Detektorschule

26.5.2021

Wie messe ich einen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\text{Anzahl in den Raumwinkel gestreute Teilchen pro Zeiteinheit}}{\text{Einfallende Teilchen pro Zeiteinheit} \times \text{Targetteilchen pro Fläche}} = \frac{N}{L}$$

$$\left[\frac{d\sigma}{d\Omega}\right] = \text{Fläche} \qquad 1\,\text{barn} = 10^{-28}\,m^2$$

$\Rightarrow$ Ereignisse

$$N = \iint_{T\,\Omega} \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot A(\Omega) \cdot L \; d\Omega\, dt + \underbrace{N_{BG}}_{\text{Untergrund}}$$

N: gezählte Ereignisse

T: Messzeit

Ω: Raumwinkel

L: Luminosität

$A(\Omega)$: Akzeptanz, Detektoreffizienz $\quad (0 \leq A(\Omega) \leq 1)$

$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \text{konst.} \qquad (???)$

$$N = \int_\Omega A(\Omega)\, d\Omega \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \int_T L\, dt + N_{BG}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N - N_{BG}}{\int_\Omega A(\Omega)\, d\Omega \cdot \int_T L\, dt}$$

Aufgabe für heute: $\quad N, N_{BG}$: zählen

$\int A(\Omega)\, d\Omega$: numerische Integration

$\int L\, dt$: Strommessung, Totzeit

Luminosität

$$L = \frac{\text{einfallende Teilchen}}{\text{Zeit}} \times \text{Target-Teilchen / Fläche}$$

$$= \frac{I}{e} \cdot \frac{\rho \cdot \ell}{A} \cdot N_A$$

I: Strom in Ampere

ρ: Targetdichte $\frac{g}{cm^3}$

ℓ: Targetlänge cm

A: Atommasse in u $\Rightarrow \frac{g}{mol}$

N_A: Avogadro $1/mol$

Beispiel: Kohlenstoffblättchen 200 μm Dicke ($= \ell$)

Strahlstrom 100 μA

Dichte ^{12}C $2{,}25 \frac{g}{cm^3}$

$$L = \frac{100 \cdot 10^{-6} \cancel{\frac{C}{s}}}{1.602 \cdot 10^{-19} \cancel{C}} \cdot \frac{2{,}25 \cancel{\frac{g}{cm^{3}}}2}{12 \cancel{g/mol}} \cdot 0{,}02 \cancel{cm} \cdot 6.022 \cdot 10^{23} \cancel{\frac{1}{mol}}$$

$$\approx 1{,}41 \cdot 10^{36} \frac{1}{s\,cm^2}$$

$$= 1{,}41 \cdot 10^{12} \frac{Hz}{barn}$$

LHC (proton) $L \approx 10^{34} \frac{1}{s\,cm^2}$ "Spitze"

"Fixed Target"-Experiment

Bei uns beschränkt durch

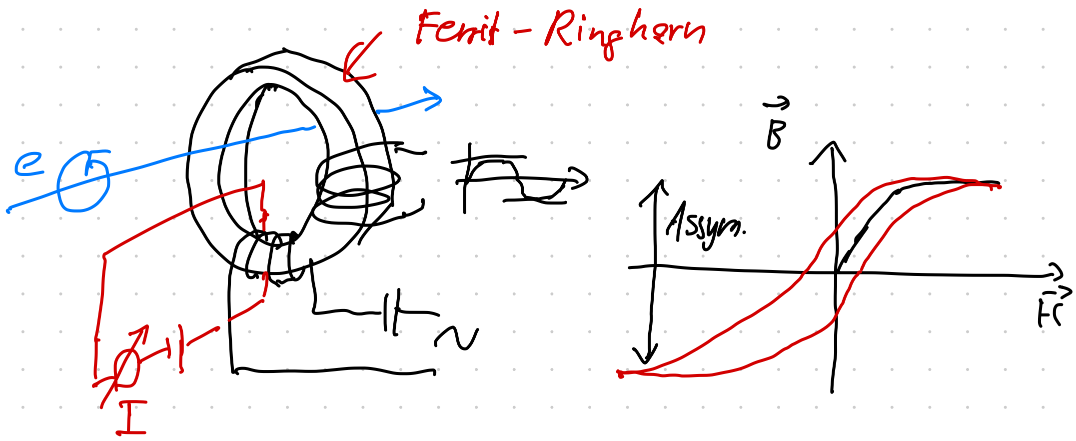
$\ell \Rightarrow$ Vielfachstreuung im Target (Auflösung)

