

Characterization of Realistic Intersecting D-branes Models by Machine Learning

石黒 奎弥 (総研大 一貫制博士4年), 共同研究者: 大塚 啓 (九大理)

research in progress

目的

- ◆ 標準模型を含む有効理論を超弦理論(10次元理論)から得られるか？
- ◆ 1つの手法として, 交差D-ブレーン模型
 - 標準模型のゲージ群を持つ模型を構築
 - ただし自由度は莫大 → 統計的な取り扱い; 具体的模型の構築は難しい
F. Gmeiner, R. Blumenhagen, G. Honecker, D. Lust and T. Weigand (2005, 2006)
 - では, 構築には何が必要? 標準模型を再現するD-ブレーン模型の共通項とは?
- ◆ 交差D-ブレーン模型の構成要素: 背景多様体や, サイクルの幾何
 - 得られる模型をデータとして, 機械学習を用いて現実的模型に必要な条件を探索
 - 現実的な交差D-ブレーン模型の特徴づけ → 効率的な現象論的研究が可能に

交差D-ブレーン模型

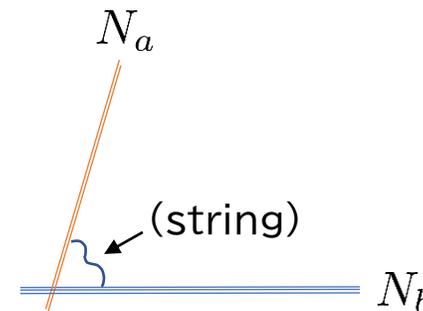
◆ D_p -ブレーン

- 開弦がその上に端を持つ, 空間 p 次元の物体, 電荷を持つ

◆ N 枚の D_p -ブレーンは一般に, $U(N)$ ゲージ群を導く

◆ 交差 D_6 -ブレーン模型 (IIA型超弦理論)

- 余剰6次元空間で交差する2つの D_6 -ブレーン系(N_a, N_b 枚)は, その交差部分に局在化する4次元カイラルフェルミオンを導く (表現は, (N_a, \bar{N}_b))
- 世代数は2つの D_6 -ブレーン系が巻くサイクル間の交差(交叉)数 I_{ab}
- 標準模型を含むゲージ群を持つ模型を構築



$T^6 / (Z_2 \times Z_2 \times \Omega\mathcal{R})$ 上の交差D6-ブレーン模型 (1)

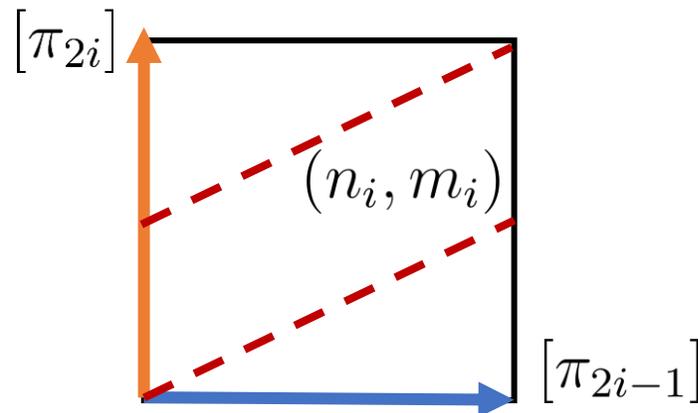
◆ $T^6 / (Z_2 \times Z_2 \times \Omega\mathcal{R})$

- $T^6 = T^2 \times T^2 \times T^2$ トーラスに以下の対称性を課した多様体:

$$\theta : (z_1, z_2, z_3) \rightarrow (-z_1, -z_2, z_3), \quad \omega : (z_1, z_2, z_3) \rightarrow (z_1, -z_2, -z_3).$$

$$\Omega\mathcal{R} : (z_1, z_2, z_3) \rightarrow (-z_1, -z_2, -z_3)$$

- 6次元トーラス上のサイクル: 2次元トーラス上の1-サイクルの組み合わせ
 i -th torus



6次元トーラス上の3-サイクル

$$[\Pi_a^T] = \bigotimes_{i=1}^3 (n_i^a [\pi_{2i-1}] + m_i^a [\pi_{2i}])$$

$T^6 / (Z_2 \times Z_2 \times \Omega\mathcal{R})$ 上の交差D6-ブレーン模型 (2)

