

ЗАЧЕМ НУЖНА ФОРМУЛА ДЛЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАЗРЕШЕНИЯ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО СПЕКТРОМЕТРА С НЕСКОЛЬКИМИ ФОТОДЕТЕКТОРАМИ?

В. В. Самедов

Национальный Исследовательский Ядерный университет «МИФИ»

В настоящее время появляются работы, в которых предлагаются различные формулы для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров, порой противоречащие друг другу. Слагаемые, входящие в формулы для энергетического разрешения, различаются не только названиями, но также и физическим смыслом учитываемых ими процессов. Главный недостаток всех существующих теорий сцинтилляционных спектрометров заключается в необоснованном введении различных слагаемых в формулу для энергетического разрешения, без их связи с конкретными характеристиками сцинтилляционного детектора. Такой подход является не только неправильным, но и контрпродуктивным, поскольку не позволяет сравнивать результаты, полученные различными научными группами. В данной работе, на основании стандартной теории сцинтилляционных спектрометров с несколькими фотодетекторами, проведен анализ недостатков существующих теорий. Показано, что только формулы стандартной теории для произвольных моментов функции распределения выходных сигналов фотодетекторов сцинтилляционного спектрометра служат надежной основой для связи теоретических и экспериментальных исследований в области физики сцинтилляционных детекторов.

Ключевые слова: сцинтилляционный детектор, фотодетектор, энергетическое разрешение, световыход, нелинейность световыхода, светосбор, фактор Фано, ковариации сигналов,

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время, физика сцинтилляторов представляет широкую область теоретических и экспериментальных исследований в физике и химии сцинтилляторов, в области технологий создания новых сцинтилляционных кристаллов и их использованию в физических экспериментах. Однако все особенности и преимущества нового сцинтиллятора проявляются только в экспериментальных исследованиях его свойств в качестве кристалла сцинтилляционного спектрометра. Поэтому, одна из целей теории сцинтилляционных спектрометров состоит в том, чтобы сформулировать условия, при которых особенности процессов, происходящих в сцинтилляторе, могут быть извлечены из сигнала фотодетектора сцинтилляционного спектрометра.

Работа Эрнста Брайтенбергера [1] была первой фундаментальной работой в теории

сцинтилляционных спектрометров, в которой была последовательно использована теория случайных процессов. Все главные формулы и выводы этой работы воспроизведены в книге Дж. Биркса [2], которая до сих пор является справочным пособием для физиков, работающих в области сцинтилляционных детекторов.

Работа Брайтенбергера, являясь самой значительной теорией сцинтилляционных спектрометров для своего времени, содержит ряд фундаментальных недостатков. Во-первых, это - макроскопическая теория, в которой описание последовательных каскадных процессов основано на использовании моментов функций распределения средних значений соответствующих этапов. Во-вторых, она предполагает, что каждая регистрируемая частица с энергией E , взаимодействуя со сцинтиллятором, производит в среднем $\bar{N} = E / \varepsilon$ световых фотонов, где ε - средняя энергия образования светового фотона. Таким образом, в теории отсутствуют промежуточные этапы, которые происходят в сцинтилляторе, а именно, преобразование энергии регистрируемой частицы в энергию вторичных заряженных частиц, генерацию электронно-дырочных пар и возбуждение люминесцентных центров. В-третьих, она предполагает, что флуктуации числа световых фотонов подчиняются распределению Пуассона. В-четвертых, она применима только к сцинтилляционным спектрометрам с одним фотодетектором.

В работах [1,2], приведены формулы для среднего значения и относительной дисперсии выходного сигнала сцинтилляционного детектора

$$\bar{Q} = \bar{N} \cdot \bar{p} \cdot \bar{M} \quad (1)$$

$$\eta_Q^2 = \frac{\sigma_Q^2}{\bar{Q}^2} = \eta_p^2 + (1 + \eta_p^2) \left(\eta_N^2 - \frac{1}{N} \right) + \frac{1 + \eta_M^2}{N \cdot p} \quad (2)$$

где \bar{N} и η_N^2 - среднее значение и относительная дисперсия числа световых фотонов; \bar{p} и η_p^2 - среднее значение и относительная дисперсия вероятности образовать фотону фотоэлектрон

на первом диноде фотоумножителя.

Из формулы (2) следует, что минимальное значение относительной дисперсии достигается, когда флуктуации числа световых фотонов описываются распределением Пуассона. При отсутствии флуктуации образования фотоэлектрона на первом диноде фотоумножителя, т.е. $\eta_p^2 = 0$, $\bar{p} = p$, относительная дисперсия минимальна

$$\eta_{Q\min}^2 = \frac{1 + \eta_M^2}{N \cdot p}. \quad (3)$$

Следует отметить, что эта формула во многих теоретических работах интерпретируется как собственное энергетическое разрешение сцинтилляционного детектора, т.е. минимальное энергетическое разрешение, которое может быть достигнуто в сцинтилляционном детекторе.

2. МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ ТЕОРИИ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ ПОСЛЕ РАБОТЫ БРАЙТЕНБЕРГЕРА

В последующих работах, чтобы объяснить несоответствие между результатами эксперимента и формулой (3), авторы начали включать различные вклады, отражающие, с их точки зрения, влияние тех или иных факторов на энергетическое разрешение сцинтилляционных спектрометров. Не вдаваясь в конкретные обозначения в приведенных ниже формулах различных авторов, отметим включение в формулу для энергетического разрешения сцинтилляционного спектрометра вкладов, отличающихся не только названиями, но также и физическим смыслом принимаемых во внимание процессов. Так, в работе [3], дана формула

$$\left(\Delta E / E\right)^2 = \delta_{sc}^2 + \delta_p^2 + \delta_{st}^2 + \delta_n^2, \quad (4)$$

где δ_{sc}^2 - собственная разрешающая способность сцинтиллятора, δ_p^2 - вклад, связанный со

сбором света фотоумножителем или фотодиодом, δ_{st}^2 - вклад статистических процессов умножения электронов в фотоумножителе или флуктуационных процессов в фотодиоде, и δ_n^2 - вклад электронных шумов. В работе [3], только для вклада статистических процессов умножения электронов в фотоумножителе, дана формула

$$\delta_{st} = 2.35\sqrt{(1+\varepsilon)/N}, \quad (5)$$

где N - число фотоэлектронов, ε - относительная дисперсия коэффициента умножения фотоумножителя.

