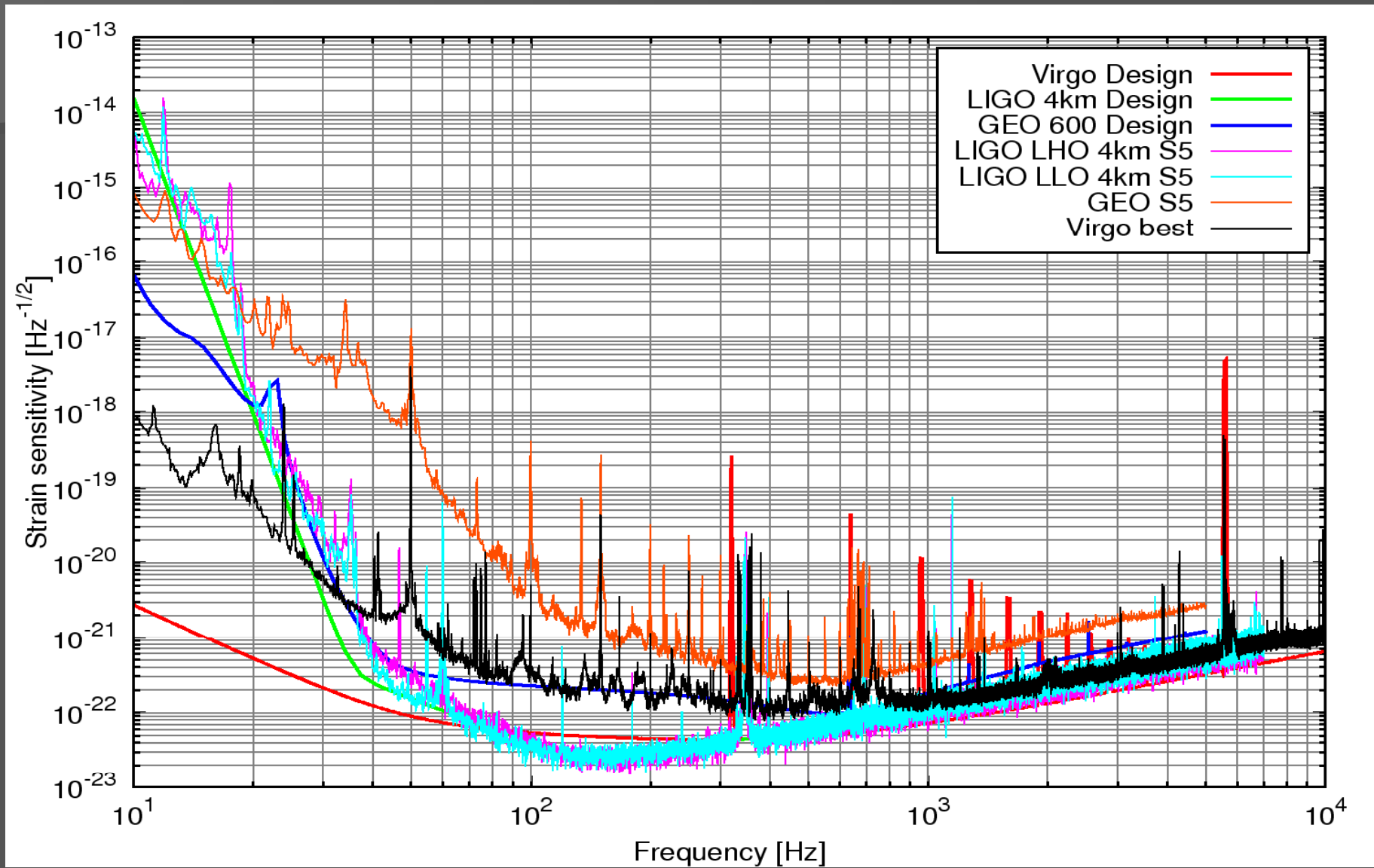
Termico

Shot

Quale è la situazione attuale dei detector esistenti?

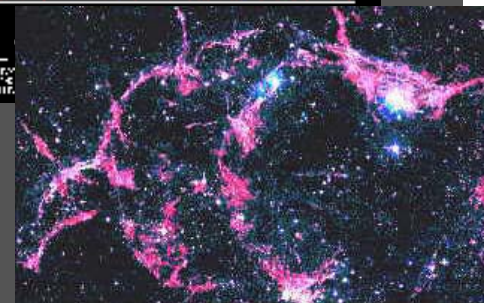
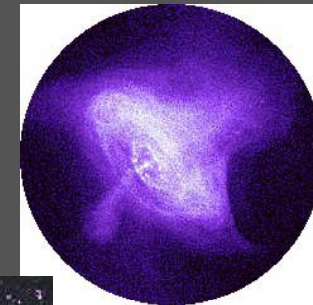
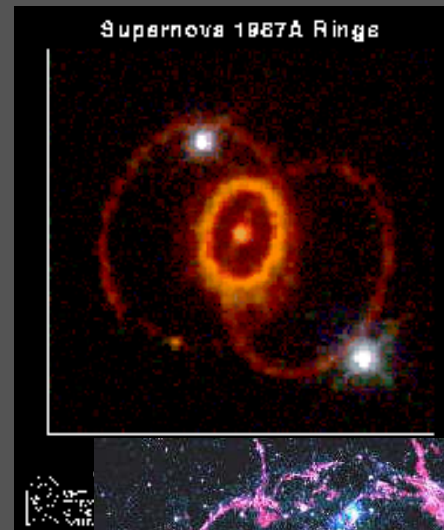
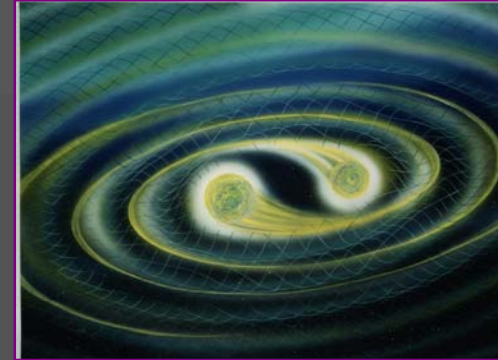


Sensibilita' attuale



Sorgenti

- Coalescenze binarie
 - NS-NS
 - NS-BH
 - BH-BH
- Sorgenti periodiche
 - Pulsar
- Sorgenti impulsive
 - Bursts
- Background stocastico
 - Cosmologico
 - Astrofisico



Coalescenze binarie

$$s(t) = F_+(\alpha, \delta, t)h_+(t) + F_\times(\alpha, \delta, t)h_\times(t)$$

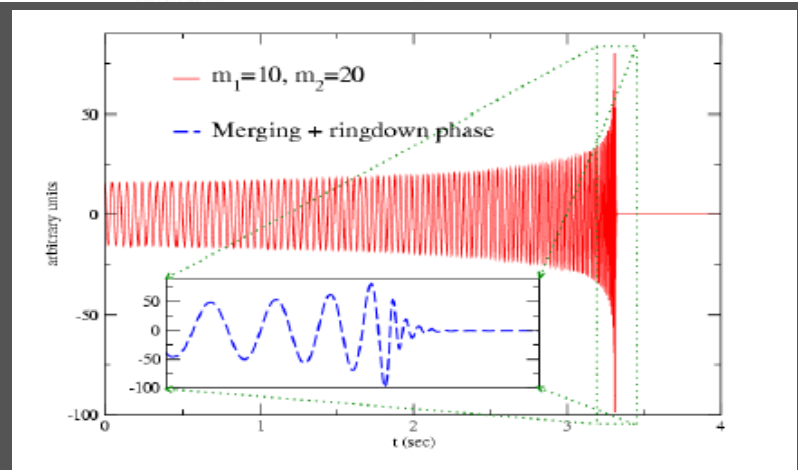
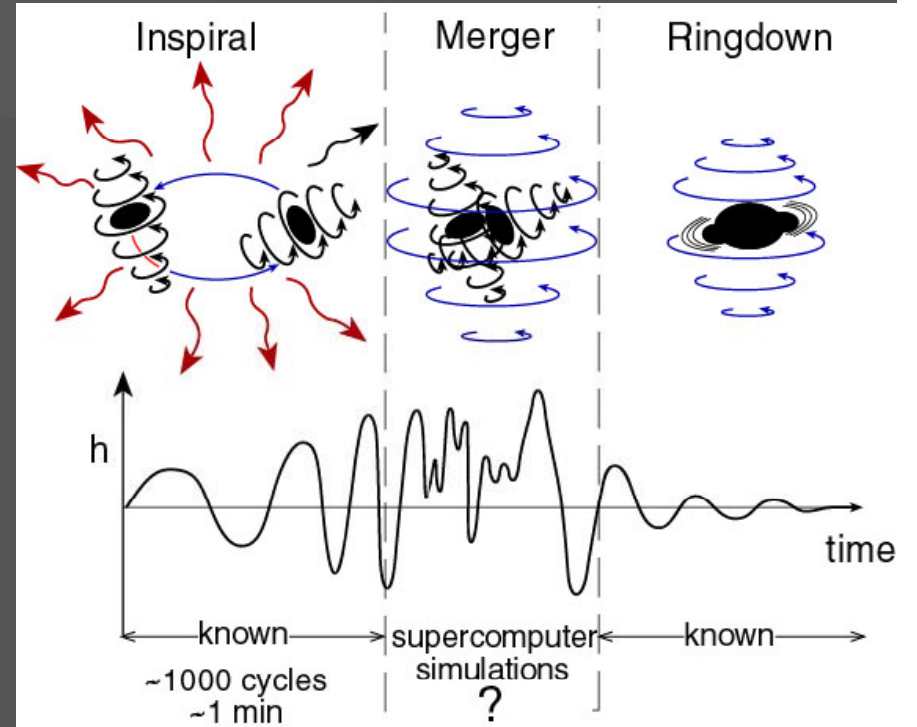
$$h_{+, \times} = \frac{2G\mu}{c^2 R} x \sum_{k=0} x^{k/2} H_{+, \times}^{(k/2)} \quad x = \left(\frac{Gm\omega(t)}{c^2} \right)^{2/3}$$

