拡張ヒッグスモデルにおける ヒッグス3点結合とスファレロン

田中 正法 (大阪大学 D2)

共同研究者: 兼村晋哉 (大阪大学)

論文準備中

新テラスケール研究会　2021/5/20

イントロダクション

・標準模型(SM)はLHC実験とよく整合している

ヒッグスセクターの問題

- 基本粒子？複合粒子？
- ヒッグスポテンシャルの全貌
- 電弱対称性の破れのダイナミクス

SMが説明できない物理現象

- 宇宙のバリオン数非対称性
- 暗黒物質の存在
- ニュートリノ微小質量

・バリオン数非対称性問題 $$\frac{n_b - n_{\bar{b}}}{n_\gamma} = 5.8 - 6.6 \times 10^{-10}$$ [PDG 2020]

サハロフの条件: [Sakharov 1967]

① バリオン数の破れ
② C, CPの破れ
③ 非熱平衡の実現

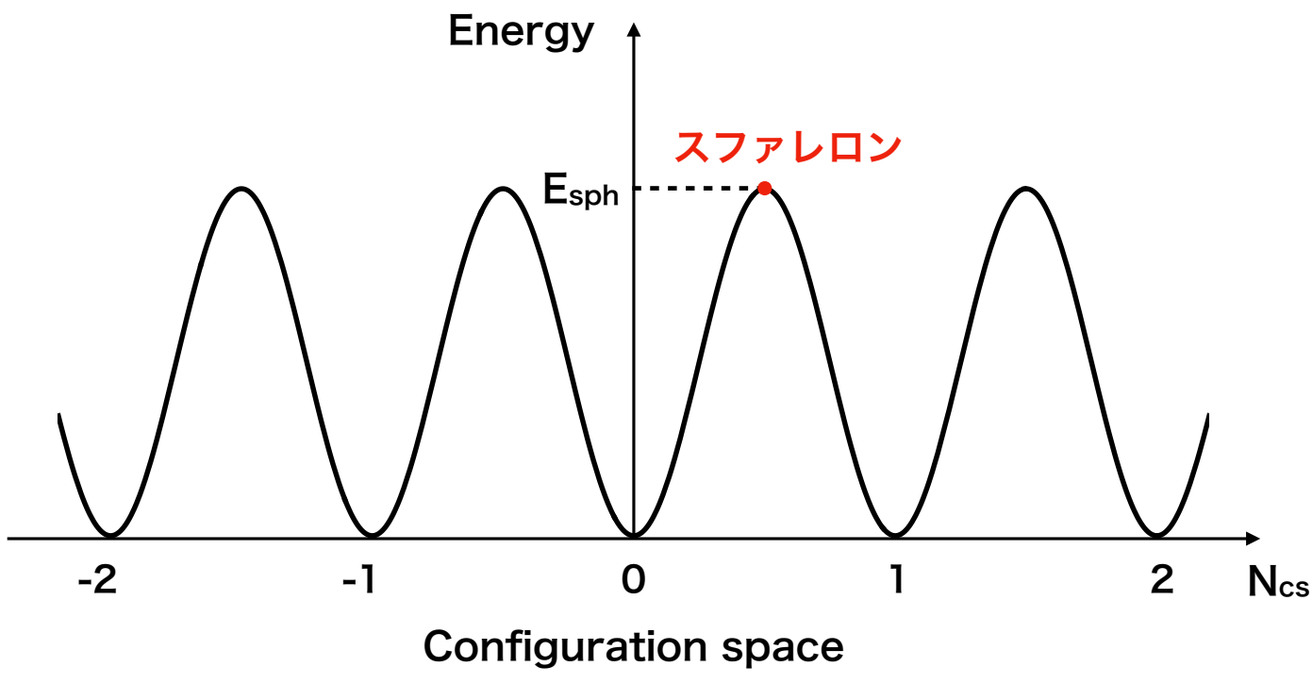
Eg) 電弱バリオン数生成: [Kuzmin, et al. : PLB155 (1985)]

① スファレロン過程
② 新物理の効果
③ 電弱一次相転移

ヒッグスセクターの拡張 ↔ BSMの解決

スファレロンとバリオン数の破れ

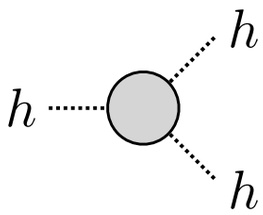
スファレロン(Sphaleron)



①ゲージ場とヒッグス場の方程式の静的で不安定な解

②粒子的な場の配位

$$E_{\rm sph}(T=0) = \frac{4\pi v}{g}\mathscr{E}(T=0) \simeq 9{\rm TeV}$$

いくつかの代表的な拡張ヒッグスモデルでは  の測定で決定可能

[Kanemura and Tanaka, PLB 809 (2020)]

③バリオン数を破るスファレロン過程

$$\partial_\mu j^\mu_{B+L} = \frac{3}{32\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}W^a_{\mu\nu}W^a_{\rho\sigma} \quad \Rightarrow \quad \Delta(B+L) = 6\left[N_{CS}(t=\infty) - N_{CS}(t=-\infty)\right]$$

$$\Gamma^{\rm broken}_{\rm sph}(T) = A(T)\exp\left[-\frac{E_{\rm sph}(T)}{T}\right]$$

バリオン数非対称性問題の解決には
スファレロンの性質の解明が重要

標準模型におけるスファレロン

- エネルギー汎関数($g' = 0$)　[Manton: PRD28 (1983)]

$$E\left[W_i^a, \Phi\right] = \int d^3x \left[\frac{1}{4g^2} W_{ij}^a W_{ij}^a + \left(D_i\Phi\right)^\dagger D_i\Phi + V(\Phi)\right] \qquad V^{\rm SM}(\Phi) = \frac{m_h^2}{2v^2}\left(\Phi^\dagger\Phi - \frac{v^2}{2}\right)^2$$

- Ansatz　[Akiba et al. : PRD38 (1988); Spannowsky, Tamarit : PRD95 (2017)]

$$W_i^a(\vec{r}) = m_W \left[\epsilon_{aij} n_j \frac{1 - R(r)\cos\theta(r)}{r} + \left(\delta_{ai} - n_a n_i\right)\frac{R(r)\sin\theta(r)}{r}\right]$$

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{v}{\sqrt{2}} S(r) e^{i n_a \sigma^a \phi(r)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad n^a = \frac{x^a}{r}$$

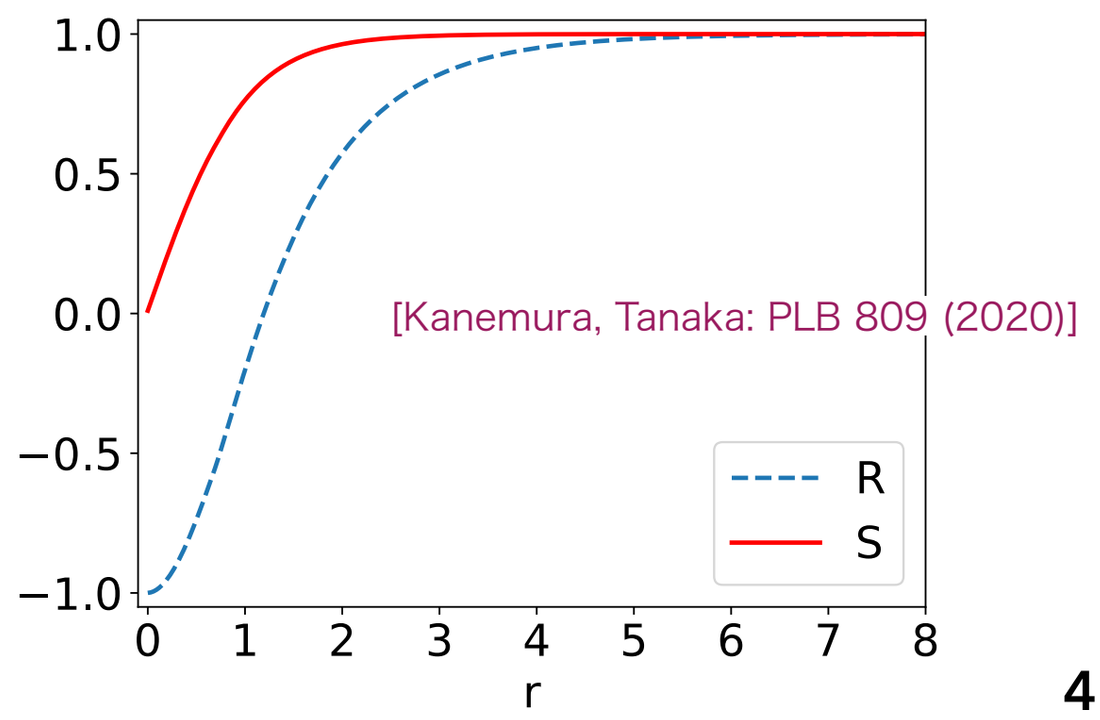
$$R(r \to 0) = -1,\ S(r \to 0) = 0,$$
$$R(r \to \infty) = 1,\ S(r \to \infty) = 1$$

・場の方程式($\theta = \pi,\ \phi = \pi/2$を仮定)

$$r^2 R'' - R^3 + R(1 - r^2 S^2) + r^2 S^2 = 0$$

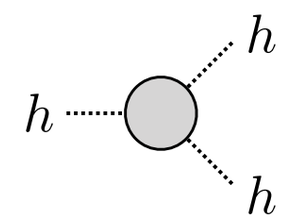
$$S'' + \frac{2}{r} S' - \frac{1}{2r^2} S(1 - R)^2 - \frac{4}{g^2 v^4}\frac{\partial V(S)}{\partial S} = 0$$

