СОБСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО ДЕТЕКТОРА

В. В. Самедов

Национальный Исследовательский Ядерный университет «МИФИ»

1. ВВЕДЕНИЕ

Собственное энергетическое разрешение сцинтилляционного детектора понимается многими авторами по-разному. Так, при обсуждении собственного энергетического разрешения в работе [1], авторы основывались на формулах, полученных Брейтенбергером [2], и приведенных в книге Биркса [3]. В частности, они приводят формулу для среднего значения

$$\overline{Q} = \overline{N} \cdot \overline{p} \cdot \overline{M}\,, \qquad (1)$$

и модифицированную формулу для относительной дисперсии выходного сигнала сцинтилляционного детектора

$$\eta_Q^2 = \frac{\sigma_Q^2}{\overline{Q}^2} = \left[\eta_N^2 - \frac{1}{\overline{N}}\right] + \eta_p^2 + \frac{1+\eta_M^2}{\overline{N} \cdot \overline{p}}\,, \qquad (2)$$

где $\overline{N}$ и η_N^2 - среднее значение и относительная дисперсия числа световых фотонов; $\overline{p}$ и η_p^2 - среднее значение и относительная дисперсия вероятности образовать фотону фотоэлектрон на первом диноде фотоумножителя.

В своем определении энергетического разрешения сцинтилляционного детектора R

$$R^2 = R_i^2 + R_p^2 + R_M^2 = 5.54\eta_Q^2\,, \qquad (3)$$

авторы отождествляют собственное энергетическое разрешение R_i со слагаемым в квадратных скобках в формуле (2); разрешение, связанное с преобразованием светового фотона в фотоэлектрон R_p, со вторым слагаемым в формуле (2); а разрешение, связанное с процессом умножения фотоэлектрона ФЭУ R_M, с последним членом в формуле (2).

При этом авторы не приводят ни одной формулы для связи соответствующих вкладов с характеристиками сцинтилляционного кристалла, за исключением формулы для разрешения, связанного с процессом умножения фотоэлектрона ФЭУ,

$$R_M = 2.35\sqrt{\frac{1+\eta_M^2}{\overline{N} \cdot \overline{p}}}\,, \qquad (4)$$

считая, что параметры $\bar{p}$ и η_M^2 могут быть определены экспериментально.

Далее они полагают, что для идеального сцинтиллятора вклад собственного энергетического разрешения R_i и вклад, связанный с преобразованием светового фотона в фотоэлектрон R_p, равны нулю, и предельное разрешение сцинтилляционного спектрометра будет определяться вкладом, связанным с процессом умножения фотоэлектрона ФЭУ (4).

В работе [4], при определении собственного энергетического разрешения, авторы фактически повторяют подход, определения и формулы, введенные в работе [1], и считают, что для современных сцинтилляторов вклад в энергетическое разрешение, связанный с преобразованием светового фотона в фотоэлектрон, R_p пренебрежимо мал, и собственное энергетическое разрешение можно определить из соотношения

$$R_i^2 = R^2 - R_M^2. \qquad (5)$$

В работе [5], авторы, в результате анализа факторов, влияющих на энергетическое разрешение, привели формулу, которая, с их точки зрения, учитывает все вклады, определяющие собственное разрешение сцинтилляционного детектора:

$$\frac{\sigma_{N_{ph}}^2}{\langle N_{ph}\rangle^2} = \frac{\sigma_{N_{eh}}^2}{\langle N_{eh}\rangle^2} + \frac{\int \langle q(n)\rangle\left(1-\langle q(n)\rangle\right)\langle w(n)\rangle\, d\log n}{\langle N_{eh}\rangle\left(\int \langle q(n)\rangle\langle w(n)\rangle\, d\log n\right)^2} + \frac{\int \sigma_{q(n)}^2 \langle w(n)\rangle^2\, d\log n}{\left(\int \langle q(n)\rangle\langle w(n)\rangle\, d\log n\right)^2} + \frac{\iint \langle q(n)\rangle\langle q(n')\rangle \operatorname{cov}\left(w(n)w(n')\right) d\log n \cdot d\log n'}{\left(\int \langle q(n)\rangle\langle w(n)\rangle\, d\log n\right)^2}. \qquad (6)$$

В формуле (6), $w(n)$ - функция распределения концентрации электронно-дырочных пар в треке с условием нормировки

$$\int w(n) d\log n = 1; \quad (7)$$

$q(n)$ - доля возбуждений, которые производят световой фотон, и

$$\langle N_{ph}\rangle = \langle N_{eh}\rangle \int \langle q(n)\rangle\langle w(n)\rangle\, d\log n, \qquad (8)$$

где $\langle N_{eh}\rangle$.- среднее число электронно-дырочных пар, образованных регистрируемой частицей.