$$H_{-, \times}^{(k/2)} = \sum_{p=2}^{2+k} C_{-, \times}^{(k/2, p)} \left(\frac{\delta m}{m}, \frac{\mu}{m}, i \right) \cos p\psi(t) + S_{-, \times}^{(k/2, p)} \left(\frac{\delta m}{m}, \frac{\mu}{m}, i \right) \sin p\psi(t)$$

Approssimazione
Newtoniana

$$s(t) = A (\nu(t))^{2/3} \cos(\psi(t) + \psi_0)$$

$$\nu(t) = \nu_0 \left(1 - \frac{t}{\tau(\nu_0)} \right)^{-3/8}$$



Coalescenze binarie: rivelazione

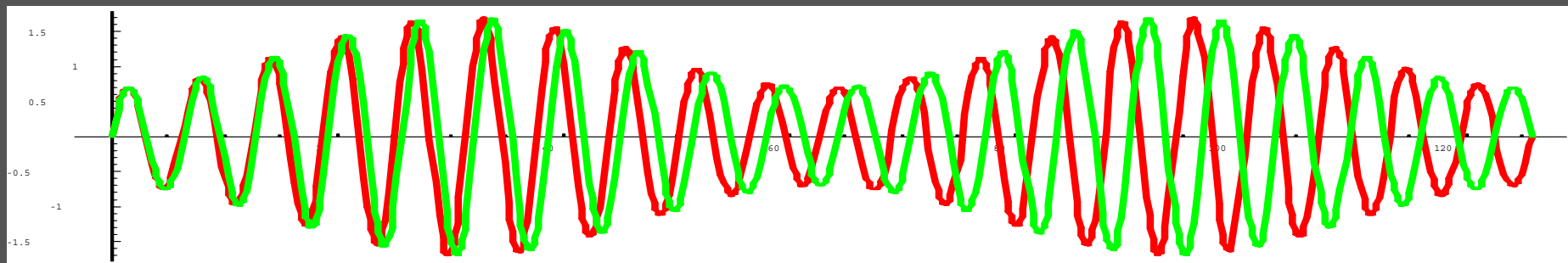
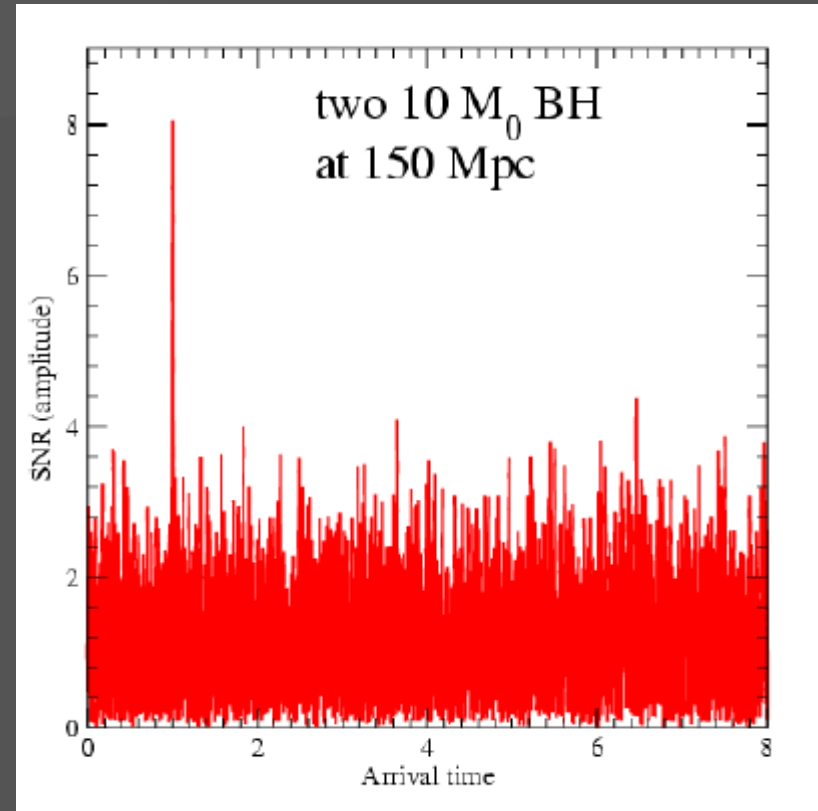
Anche la fase è nota perturbativamente:

$$\psi(t) = \psi_0 + \alpha_1 \left(\frac{\mu}{m}\right) \tau^{5/8} - \alpha_2 \left(\frac{\mu}{m}\right) \tau^{3/8} + \alpha_3 \left(\frac{\mu}{m}\right) \tau^{1/4} \\ + \alpha_4 \left(\frac{\mu}{m}\right) \tau^{1/8} + \alpha_5 \left(\frac{\mu}{m}\right) \ln \tau - 2x^{3/2} \ln \frac{\omega(t)}{\omega_0}$$

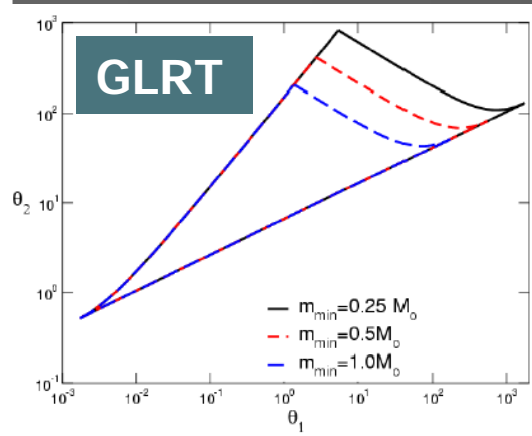
Approccio ottimale: Filtro di Wiener

$$W(\tau, \alpha) = \int \frac{T^*(\tau, \alpha; \nu) h(\nu)}{S(\nu)} d\nu$$

Dobbiamo perdere meno di $\pi/2$ durante il tempo di integrazione....