Подобная формула для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров дана в [4]

$$R^2 = R_{np}^2 + R_{inh}^2 + R_{tr}^2 + R_{lim}^2, \quad (6)$$

где R_{np}^2 - вклад, связанный с непропорциональностью световыхода, R_{inh}^2 - вклад, связанный с неоднородностью кристалла сцинтиллятора, R_{tr}^2 - вклад, связанный со сбором света на фотокатод фотоумножителя, R_{lim}^2 - предельное разрешение сцинтилляционного детектора. В [4], формула для предельного разрешения сцинтилляционного детектора совпадает с формулой для статистических процессов умножения электронов в фотоумножителе (5).

В классической книге [5], дана формула для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров

$$(FWHM)_{overall}^2 = (FWHM)_{statistical}^2 + (FWHM)_{noise}^2 + (FWHM)_{drift}^2 + \dots, \quad (7)$$

в которой возможные вклады в энергетическое разрешение только упомянуты, без приведения конкретных формул.

В книге [6], посвященной детекторам элементарных частиц, приведена формула для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров

$$\frac{\sigma_{E_{dep}}}{E_{dep}} = \sqrt{\frac{f}{N_{pe}} + \left(\frac{\sigma_e}{E_{dep}}\right)^2} + \Delta^2, \quad (8)$$

где N_{pe} - число фотоэлектронов; f - избыточный фактор шума; σ_e - вклад шума электроники; Δ - вклад, связанный с непропорциональностью световыхода сцинтиллятора.

В работах [7] и [8], авторы попытались объяснить вклад непропорциональности световыхода в сцинтилляторе в энергетическое разрешение, разделив вклады от ионизационных потерь и от дельта-электронов. Однако в результате авторы суммировали относительные дисперсии вкладов, таким образом, аннулировав все свои усилия, поскольку такой подход является неправильным.

В работе [9], авторы, в результате анализа факторов, влияющих на энергетическое разрешение, привели формулу, которая, с их точки зрения, учитывает все вклады, определяющие энергетическое разрешение сцинтилляционного детектора

$$R_{int} = 2.355 \sqrt{\frac{F_{eh}}{\langle N_{eh} \rangle} + \frac{F_{ph}}{\langle N_{ph} \rangle} + \frac{1 + \varepsilon}{\langle N_{pe} \rangle} + \sigma_{inhom}^2 + \sigma_{track}^2} \quad (9)$$

причем авторы, помимо фактора Фано для электронно-дырочных пар F_{eh} , ввели в рассмотрение фактор Фано для световых фотонов F_{ph} .

Еще раз отметим неоднозначность вкладов в энергетическое разрешение сцинтилляционных спектрометров различными авторами, и отсутствие информации о зависимостях соответствующих вкладов с характеристиками сцинтиллятора, интерфейса сцинтиллятор-фотодетектор, характеристик фотодетектора, и характеристик электроники спектрометра.

Анализ недостатков всех существующих работ, посвященных энергетическому разрешению сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором, проведен в работе [10], и основных выводов мы кратко коснемся в разделе 5.

В единственной работе [11] получено выражение для энергетического разрешения и коэффициента корреляции между сигналами двух фотоумножителей сцинтилляционного спектрометра. В своей математической модели авторы считали, что поглощенный гамма-квант с энергией E производит в сцинтилляционном кристалле случайное число световых фотонов N , которые производят случайное число фотоэлектронов n в фотодетекторе. Авторы ввели два фактора Фано – фактор Фано для сцинтилляционных фотонов

$$F_N = \sigma_N^2 / \langle N \rangle, \quad (10)$$

и фактор Фано для фотоэлектронов

$$F_n = \sigma_n^2 / \langle n \rangle, \quad (11)$$

где $\langle N \rangle$ и σ_N^2 - среднее число и дисперсия числа сцинтилляционных фотонов, генерируемых гамма-квантом; $\langle n \rangle$ и σ_n^2 - среднее число и дисперсия числа фотоэлектронов, образуемых сцинтилляционными фотонами в фотоприемнике. Они использовали соотношение между средним числом фотоэлектронов и сцинтилляционных фотонов

$$\langle n \rangle = \langle N \rangle \eta, \quad (12)$$

где η - вероятность превращения фотона в фотоэлектрон в фотоприемнике; соотношение между факторами Фано

$$F_n = 1 + \eta(F_N - 1); \quad (13)$$

и матрицу ковариации для числа фотоэлектронов на фотокатодах двух фотоумножителей

$$K_{ij}^{(n)} = \langle N \rangle \begin{bmatrix} \eta_1 + \eta_1^2(F_N - 1) & \eta_1 \eta_2(F_N - 1) \\ \eta_1 \eta_2(F_N - 1) & \eta_2 + \eta_2^2(F_N - 1) \end{bmatrix}. \quad (14)$$

С учётом среднего значения $\langle G_j \rangle$ и относительной дисперсии $\alpha_j = \text{var}(G_j) / \langle G_j \rangle^2$ коэффициента умножения фотоумножителя, и связи сигналов со средним числом световых фотонов $\langle s_j \rangle = \eta_j \langle G_j \rangle \langle N \rangle$, элементы матрицы ковариации для сигналов двух

фотоумножителей имеют вид

$$K_{jj}^{(s)} = \frac{\langle s_j \rangle^2}{\eta_j \langle N \rangle} [1 + \alpha + \eta(F_N - 1)], \quad (15)$$

$$K_{ij}^{(s)} = \frac{\langle s_i \rangle \langle s_j \rangle}{\langle N \rangle} (F_N - 1). \quad (16)$$

В результате они получили выражение для коэффициента корреляции сигналов фотоумножителей для симметричного случая

$$r_{12} = \frac{K_{12}^{(s)}}{\sqrt{K_{11}^{(s)} K_{22}^{(s)}}} = \frac{\eta(F_N - 1)}{1 + \alpha + \eta(F_N - 1)}, \quad (17)$$

и связь фактора Фано для световых фотонов с коэффициентом корреляции сигналов фотоумножителей

$$\hat{F}_N = 1 + \frac{\hat{r}_{12}}{1 - \hat{r}_{12}} \frac{1 + \alpha}{\eta}, \quad (18)$$

где знак каре над символом означает статистическую оценку соответствующей величины.

Из своих экспериментальных данных [11], подтвержденных авторами в их следующей статье [12], они получили значение для фактора Фано для световых фотонов в сцинтилляторе LaBr3:Ce значение $F_N = 0.10 \pm 0.16$ с фотоумножителями Hamamatsu R6233-100, и значение $F_N = 0.09 \pm 0.20$ с фотоумножителями Hamamatsu R7600U-200. Это дало им основание объявить об открытии субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах. Не останавливаясь на погрешностях их экспериментальных данных, на которые я обратил их внимание в работе [13], я объяснил ошибочное введение фактора Фано для световых фотонов в работе [14], и приведу аргументы в Разделе 5.