- ◆ 3-サイクルの基底 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ では

$$[\Pi_a^T] = \hat{X}_a \hat{\alpha} + \hat{Y}_a \hat{\beta} \quad \left(\vec{A}\vec{B} \equiv \sum_{I=0}^4 \vec{A}^I \vec{B}^I \right)$$

with $\hat{X}^0 = n_1 n_2 n_3, \hat{X}^i = -n_i m_j m_k, \hat{Y}^i = -m_i n_j n_k, \hat{Y}^0 = m_1 m_2 m_3$

- ただし a は N_a 枚の D_6 -ブレーン系を指す; ゲージ群の種類

- ◆ O_6 -ブレーンのサイクルも考慮し, 関係する交叉数は

$$I_{ab}^O = (\hat{X}_a \hat{Y}_b - \hat{Y}_a \hat{X}_b), \quad I_{aa'}^O = -(\hat{X}_a \hat{Y}_a + \hat{Y}_a \hat{X}_a),$$
$$I_{aO6}^O = -2^2 \sum_I \hat{Y}_a^I.$$

$T^6 / (Z_2 \times Z_2 \times \Omega\mathcal{R})$ 上の交差D6-ブレーン模型 (3)

◆ 模型に関連するパラメター

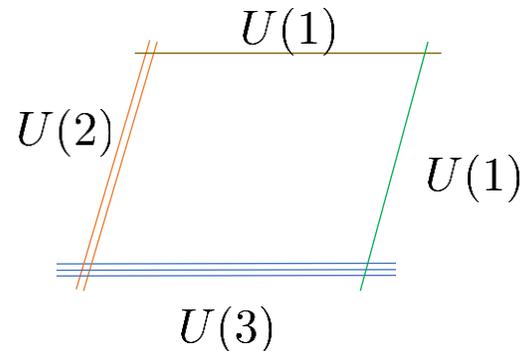
- 複素構造モジュライ: $U_I = (1, U_1, U_2, U_3)$... トーラスの「形」
- 3-サイクルの向き: \hat{X}_a^I, \hat{Y}_a^I
- D_6 -ブレーンの数: N_a

例: $U(3) \times U(2) \times U(1) \times U(1) \times (\text{Hidden})$ on 6d torus with $U_I = (1, U_1, U_2, U_3)$

$a = 1, 2, 3, 4, (\text{hidden})$

$N_1 = 3, N_2 = 2, N_3 = N_4 = 1$

$$\underline{[\Pi_a^T]} = \hat{X}_a \hat{\alpha} + \hat{Y}_a \hat{\beta}$$



下線部に大きな自由度が残る



「**ストリング・ランドスケープ**」

具体的な模型の例

- ◆ 本研究では、文献で既に考案されていた4つの模型について考える(2つを引用):

F. Gmeiner, R. Blumenhagen, G. Honecker, D. Lust and T. Weigand (2006)

| particle | | mult. |
|--|---|-----------------------------------|
| $U(3)_a \times Sp(2)_b \times U(1)_c \times U(1)_d$ with $Q_Y^{(S)}$ | | |
| Q_L | $(\mathbf{3}, \mathbf{2})_{0,0}$ | I_{ab} |
| u_R | $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{-1,0} + (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{0,-1}$ | $I_{a'c} + I_{a'd}$ |
| d_R | $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{1,0} + (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{0,1}$ | $I_{a'c'} + I_{a'd'}$ |
| d_R | $(\bar{\mathbf{3}}_A, \mathbf{1})_{0,0}$ | $\frac{1}{2} (I_{aa'} + I_{a06})$ |
| L | $(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{-1,0} + (\mathbf{1}, \mathbf{2})_{0,-1}$ | $I_{bc} + I_{bd}$ |
| e_R | $(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{2,0}$ | $\frac{1}{2} (I_{cc'} - I_{c06})$ |
| e_R | $(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{0,2}$ | $\frac{1}{2} (I_{dd'} - I_{d06})$ |
| e_R | $(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{1,1}$ | $I_{cd'}$ |

$$\left(Q_Y^{(S)} = \frac{1}{6} Q_a + \frac{1}{2} Q_c + \frac{1}{2} Q_d \right)$$