$I \Rightarrow$ Strahlenschutz

Zählrate im Detektor

24 Messen auf 1% Fehler

Strom I: Förster-Sonde (Fluxgate-Magnetometer)



Alternativ: invasiv durch stoppen des Strahl

Flächentargetdichte $\varrho \cdot \ell$

ℓ schwierig auf 1%

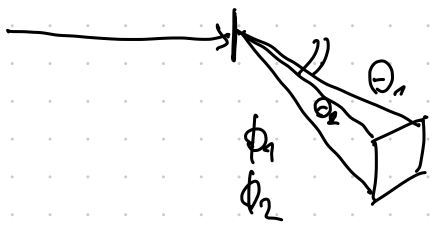
⇒ • Waage, mißt großes Blättchen 5cm × 5cm
- Fläche: z.B. Blättchen auf Scanner, Pixel zählen
- Problem: Homogenität ⇒ Variation der Strahlposition

Zeitmessung:

Totzeit abziehen

Akzeptierter Phasenraum

$$\boxed{\int_{4\pi} A(\Omega)\, d^n\Omega}$$



$$d\Omega = \sin\Theta\, d\Theta\, d\phi$$
$$= d\cos\Theta\, d\phi$$

$$\int d\Omega \approx (\cos\Theta_1 - \cos\Theta_2)\cdot(\phi_2 - \phi_1)$$

Beispiel: Spektrometer A

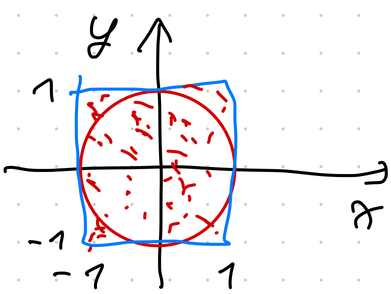
Wolframkollimator: horizontal $\pm 75\,\mathrm{mrad}$, vertikal $\pm 70\,\mathrm{mrad}$ $\Big\}$ $\int d\Omega \approx 21\,\mathrm{msr}$

Aber
1. Θ, ϕ hängt auch vom Startort ab "Strahlposition" $\Rightarrow$ mehr als 2 Dimensionen
2. Histogrammieren $\Rightarrow$ komplizierte Formen
3. $A(\Omega)$ nicht konstant
4. weitere Korrekturen (Strahlungskorrekturen)

$\Rightarrow$ Numerische Integration Monte-Carlo-Integration

Beispiel: Fläche eines Kreises

wählen zufällig N Punkte
$x \in [-1, 1]$
$y \in [-1, 1]$



$$A = \frac{\#\, x,y \text{ mit } x^2+y^2<1}{N} \cdot 4$$

Allgemein: Def. des Mittelwerts im Volumen V n-dim

$$\langle f \rangle = \frac{1}{V} \int_V f(x)\, d^2x$$

Schätzwert für Mittelwert

$$\langle f \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f(x_i) \quad \text{mit } x_i \text{ aus } V$$

$$\boxed{\int_V f(x)\, d^n x = V\langle f \rangle \approx \frac{V}{N} \sum_{i=1}^{N} f(x_i) \pm \frac{V}{\sqrt{N}} \sqrt{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}}$$

- Fehler geht nicht mit Dimensionen
- V muß nicht bekannt sein

  $x_i \in V$ muß entscheidbar sein

Standard Raumwinkel

$$\Rightarrow \quad \cos\Theta_i \in [-1, 1]$$
$$\phi_i \in [-\pi, \pi]$$

Gewicht mit $\frac{4\pi}{N}$ wenn Ereignis akzeptiert wird

Quasi-Zufallszahlen

Fehler $\frac{1}{\sqrt{N}}$ der MC-Integration

$\Rightarrow$ Zahlenreihe ohne Dichtefluktuationen

Halton-Sequenz:

Binär			
00001	10000 / 100000	16 / 32	0,5
0010	01000	8 / 32	0,25
0011	11000	24 / 32	0,75
0100	00100	4 / 32	0,125
0101	10100	20 / 32	0,625
0110	01100	12 / 32	0,375
0111	11100	28 / 32	0,875
1000	00010	2 / 32	0,0625

$$\text{Konvergenz} \propto \frac{\log N}{N}$$

Zählrate N

Welche Reaktionen finden statt?

$e + {}^{12}C \to e + {}^{12}C$ elastische Streuung

$\quad$ –"– $\to e + {}^{11}B + p$

$\quad$ –"– $\to e + {}^{11}C + n$

$\left.\right\}$ Nukleon-Knockout

$\quad$ –"– $\to e + {}^{4}He + {}^{8}Be$ Aufbruch

⋮

Anregung

$e + {}^{12}C \to e + {}^{12}C^*$

$e + X \to e + Y$ Untergrund

Identifikation des Kanals

4er-Impulse

$$p = \begin{pmatrix} E/c \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

Skalarprodukt

$$p \cdot q = E_p E_q - \vec{p}_p \cdot \vec{p}_q$$

$$p^2 = p \cdot p = E^2 - p^2 = m^2$$ Masse des Teilchens

4er-Impuls ist erhalten

$$e + A = e' + X \Rightarrow X = e - e' + A$$

$$m_X = \sqrt{(e - e' + A)^2}$$

elastische Streuung

$$\left(\overset{e}{\boxed{\begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix}}} - \begin{pmatrix} E' \\ 0 \\ E'\sin\theta \\ E'\cos\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} m_A \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)^2$$

$$= (E - E' + m_A)^2 - E'^2 \sin\theta^2 - (E - E'\cos\theta)^2$$

$$= \cancel{E^2} - 2EE' + \cancel{E'^2} + 2(E-E')m + m^2 - E'^2 \cancel{\sin^2}\theta$$

$$- \cancel{E^2} + 2EE\cos\theta - E'^2 \cancel{\cos^2}\theta$$

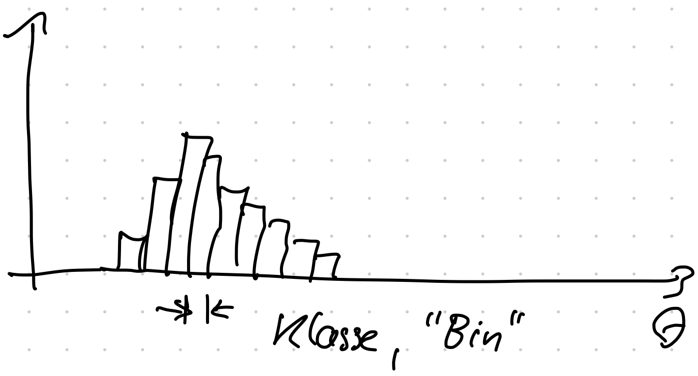
$$= m_A^2 + 2(E-E')m - EE'(2 + 2\cos\theta) = m_X^2$$

Schnitte: zähle Ereignisse mit

$$-a < m_X - m_A < +b$$

Was ist N?