Главный недостаток всех существующих работ заключается в возможности введения различных слагаемых в формулу для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров, как правило, не давая определенных формул для их связи с характеристиками

сцинтилляционного спектрометра. Однако, такое введение различных вкладов "руками" является только неправильным, но также и контрпродуктивным, поскольку не позволяет сравнивать результаты, полученные различными научными группами.

Правильный подход к получению формулы для энергетического разрешения сцинтилляционных спектрометров заключается в создании теоретической модели, которая включает все возможные процессы, происходящие при превращении энергии регистрируемой частицы в выходной сигнал сцинтилляционного детектора. Только после создания теоретической модели, она, используя соответствующий формализм, должна быть переведена в соответствующую математическую форму. Так как процесс превращения энергии регистрируемой частицы в выходной сигнал сцинтилляционного детектора является ветвящимся каскадным случайным процессом, то для его математического описания должен использоваться формализм производящих функций вероятности (ПФВ). Только в этом случае, формулы для любых моментов функции распределения выходного сигнала будут строго следовать из теории. В соответствии с теоретической моделью, эти формулы будут содержать всю информацию о зависимостях всех вкладов в энергетическое разрешение от характеристик сцинтиллятора, интерфейса сцинтиллятор-фотодетектор, характеристик фотодетектора, и характеристик электроники сцинтилляционного спектрометра. Только такая формула будет обладать предсказательной способностью. Следует подчеркнуть, что любое изменение в теории возможно только на этапе формулирования теоретической модели, так как математический формализм впоследствии гарантирует получение всех необходимых формул. Только после получения формул для моментов функции распределения выходного сигнала, можно делать необходимые приближения, учитывающие условия эксперимента, при которых из характеристик выходного сигнала можно извлечь информацию об особенностях процессов, происходящих в детекторе при регистрации излучения.

3. МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО ДЕТЕКТОРА С НЕСКОЛЬКИМИ ФОТОДЕТЕКТОРАМИ

Главный недостаток теории Брайтенбергера, и всех последующих работ, состоит в том, что они являются макроскопическими теориями, учитывающими ветвящиеся каскадные процессы через моменты функций распределения, которые являются средними значениями соответствующих этапов. Микроскопическая теория ветвящихся каскадных случайных процессов была разработана в теории ливневых спектрометров [15] и опубликована в работах [16] и [17].

В работе [18], была сформулирована математическая модель регистрации первичной частицы сцинтилляционным спектрометром с несколькими фотодетекторами.

Математическая модель принимает во внимание, что процесс преобразования энергии регистрируемой частицы в выходные сигналы фотодетекторов сцинтилляционного спектрометра включает следующие последовательные этапы.

1. Этап взаимодействия регистрируемой частицы со сцинтилляционным кристаллом.
2. Этап генерации электронно-дырочных пар.
3. Этап рекомбинации электронно-дырочных пар.
4. Этап диффузии носителей (электронов, дырок и экситонов) в сцинтилляторе.
5. Этап активации люминесцентных центров.
6. Этап эмиссии светового фотона люминесцентным центром.
7. Этап светосбора светового фотона на фотокатод фотодетектора.
8. Этап преобразования светового фотона в фотоэлектрон в фотокатод фотодетектора.
9. Этап усиления сигнала фотодетектором и электронным усилителем, с учетом шумов электроники.

Микроскопический подход заключается в детальном описании случайных процессов преобразования энергии первичной частицы в детекторе, позволяющий выразить моменты

функции распределения амплитуды выходного сигнала через моменты функций распределения этапов, в частности, через совместные функции распределения вторичных частиц в элементах фазового пространства $d\Gamma = dVdEd\vec{\Omega}$.

Необходимо отметить, что математическая модель применима не только к неорганическим сцинтилляторам, но также и к органическим сцинтилляторам, если учесть, что этап генерации электронно-дырочных пар соответствует этапу ионизации и возбуждения органических молекул; этап рекомбинации электронно-дырочных пар - этапу «тушения» люминесценции; этап диффузии носителей - этапу миграции энергии возбуждения к другим молекулам; этап активации люминесцентного центра - этапу перехода энергии возбуждения соответствующему радиационному переходу; этап эмиссии светового фотона люминесцентным центром - этапу радиационного перехода с эмиссией светового фотона.

Для случая, когда энергия регистрируемых моноэнергетических частиц E_0 полностью поглощается в объеме детектора, формула для среднего значения суммарного сигнала сцинтилляционного детектора с N фотодетекторами микроскопической теории имеет вид

$$\langle Q(E_0) \rangle = \sum_{\alpha=1}^A \iiint dVdEd\vec{\Omega} u(E - E_{\alpha \min}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})) \left\langle \frac{w_{\alpha}^c(E_0, \vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\varepsilon_{e-h \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \left(\sum_{n=1}^N \langle \chi_{n \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rangle_D \langle g_n \rangle \right) \right\rangle_c \quad (19)$$

где $w_{\alpha}^c(E_0, \vec{r}, E, \vec{\Omega})$ - дифференциальная плотность поглощенной энергии в элементе объема детектора dV , при появлении вторичных частиц типа α , в элементе фазового пространства $d\Gamma = dVdEd\vec{\Omega}$; $\varepsilon_{e-h \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ - средняя энергия образования электронно-дырочной пары вторичной частицей типа α , принадлежащей элементу фазового пространства $d\Gamma$; $\langle g_n \rangle$ - коэффициент усиления электроники n -го фотодетектора; $u(E - E_{\alpha \min}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}))$ - единичная функция Хевисайда, которая учитывает порог генерации электронно-дырочных пар вторичными частицами. Индекс c при угловых скобках обозначает усреднение по

всевозможным распределениям поглощенной энергии в элементах фазового пространства.