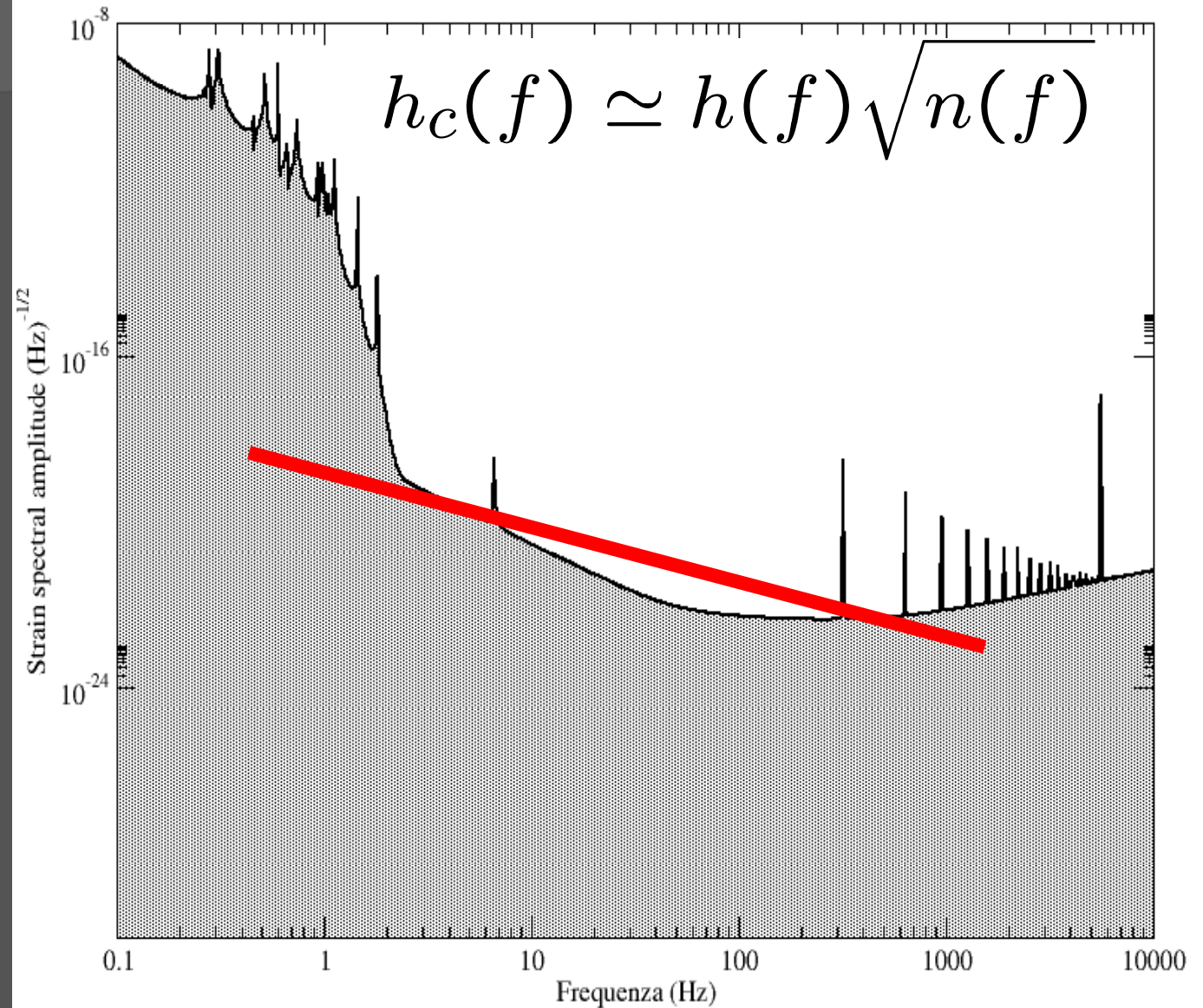
Coalescenze binarie: rivelazione



Rate atteso:
3/yr in 40 ÷ 200 Mpc

Grishchuk et al. Astroph/0008481

Rivelabilità: 20 Mpc



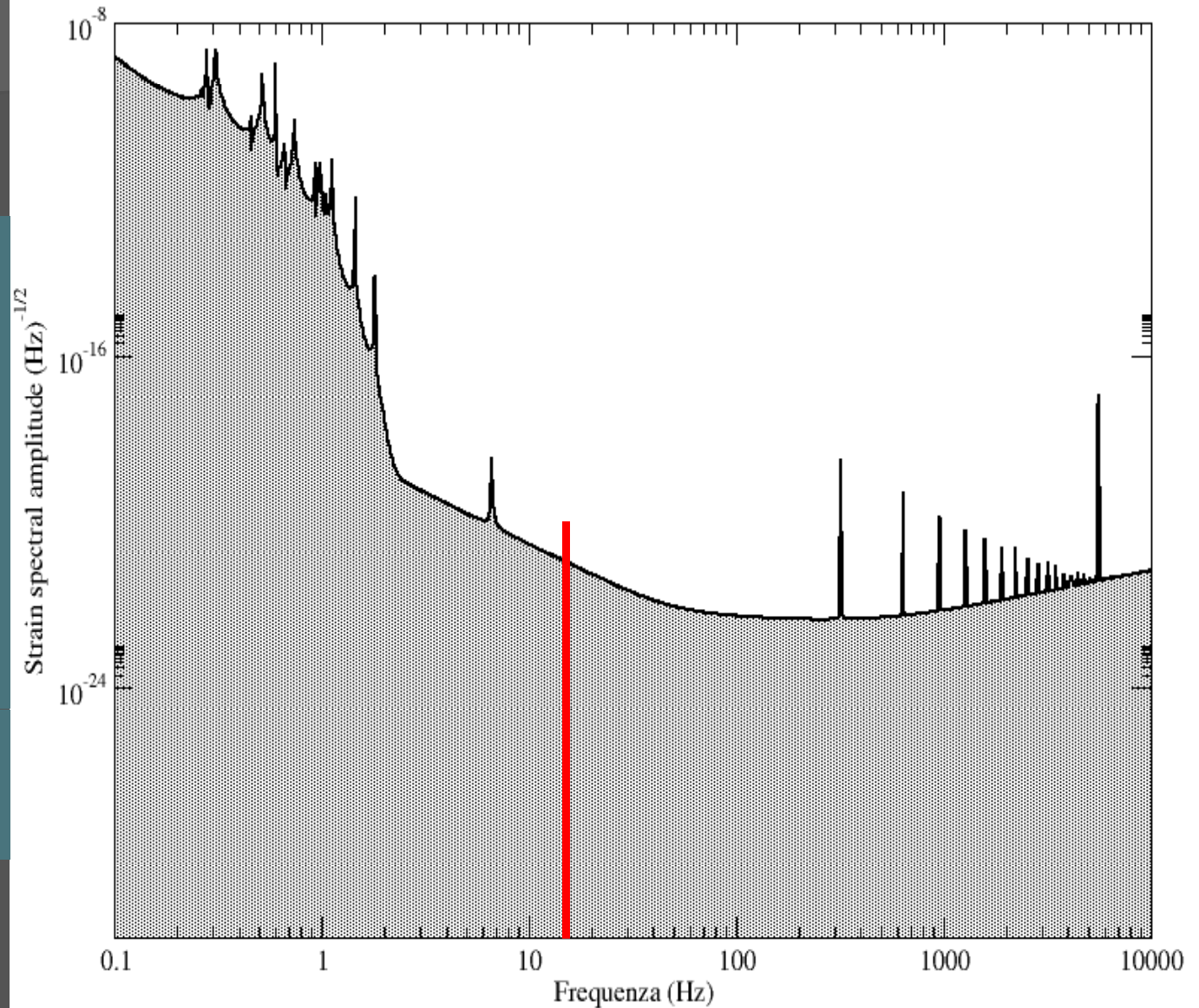
Sorgenti periodiche (pulsar)

- Segnale sinusoidale, eventualmente 2 armoniche.
- Nella nostra galassia ($>10^5$). Le più accessibili distribuite isotropicamente. A volte sono note.
- Frequenza inferiore: limitata dalla sensibilità.
- Frequenza superiore 1~2 kHz
- Ampiezza bassa: $\rightarrow h = 10^{-27} \left(\frac{I_3}{10^{38} \text{kg m}^2} \right) \left(\frac{10 \text{kpc}}{r} \right) \left(\frac{\nu}{100 \text{Hz}} \right)^2 \left(\frac{\varepsilon}{10^{-6}} \right)$
- Modulate Doppler (movimento del detector)
- Spin-down (o anche spin-up) approssimativamente esponenziale
- Modulazione intrinseca della frequenza (compagno o altro)
- Modulazione di ampiezza (detector e intrinseca)
- Glitches

Sorgenti periodiche: rivelazione

$$\Delta\nu = \frac{1}{T_{\text{obs}}}$$

- Le sorgenti periodiche possono essere rivelate da una singola antenna con certezza (se la sensibilità è sufficiente).
- La probabilità di falso allarme in linea di principio può essere ridotta arbitrariamente.