Histogramm

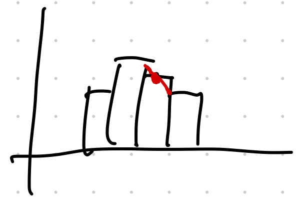


WQ-Def. gilt für jeden Bin einzeln

⇒ wähle Darstellung, so daß

$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ = konst. gilt, bzw

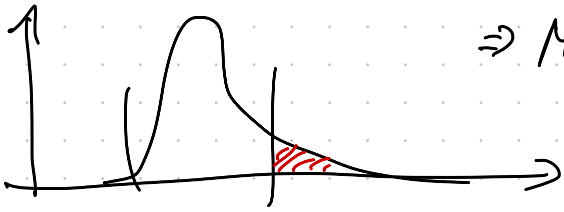
linear



2. Fehler $N \pm \frac{\sqrt{N}}{N}$ bzw. Poissonverteilung

"statistische" Fehler

3. Korrigiere für Schnitt



⇒ Modell, zusätzler Fehler

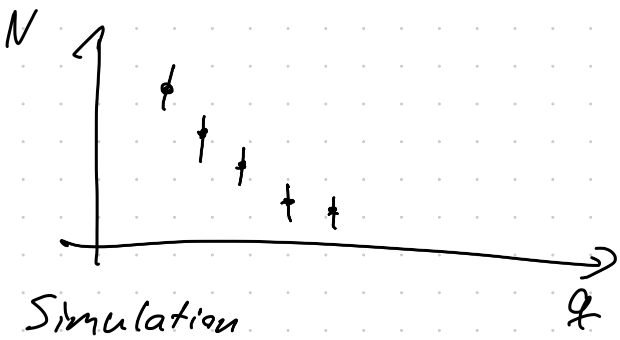
"systematische Fehler"

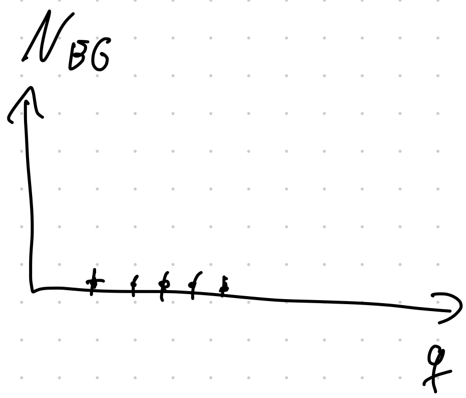
4. Untergrund

i.d.R. auch Modell ⇒ "systematische" Fehler

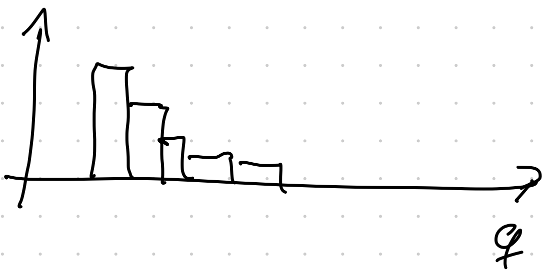
In unserem Fall

$WQ \sim \frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}} \sim \frac{1}{q^4}$, $F(q)$ Formfaktor





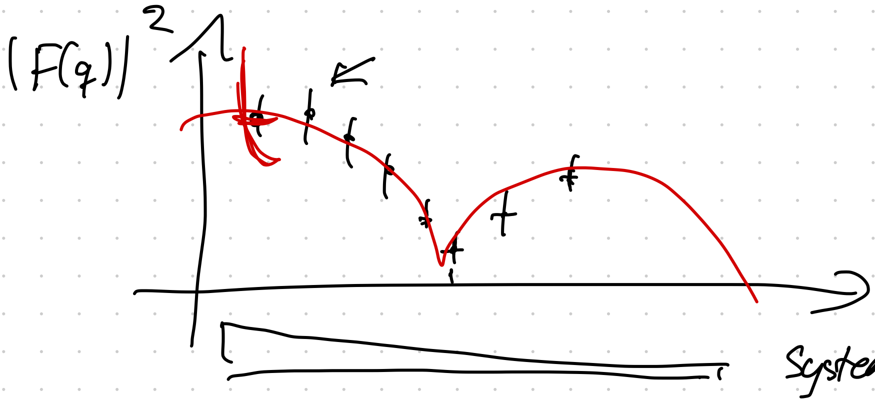
Ebenso Simulation



3 Histogramme $\Rightarrow$ Binweise

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N - N_{BG}}{\int_{Bin} A(\Omega)\, d\Omega \cdot \int L\, dt}$$

$$|F(q)|^2 = \frac{N - N_{BG}}{\int_{Bin} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} \cdot A(\Omega)\, d\Omega \cdot \int L\, dt}$$



Systematische Fehler