Первый член в формуле (6) описывает вклад в энергетическое разрешение флуктуаций числа электронно-дырочных пар

$$\frac{\sigma_{N_{eh}}^2}{\langle N_{eh}\rangle^2}=\frac{F_{eh}}{\langle N_{eh}\rangle}. \quad (9)$$

Авторы выразили второй член в формуле (6)

$$\frac{\int\langle q(n)\rangle\left(1-\langle q(n)\rangle\right)\langle w(n)\rangle\, d\log n}{\langle N_{eh}\rangle\left(\int\langle q(n)\rangle\langle w(n)\rangle\, d\log n\right)^2}=\frac{F_{ph}}{\langle N_{ph}\rangle}, \qquad (10)$$

введя фактор Фано для фотонов

$$F_{ph}=\frac{\int\langle q(n)\rangle\left(1-\langle q(n)\rangle\right)\langle w(n)\rangle\, d\log n}{\int\langle q(n)\rangle\langle w(n)\rangle\, d\log n}<1, \qquad (11)$$

Они связали третий член в (6) с неоднородным распределением дефектов и примесей в кристалле $\sigma_{in\hom}^2$, и последний член с флуктуациями топологии треков σ_{track}^2. Авторы отмечают, что флуктуации $w(n)$ могут быть оценены с использованием ковариации $\operatorname{cov}\left(w(n)w(n')\right)$, которую можно рассчитать с помощью метода Монте-Карло.

В результате авторы привели формулу для собственного разрешения сцинтилляционного детектора

$$R_{\text{int}}=2.355\frac{\sigma_{N_{ph}}}{\langle N_{ph}\rangle}=2.355\sqrt{\frac{F_{eh}}{\langle N_{eh}\rangle}+\frac{F_{ph}}{\langle N_{ph}\rangle}+\sigma_{in\hom}^2+\sigma_{track}^2}, \qquad (12)$$

которая с учетом вклада фотоумножителя, определяет полное энергетическое разрешение сцинтилляционного детектора

$$R=2.355\sqrt{\frac{F_{eh}}{\langle N_{eh}\rangle}+\frac{F_{ph}}{\langle N_{ph}\rangle}+\frac{1+\varepsilon}{\langle N_{pe}\rangle}+\sigma_{in\hom}^2+\sigma_{track}^2} \qquad (13)$$

Неоднозначность в разделении вкладов в энергетическое разрешение сцинтилляционных спектрометров различными авторами, и отсутствие информации о зависимостях соответствующих вкладов с характеристиками сцинтиллятора, интерфейса сцинтиллятор-фотодетектор, характеристик фотодетектора, и характеристик электроники спектрометра, не позволяет однозначно сформулировать определение собственного разрешения сцинтилляционного детектора

Главный недостаток всех существующих работ заключается в возможности введения различных вкладов в формулу для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров, как правило, не давая определенных формул для связи этих вкладов с характеристиками детектора. Такой подход является не только неправильным, но и контрпродуктивным, поскольку не позволяет сравнивать результаты, полученные различными научными группами.