標準模型では, $E_{\rm sph}^{\rm SM} = 9.08\ {\rm TeV}$



ヒッグス3点結合

- ヒッグス3点結合: ヒッグスポテンシャルの形を特徴付ける



$$\left.\frac{\partial^3 V_{\rm eff}(h)}{\partial h^3}\right|_{h=0} = \lambda_{hhh}^{\rm SM}\left(1+\frac{\Delta\lambda_{hhh}^{\rm new}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}}\right), \quad \lambda_{hhh}^{\rm SM} \simeq \frac{3m_h^2}{v}, \quad \Delta\lambda_{hhh}^{\rm new} \equiv \lambda_{hhh}^{\rm new} - \lambda_{hhh}^{\rm SM}$$

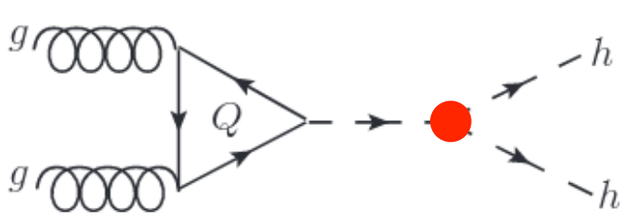
Eg) Two Higgs Doublet Model(2HDM) [Kanemura et al.: PLB606 (2005)] $m_\Phi^2 = M^2 + \lambda_\Phi v^2$

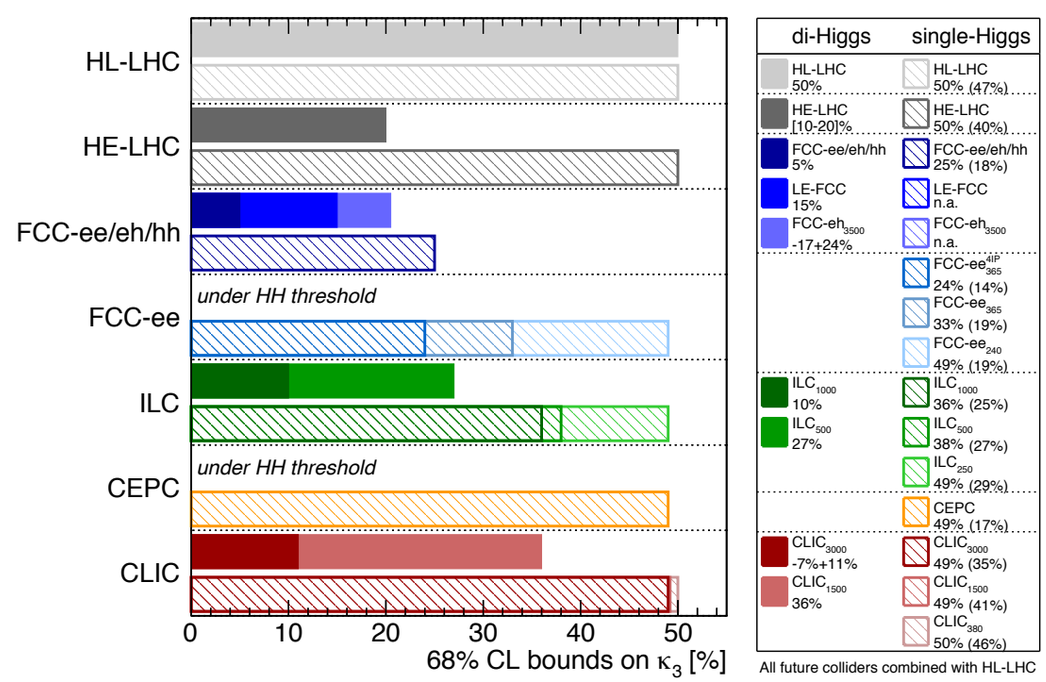
$$\frac{\Delta\lambda_{hhh}^{\rm 2HDM}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}} \simeq \sum_\Phi \frac{n_\Phi m_\Phi^4}{12\pi^2 m_h^2 v^2}\left(1-\frac{M^2}{m_\Phi^2}\right)^3 \simeq \begin{cases} \displaystyle\sum_\Phi \frac{n_\Phi \lambda_\Phi^3 v^4}{12\pi^2 m_h^2 m_\Phi^2} & (\lambda_\Phi v^2 \ll M^2) \quad \text{decoupling} \\ \displaystyle\sum_\Phi \frac{n_\Phi m_\Phi^4}{12\pi^2 m_h^2 v^2} & (\lambda_\Phi v^2 \gg M^2) \quad \text{non-decoupling} \end{cases}$$

[arXiv: 1905.03764]

- 電弱バリオン数生成の実現には non-decoupling効果が重要

- HL-LHCでは50%の精度で測定可能

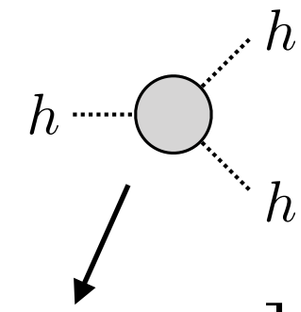




ヒッグス3点結合とスファレロン

・スファレロンのエネルギー

$$E\left[W^i_{\rm sph},\Phi_{\rm sph}\right]=\int d^3x\left[\frac{1}{4g^2}W^{ij}_{\rm sph}W^{ij}_{\rm sph}+\left(D_i\Phi_{\rm sph}\right)^\dagger D_i\Phi_{\rm sph}+V(\Phi_{\rm sph})\right]$$



と関係

$$=\int d^3x\left[\frac{1}{4g^2}W^{ij}_{\rm sph}W^{ij}_{\rm sph}+\left(D_i\Phi_{\rm sph}\right)^\dagger D_i\Phi_{\rm sph}+V^{\rm SM}(\Phi_{\rm sph})+\Delta V^{\rm new}(\Phi_{\rm sph})\right]$$

$$\simeq E^{\rm SM}_{\rm sph}+\Delta E^{\rm new}_{\rm sph}$$

$$\boxed{\Delta E^{\rm new}_{\rm sph}\simeq -A^{\rm new}\frac{\Delta\lambda^{\rm new}_{hhh}}{\lambda^{\rm SM}_{hhh}}}$$

*hhh*結合の測定 ⇆ スファレロンの性質

・SMEFTの場合 [Kanemura, Tanaka: PLB 809 (2020)]

$$\Delta V(\Phi)=\frac{1}{\Lambda^2}(\Phi^\dagger\Phi)^3 \quad\Rightarrow\quad \frac{\Delta E^{\rm dim6}_{\rm sph}}{E^{\rm SM}_{\rm sph}}=-1.6\frac{\Delta\lambda^{\rm dim6}_{hhh}}{\lambda^{\rm SM}_{hhh}}\,\%$$

Eg) $\Delta\lambda^{\rm dim6}_{hhh}/\lambda^{\rm SM}_{hhh}=96\,\%\,(\Lambda=700\ {\rm GeV})\rightarrow\Delta E^{\rm dim6}_{\rm sph}/E^{\rm SM}_{\rm sph}=-1.54\,\%$

スファレロン脱結合条件

・生成したバリオン数がwashoutされない条件

[Kuzmin, et al. : PLB155 (1985)]
[Funakubo and Senaha et al. : PRD92 (2009)]

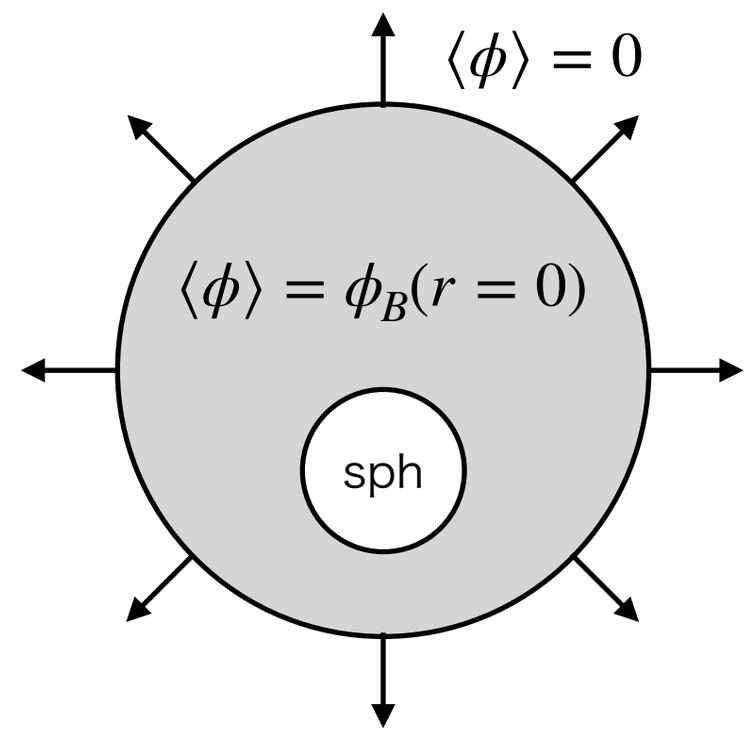
$$\Gamma_{\rm sph}^{\rm broken}(T_n) < H_{\rm Hubble}(T_n) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{v_n}{T_n} > \zeta_{\rm sph}(T_n) \propto \frac{1}{E_{\rm sph}(T_n)}}$$