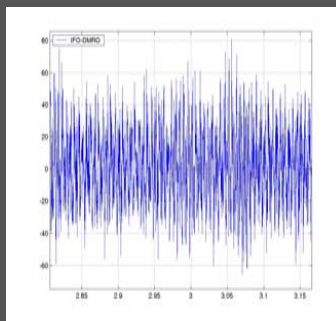
Sorgenti periodiche: rivelazione

- Una blind search ottimale è irrealizzabile computazionalmente
 - La demodulazione dipende dalla posizione
 - Servono lunghi tempi di integrazione

$$\begin{aligned}\cos(\omega_p t + \beta \cos(\omega_m t)) &= \sum_k (-1)^k J_{2k}(\beta) \cos[(\omega_p + 2k\omega_m)t] \\ &- \sum_k (-1)^k J_{2k+1}(\beta) \sin[(\omega_p + 2k\omega_m)t]\end{aligned}$$

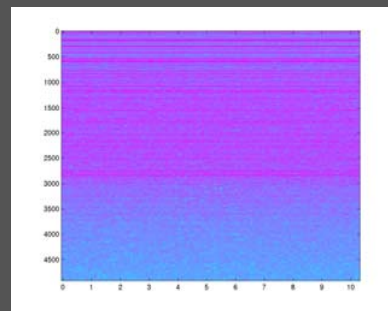
$$\beta = \left(\frac{\omega_p}{\omega_m}\right) \times \left(\frac{v_{rel,max}}{c}\right) \simeq 3 \times 10^6$$

Metodi sub-ottimali



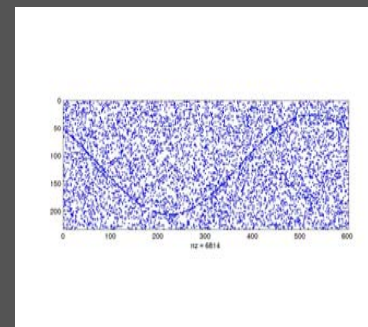
Data

->



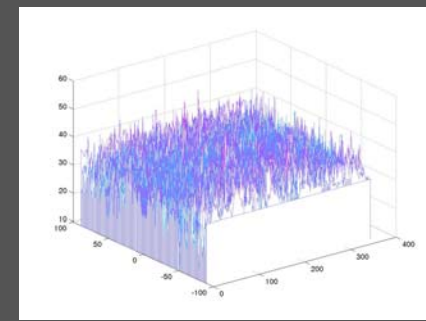
SFDB

->



peak map

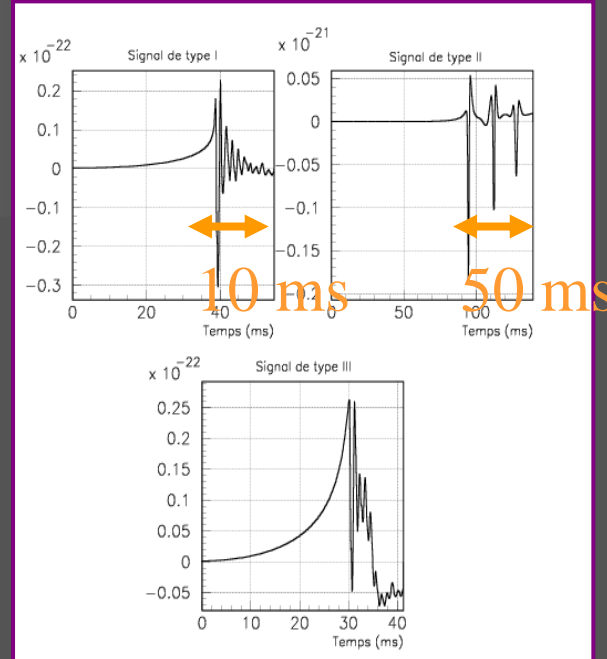
->



Hough map

Sorgenti impulsive

- **Collasso di stelle massive**
 - Supernove di tipo II
 - Formazione di buchi neri
- **Instabilità in NS giovani**
- **Mergers**
- **Ring down buchi neri**
- **Altro**

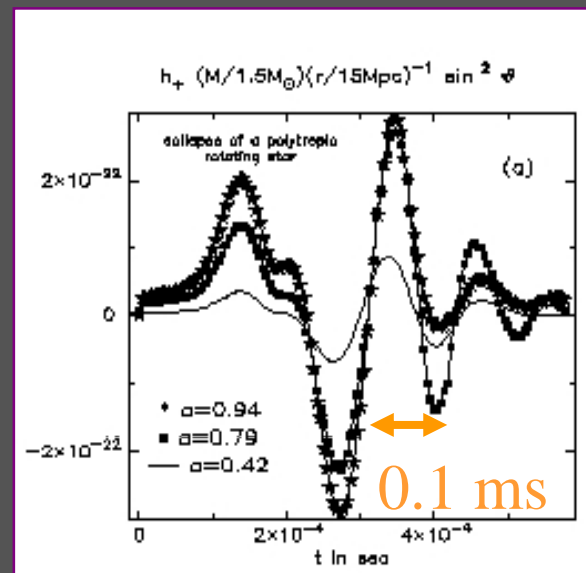


Supernove tipo II.
Zwinger & Muller (A&A 97)
Dimmelmeir et al (A&A 02)

Rivelazione:

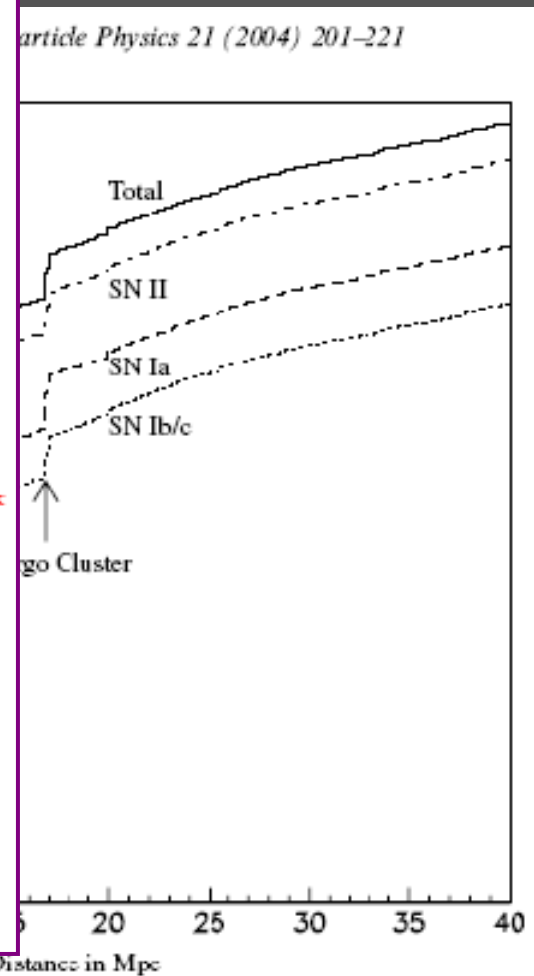
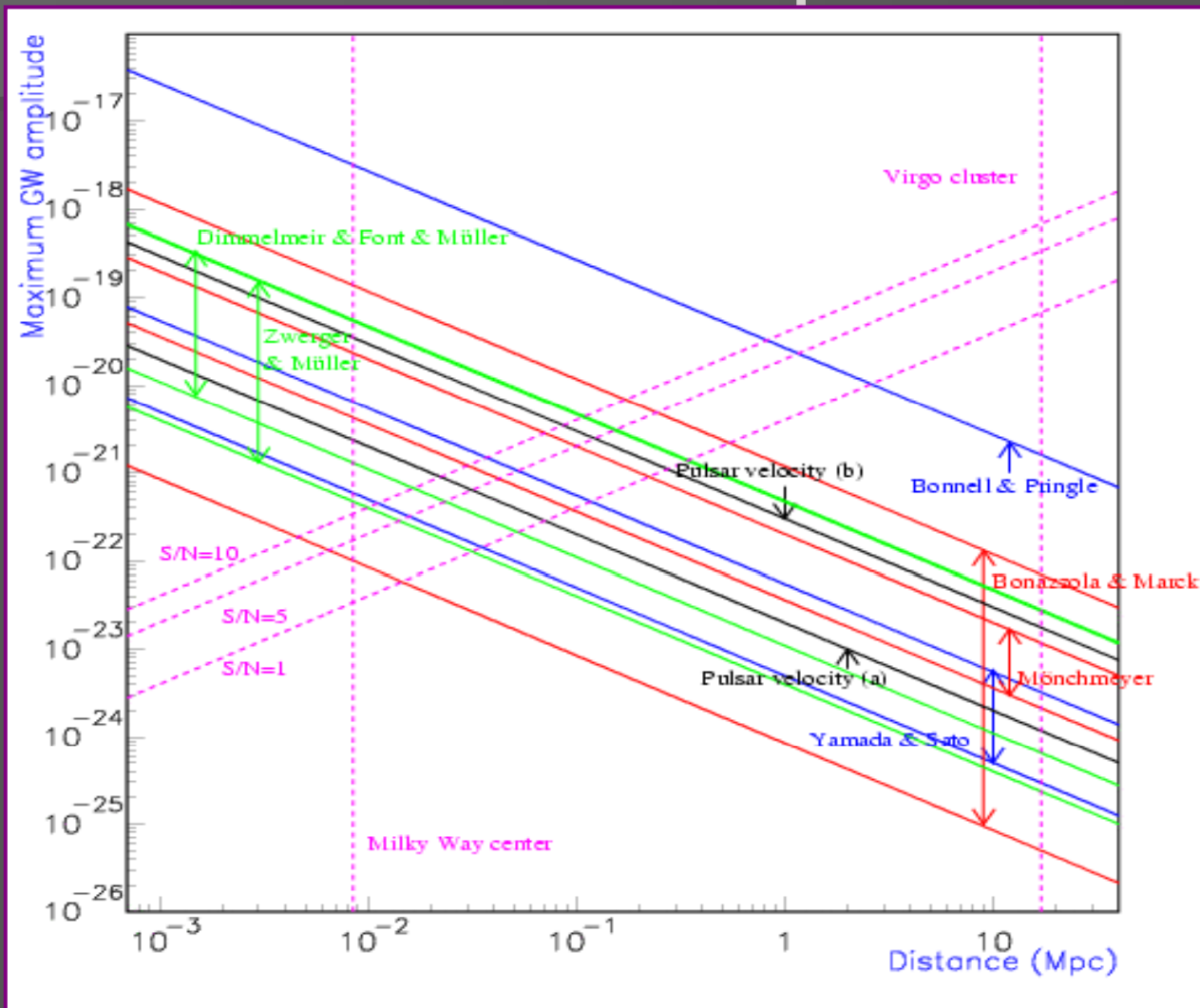
- Forme d'onda non note
- Segnali di breve durata
- Presenza di non stazionarietà nell'apparato