Правильный подход к получению формулы для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров заключается в создании теоретической модели, которая включает все возможные процессы, происходящие при превращении энергии регистрируемой частицы в выходной сигнал сцинтилляционного спектрометра. Только после этого, используя соответствующий формализм, теоретическая модель должна быть переведена в соответствующую математическую форму. Так как процесс преобразования энергии регистрируемой частицы в выходной сигнал сцинтилляционного спектрометра является случайным ветвящимся каскадным процессом, то для его описания должен использоваться формализм производящих функций вероятности. Только в этом случае, формулы для любых моментов функции распределения выходного сигнала будут строго следовать из теории. В соответствии с теоретической моделью, эти формулы будут содержать всю информацию о зависимостях всех вкладов в энергетическое разрешение от характеристик сцинтиллятора и других параметров сцинтилляционного спектрометра. Следует подчеркнуть, что любые изменения возможны только на стадии теоретической модели, поскольку математический формализм гарантирует получение всех необходимых формул. Только после получения формул для моментов функции распределения выходного сигнала, можно делать необходимые приближения, в частности определить собственное энергетическое разрешение сцинтилляционного детектора.

2. МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО ДЕТЕКТОРА С ОДНИМ ФОТОДЕТЕКТОРОМ

В работе [6], на основании микроскопической теории случайных ветвящихся каскадных процессов были получены формулы для энергетического разрешения сцинтилляционного спектрометра с несколькими фотодетекторами. Математическая модель учитывает, что процесс превращения энергии регистрируемой частицы в выходной сигнал спектрометра включает следующие последовательные этапы.

1. Этап взаимодействия регистрируемой частицы со сцинтилляционным кристаллом.
2. Этап генерации электронно-дырочных пар.
3. Этап рекомбинации электронно-дырочных пар.
4. Этап диффузии носителей (электронов, дырок и экситонов) в сцинтилляторе.
5. Этап активации люминесцентных центров.
6. Этап эмиссии светового фотона люминесцентным центром.
7. Этап светосбора светового фотона на фотокатод фотодетектора.
8. Этап преобразования светового фотона в фотоэлектрон в фотокатоде фотодетектора.
9. Этап усиления сигнала фотодетектором с учетом шумов электроники.

Микроскопический подход заключается в детальном описании случайных процессов преобразования энергии первичной частицы в детекторе, позволяющий получать моменты функции распределения амплитуды выходного сигнала через моменты функций распределения этапов, в частности, через совместные функции распределения вторичных частиц в элементах фазового пространства $d\Gamma = dVdEd\vec{\Omega}$.

Все приведенные выше формулы для энергетического разрешения применимы только к сцинтилляционным спектрометрам с одним фотодетектором при регистрации моноэнергетического рентгеновского излучения низкой энергией E_0. Поэтому, для сравнения с ними, формулы для среднего значения и относительной дисперсии выходного сигнала будут иметь вид

$$\langle Q(E_0)\rangle = \left\langle Y^c(E_0)\right\rangle_c \langle T(\vec{r}_c)\rangle_c \langle g\rangle , (14)$$

$$\eta_Q^2(E_0) = \eta_{\text{cov}}^2 + \eta_{\text{pair}}^2 + \eta_{tr}^2 + \eta_{gain}^2 + \eta_{\text{noise}}^2 , \ (15)$$

$$\eta_{\text{cov}}^2 = \frac{\int\limits_E \int\limits_{E'} dEdE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c \left\langle T^2(\vec{r}_c)\right\rangle_c}{\left\langle Y^c(E_0)\right\rangle_c^2 \langle T(\vec{r}_c)\rangle_c^2} - 1 \qquad (16)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве,

$$\eta_{\text{pair}}^2 = \frac{\int\limits_E dEu(E - E_{\min}) \left\langle F(E) \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} S(E) Q \right\rangle_c \left\langle T^2(\vec{r}_c)\right\rangle_c}{\left\langle Y^c(E_0)\right\rangle_c^2 \langle T(\vec{r}_c)\rangle_c^2} \ (17)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями числа электронно-дырочных пар,

$$\eta_{tr}^2 = \frac{1}{\left\langle Y^c(E_0)\right\rangle_c \left\langle T(\vec{r}_c)\right\rangle_c} - \frac{\int\limits_E dEu(E-E_{\min})\left\langle \frac{\partial Y^c(E_0,E)}{\partial E} S(E)Q \right\rangle_c \left\langle T^2(\vec{r}_c)\right\rangle_c}{\left\langle Y^c(E_0)\right\rangle_c^2 \left\langle T(\vec{r}_c)\right\rangle_c^2} \quad (18)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе;

$$\eta_{gain}^2 = \frac{1}{\left\langle Y^c(E_0)\right\rangle_c \left\langle T(\vec{r}_c)\right\rangle_c} \frac{\sigma_g^2}{\left\langle g\right\rangle^2} \quad (19)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями коэффициента усиления фотодетектора и электронного усилителя

$$\eta_{\text{noise}}^2 = \frac{\sigma_{\text{noise}}^2}{\left\langle Q(E_0)\right\rangle^2} \quad (20)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная шумами фотодетектора и электроники.