※左辺のv_nは$\left|\Phi_{\rm sph}(r\to\infty)\right| \to \dfrac{v_n}{\sqrt{2}}$から由来

$$\Gamma_{\rm bubble}(T_n) H_{\rm Hubble}(T_n)^{-3} = H_{\rm Hubble}(T_n)$$

泡の構造を考慮したスファレロン脱結合条件

$$\boxed{\frac{\phi_B(r=0)}{T_n} > \zeta_{\rm sph}(T_n)}$$



Eg)CP-conserving 2HDM $\quad m_\Phi^2 = M^2 + \lambda_\Phi v^2$

$m_{H^\pm} = m_A = 400{\rm GeV}$

$m_H = 200{\rm GeV} \quad (M=0) \quad \Rightarrow \quad \dfrac{v_n - \phi_B(r=0)}{\phi_B(r=0)} = +8\,\%$

$\sin(\beta-\alpha) = 1,\ \tan\beta = 1$

モデルへの制限が厳しくなる

拡張ヒッグスモデルにおけるスファレロン脱結合条件

・CP-conservingな2HDMに注目

$$V_{\rm tree}^{\rm 2HDM} = m_1^2 \left|\Phi_1\right|^2 + m_2^2 \left|\Phi_2\right|^2 - \left(m_3^2 \Phi_1^\dagger \Phi_2 + {\rm h.c.}\right)$$

$$+\frac{\lambda_1}{2}\left|\Phi_1\right|^4 + \frac{\lambda_2}{2}\left|\Phi_2\right|^4 + \lambda_3 \left|\Phi_1\right|^2 \left|\Phi_2\right|^2 + \lambda_4 \left|\Phi_1^\dagger \Phi_2\right|^2 + \left[\frac{\lambda_5}{2}\left(\Phi_1^\dagger \Phi_2\right)^2 + {\rm h.c.}\right]$$

・パラメータ: $m_{H^\pm}$, m_A, m_H, m_h, v_0, $\tan\beta$, $M^2 = m_3^2/(\sin\beta\cos\beta)$, $\sin(\beta-\alpha)$

[Kanemura and Tanaka 2021 (Preliminary)]

・有限温度での有効ポテンシャル

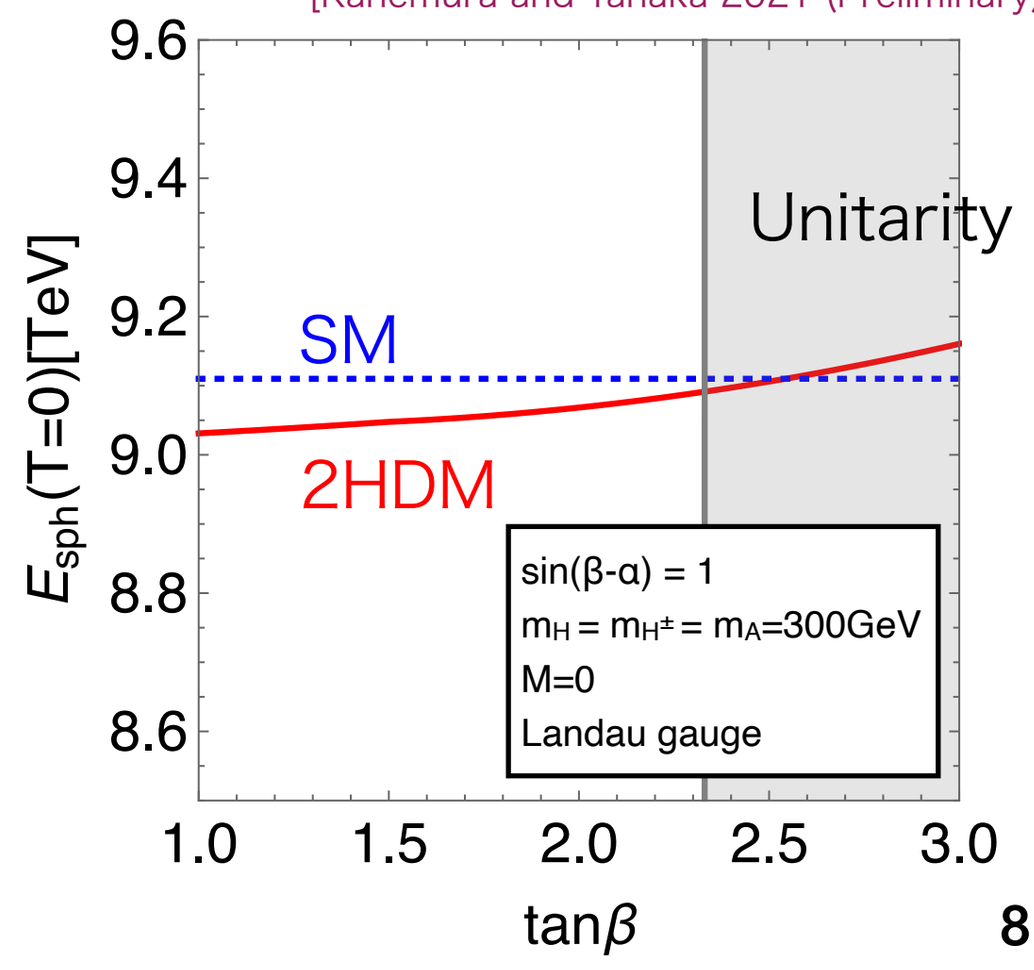
$$V_{\rm eff}(\phi_1, \phi_2\, T)$$

[Coleman and Weinberg, PRD7 (1973); Dolan and Jackiw, PRD9 (1974)]

$$= V_{\rm tree}^{\rm 2HDM}(\phi_1, \phi_2) + V_1(\phi_1, \phi_2, T) + V_1^T(\phi_1, \phi_2, T)$$

daisy resummationはParwani schemeを採用

[Parwani, PRD45 (1992)]



スファレロン脱結合条件によるモデルへの制限

・CP-conservingな2HDMに注目

$$\frac{\phi_B(r=0)}{T_n} > \zeta_{\rm sph}(T_n) \;\Rightarrow\; \frac{\Delta\lambda_{hhh}^{\rm 2HDM}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}} > 20\,\% \quad (\tan\beta = 1.5)$$

近似的なスファレロン脱結合条件$\phi_c/T_c > 1$から

$\Delta\lambda_{hhh}/\lambda_{hhh} > 10$〜$20\,\%$ を得た先行研究の発展

[Kanemura, Okada and Senaha, PLB606 (2005)]

スファレロン脱結合条件とユニタリティから

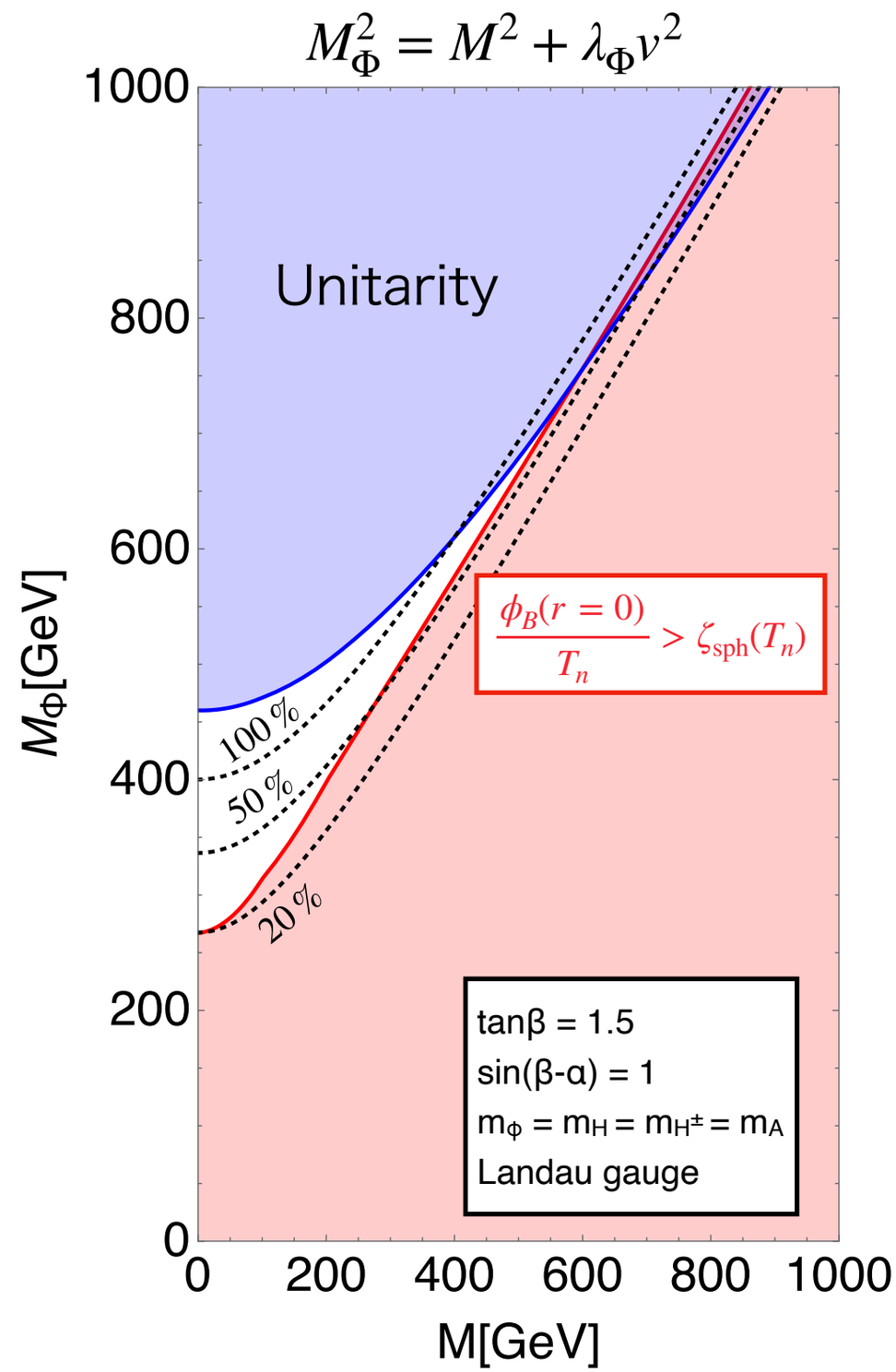
$$267\text{GeV} < m_\Phi < 765\text{GeV} \quad (\tan\beta = 1.5)$$