В формуле (19)

$$\left\langle \chi_{n\alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \right\rangle_D = \sum_{l=1}^L p_l(\lambda_l)(1 + \lambda_D^2 \Delta) \int_{\vec{\Omega}'} d\vec{\Omega}' \varepsilon_{r\alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \varepsilon_a(\vec{r}) \varepsilon_e(\vec{r}, \lambda_l, \vec{\Omega}') \int_{S_n} \int_{\vec{\Omega}_n''} dS_n d\vec{\Omega}_n'' \tau_n(\vec{r}, \lambda_l, \vec{\Omega}', S_n, \vec{\Omega}_n'') \eta_n(\lambda_l, S_n, \vec{\Omega}_n'')$$

(20)

Индекс D при угловых скобках обозначает усреднение по плотности вероятности диффузии носителей, с характерной длиной диффузии λ_D ; Δ оператор Лапласа; $p_l(\lambda_l)$ - вероятность l -го квантового перехода с излучением фотона с длиной волны λ_l ; $\varepsilon_{r\alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ - вероятность электронно-дырочной пары, образованной в точке \vec{r} объема сцинтиллятора, выжить в результате процесса рекомбинации или образовать экситон, которая сильно зависит от плотности ионизации производимой вторичной частицей типа α , принадлежащей элементу фазового пространства $d\Gamma$; $\varepsilon_a(\vec{r})$ - вероятность активации люминесцентного центра в точке \vec{r} объема сцинтиллятора; $\varepsilon_e(\vec{r}, \lambda_l, \vec{\Omega}')$ - вероятность того, что в результате квантового перехода люминесцентного центра, находящегося в точке \vec{r} объема сцинтиллятора, будет излучен световой фотон с длиной волны λ_l , распространяющийся в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\vec{\Omega}'$; $\tau_n(\vec{r}, \lambda_l, \vec{\Omega}', S_n, \vec{\Omega}_n'')$ - вероятность фотону с длиной волны λ_l , испущенному в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\vec{\Omega}'$, люминесцентным центром, находящимся в точке \vec{r} объема сцинтиллятора, достичь элемента поверхности dS_n входного окна n -го фотодетектора в направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\vec{\Omega}''$, относительно нормали к элементу поверхности фотокатода; $\eta_n(\lambda_l, S_n, \vec{\Omega}_n'')$ - квантовая эффективность элемента поверхности dS_n n -го фотодетектора к световому фотону с длиной волны λ_l , пересекающему входное окно в

направлении, принадлежащем элементу телесного угла $d\vec{\Omega}'$.

Формула для дисперсии суммарного сигнала сцинтилляционного детектора с N фотодетекторами микроскопической теории имеет вид

$$\sigma_Q^2(E_0) = \sigma_{\text{cov}}^2 + \sigma_{\text{pair}}^2 + \sigma_{tr}^2 + \sigma_{\text{gain}}^2 + \sigma_{\text{noise}}^2 \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{cov}}^2 = & \sum_{\alpha=1}^A \sum_{\alpha'=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\vec{\Omega}} \iiint_{\vec{\Omega}'} dV dE d\vec{\Omega} dV' dE' d\vec{\Omega}' u(E - E_{\alpha \min}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})) u(E' - E_{\alpha' \min}(\vec{r}', E', \vec{\Omega}')) \times \\ & \left\langle \frac{w_{\alpha}^c(E_0, \vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\varepsilon_{e-h \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \left(\sum_{n=1}^N \langle \chi_{n \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rangle_D \langle g_n \rangle \right) \frac{w_{\alpha'}^c(E_0, \vec{r}', E', \vec{\Omega}')}{\varepsilon_{e-h \alpha'}(\vec{r}', E', \vec{\Omega}')} \left(\sum_{n'=1}^N \langle \chi_{n' \alpha'}(\vec{r}', E', \vec{\Omega}') \rangle_D \langle g_{n'} \rangle \right) \right\rangle_c \\ & - \left(\sum_{\alpha=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\vec{\Omega}} dV dE d\vec{\Omega} u(E - E_{\alpha \min}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})) \left\langle \frac{w_{\alpha}^c(E_0, \vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\varepsilon_{e-h \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \left(\sum_{n=1}^N \langle \chi_{n \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rangle_D \langle g_n \rangle \right) \right\rangle_c \right)^2 \end{aligned} \quad (22)$$

- дисперсия суммарного сигнала спектрометра, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве;

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{pair}}^2 = & \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\vec{\Omega}} dV dE d\vec{\Omega} u(E - E_{\alpha \min}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})) \times \\ & \left\langle F_{\alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \frac{w_{\alpha}^c(E_0, \vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\varepsilon_{e-h \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \left(\sum_{n=1}^N \langle \chi_{n \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rangle_D \langle g_n \rangle \right) \right\rangle_c^2 \end{aligned} \quad (23)$$

- дисперсия суммарного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями числа

электронно-дырочных пар, где $F_{\alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ - фактор Фано для образования электронно-

дырочных пар в точке \vec{r} объема сцинтиллятора вторичной частицей типа α , принадлежащей элементу фазового пространства $d\Gamma$;

$$\begin{aligned} \sigma_{tr}^2 = & \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V \iiint_E \iiint_{\vec{\Omega}} dV dE d\vec{\Omega} u(E - E_{\alpha \min}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})) \times \\ & \left\langle \frac{w_{\alpha}^c(E_0, \vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\varepsilon_{e-h \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \left(\sum_{n=1}^N \langle \chi_{n \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rangle_D \langle g_n \rangle \right)^2 - \left(\sum_{n=1}^N \langle \chi_{n \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rangle_D \langle g_n \rangle \right) \right\rangle_c \end{aligned} \quad (24)$$

- дисперсия суммарного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями процессов,

происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в одном из фотодетекторов;

$$\sigma_{gain}^2 = \sum_{\alpha=1}^A \iiint_V dV dE d\vec{\Omega} u(E - E_{\alpha \min}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})) \left\langle \frac{w_{\alpha}^c(E_0, \vec{r}, E, \vec{\Omega})}{\varepsilon_{e-h \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})} \sum_{n=1}^N \langle \chi_{n \alpha}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rangle_D \sigma_{g n}^2 \right\rangle_c \quad (25)$$

- дисперсия суммарного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями коэффициентов усиления фотодетекторов и электронных усилителей, где $\sigma_{g n}^2$ - дисперсия коэффициента усиления электроники n -го фотодетектора;

$$\sigma_{noise}^2 = \sum_{n=1}^N \sigma_{noise n}^2 \quad (26)$$

- дисперсия, обусловленная шумами фотодетекторов и электроники, где $\sigma_{noise n}^2$ - дисперсия шумов электроники n -го фотодетектора.

Выражения (19) - (26) являются самыми общими формулами микроскопической теории для среднего значения и дисперсии суммарного сигнала сцинтилляционного спектрометра с несколькими фотодетекторами, и являются основой для различных приближений. В частности, эти формулы содержат выражения для среднего значения и дисперсии сигнала любого фотодетектора, если при суммировании по n оставить только одно слагаемое, соответствующее выбранному фотодетектору.