Во всех приведенных выше формулах,

$$\frac{\partial Y^c(E_0,E)}{\partial E} = \frac{w^c(E_0,E)}{\varepsilon_{\text{e-h}}(E)} S(E)Q, \quad (21)$$

- дифференциальный световыход сцинтиллятора для энергии электрона E, образованного рентгеновским квантом с энергией E_0, в процессе потери им энергии в сцинтилляторе, $w_\alpha^c(E_0,E)$ - дифференциальная плотность поглощённой энергии для определенной конфигурации c распределения поглощенной энергии в элементах фазового пространства $d\Gamma = dVdEd\vec{\Omega}$; $\varepsilon_{\text{e-h}}(E)$ - средняя энергия образования электронно-дырочной пары электроном с энергией E; $S(E)$ - вероятность активации люминесцентного центра, зависящая от тормозной способности электрона с энергией E; Q - квантовая эффективность процесса люминесценции;

$$Y^c(E_0) = \int\limits_E dEu(E-E_{\min}) \frac{\partial Y^c(E_0,E)}{\partial E} = E_0 L, \quad (22)$$

- световыход сцинтиллятора для рентгеновских квантов с энергией E_0; L - удельный световыход; $\langle g\rangle$ и σ_g^2 среднее значение и дисперсия коэффициента усиления фотодетектора. Индекс c при угловых скобках обозначает усреднение по всевозможным распределениям поглощенной энергии в элементах фазового пространства.

В приведенных выше формулах

$$T(\vec{r})=(1+\lambda_D^2\Delta)\int\limits_{\Omega'}\frac{d\vec{\Omega}'}{4\pi}\int\limits_{S}\int\limits_{\Omega''}dSd\vec{\Omega}''\tau(\vec{r},\lambda,\vec{\Omega}',S,\vec{\Omega}'')\eta(\lambda,S,\vec{\Omega}'') \qquad (23)$$

- вероятность сцинтилляционному фотону, испущенному люминесцентным центром в точке $\vec{r}$ объема сцинтиллятора, образовать фотоэлектрон в фотодетекторе; $\tau(\vec{r},\lambda,\vec{\Omega}',S,\vec{\Omega}'')-$ вероятность фотону с длиной волны λ, испущенному в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\vec{\Omega}'$, люминесцентным центром, находящимся в точке $\vec{r}$ объёма сцинтиллятора, достичь элемента поверхности dS входного окна фотодетектора в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\vec{\Omega}''$ относительно нормали к элементу поверхности фотокатода; $\eta(\lambda,S,\vec{\Omega}'')-$квантовая эффективность элемента поверхности dS фотодетектора к световому фотону с длиной волны λ, пересекающему входное окно в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\vec{\Omega}''$; λ_D- характерная длина диффузии носителей; $\Delta-$оператор Лапласа.

В отличие от существующих в литературе формул, формулы микроскопической теории содержат информацию о зависимостях всех вкладов в энергетическое разрешение от характеристик сцинтиллятора, интерфейса сцинтиллятор-фотодетектор, характеристиками фотодетектора и электронного тракта спектрометра.

3. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ ФОРМУЛ ДЛЯ СОБСТВЕННОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗРЕШЕНИЯ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО ДЕТЕКТОРА С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ.