重いヒッグスの質量が縮退していると$\tan\beta > 2$では

1st stepで電弱一次相転移が起きない

Non-perturbativeな解析と同様の結果

[Dorsch et al., JHEP 12 (2017), Andersen et al. PRL 121(2018)]



[Kanemura and Tanaka 2021 (Preliminary)]

まとめ

・新物理におけるスファレロンのエネルギーとヒッグス3点結合

$$\Delta E_{\rm sph}^{\rm new} \simeq -A^{\rm new}\frac{\Delta\lambda_{hhh}^{\rm new}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}}$$

・真空泡の構造を考慮したスファレロン脱結合条件

$$\frac{\phi_B(r=0)}{T_n} > \zeta_{\rm sph}(T_n)$$

- 電弱相転移がsupercoolingとなる場合に重要

・2HDMで強い電弱一次相転移を実現する際に満たすべき条件

$$\frac{\lambda_{hhh}^{\rm 2HDM} - \lambda_{hhh}^{\rm SM}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}} > 20\,\% \quad (\tan\beta = 1.5,\ \text{重いヒッグスの質量は縮退})$$

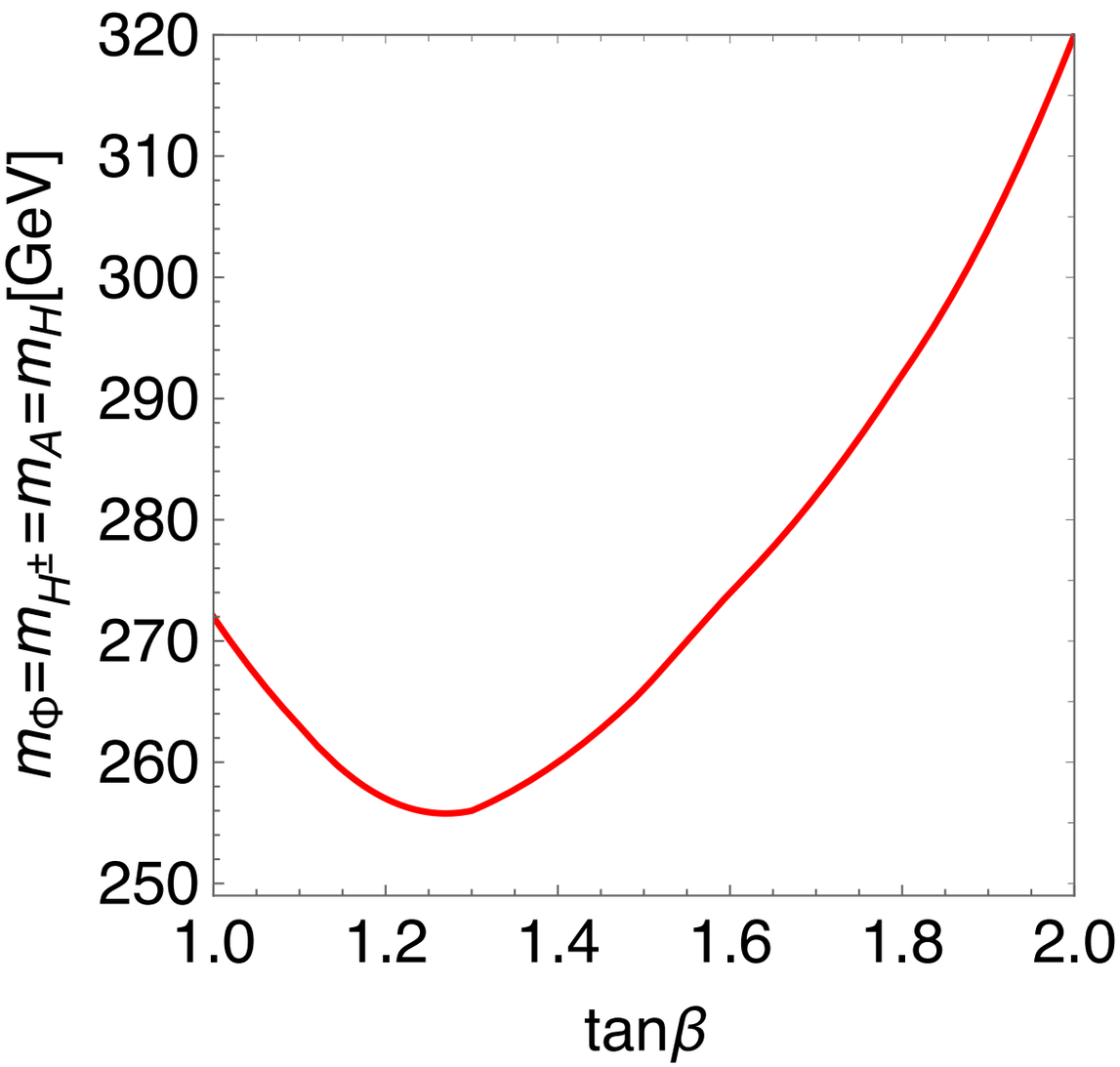
- 近似的なスファレロン脱結合条件$\varphi_c/T_c > 1$による不定性のimprovement
- $\tan\beta \neq 1$以外でのスファレロンを計算し，正確なスファレロン脱結合条件によるモデルへの制限を導出した