Formazione di buchi neri.
Stark & Piran (PRL 95)



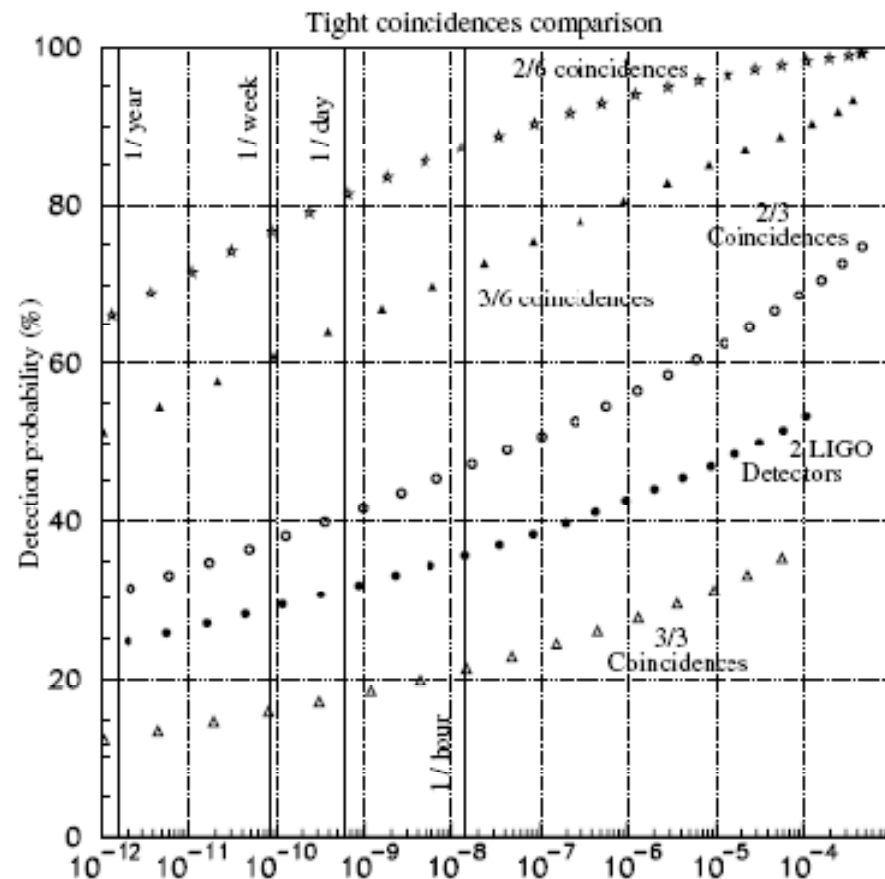
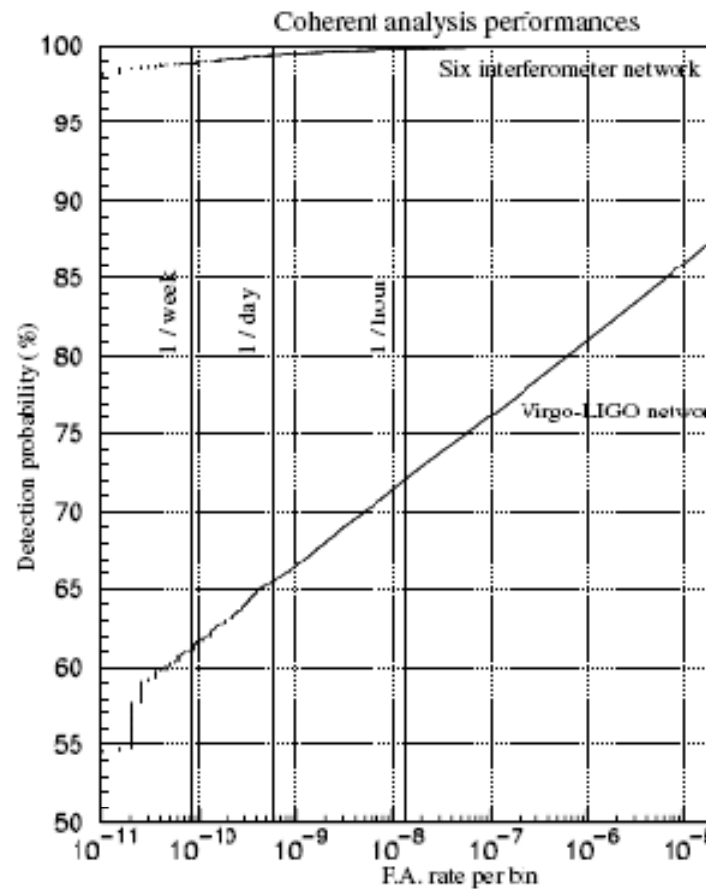
Coincidenze