Работа Брайтенбергера [2], являясь самой значительной теорией сцинтилляционных спектрометров для своего времени, содержит ряд фундаментальных недостатков. Во-первых, это - макроскопическая теория, в которой описание последовательных каскадных процессов основано на использовании моментов функций распределения средних значений соответствующих этапов. Во-вторых, она предполагает, что каждая регистрируемая частица с энергией E, взаимодействуя со сцинтиллятором, производит в среднем $\overline{N} = E / \varepsilon$ световых фотонов, где ε - средняя энергия образования светового фотона. Таким образом, в теории Брайтенбергера отсутствуют промежуточные этапы, которые происходят в сцинтилляторе, а именно, преобразование энергии регистрируемой частицы в энергию вторичных заряженных частиц, генерацию электронно-дырочных пар и возбуждение люминесцентных центров. В-третьих, она предполагает, что флуктуации числа световых фотонов подчиняются распределению Пуассона. В-четвертых, она применима только к сцинтилляционным спектрометрам с одним фотодетектором.

Все фундаментальные недостатки связаны с отсутствием микроскопического подхода, который позволяет учесть все этапы, происходящие при преобразовании энергии регистрируемой частицы в сигнал на выходе сцинтилляционного спектрометра. В частности, отсутствие этапов преобразования энергии регистрируемой частицы в энергию вторичных заряженных частиц, генерации электронно-дырочных пар и возбуждения люминесцентных центров, привели к тому, что рассмотрение процесса регистрации частицы в работе Брайтенбергера начинается с процесса образования световых фотонов.

Чтобы понять, к чему приводит отсутствие этапов, учитываемых в микроскопической теории, получим основные формулы теории Брайтенбергера. Структура слагаемых в формуле для энергетического разрешения отчетливо проявляется из формул теории Брайтенбергера, которые не учитывают флуктуации точки взаимодействия регистрируемой частицы в объеме сцинтиллятора. Для данного случая производящая функция вероятности имеет вид

$f_Q[s] = f_N[(1 - p + p \cdot f_{\mathrm{M}}[s])]$. (23)

Из производящей функции вероятности (23) следуют формулы для среднего значения и относительной дисперсии выходного сигнала сцинтилляционного спектрометра

$<Q> = \overline{N} \cdot \overline{p} \cdot \overline{M}$, (24)

$$\eta_Q^2 = \eta_N^2 + \frac{p(1-p)}{\overline{N}p^2} + \frac{1}{\overline{N}p}\eta_M^2 = \eta_N^2 + \frac{1}{\overline{N}p} - \frac{1}{\overline{N}} + \frac{1}{\overline{N}p}\eta_M^2 = \left[\eta_N^2 - \frac{1}{\overline{N}}\right] + \frac{1+\eta_M^2}{\overline{N}p}. \quad (25)$$

В формуле (25), в результате преобразований, две составляющие второго слагаемого, представляющего флуктуации вероятности образования фотоэлектрона световым фотоном, были объединены – отрицательная составляющая с флуктуациями числа световых фотонов, а положительная – с флуктуациями процесса умножения ФЭУ.

С учетом флуктуаций точки взаимодействия регистрируемой частицы в объеме сцинтиллятора производящая функция вероятности Брайтенбергера имеет вид

$$f_Q[s] = \sum_i q_i f_N[(1 - p_i + p_i \cdot f_{\text{M}}[s])], \quad (26)$$

где q_i - вероятности точек взаимодействия регистрируемой частицы в объеме сцинтиллятора.

Из производящей функции вероятности (26) следует формула для среднего значения

$$<Q> = \overline{N} \cdot \overline{p} \cdot \overline{M}, \quad (27)$$

и формула для относительной дисперсии выходного сигнала сцинтилляционного спектрометра, которую, в результате преобразований, можно привести к виду

$$\eta_Q^2 = \frac{\overline{p} - \overline{p^2}}{(\overline{p})^2} + \eta_N^2 \frac{\overline{p^2}}{(\overline{p})^2} + \frac{1}{\overline{N}} \frac{\overline{p} - \overline{p^2}}{(\overline{p})^2} + \frac{1}{\overline{N} \cdot \overline{p}} \eta_M^2 = \eta_p^2 + \left(1 + \eta_p^2\right)\left[\eta_N^2 - \frac{1}{\overline{N}}\right] + \frac{1 + \eta_M^2}{\overline{N} \cdot \overline{p}} =, \quad (28)$$

где $\eta_p^2 = (\overline{p} - \overline{p^2}) / (\overline{p})^2$ - относительная дисперсия процесса связанного с преобразованием светового фотона в фотоэлектрон

Из выражения (28) следует, что и в этом случае отрицательная составляющая третьего слагаемого, представляющего флуктуации вероятности образования фотоэлектрона световым фотоном, объединена с флуктуациями числа световых фотонов, а положительная – с флуктуациями процесса умножения ФЭУ.