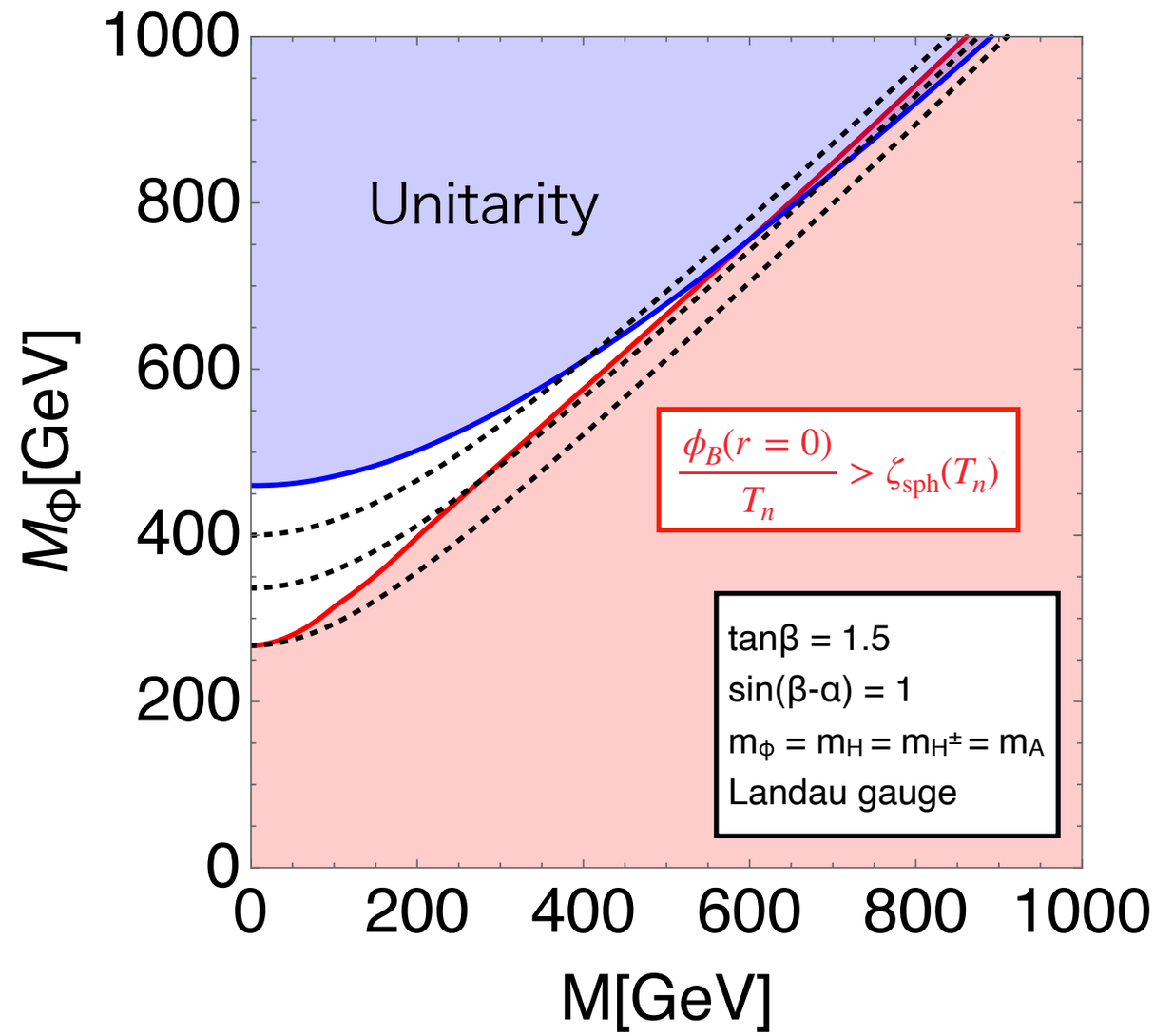
Backup

tanβの変化に伴うスファレロンの性質への影響

スファレロン脱結合条件による重いヒッグスの質量への制限

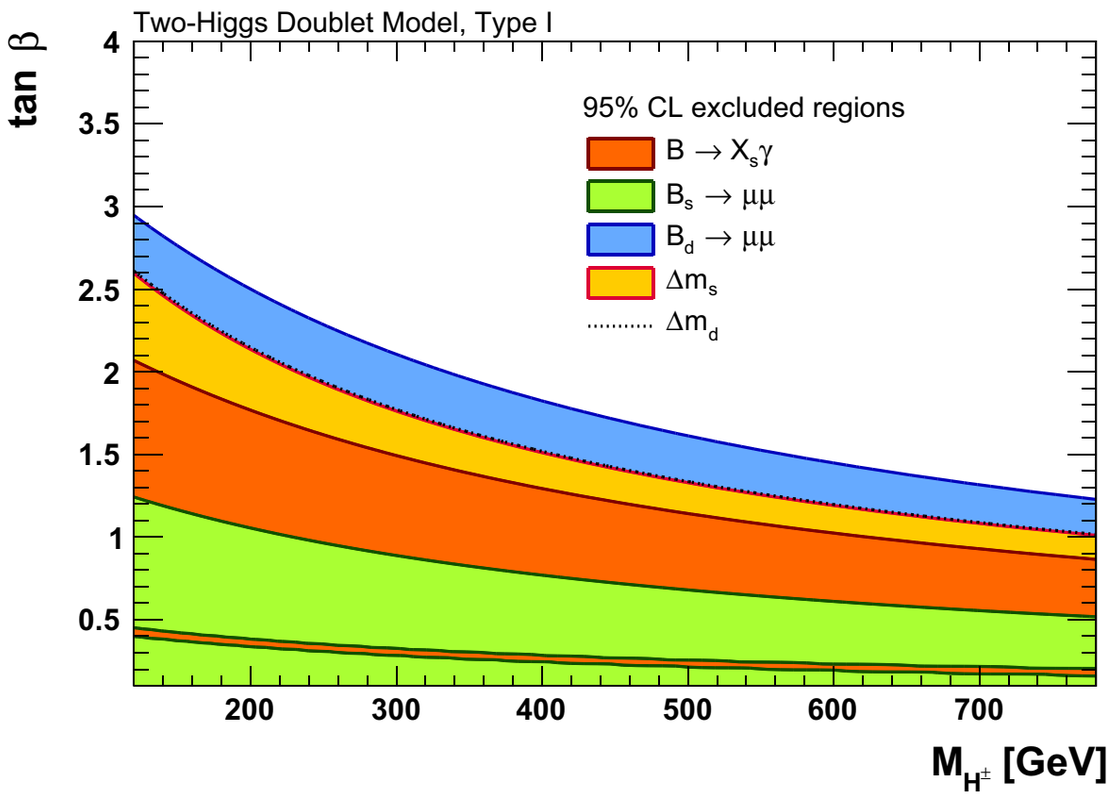
[Kanemura and Tanaka 2021 (Preliminary)]