| $U(3)_a \times U(2)_b \times U(1)_c \times U(1)_d$ with $Q_Y^{(S)}$ | | |
|---|---|-----------------------------------|
| Q_L | $(\mathbf{3}, \bar{\mathbf{2}})_{0,0}$ | I_{ab} |
| Q_L | $(\mathbf{3}, \mathbf{2})_{0,0}$ | $I_{ab'}$ |
| u_R | $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{-1,0} + (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{0,-1}$ | $I_{a'c} + I_{a'd}$ |
| d_R | $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{1,0} + (\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1})_{0,1}$ | $I_{a'c'} + I_{a'd'}$ |
| d_R | $(\bar{\mathbf{3}}_A, \mathbf{1})_{0,0}$ | $\frac{1}{2} (I_{aa'} + I_{a0})$ |
| L | $(\mathbf{1}, \mathbf{2})_{-1,0} + (\mathbf{1}, \mathbf{2})_{0,-1}$ | $I_{bc} + I_{bd}$ |
| L | $(\mathbf{1}, \bar{\mathbf{2}})_{-1,0} + (\mathbf{1}, \bar{\mathbf{2}})_{0,-1}$ | $I_{b'c} + I_{b'd}$ |
| e_R | $(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{2,0}$ | $\frac{1}{2} (I_{cc'} - I_{c06})$ |
| e_R | $(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{0,2}$ | $\frac{1}{2} (I_{dd'} - I_{d06})$ |
| e_R | $(\mathbf{1}, \mathbf{1})_{1,1}$ | $I_{cd'}$ |

ランドスケープ探索

◆ パラメーターの条件

- SUSY (sLag) 条件

$$\vec{\hat{Y}}_a \vec{F}(U) = 0, \vec{\hat{X}}_a \vec{U} > 0$$

- タドポール電荷相殺条件(TCC)

$$\sum_a N_a \hat{X}_a^I = 8$$

- K-theory条件

$$\sum_a N_a \hat{Y}_a^I \equiv 0 \pmod{2}$$

- massless $U(1)_Y$ 条件

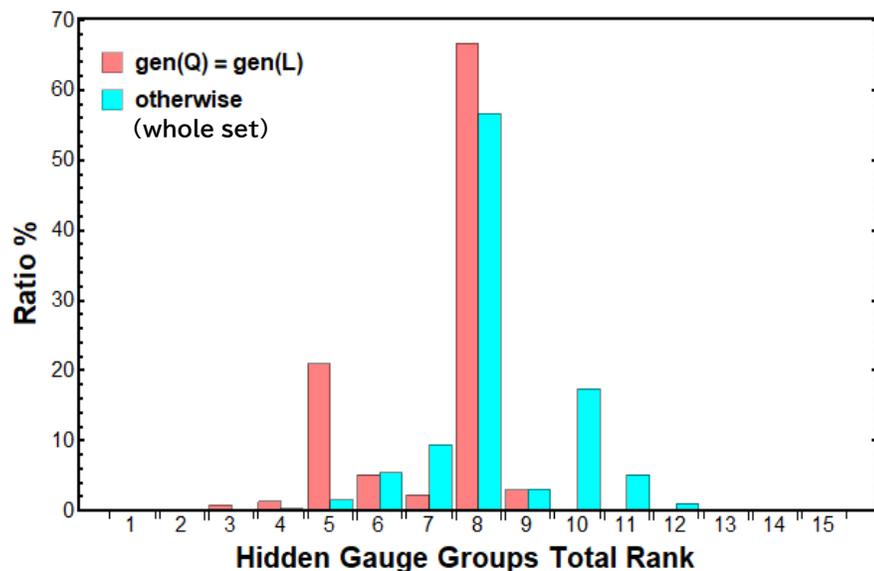
◆ 複素構造モジュライの範囲: $|\vec{U}| \equiv \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2} \leq 12$: 計算上の限界

◆ 上記条件を満たす可能なD-ブレーン系を全てサーチ

- 結果, 4模型の内3模型で, 計 36,162個 の解を得た. (ただし, 内3世代は0個.)