Поэтому выражение в квадратных скобках не может представлять собственное энергетическое разрешение спектрометра, как утверждается в работах [1] и [4], поскольку оно содержит также отрицательную часть относительной дисперсии, представляющей флуктуации вероятности образования фотоэлектрона световым фотоном. Объединение отрицательной составляющей вклада, представляющего флуктуации вероятности образования фотоэлектрона световым фотоном, с флуктуациями числа световых фотонов неприемлемо. Если выразить флуктуации числа световых фотонов через фактор Фано для световых фотонов

$$\eta_Q^2 = \eta_p^2 + \left(1 + \eta_p^2\right)\frac{1}{\overline{N}}[F_N - 1] + \frac{1 + \eta_M^2}{\overline{N} \cdot \overline{p}}, \quad (29)$$

то, если флуктуации числа световых фотонов субпуассоновские, т.е. $F_N < 1$, то выражение в квадратных скобках становится отрицательным, в то время как все вклады в энергетическое разрешение должны быть строго положительными.

Формула (4) в работе [1], соответствующие формулы в работе [4], и третье слагаемое в формуле (13) в работе [5], не могут представлять статистический вклад ФЭУ или фотодиода, поскольку они содержат также положительную часть относительной дисперсии, представляющей флуктуации вероятности образования фотоэлектрона световым фотоном. Следует отметить, что в работе [5], этот положительный вклад также учитывается во втором слагаемом формулы (13), то есть, дважды.

Относительная дисперсия выходного сигнала сцинтилляционного спектрометра не должна содержать фактора Фано для световых фотонов. Это связано с тем, что флуктуации процесса испускания световых фотонов различными люминесцентными центрами в сцинтилляторе являются независимыми. Так как процесс испускания светового фотона люминесцентным центром описывается биномиальным распределением, то его флуктуации учитываются в формуле (18). В относительную дисперсию выходного сигнала спектрометра, входит только фактор Фано, определяющий флуктуации числа электронно-дырочных пар (17).

Фактор Фано для световых фотонов (11), введенный в работе [5], фактически определяется флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе. А это означает, что введенный фактор Фано для световых фотонов определяется многими характеристиками конкретного спектрометра, такими как геометрия сцинтилляционного кристалла, его прозрачность, квантовый выход фотоприемника, и т.д. Поэтому, фактор Фано для световых фотонов (11) не фундаментален, и его введение бессмысленно с точки зрения сравнения результатов, полученных различными исследователями.

Фактор Фано для электронно-дырочных пар, который характеризует флуктуации процесса образования электронно-дырочных пар в сцинтилляторе (17), является единственным фундаментальным фактором, который входит в формулу для энергетического разрешения сцинтилляционного спектрометра. Следует отметить, что вклад флуктуаций процесса образования электронно-дырочных пар может быть представлен в форме (9) только для абсолютно прозрачного сцинтилляционного кристалла, иначе этот вклад должен быть представлен формулой (17).

4. СОБСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО ДЕТЕКТОРА

Наиболее правильным определением собственного энергетического разрешения сцинтилляционного детектора является его определение как неустранимый предел, который может быть достигнут, когда все параметры детектора достигают своих предельных значений и их флуктуации отсутствуют. В частности, в сцинтилляционных спектрометрах этот идеальный случай реализуется в случае, когда флуктуации коэффициента усиления фотодетектора и электронного усилителя, а также шумы фотодетектора и электроники отсутствуют, т.е. $\sigma_g^2 = 0$ и $\sigma_{\mathrm{noise}}^2 = 0$; каждая электронно-дырочная пара образует сцинтилляционный фотон, т.е. $S(E)Q = 1$; сцинтилляционный кристалл абсолютно прозрачен и квантовый выход фотокатода равен единице, т.е. $T(\vec{r}_c) = 1$. В этом случае собственное разрешение детектора будет содержать только два слагаемых