Sorgenti impulsive: predizioni per le ampiezze

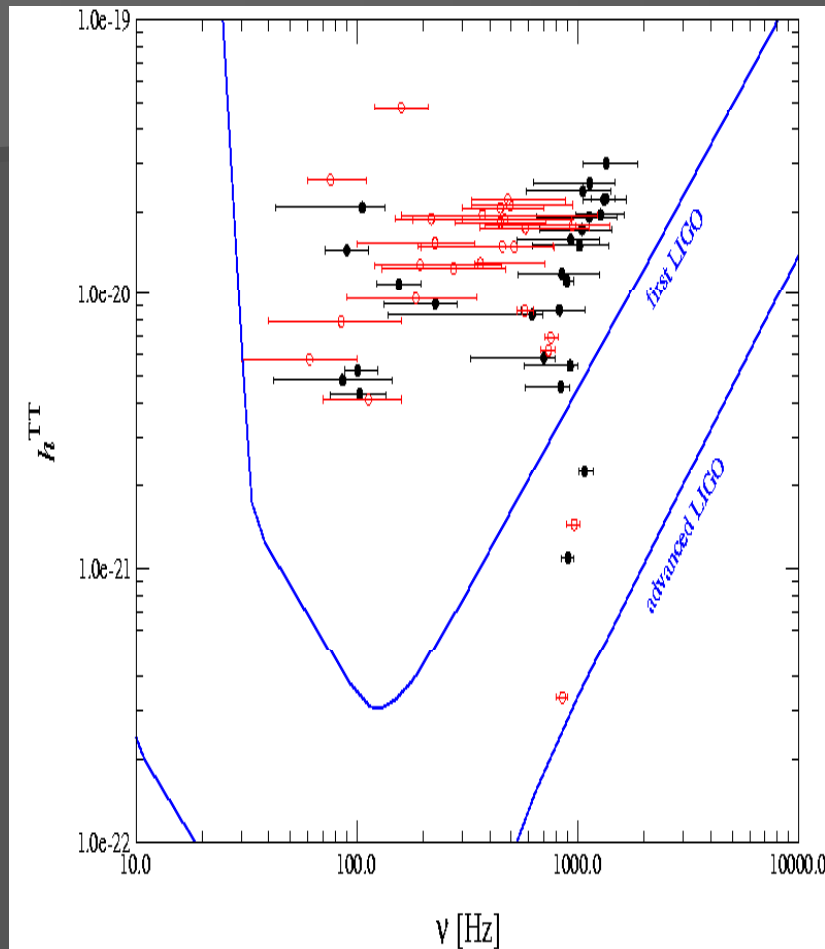


Sorgenti impulsive: ROCs

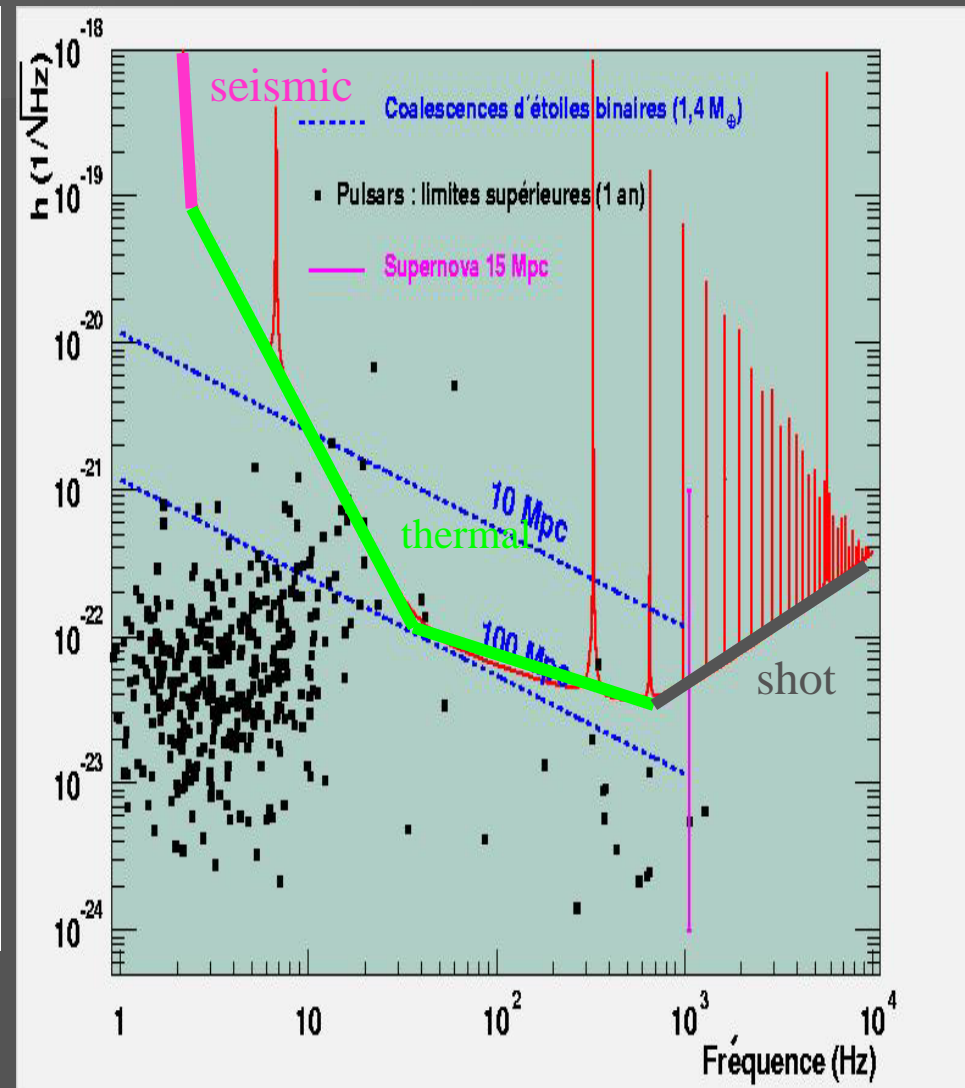
N. Armand et al. / Astroparticle Physics 21 (2004) 201–221



Sorgenti non stocastiche: riepilogo



Supernova @ 10 kpc
Dimmelmeier et al. A&A 393 (02)



Background stocastico: rivelazione

- Sovrapposizione incoerente di molte sorgenti non risolvibili
 - background cosmologico
 - background astrofisico

$$dP = \mathcal{N} e^{-\frac{1}{2} C_{ab}^{-1}(f) s_a^*(f) s_b(f)} \prod_{c,f} ds_c(f)$$

Rivelazione: discriminare tra due distribuzioni Gaussianhe multivariate con diverse matrici di covarianza:

$$C^{(0)} = \begin{pmatrix} N_{11} & 0 \\ 0 & N_{22} \end{pmatrix} \quad C^{(1)} = \begin{pmatrix} N_{11} + S_{gw} & \gamma_{12} S_{gw} \\ \gamma_{12} S_{gw} & N_{22} + S_{gw} \end{pmatrix}$$

Soluzione: correlatore ottimale Y_{12}

$$Y_{12} \propto \int s_1^*(f) \frac{\gamma_{12}(f) S_{gw}(f)}{f^3 N_{11}(f) N_{22}(f)} s_2(f) df$$

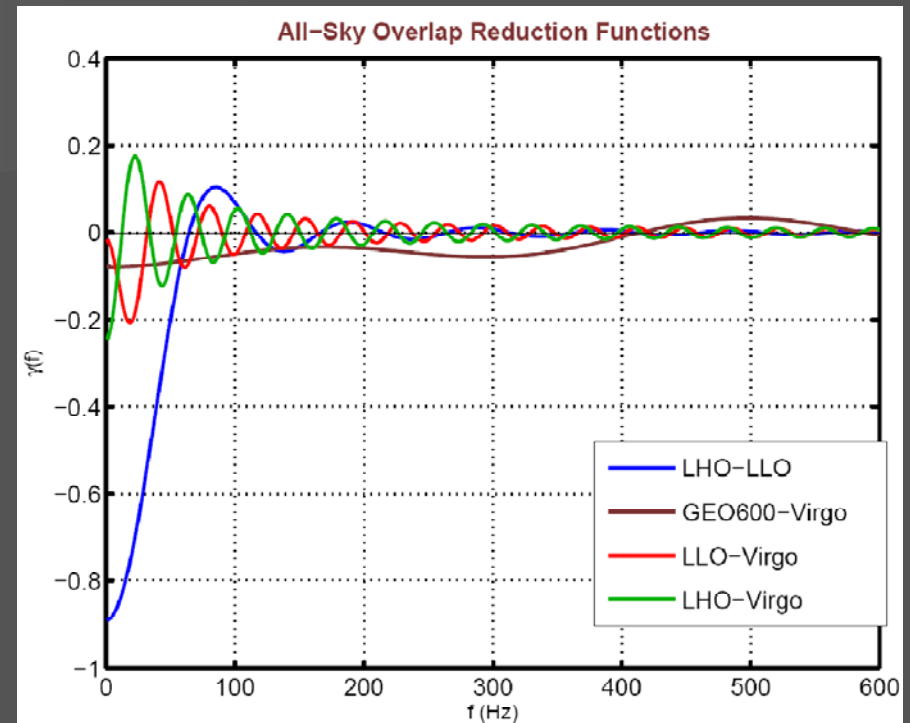
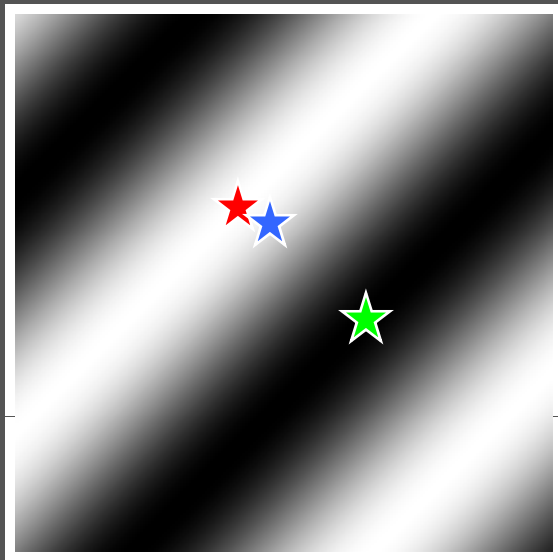
Background stocastico: overlap reduction function

E' necessario quindi correlare più detector:

$$SNR^2 = \frac{\langle Y \rangle^2}{\langle Y^2 \rangle} = \left(\frac{3H_0^2}{20\pi^2} \right)^2 T \int df \frac{(f^{-3}\Omega_{GW}(f)\gamma_{12}(f))^2}{P_1(f)P_2(f)}$$

La funzione γ esprime la coerenza tra i segnali accoppiati a diversi detector.