Все существующие в литературе формулы для энергетического разрешения применимы только к сцинтилляционным спектрометрам с одним фотодетектором при регистрации моноэнергетического рентгеновского излучения низкой энергии E_0 , когда вся энергия первичной частицы поглощается локально в точке \vec{r}_c , и вторичными частицами являются электроны. При этом считается, что люминесцентные центры осуществляют один излучающий переход. В этом случае

$$\langle \chi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \rangle_D = S(E)QT(\vec{r}), \quad (27)$$

где $S(E) = \varepsilon_r(E)\varepsilon_a$ - стандартное обозначение для вероятности активации люминесцентного центра одной электронно-дырочной парой, которая может зависеть только от тормозной способности, а, следовательно, от энергии вторичного электрона; Q - квантовая эффективность процесса люминесценции $Q/4\pi = \varepsilon_e(\vec{r}, \lambda, \vec{\Omega}')$;

$$T(\vec{r}) = (1 + \lambda_D^2 \Delta) \int_{\Omega'} \frac{d\vec{\Omega}'}{4\pi} \int_S dS d\vec{\Omega}'' \tau(\vec{r}, \lambda, \vec{\Omega}', S, \vec{\Omega}'') \eta(\lambda, S, \vec{\Omega}'') \quad (28)$$

- вероятность сцинтилляционному фотону, испущенному люминесцентным центром в точке \vec{r} объема сцинтиллятора, образовать фотоэлектрон в фотодетекторе.

Так как обычно объем сцинтиллятора много больше объема области конверсии низкоэнергетического фотоэлектрона в энергию электронно-дырочных пар, то можно считать, что все электронно-дырочные пары образуются в точке взаимодействия рентгеновского кванта со сцинтилляционным кристаллом. В этом случае, вся энергия первичной частицы поглощается локально в точке \vec{r}_c , и дифференциальная плотность поглощенной энергии в объеме однородного и изотропного сцинтиллятора факторизуется

$$w_\alpha^e(E_0, \vec{r}, E, \vec{\Omega}) = w^e(E_0, E) \rho(\vec{r}) \delta(\vec{r} - \vec{r}_c), \quad (29)$$

где $\rho(\vec{r})$ - плотность вероятности взаимодействия рентгеновского кванта в объеме сцинтиллятора, $\delta(\vec{r} - \vec{r}_c)$ - дельта-функция Дирака. При этом, при усреднении по всевозможным комбинациям вторичных частиц в фазовом пространстве, усреднение по пространственной координате обусловлено пространственными флуктуациями точки взаимодействия рентгеновского кванта в объеме сцинтиллятора.

Для сравнения с существующим в литературе формулами для энергетического разрешения сцинтилляционного спектрометра с одним фотодетектором, более удобно использовать относительную дисперсию, связанную с энергетическим разрешением соотношением

$$\frac{\Delta E}{E_0} = 2.36 \frac{\sigma_Q(E_0)}{\langle Q(E_0) \rangle} = 2.36 \eta_Q(E_0), \quad (30)$$

где ΔE – полная ширина линии с энергией E_0 на половине высоты (ПШПВ).

В данном приближении формулы микроскопической теории для среднего значения и дисперсии суммарного сигнала сцинтилляционного спектрометра с одним фотодетектором принимают вид

$$\langle Q(E_0) \rangle = \langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T(\vec{r}_c) \rangle_c \langle g \rangle, \quad (31)$$

$$\eta_Q^2(E_0) = \eta_{\text{cov}}^2 + \eta_{\text{pair}}^2 + \eta_{\text{tr}}^2 + \eta_{\text{gain}}^2 + \eta_{\text{noise}}^2, \quad (32)$$

где

$$\eta_{\text{cov}}^2 = \frac{\int \int_{E E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c \langle T^2(\vec{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\vec{r}_c) \rangle_c^2} - 1 \quad (33)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве;

$$\eta_{\text{pair}}^2 = \frac{\int_E dE u(E - E_{\min}) \left\langle F(E) \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} S(E) Q \right\rangle_c \langle T^2(\vec{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\vec{r}_c) \rangle_c^2} \quad (34)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями числа электронно-дырочных пар;

$$\eta_{\text{tr}}^2 = \frac{1}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T(\vec{r}_c) \rangle_c} - \frac{\int_E dE u(E - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} S(E) Q \right\rangle_c \langle T^2(\vec{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T(\vec{r}_c) \rangle_c^2} \quad (35)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе;

$$\eta_{gain}^2 = \frac{1}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c \langle T(\vec{r}_c) \rangle_c \langle g \rangle^2} \sigma_g^2 \quad (36)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная флуктуациями коэффициента усиления фотодетектора и электронного усилителя;

$$\eta_{noise}^2 = \frac{\sigma_{noise}^2}{\langle Q(E_0) \rangle^2} \quad (37)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала спектрометра, обусловленная шумами фотодетектора и электроники.

Во всех приведенных выше формулах,

$$\frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} = \frac{w^c(E_0, E)}{\varepsilon_{e-h}(E)} S(E) Q \quad (38)$$

- дифференциальный световыход сцинтиллятора для энергии электрона E , образованного рентгеновским квантом с энергией E_0 , в процессе потери им энергии в сцинтилляторе,

$w_\alpha^c(E_0, E)$ - дифференциальная плотность поглощённой энергии для определенной конфигурации c распределения поглощенной энергии в элементах фазового пространства

$d\Gamma = dVdEd\vec{\Omega}$; $\varepsilon_{e-h}(E)$ - средняя энергия образования электронно-дырочной пары

электроном с энергией E ; $S(E)$ - вероятность активации люминесцентного центра,

зависящая от тормозной способности электрона с энергией E ; Q - квантовая эффективность процесса люминесценции;

$$Y^c(E_0) = \int_E dEu(E - E_{\min}) \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} = E_0 L \quad (39)$$

- световыход сцинтиллятора для рентгеновских квантов с энергией E_0 ; L - удельный

световыход; $\langle g \rangle$ и σ_g^2 среднее значение и дисперсия коэффициента усиления фотодетектора.

Индекс c при угловых скобках обозначает усреднение по всевозможным распределениям

поглощенной энергии в элементах фазового пространства. В формулах учтена коммутативность операций интегрирования и усреднения, и мультипликативность усреднения произведения независимых величин.

В отличие от всех существующих в настоящее время в литературе формул, формулы микроскопической теории сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором (31) – (37) содержат информацию о зависимостях всех вкладов в энергетическое разрешение от характеристик сцинтиллятора, интерфейса сцинтиллятор-фотодетектор, характеристик фотодетектора и электронного тракта спектрометра. Формулы отражают каскадный характер случайных процессов преобразования энергии первичной частицы в выходной сигнал спектрометра, поскольку каждый последующий вклад в энергетическое разрешение уменьшается в фактор, равный произведению средних значений предыдущих этапов.

4 КОВАРИАЦИИ МЕЖДУ СИГНАЛАМИ ФОТОДЕТЕКТОРОВ СЦИНТИЛЛЯЦИОННОГО СПЕКТРОМЕТРА.