$$\eta_{\mathrm{int}}^2 = \eta_Y^2 + \eta_{\mathrm{pair}}^2 . \qquad (30)$$

В формуле (30)

$$\eta_Y^2 = \frac{\int\limits_E \int\limits_{E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c}{\left\langle Y^c(E_0) \right\rangle_c^2} - 1 \qquad (31)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала детектора, обусловленная ковариациями дифференциального световыхода сцинтиллятора. Именно это слагаемое связано с непропорциональностью световыхода, т.е. с зависимостью дифференциального световыхода от энергии электрона в процессе потерь им энергии в сцинтилляторе.

Только в случае, если дифференциальный световыход сцинтиллятора и средняя энергия образования электронно-дырочной пары не зависят от энергии электрона, то, в соответствии с формулой (21), формула (31) будет соответствовать относительной дисперсии выходного сигнала детектора, обусловленной ковариациями поглощенной энергии в сцинтилляторе

$$\eta_Y^2 = \eta_W^2 = \frac{\left\langle \int\limits_E \int\limits_{E'} dEdE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) w^c(E_0, E) \cdot w^c(E_0, E') \right\rangle_c}{\left\langle W^c(E_0, E_{\min}) \right\rangle_c^2} - 1, \qquad (32)$$

где

$$\left\langle W^c(E_0, E_{\min}) \right\rangle_c = \left\langle \int\limits_E dEu(E - E_{\min}) w^c(E_0, E) \right\rangle_c \approx E_0 \qquad (33)$$

- средняя энергия, поглощенная в сцинтилляторе, пошедшая на образование электронно-дырочных пар, при регистрации рентгеновского излучения с энергией E_0.

Второе слагаемое в формуле (30) представляет собой относительную дисперсию выходного сигнала детектора, обусловленную флуктуациями числа электронно-дырочных пар

$$\eta_{\text{pair}}^2 = \frac{\int\limits_E dEu(E - E_{\min}) \left\langle F(E) \dfrac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \right\rangle_c}{\left\langle Y^c(E_0) \right\rangle_c^2}. \ (34)$$

Если средняя энергия образования электронно-дырочной пары и фактор Фано не зависят от энергии электрона, то, в соответствии с формулами (20) и (21), формула (34) примет вид

$$\eta_{\text{pair}}^2 = \frac{F\varepsilon_{\text{e-h}}}{\left\langle W^c(E_0, E_{\min}) \right\rangle_c} \approx \frac{F\varepsilon_{\text{e-h}}}{E_0}. \ (35)$$

Таким образом, собственное разрешение сцинтилляционного детектора определяется нелинейностью световыхода, и флуктуациями числа электронно-дырочных пар.

$$\eta_{\text{int}}^2 = \eta_Y^2 + \frac{F\varepsilon_{\text{e-h}}}{E_0}. \ (36)$$

Зависимость последнего слагаемого в формуле (36) от обратной энергии регистрируемых частиц позволяет разделить вклад в собственное разрешение сцинтилляционного детектора, связанный с нелинейностью световыхода, и вклад, связанный с фактором Фано. Эта зависимость дает возможность их экспериментального определения. В частности, в работе [8] показано, что использование относительной ковариации между двумя сигналами фотодетекторов сцинтилляционного спектрометра также позволяет определить флуктуации, связанные с нелинейностью световыхода и значение фактора Фано в сцинтилляционном кристалле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. Dorenbos *et al*., IEEE Trans. Nucl. Sci. **41**, 2190 (1995);
2. E. Breitenberger, Progr. in Nucl. Phys. **4**, 56 (1955);
3. J. B. Birks, *The Theory and Practice of Scintillation Counting* (Pergamon Press, London, 1967);
4. C. Kuntner *et al*., Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res. A **493**, 131 (2002);
5. A. Gektin, A. Vasil'ev, Radiation Measurements, **122**, 108 (2019);
6. V. V. Samedov, EPJ Web of Conferences **225**, 01007 (2020);
7. R. Loudon, *The Quantum Theory of Light* (Oxford University Press, New York, 2000);
8. V. V. Samedov, Physics of Atomic Nuclei **82**, 1647 (2019).