- SNR scala con γ
- γ dipende dalla distanza tra i detector e della loro orientazione
- scala caratteristica di frequenza: $f^* = c/d$



- Detector vicini: in fase su tutti i modi
- Detector lontani: modi differenti tendono a cancellarsi

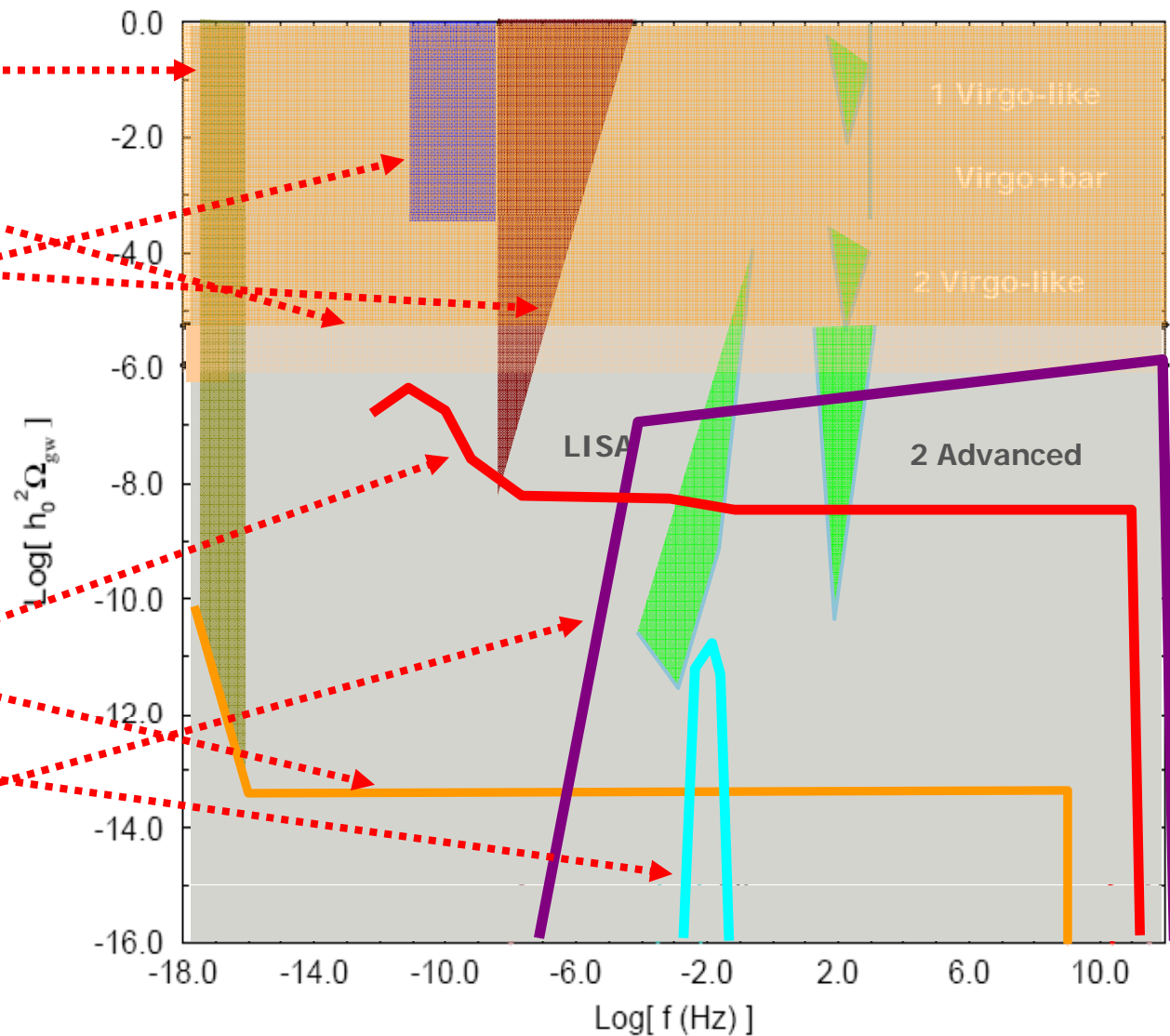
Background stocastico: cosmologico

Upper Bounds:

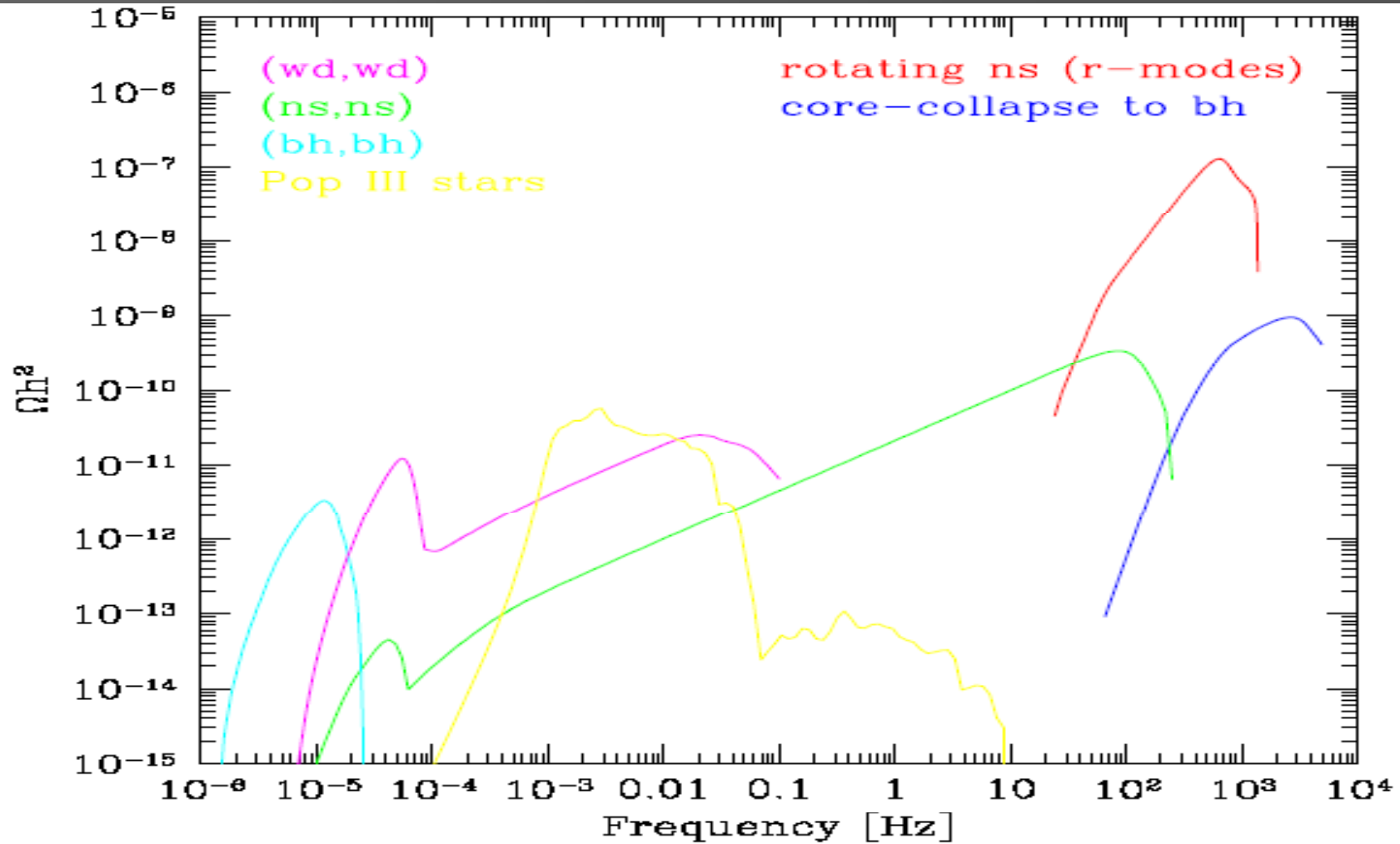
- Cobe
- Bariogenesi
- Pulsars:
 - millisecondi
 - binarie