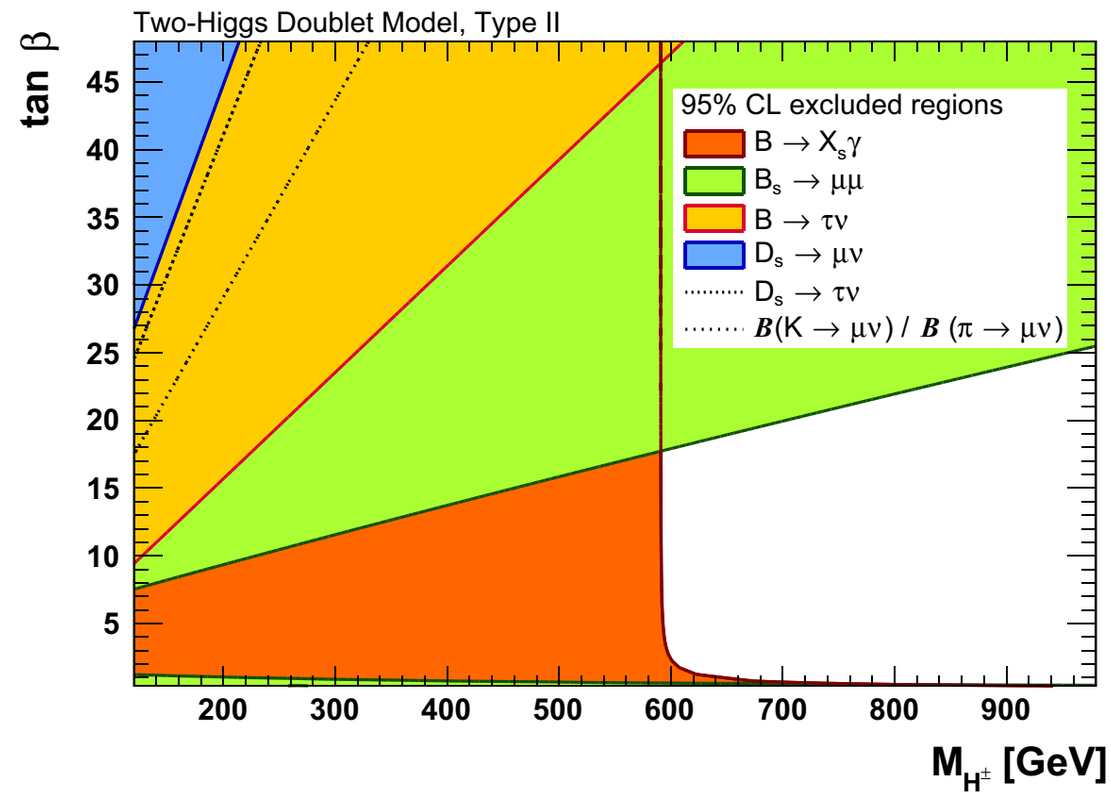


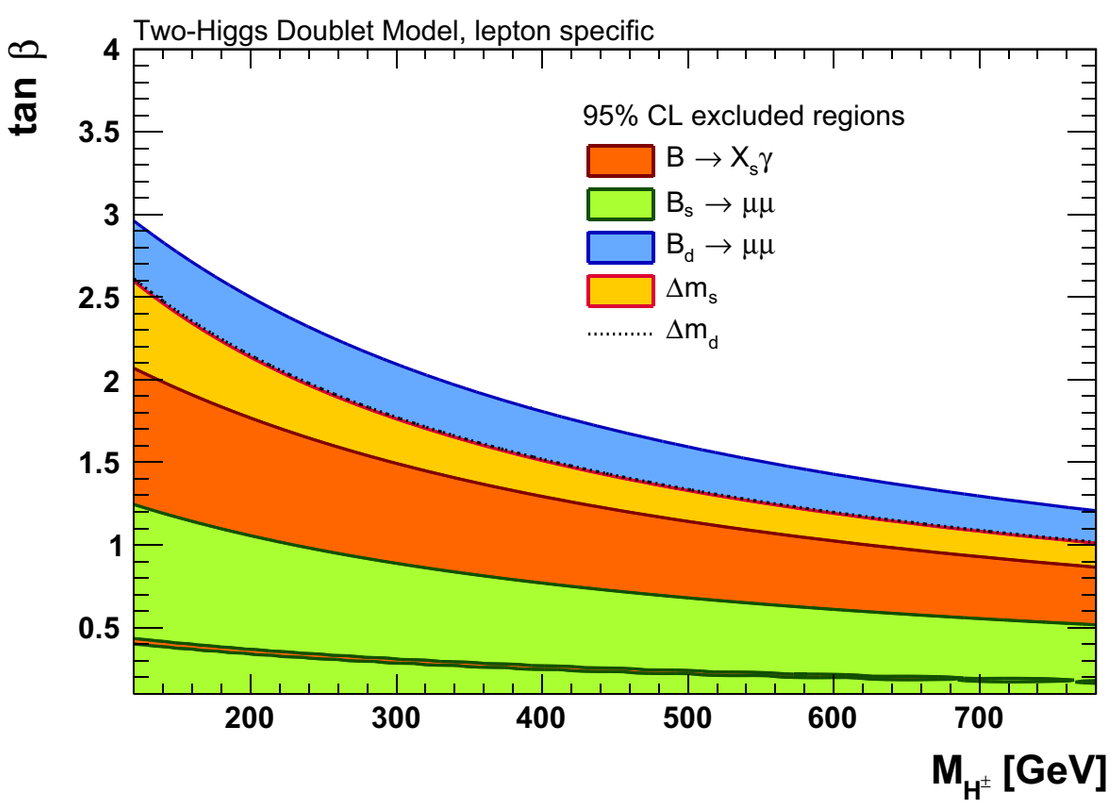


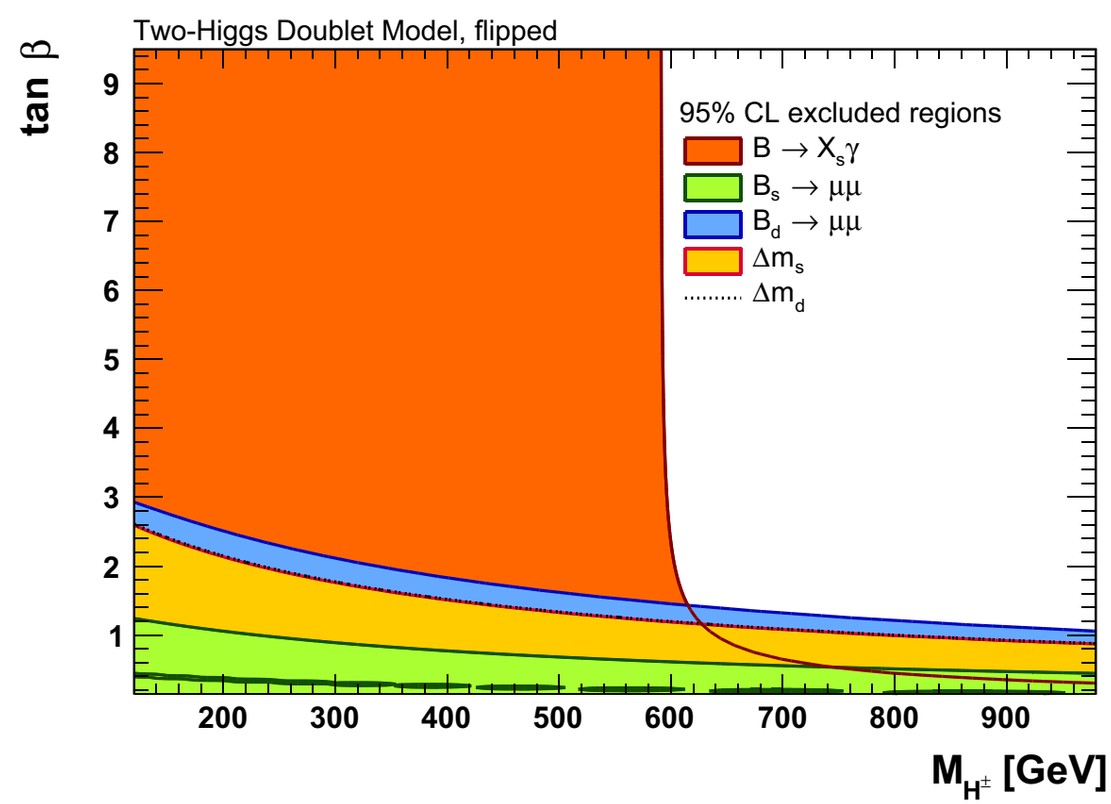
2HDMに対するフレーバー実験からの制限

[Haller. : Eur. Phys. J. C(2018)]









バリオン数を破る過程の直接検証

- 加速器でB+Lの破れを引き起こす直接探索の方法

[Aoyama, Goldberg, PLB 188 (1987)]

[J. Ellis, K. Sakurai, JHEP 086 (2016)]

$$\Delta(B+L) = +6 \qquad qq \to lllqqqqqqqqqq$$

$\sqrt{s} > E_{\rm sph} \simeq 9$ TeVの高エネルギー散乱実験でB+Lの破れが起きるのか？

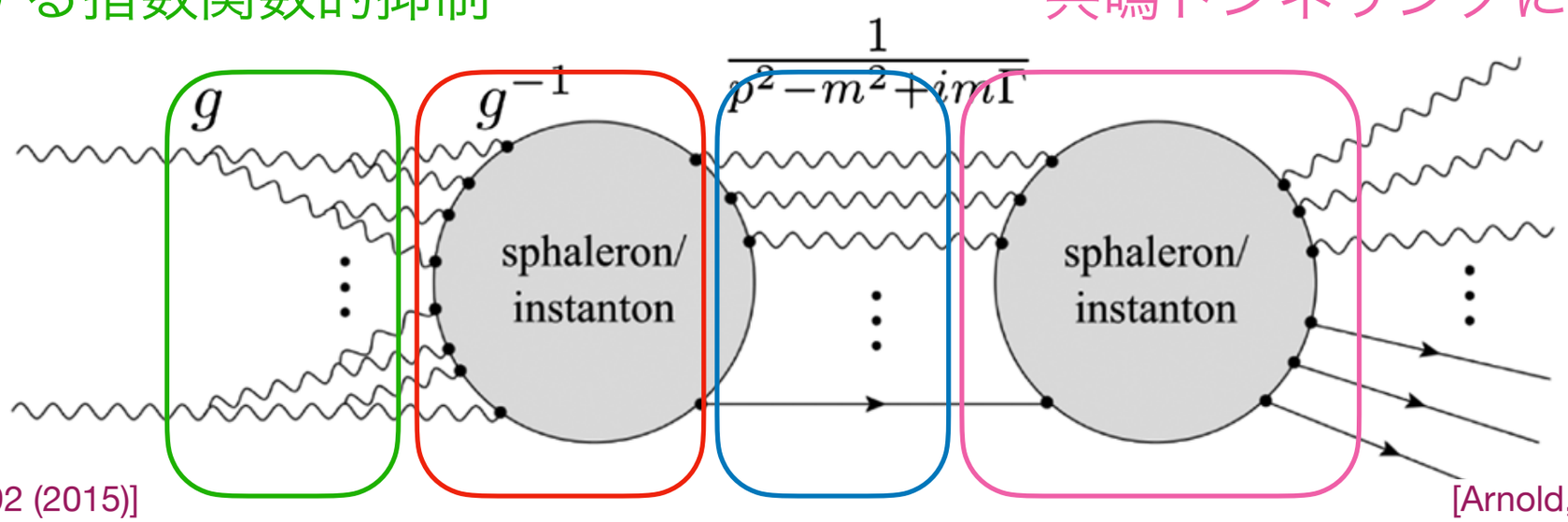
[Aoyama, Goldberg, PLB 188 (1987)]

[Funakubo, Fuyuto, Senaha, arXiv: 1612.05431]

[Tye, Wong, PRD 96 (2017)]

大量のWボソンの生成に由来する指数関数的抑制

量子力学的な扱い固有の共鳴トンネリングによる増幅



[Tye, Wong, PRD 92 (2015)]

[Arnold, McLerran, PRD 37 (1988)]

トンネリングによる指数関数的抑制

大量のWボソンに由来するべき乗の増幅

議論は収束していないため，加速器実験でのB+Lの破れの観測可能性は未知

拡張ヒッグスモデルにおけるスファレロン脱結合条件

・CP-conservingな2HDMに注目

$$V_{\rm tree}^{\rm 2HDM} = m_1^2 \left|\Phi_1\right|^2 + m_2^2 \left|\Phi_2\right|^2 - \left(m_3^2 \Phi_1^\dagger \Phi_2 + {\rm h.c.}\right)$$

$$+\frac{\lambda_1}{2}\left|\Phi_1\right|^4 + \frac{\lambda_2}{2}\left|\Phi_2\right|^4 + \lambda_3 \left|\Phi_1\right|^2 \left|\Phi_2\right|^2 + \lambda_4 \left|\Phi_1^\dagger \Phi_2\right|^2 + \left[\frac{\lambda_5}{2}\left(\Phi_1^\dagger \Phi_2\right)^2 + {\rm h.c.}\right]$$

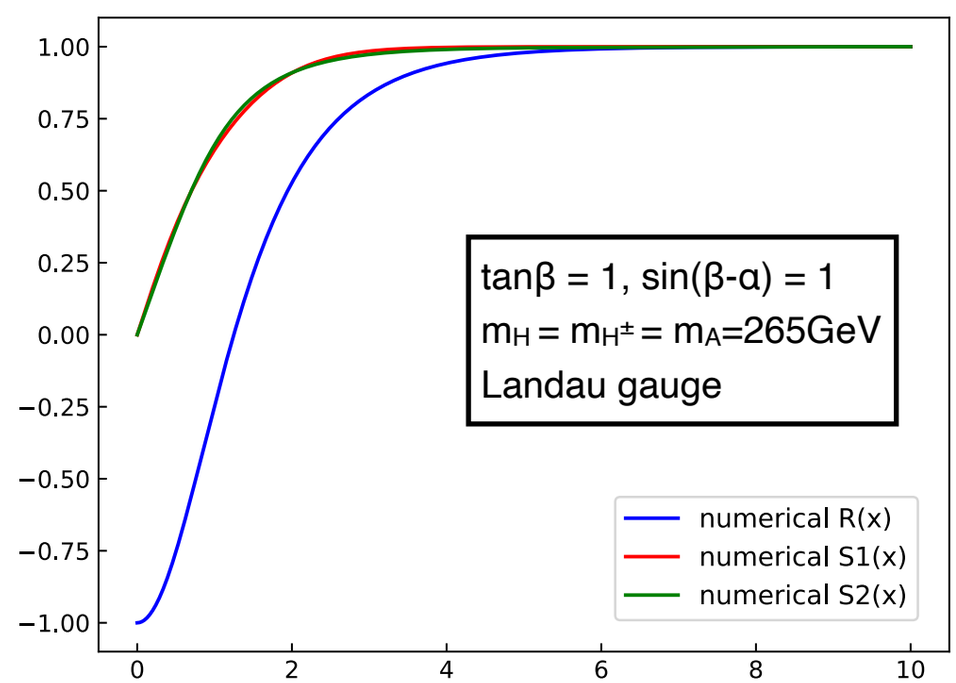
・パラメータ: $m_{H^\pm},\ m_A,\ m_H,\ m_h,\ v_0,\ \tan\beta,\ M^2 = m_3^2/(\sin\beta\cos\beta),\ \sin(\beta-\alpha)$

・2HDMにおけるスファレロンのansatz $\vec{\xi} = \frac{1}{2} g v(T) \vec{r}, \quad v(T) = \sqrt{v_1(T)^2 + v_2(T)^2}$