探索の結果

- ◆ 具体的なモデルを満たし、クォーク、レプトンの世代数が一致するモデル: 36,162個
- ◆ 比較のため、世代数が必ずしも一致しない集合を同じ複素構造モジュールの範囲で探索
 - 総計 4.6×10^6 個のデータ



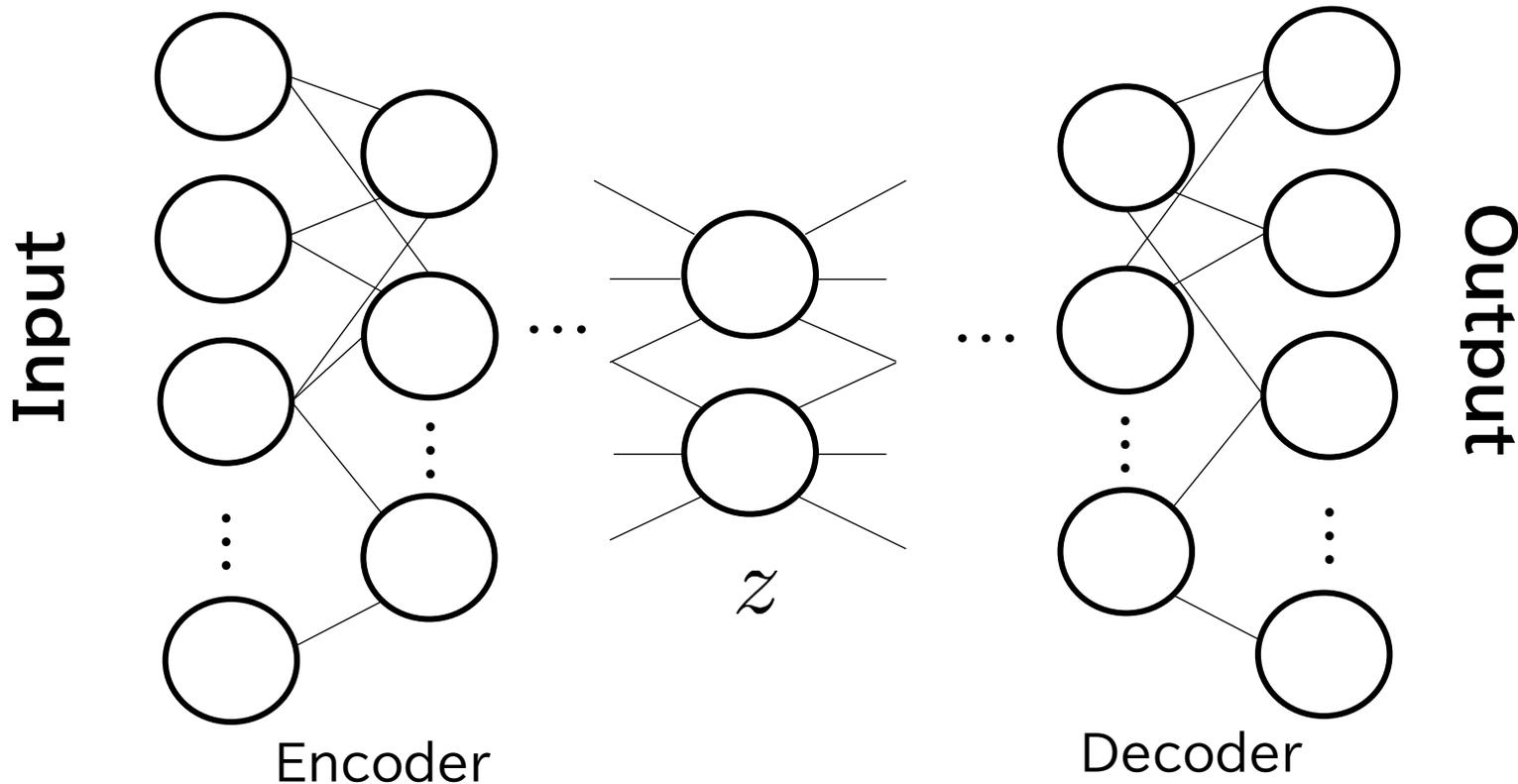
全体的な傾向として、例えば

- Hiddenセクターのゲージ群のランク
 - 現象論的モデルはより低いランクを好む
 - ランク5にピークが存在
 - 実際にはランク8未満の1%程度のみが現象論的モデル
 - 低ランク領域を探索しても効率的とは言えない