Sorgenti:

- Inflazione
- Stringhe cosmiche
- Transizioni di fase
- Cosmologia di stringa



Background stocastico: astrofisico

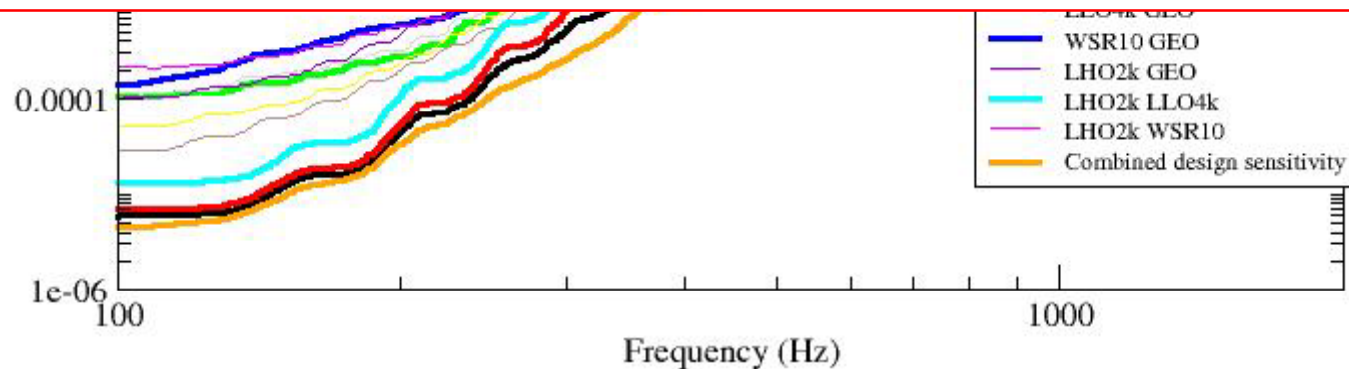


Limiti superiori

Limite superiore valutato su una banda di 100 Hz, in funzione della frequenza centrale della banda. Spettro di energia costante.

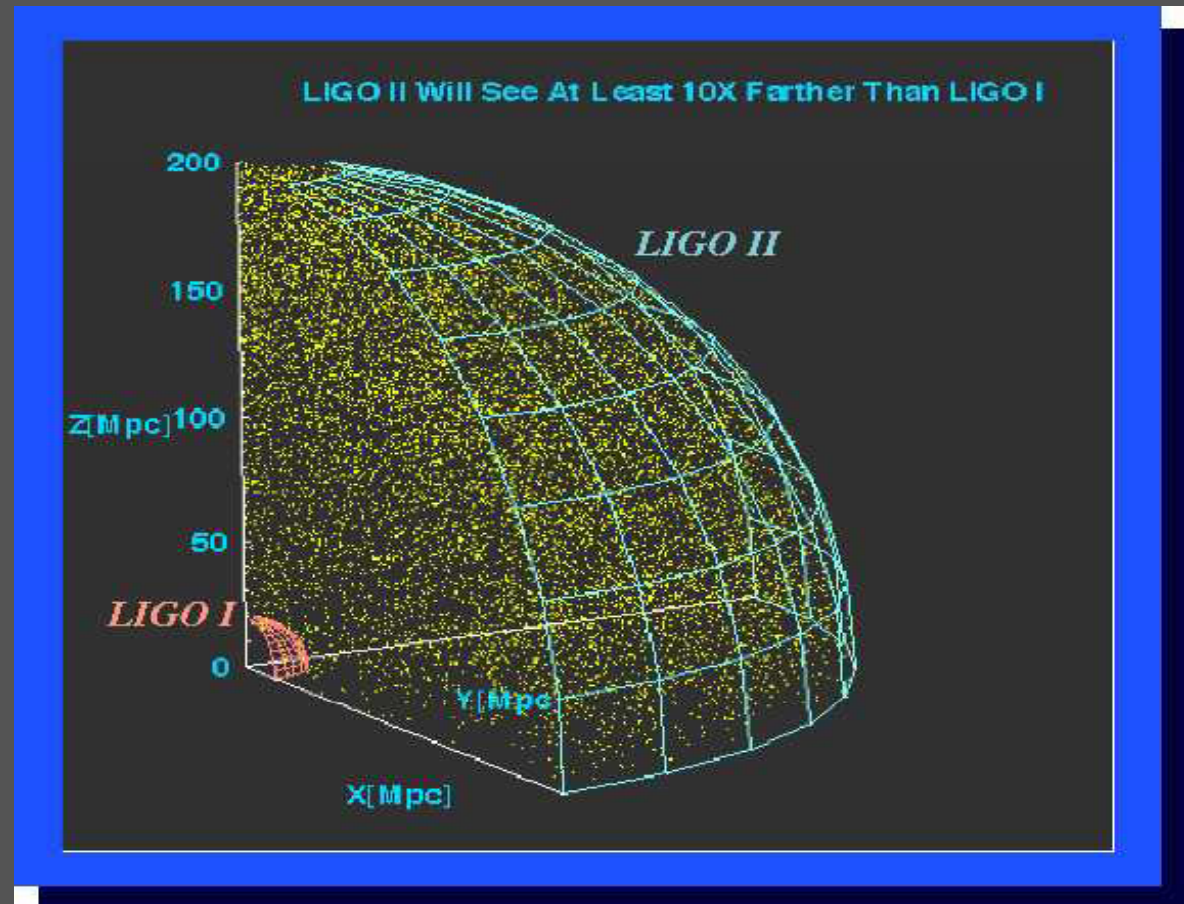


Power Law	Frequency Range	Pt Estimate $\hat{\Omega}_\alpha$	Statistical Error σ_{Ω_α}	Calibration Error		Upper Limits	
				(H1)	(L1)	$\Omega_{\text{gw}}(f)$	$S_{\text{gw}}^{1/2}(f) \text{ (Hz}^{-1/2}\text{)}$
$\alpha = 0$	69 – 156 Hz	-6.0×10^{-4}	7.0×10^{-4}	$\pm 9\%$	$\pm 15\%$	8.4×10^{-4}	$1.2 \times 10^{-23} (f/100 \text{ Hz})^{-3/2}$
$\alpha = 2$	73 – 244 Hz	-4.7×10^{-4}	7.2×10^{-4}	$\pm 9\%$	$\pm 15\%$	$9.4 \times 10^{-4} (f/100 \text{ Hz})^2$	$1.2 \times 10^{-23} (f/100 \text{ Hz})^{-1/2}$
$\alpha = 3$	76 – 329 Hz	-4.0×10^{-4}	6.2×10^{-4}	$\pm 9\%$	$\pm 15\%$	$8.1 \times 10^{-4} (f/100 \text{ Hz})^3$	1.2×10^{-23}



Conclusioni e prospettive

- Una lunga fase di preparazione sta per terminare
- Esperimenti complessi, interdisciplinari. Collaborazioni internazionali necessarie
- Nuova finestra sulla natura
- Dimostrata la fattibilità di detector di prima generazione, alla sensibilità di disegno e oltre
- Prossima generazione di detector (LISA, advanced): "guaranteed detection"
- E comunque....



...siamo tradizionalmente ottimisti



A number of coincident events have been observed, with extremely small probability that they are statistical.

1968

J. Weber

• *The future of gravitational astronomy looks bright.*

1972

• *That the quest ultimately will succeed seems almost assured. The only question is when, and with how much further effort.*

1983

• *Interferometers should detect the first waves in 2001 or several years thereafter (...)*

1995

• *Km-scale laser interferometers are now coming on-line, and it seems very likely that they will detect mergers of compact binaries within the next 7 years, and possibly much sooner.*

2002

Grazie
dell'attenzione

Kip S. Thorne