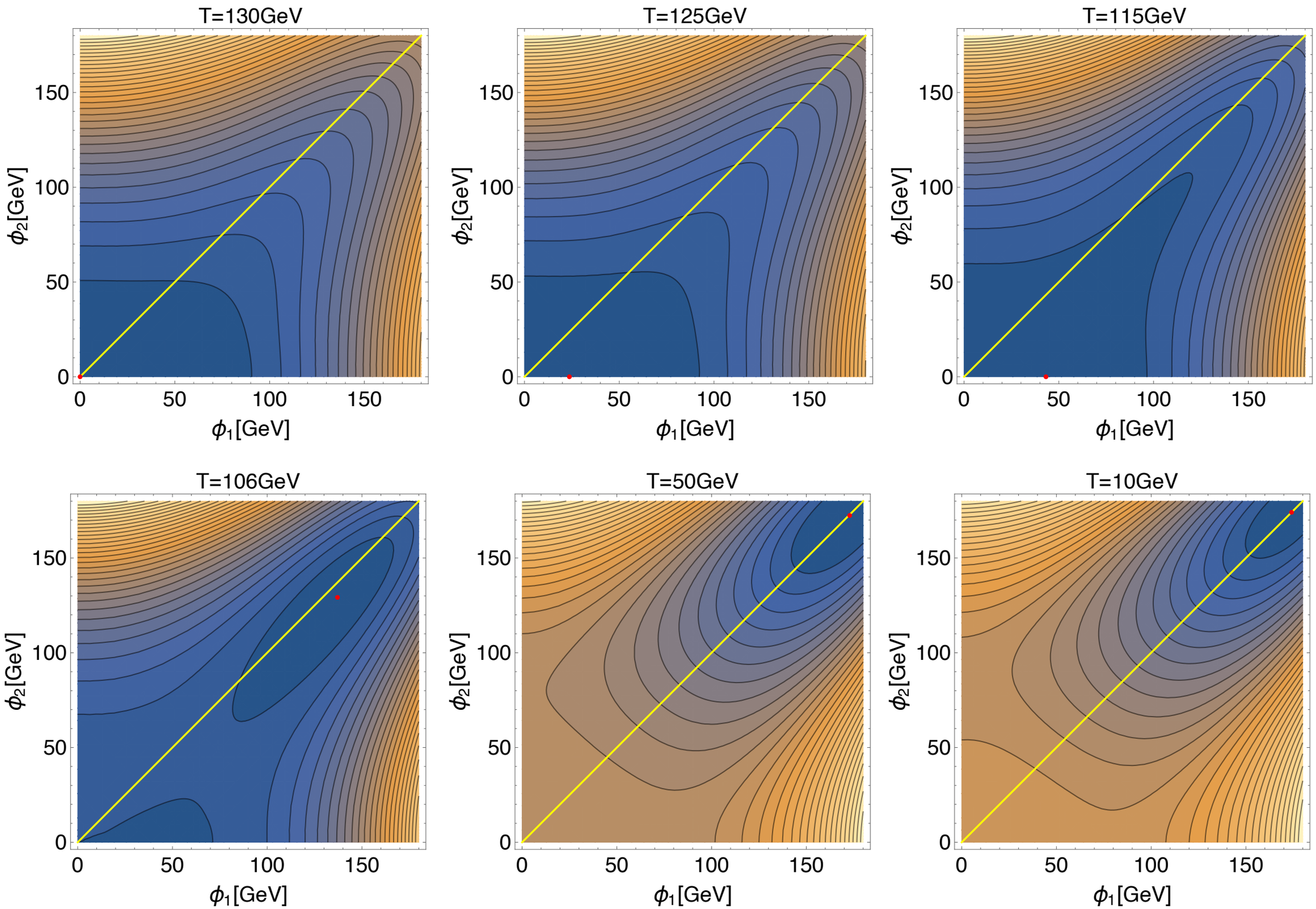
$$W_i^a(\vec{\xi}) = \frac{g v(T)}{2} \epsilon^{aij} n_j \frac{1 - R(\xi)}{\xi}$$

$$\Phi_1(\vec{\xi}) = \frac{v_1(T)}{\sqrt{2}} S_1(\xi) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Phi_2(\vec{\xi}) = \frac{v_2(T)}{\sqrt{2}} S_2(\xi) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

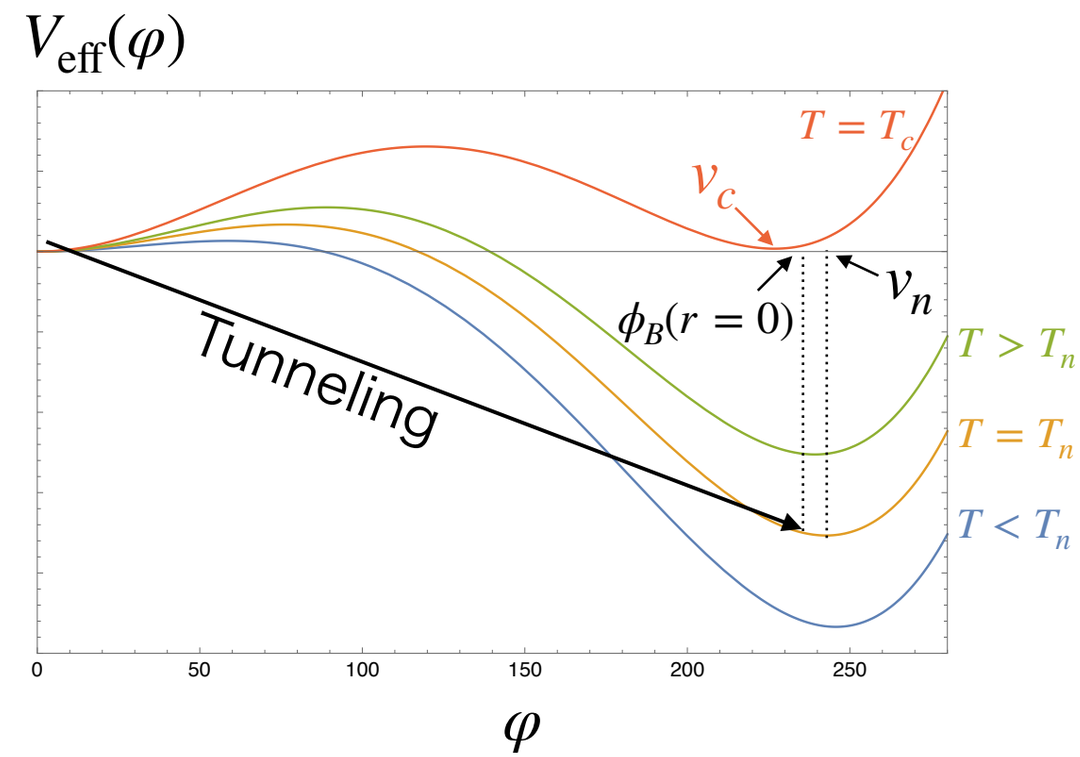


2HDMにおける電弱相転移



電弱相転移のダイナミクス

・電弱一次相転移：真空泡の生成と膨張で進行



・泡の核生成率 [Linde, Nucl. Phys. B216 (1982)]

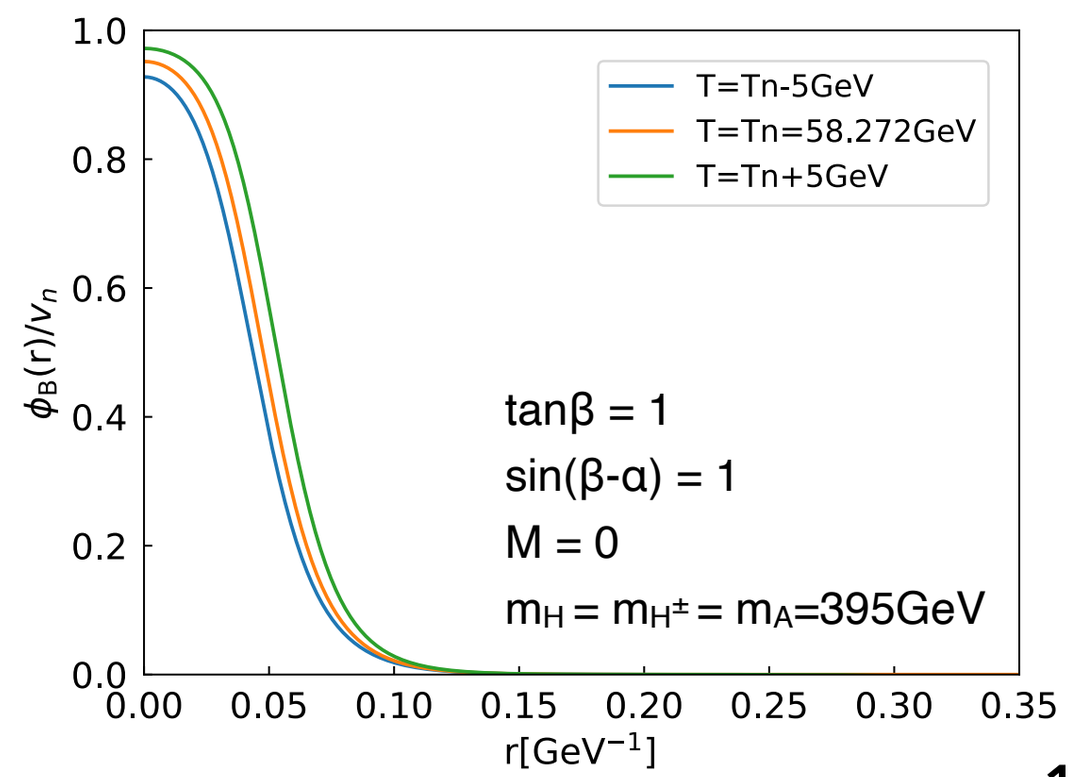
$$\Gamma_{\rm bubble}(T) \simeq T^4 \left(\frac{S_3(T)}{2\pi T}\right)^{3/2} \exp\left[-\frac{S_3(T)}{T}\right]$$