オートエンコーダーによる学習

◆ オートエンコーダー

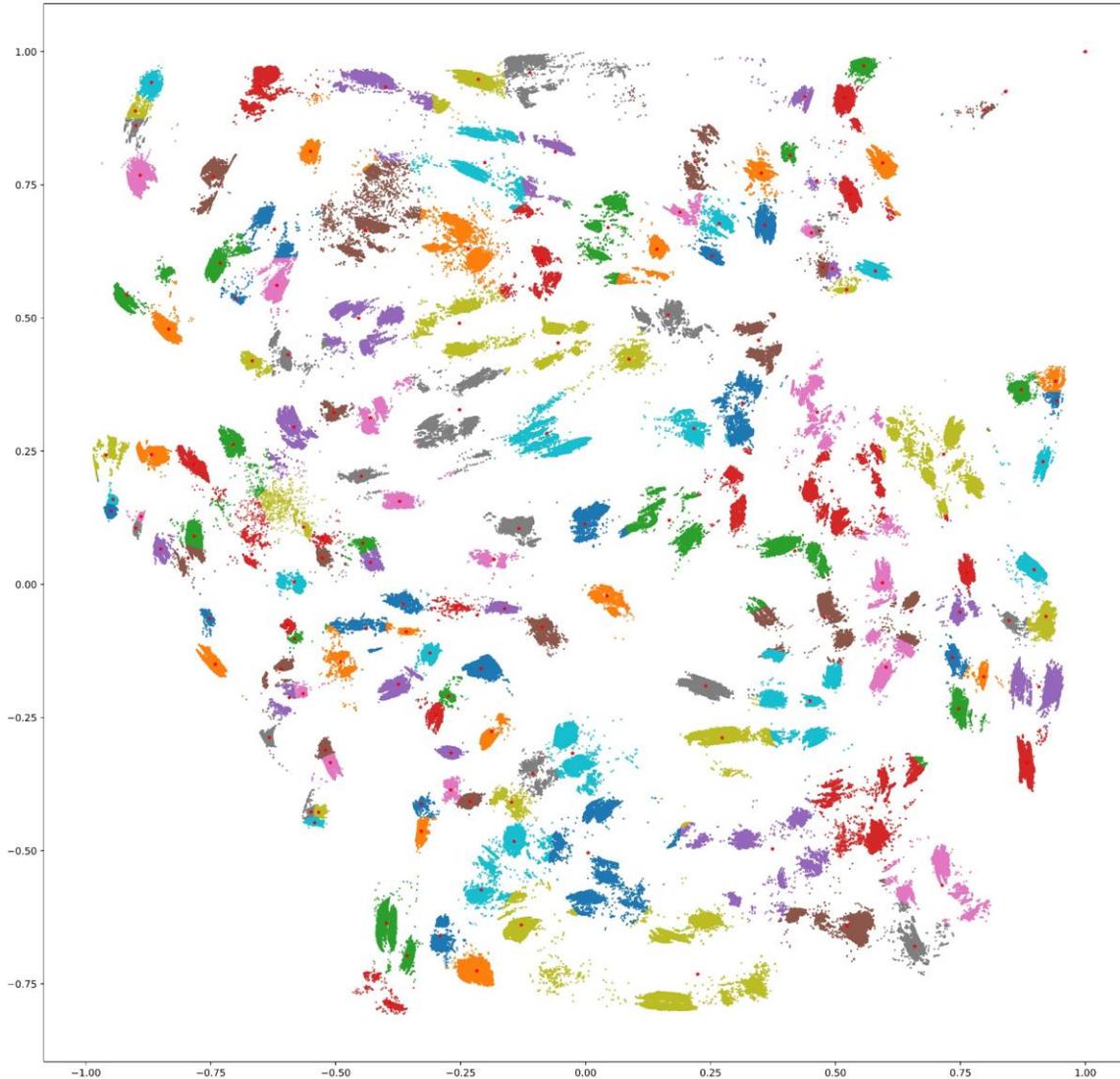
- 中間層では入力データの次元削減.
- 訓練されたオートエンコーダーの中間層は, 入力データの特徴を抽出すると期待.