На значимость ковариаций между сигналами фотодетекторов было обращено внимание в работах [19], [20]. Ковариации между сигналами фотодетекторов спектрометра лежат в основе экспериментального метода определения фактора Фано, впервые предложенного в [21]. В работе [22] получены общие выражения микроскопической теории для ковариации между сигналами фотодетекторов сцинтилляционного спектрометра с несколькими фотодетекторами.

Чтобы понять недостатки математической модели работы [11], приведем формулу микроскопической теории для ковариации между сигналами фотодетекторов $Q_n(E_0)$ и $Q_{n'}(E_0)$, сцинтилляционного спектрометра с однородным и изотропным сцинтиллятором, люминесцентные центры которого осуществляют один излучающий переход, для случая локального поглощения энергии низкоэнергетического рентгеновского излучения с энергией

E_0

$$\begin{aligned}
\text{cov}(Q_n, Q_{n'}) &= \int \int_{E E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \times \\
&\left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c \langle T_n(\vec{r}_c) T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c \langle g_n \rangle \langle g_{n'} \rangle \\
&- \langle Y^c(E_0) \rangle_c^2 \langle T_n(\vec{r}_c) \rangle_c \langle T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c \langle g_n \rangle \langle g_{n'} \rangle \\
&+ \int_E dE u(E - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} (F(E) - 1) S(E) Q \right\rangle_c \langle T_n(\vec{r}_c) T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c \langle g_n \rangle \langle g_{n'} \rangle
\end{aligned} \tag{40}$$

В отличие от коэффициента корреляции, использованного в работе [11],

$$\rho(Q_n, Q_{n'}) = \frac{\text{cov}(Q_n, Q_{n'})}{\sigma_{Q_n} \sigma_{Q_{n'}}}, \tag{40}$$

в работе [23], было предложено использовать относительную ковариацию между сигналами фотодетекторов, которая в нашем случае имеет вид

$$\begin{aligned}
\frac{\text{cov}(Q_n, Q_{n'})}{\langle Q_n \rangle \langle Q_{n'} \rangle} &= \frac{\int \int_{E E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c \frac{\langle T_n(\vec{r}_c) T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2} \frac{\langle T_n(\vec{r}_c) T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c}{\langle T_n(\vec{r}_c) \rangle_c \langle T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c} - 1}{\int_E dE u(E - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} (F(E) - 1) S(E) Q \right\rangle_c \frac{\langle T_n(\vec{r}_c) T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2} \frac{\langle T_n(\vec{r}_c) T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c}{\langle T_n(\vec{r}_c) \rangle_c \langle T_{n'}(\vec{r}_c) \rangle_c}}
\end{aligned} \tag{41}$$

Следует подчеркнуть что, в отличие от коэффициента корреляции (40), который зависит от всех вкладов в дисперсии сигналов фотодетекторов, относительная ковариация (41) не зависит от коэффициентов усиления и шумов электроники фотодетекторов. Это обстоятельство является важным преимуществом предложенного в работе [21] экспериментального метода определения фактора Фано, по сравнению с существующими методами, основанными на вычитании электронного шума из дисперсии сигнала фотодетектора [24].

Выражения для ковариации и относительной ковариации между сигналами

фотодетекторов становятся наиболее простыми в случае, когда регистрируемые частицы взаимодействуют со сцинтиллятором вблизи точки \vec{r}_0 сцинтиллятора, и элемент объема, в котором энергия регистрируемой частицы преобразуется в световые фотоны, является достаточно малым, чтобы коэффициенты $\langle T_n(\vec{r}_0) \rangle_c = T_n(\vec{r}_0)$ и $\langle T_{n'}(\vec{r}_0) \rangle_c = T_{n'}(\vec{r}_0)$ были почти постоянными. В этом случае $\langle T_n(\vec{r}_0) T_{n'}(\vec{r}_0) \rangle_c = T_n(\vec{r}_0) T_{n'}(\vec{r}_0)$. Если фактор Фано, средняя энергия образования электронно-дырочной пары и вероятность активации люминесцентного центра не зависят от энергии электрона E , то есть, $F(E) = F$, $\varepsilon_{e-h}(E) = \varepsilon_{e-h}$, и $S(E) = S$, то, воспользовавшись соотношениями (38) и (37), выражение для ковариации между сигналами фотодетекторов можно переписать следующим образом

$$\text{cov}(Q_n, Q_{n'}) = \int \int_{E E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \text{cov}\left(\frac{\partial Y(E_0, E)}{\partial E}, \frac{\partial Y(E_0, E')}{\partial E'}\right) \times$$

$$T_n(\vec{r}_0) T_{n'}(\vec{r}_0) \langle g_n \rangle \langle g_{n'} \rangle + \frac{\langle W^c(E_0, E_{\min}) \rangle_c}{\varepsilon_{e-h}} (F - 1) (S \cdot Q)^2 \cdot T_n(\vec{r}_0) T_{n'}(\vec{r}_0) \langle g_n \rangle \langle g_{n'} \rangle \quad (42)$$

где

$$\langle W^c(E_0, E_{\min}) \rangle_c = \int_E dE u(E - E_{\min}) w^c(E_0, E) \approx E_0 \quad (43)$$

- средняя энергия, поглощенная сцинтиллятором при регистрации рентгеновского излучения, которая идет на образование электронно-дырочных пар.

Выражение для ковариации между сигналами фотодетекторов (16), полученное в работе [11], совпадает со вторым слагаемым в формуле (42), если заменить фактор Фано для световых фотонов на фактор Фано для электронно-дырочных пар. Поскольку фактор Фано для электронно-дырочных пар в полупроводниках имеет значение порядка 0.1, то это объясняет результаты, полученные в работах [11] и [12].

Выражение для относительной ковариации между сигналами фотодетекторов в случае локального поглощения примет вид

$$\frac{\text{cov}(Q_n, Q_{n'})}{\langle Q_n \rangle \langle Q_{n'} \rangle} = \eta_Y^2(E_0) + \frac{\varepsilon_{e-h}}{\langle W^c(E_0, E_{\min}) \rangle_c} (F-1) \approx \eta_Y^2(E_0) + \frac{\varepsilon_{e-h}}{E_0} (F-1). \quad (44)$$

где

$$\eta_Y^2 = \frac{\int \int_{E E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) \left\langle \frac{\partial Y^c(E_0, E)}{\partial E} \frac{\partial Y^c(E_0, E')}{\partial E'} \right\rangle_c}{\langle Y^c(E_0) \rangle_c^2} - 1, \quad (45)$$

- относительная дисперсия выходного сигнала детектора, обусловленная ковариациями дифференциального световыхода сцинтиллятора. Именно это слагаемое связано с непропорциональностью световыхода, т.е. с зависимостью дифференциального световыхода от энергии электрона в процессе потерь им энергии в сцинтилляторе.

