

Nota sobre Unidades

Consideremos a Lei de Coulomb. No SI escreve-se:

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \quad (0.1)$$

No SI o Coulomb é uma unidade fundamental. Este sistema é útil para aplicações mas não é o mais conveniente para a Física.

Notemos as dimensões das seguintes constantes fundamentais:

$$\begin{aligned} [c] &= LT^{-1} \\ [\hbar] &= ET \end{aligned} \quad (0.2)$$

Onde o E significa **energia**. Da eq. (0.1) é fácil ver que:

$$\left[\frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \right] = EL \quad (0.3)$$

Ou seja esta combinação tem as dimensões de $c\hbar$. Na verdade, para a carga de um electrão, unidade básica de carga da qual todas as cargas são múltiplos, temos:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c\hbar} = \alpha \simeq \frac{1}{137} \quad (0.4)$$

A constante adimensional α chama-se constante de estrutura fina.

Não existe nenhuma necessidade de introduzir o Coulomb como unidade fundamental.

No sistema de unidades de Gauss a eq. (0.1) escreve-se simplesmente:

$$|\vec{F}| = \frac{qq'}{r^2} \quad (0.5)$$

É fácil ver que, neste sistema, as dimensões da carga eléctrica são:

$$[q] = (EL)^{1/2} \quad (0.6)$$

Certamente que o leitor já notou que, ao contrário do que é usual em que as unidades básicas são L, T e M eu estou a substituir a massa por energia. Talvez não seja uma boa opção para as aplicações práticas mas é útil para a Física. Com efeito, o sistema de unidades mais conveniente para a Física de Partículas escolhe as constantes fundamentais (0.2) como tendo o valor 1. Ao fazer $c=1$ estamos a dizer que a unidade de tempo é a mesma do que a de comprimento, isto é vamos medir tempo em metros. Quando escolhemos $\hbar=1$ estamos a

dizer que a energia tem as dimensões de um inverso de um tempo e portanto de um inverso de um comprimento.

Em resumo temos:

$$\begin{aligned} [t] &= L \\ [E] &= L^{-1} \end{aligned} \quad (0.7)$$

Neste sistema de unidades, a que vou chamar fundamental, a eq. (0.6) mostra que a carga eléctrica é um número sem dimensões.

Exercícios:

1 - Mostre que no sistema fundamental as dimensões das diferentes grandezas são as seguintes:

$$\begin{aligned} [M] &= L^{-1} \\ [\vec{E}] &= [\vec{B}] = L^{-2} \\ [A^0] &= [\vec{A}] = L^{-1} \end{aligned} \quad (0.8)$$

A^0 e \vec{A} designam o potencial escalar e o potencial vector, respectivamente e \vec{E} e \vec{B} os campos eléctrico e magnético.

2 – Neste sistema de unidades, todas as grandezas se exprimem como múltiplos de uma unidade. Usámos uma unidade de comprimento, o metro ou melhor o fermi que é 10^{-15} do metro. Também poderíamos usar uma unidade de energia, por exemplo o MeV. Se fizermos esta opção em que unidades viria expresso um comprimento?

3 - Mostre que a razão entre o módulo da Força gravítica e o módulo da força de Coulomb entre dois prótons é dado por:

$$\left| \vec{F}_G \right| / \left| \vec{F}_C \right| = \frac{Gc^{-4}}{\alpha hc} (mc^2)^2 \quad (0.9)$$

em que

$$\begin{aligned} Gc^{-4} &= 6.7 \times 10^{-39} \text{ hcGeV}^{-2} \\ hc &= 197.32 \text{ MeV} \cdot \text{fm} \\ mc^2 &\approx 1 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (0.10)$$