損失関数: 平均二乗誤差

| レイヤー層 | | |
|-------|-----|-------|
| No. | 次元 | 活性化関数 |
| 1 | 121 | seLU |
| 2 | 88 | seLU |
| 3 | 55 | seLU |
| 4 | 22 | seLU |
| 5 | 11 | seLU |
| 6 | 6 | seLU |
| 7 | 2 | seLU |

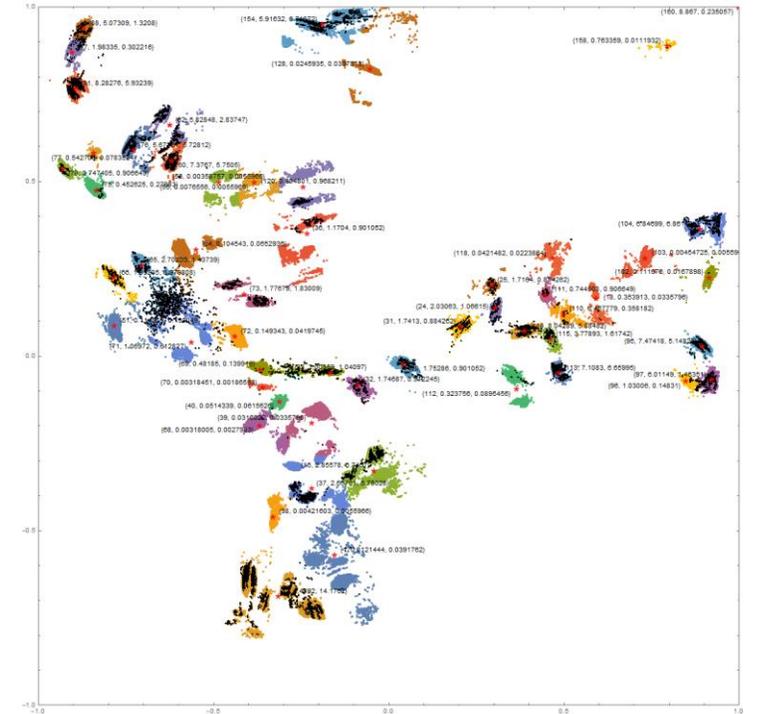
クラスタリング



$k = 160$, Kmeans

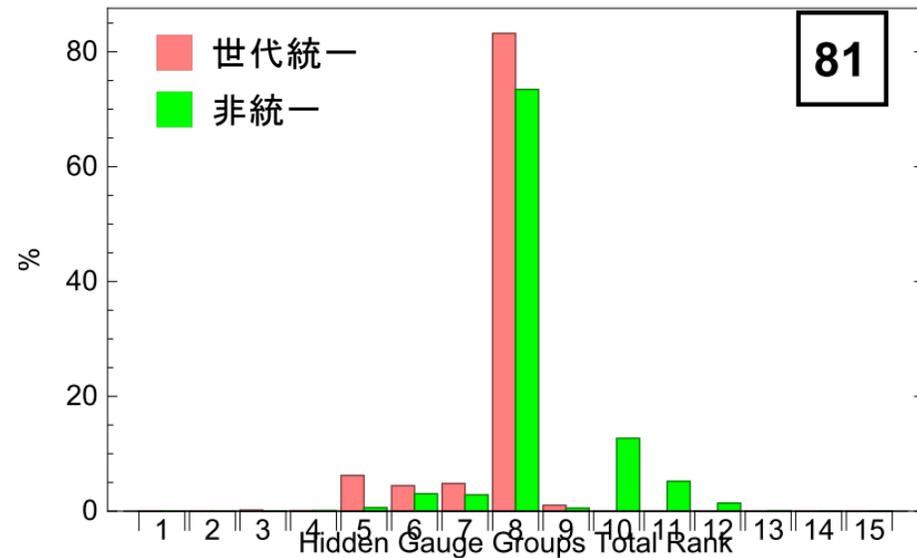
◆ 160クラスターに分類

- 現象論的モデルは内36モデルに集中
- 各クラスターを特徴づける量は？



クラスターの特徴づけ(進展中)

- ◆ クラスター毎の現象論的モデルの最大含有率: 8.3%
- 1%台の探索よりは有望; 当該クラスターの特徴を超弦理論に課したい
- 単純な特徴づけ; hiddenセクターのランク8が好まれる
 - 全体で160クラスター存在; ランク8を好むクラスターは多数.



より非自明な特徴づけの可能性?