Если дифференциальный световыход сцинтиллятора не зависит от энергии электрона, то, в соответствии с формулой (38), формула (45) будет соответствовать относительной дисперсии выходного сигнала детектора, обусловленной ковариациями поглощенной энергии в сцинтилляторе

$$\eta_Y^2 = \eta_W^2 = \frac{\left\langle \int \int_{E E'} dE dE' u(E - E_{\min}) u(E' - E_{\min}) w^c(E_0, E) \cdot w^c(E_0, E') \right\rangle_c}{\langle W^c(E_0, E_{\min}) \rangle_c^2} - 1, \quad (46)$$

Зависимость последнего слагаемого в формуле (44) от обратной энергии регистрируемых частиц позволяет разделить вклады в относительную ковариацию от относительной дисперсии, обусловленной ковариациями дифференциального световыхода сцинтиллятора, и от фактора Фано, и дает возможность их экспериментального определения. Так как относительная ковариация между сигналами фотодетекторов не зависит от коэффициентов усиления и шумов электроники фотодетекторов, то, для улучшения условия локального поглощения, необходимо направить тонкий луч излучения перпендикулярно к длинному тонкому бруску сцинтиллятора с двумя фотодетекторами в концах, чтобы

поглощение излучения происходило в срединном сечении бруска.

5. АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ РАБОТ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ

В работе [10] дан подробный анализ недостатков всех существующих работ, посвященных энергетическому разрешению сцинтилляционных спектрометров с одним фотодетектором. Ниже, будет дан краткий обзор характерных недостатков существующих формул. Из микроскопической теории сцинтилляционных спектрометров следует, что формула (5) и третье слагаемое в формуле (9) не могут представлять статистический вклад ФЭУ или фотодиода, поскольку они содержат также положительную часть относительной дисперсии (35). Это неприемлемо, потому что отрицательное слагаемое относительной дисперсии (35) не может отдельно входить в относительную дисперсию выходного сигнала, так как все вклады должны быть строго положительными. Только относительная дисперсия выходного сигнала, обусловленная флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе (35) всегда положительна, поскольку является относительной дисперсией биномиального процесса.

Формула (5) и третье слагаемое в формуле (9) справедливы только в случае, если флуктуации числа световых фотонов описываются распределением Пуассона, что является неприемлемым, поскольку относительная дисперсия выходного сигнала сцинтилляционного спектрометра не должна содержать фактора Фано для световых фотонов. Это связано с тем, что флуктуации процесса испускания световых фотонов различными люминесцентными центрами в сцинтилляторе являются независимыми. Так как процесс испускания светового фотона люминесцентным центром описывается биномиальным распределением, то его флуктуации учитываются в формуле (35). В относительную дисперсию выходного сигнала спектрометра, входит только фактор Фано, определяющий флуктуации числа электронно-

дырочных пар (34).

Введение фактора Фано для световых фотонов в работах [9] и [11] ошибочно, и может привести к неоднозначности, поскольку в физике фактор Фано для световых фотонов уже существует в квантовой оптике. В квантовой оптике статистика фотонов определяется фактором Фано для световых фотонов [25], который характеризует относительную дисперсию в числе фотонов в световом импульсе

$$\eta_N^2 = F / \langle N \rangle = (Q+1) / \langle N \rangle, (47)$$

В квантовой оптике существуют три возможных статистики фотонов в световом импульсе. Если $Q = 0$, то есть $F = 1$, то статистика фотонов пуассоновская. Источник света со стабильной интенсивностью подчиняется статистике Пуассона, например, идеально когерентный лазерный свет. Если $Q > 0$, то есть $F > 1$, статистика фотонов суперпуассоновская. Любой классический источник света, или более точно, любой источник с хаотически изменяющейся интенсивностью света подчиняется суперпуассоновской статистике. Если $Q < 0$, то есть $0 < F < 1$, статистика фотонов субпуассоновская, то есть источник света является неклассическим, например, так называемый квантовый источник сжатого света.

Результаты экспериментов [11] и [12] не являются доказательством открытия, как утверждали авторы, субпуассоновской статистики для световых фотонов в сцинтилляторах. Их ошибочное утверждение происходит из-за отсутствия в классической теории сцинтилляционных спектрометров упомянутых выше промежуточных этапов, происходящих в сцинтилляторе перед процессом генерации фотонов, т.е. этапов преобразования энергии первичной частицы в энергию вторичных заряженных частиц, генерации электронно-дырочных пар и возбуждения люминесцентных центров. Результаты работ [11] и [12] являются явным подтверждением вышеупомянутого недостатка классической теории и

указывают на неприменимость использования фактора Фано для световых фотонов в сцинтилляторе.

Фактор Фано для световых фотонов, введенный в работе [9], фактически определяется флуктуациями процессов, происходящих в детекторе от образования электронно-дырочной пары в сцинтилляторе до образования фотоэлектрона в фотодетекторе. А это означает, что введенный фактор Фано для световых фотонов определяется многими характеристиками конкретного спектрометра, такими как геометрия сцинтилляционного кристалла, его прозрачность, квантовый выход фотоприемника, и т.д. Поэтому, фактор Фано для световых фотонов, представленный вторым слагаемым в формуле (9), не фундаментален, и его введение бессмысленно с точки зрения сравнения результатов, полученных различными исследователями.

По моему мнению, плотность концентрации электронно-дырочных пар в треке, введенная в работе [9] не является хорошей переменной для описания процессов, происходящих в сцинтилляторе. Наиболее адекватным для описания процессов, происходящих в сцинтилляторе, является использование фазового пространства вторичных частиц. Только при таком подходе, полная энергия, переданная вторичным частицам, всегда равна энергии регистрируемой частицы, в то время как полная ионизация меняется от регистрации к регистрации.

Главный вывод микроскопической теории состоит также в том, что невозможно разделить вклады от ионизационных потерь, от дельта-электронов, и от непропорциональности световых выходов сцинтиллятора, так как они все входят в дисперсию выходного сигнала детектора, обусловленную ковариациями вторичных частиц в фазовом пространстве (22). Объяснить ошибочный подход в работах [7] и [8], в которых авторы разделили вклады от ионизационных потерь и от дельта-электронов, а затем суммировали их флуктуации, поможет простой пример. Если полная энергия, поглощенная сцинтиллятором,

равна энергии зарегистрированной частицы, то

$$E_0 = \sum_{\alpha ij k} W_{\alpha ij k}^c, \quad (48)$$

где $W_{\alpha ij k}^c$ - энергия, поглощенная в элементе объема ΔV_i для определенной конфигурации c вторичных частиц $N_{\alpha ij k}^c$ типа α в элементах фазового пространства $\Delta \Gamma_{ijk} = \Delta V_i \Delta E_j \Delta \Omega_k$.