$S_3(T)$: 臨界泡 $\phi_B(r)$ の自由エネルギー

・nucleation temperatureの定義

$$\Gamma_{\rm bubble}(T_n) H(T_n)^{-3} = H(T_n) \quad \Rightarrow \quad \frac{S_3(T_n)}{T_n} < 150$$

$H(T)$: ハッブルパラメータ



$\phi_B(r=0) \neq v_n$は電弱バリオン数生成の実現可能性に影響するのか？

拡張ヒッグスモデルにおけるスファレロン脱結合条件

② スカラー一重項場をN個追加した繰り込み可能なモデル

マルチダブレット模型の
相転移を有効的に記述

$$V_0(\Phi, \vec{S}) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda\left(\Phi^\dagger\Phi\right)^2 + \frac{\mu_S^2}{2}|\vec{S}|^2 + \frac{\lambda_S}{4}|\vec{S}|^4 + \frac{\lambda_{\Phi S}}{2}\Phi^\dagger\Phi|\vec{S}|^2$$

$$\vec{S} = \left(S_1, S_2, \cdots, S_N\right), \quad \mu_S^2 > 0, \quad M_S(v)^2 = \mu_S^2 + \frac{\lambda_{\Phi S}}{2}v^2$$

$$\frac{\Delta\lambda_{hhh}^{O(N)}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}} \simeq \frac{Nm_S^4}{12\pi^2 v^2 m_h^2}\left(1 - \frac{\mu_S^2}{m_S^2}\right)^3$$

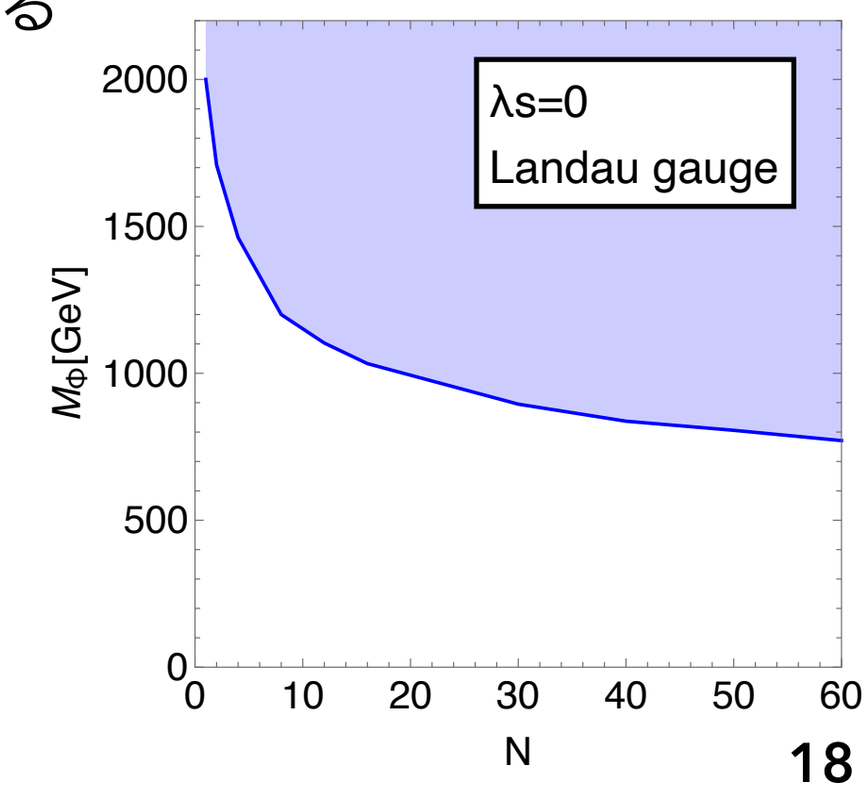
有効場の理論とconsistent [Grojean et al. : PRD71 (2005)]

Decoupling極限($\mu_S^2 \gg 1$)では, スファレロン脱結合条件が$\Delta\lambda_{hhh}^{O(N)}/\lambda_{hhh}^{\rm SM} > 100\,\%$を要求

⇒ 脱結合条件とUnitarityの交点が解析的に概算できる

$$m_S^2 < \frac{16\pi v^4}{3m_h^2\sqrt{N}} = \frac{(1984\text{GeV})^2}{\sqrt{N}}$$

解析方法(Gauge)	N=1	N=4	N=8
数値計算(Landau)	2002 GeV	1462 GeV	1200 GeV
数値計算(Feynman)	1990 GeV	1418 GeV	1176 GeV
解析的計算	1984 GeV	1402 GeV	1180 GeV



繰り込み可能なスカラー一重項場を含むモデル

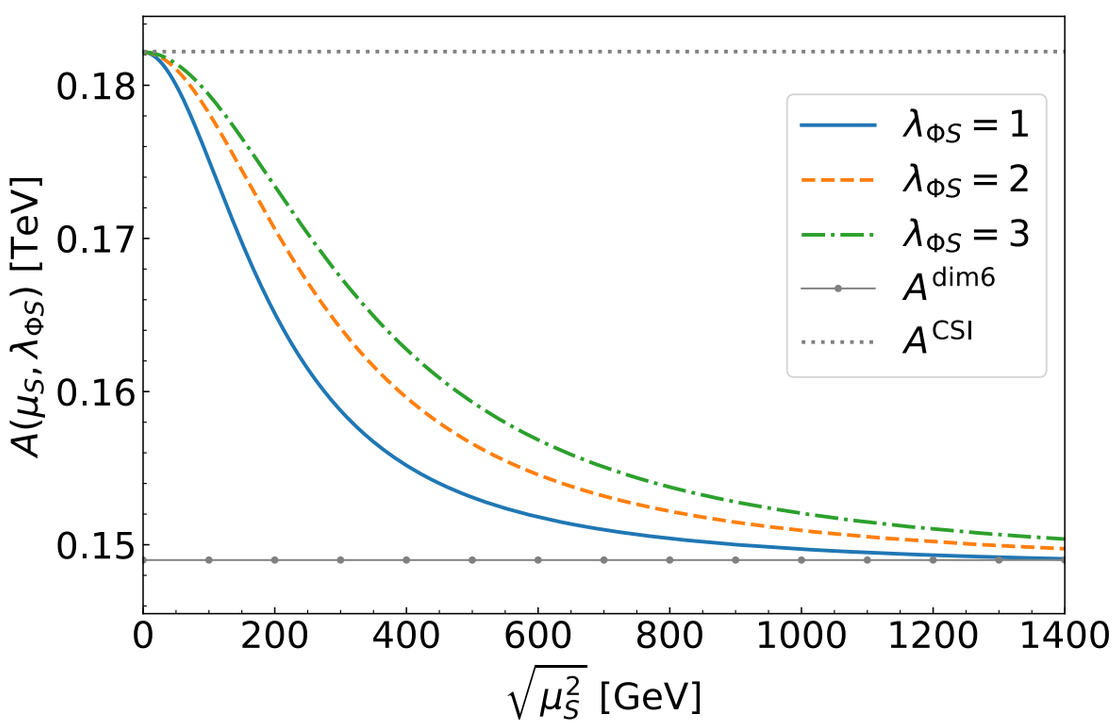
・ヒッグスポテンシャル(tree)　$\vec{S} = (S_1, S_2, \cdots, S_N), \quad \mu_S^2 > 0, \quad M_S(v)^2 = \mu_S^2 + \lambda_{\Phi S} v^2$

$$V_0(\Phi, \vec{S}) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda \left(\Phi^\dagger \Phi\right)^2 + \frac{\mu_S^2}{2} |\vec{S}|^2 + \frac{\lambda_S}{4} |\vec{S}|^4 + \lambda_{\Phi S} \Phi^\dagger \Phi |\vec{S}|^2$$

・1ループ効果を含む有効ポテンシャルで$E_{\rm sph}$を評価　[Coleman, Weinberg.: PRD7 (1973)]

$$\boxed{\Delta E_{\rm sph}^{N\rm scalar} = -A\left(\mu_S^2, \lambda_{\Phi S}\right) \frac{\Delta \lambda_{hhh}^{N\rm scalar}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}}}$$

$$\frac{\Delta \lambda_{hhh}^{N\rm scalar}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}} = \frac{N M_S^4}{12\pi^2 m_h^2 v^2} \left(1 - \frac{\mu_S^2}{M_S^2}\right)^3$$



係数Aはモデルの間で対応関係がある

$$A(\mu_S^2, \lambda_{\Phi S}) \to \begin{cases} A^{\rm dim6} & (\mu_S^2 \gg v^2) \\ A^{\rm CSI} & (\mu_S^2 \to 0) \end{cases}$$

Eg) Non-decouplingの場合 $(\mu_S^2 = 0)$

$$\frac{\Delta \lambda_{hhh}^{N\rm scalar}}{\lambda_{hhh}^{\rm SM}} = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta E_{\rm sph}^{N\rm scalar}}{E_{\rm sph}^{\rm SM}} = -1.2\,\%$$