Усреднение по всевозможным комбинациям вторичных частиц в элементах фазового пространства дает соотношения

$$E_0 = \langle E_0 \rangle_c = \sum_{\alpha ij k} \langle W_{\alpha ij k}^c \rangle_c, \quad (49)$$

$$E_0^2 = \langle E_0^2 \rangle_c = \sum_{\alpha ij k} \sum_{\alpha' i' j' k'} \langle W_{\alpha ij k}^c W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c. \quad (50)$$

В результате дисперсия поглощенной энергии равна нулю

$$\begin{aligned} \sigma_{E_0}^2 = \langle E_0^2 \rangle_c - \langle E_0 \rangle_c^2 &= \sum_{\alpha ij k} \sum_{\alpha' i' j' k'} \left(\langle W_{\alpha ij k}^c W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c - \langle W_{\alpha ij k}^c \rangle_c \langle W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c \right) = \\ \sum_{\alpha ij k} \sigma_{W_{\alpha ij k}^c}^2 + \sum_{\alpha ij k} \sum_{\alpha' i' j' k' \neq \alpha ij k} &\left(\langle W_{\alpha ij k}^c W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c - \langle W_{\alpha ij k}^c \rangle_c \langle W_{\alpha' i' j' k'}^c \rangle_c \right) = 0. \end{aligned} \quad (51)$$

Последняя формула убедительно демонстрирует важность ковариаций между вторичными частицами в различных элементах фазового пространства. Суммирование дисперсий, без учета ковариаций между вторичными частицами в различных элементах фазового пространства, как это сделано в [7] и [8], не дает правильный результат. Поэтому, любая подгонка свободных параметров теории с экспериментальными данными сомнительна.

6. ЗАЧЕМ НУЖНА СТАНДАРТНАЯ ТЕОРИЯ СЦИНТИЛЛЯЦИОННЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ?

Цель стандартной теории сцинтилляционных спектрометров состоит в том, чтобы обеспечить однородность получения характеристик процессов, происходящих в сцинтилляционных спектрометрах, из экспериментальных данных, и сформулировать

условия достижения необходимой точности. Необходимо подчеркнуть, что стандартная теория сцинтилляционных спектрометров не заменяет физику и оптику сцинтилляторов, физику фотодетекторов и методы ядерной электроники. Общие формулы стандартной теории сцинтилляционных спектрометров, должны помочь теоретикам в физике сцинтилляторов понять какие вероятности они должны вычислять, в соответствии с их моделями, и какие требования должны быть предъявлены эксперименту, чтобы сравнить их вычисления с экспериментальными данными. В частности, теория может значительно сократить время вычислений, если для определения влияния непропорциональности световыхода, вместо непосредственного моделирования процесса регистрации частицы методом Монте-Карло вычислить ковариационную матрицу поглощенной энергии, коэффициенты светосбора, и затем, изменением параметров модели для дифференциального световыхода, достичь согласия с экспериментальными данными. Общие формулы стандартной теории сцинтилляционных спектрометров, должны помочь экспериментаторам выяснить, при каких условиях они могут сравнить свои экспериментальные результаты с теорией, и с результатами других экспериментальных групп.

Таким образом, главная цель стандартной теории сцинтилляционных спектрометров состоит не в том, чтобы заменить обширные исследования в областях, связанных с физикой сцинтилляторов, а в том, чтобы создать надежные основания для связи теоретических и экспериментальных исследований в этой области.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показано, что существующие макроскопические теории сцинтилляционных спектрометров содержат много фундаментальных недостатков. В работе сформулирована микроскопическая математическая модель, которая служит основанием для стандартной теории сцинтилляционных спектрометров с несколькими фотодетекторами.

Стандартная теория позволяет получать формулы для произвольных моментов функции распределения сигнала в выходах фотодетекторов сцинтилляционного спектрометра.

Показано, что в разработанной стандартной теории сцинтилляционных спектрометров отсутствуют недостатки существующих в настоящее время теорий сцинтилляционных спектрометров, и она может служить надежным основанием для связи теоретических и экспериментальных исследований исследование в областях, связанных с физикой сцинтилляторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. E. Breitenberger, *Progr. in Nucl. Phys.* **4**, 56 (1955);
2. J. B. Birks, *The Theory and Practice of Scintillation Counting* (Pergamon Press, London, 1967);
3. M. Moszyński *et al.*, *Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res. A*, **805**, 25 (2016);
4. P. Lecoq *et al.*, *Inorganic Scintillators for Detector Systems* (Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2006);
5. G. F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement* (John Wiley & Sons, New York – London – Sydney, 2000);
6. C. Grupen, B. Shwartz, *Particle detectors* (Cambridge University Press, New York, 2008);
7. S. A. Payne *et al.*, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **56**, 2506 (2009);
8. S. A. Payne, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **62**, 372 (2015);
9. A. Gektin, A. Vasil'ev, *Radiation Measurements*, **122**, 108 (2019);
10. V. V. Samedov, *Physics of Atomic Nuclei*, 2021, in press.
11. A. Bousselham *et al.*, *Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res. A*. **620**, 359 (2010);
12. V. Bora *et al.*, *Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res. A*. **805**, 72 (2016);
13. V. V. Samedov, *Instr. Meth. in Phys. Res. A*. **691**, 168 (2012);
14. V. V. Samedov, *X-Ray Spectrometry*. **48**, 597 (2019);
15. V. V. Samedov, *Accounting for fluctuations in electron-photon showers in the theory of shower spectrometers*. (PHD thesis in Russian, Moscow Engineering Physics Institute, 1972);
16. V. V. Samedov, *Instruments and Experimental Techniques* **28**, 580 (1985);
17. V. V. Samedov, *Measurement Techniques* **28**, 265 (1985);
18. V. V. Samedov, *EPJ Web of Conferences* **225**, 01007 (2020);
19. V. V. Samedov, *J. Low Temp. Phys.* **151**, 333 (2008);
20. V. V. Samedov, *AIP Conference Proceedings* **1185**, 397 (2009);
21. V. V. Samedov, *AIP Conference Proceedings* **1185**, 462 (2009);
22. V. V. Samedov, *Physics of Atomic Nuclei* **82**, 1647 (2019);
23. V. V. Samedov, *IEEE Catalog Number: CFP1124I-CDR ISBN: 978-1-4577-0926-5*, (2011);
24. R. Devanathan *et al.*, *Nucl. Instr. Meth. in Phys. Res. A*. **565**, 637 (2006);
25. R. Loudon, *The Quantum Theory of Light* (Oxford University Press, New York, 2000);