- D-ブレーン系の持つ電荷
- 背景トーラスの形

目下検討中, しかし160種類を単独の量は持たない

- 諸量ごとの分布の差異(e.g., KL divergence)を総合的に評価して特徴づけ

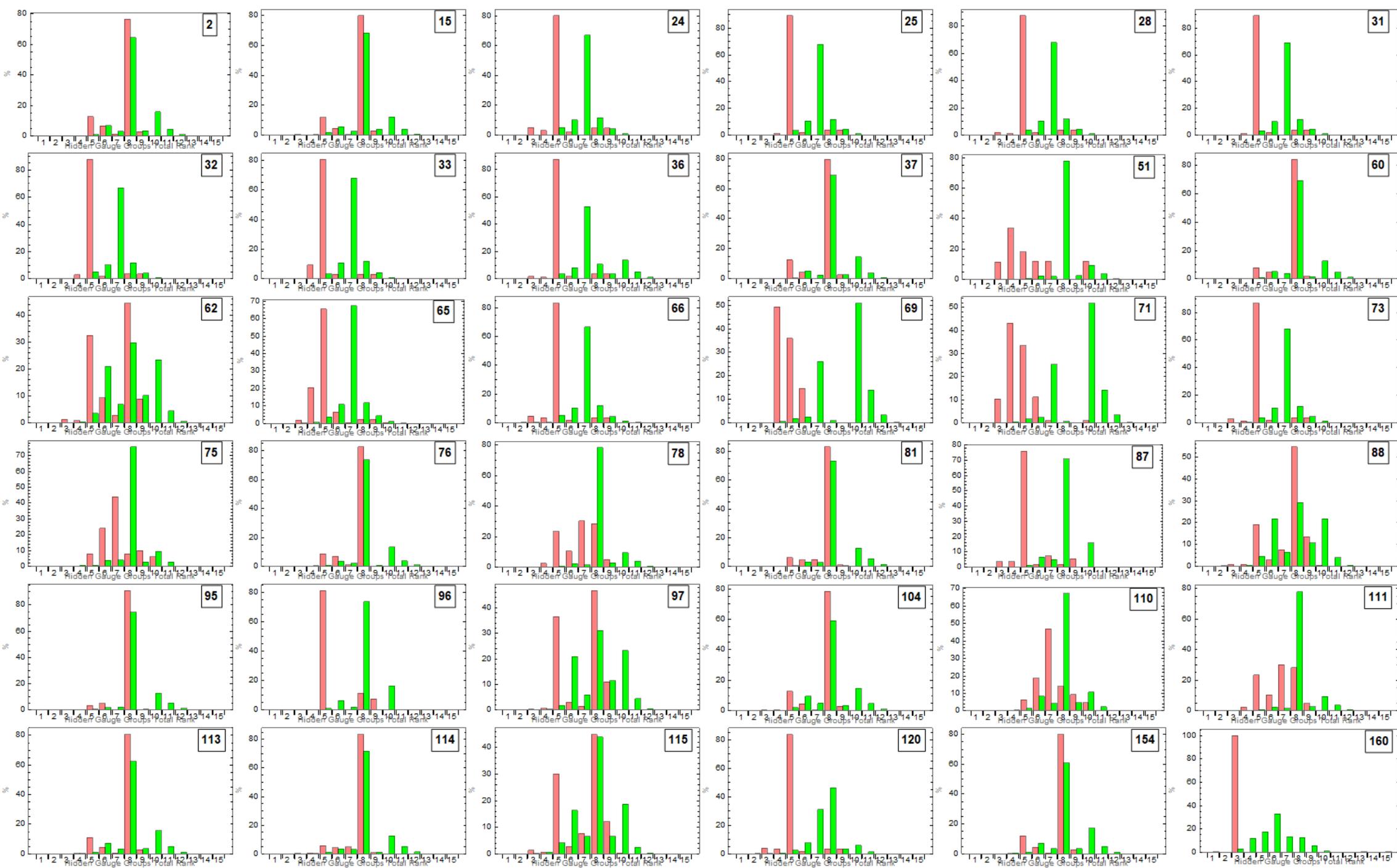
結論と今後の展望

- ◆ $T^6 / (Z_2 \times Z_2 \times \Omega\mathcal{R})$ 上の IIA 交差 D_6 -ブレーン模型において,
 - 提案されていた模型を満たす解, ゲージ群のみを含む解を構成した.
 - 全体としては現象論的模型は非常に少ない.
 - 中間層でエンコードされたデータは, 模型を満たす解がクラスター化していることが示唆された.
 - 特定のクラスターには, 比較的多くの現象論的模型が存在.
 - しかし, クラスター間の差異の特徴づけは非自明.
 - 今後は, クラスター毎の諸量の分布を網羅し, 各分布の差異を総計してクラスターの特徴づけを行う.
 - 得られた条件を超弦理論に改めて課し, より広いランドスケープを探索する.

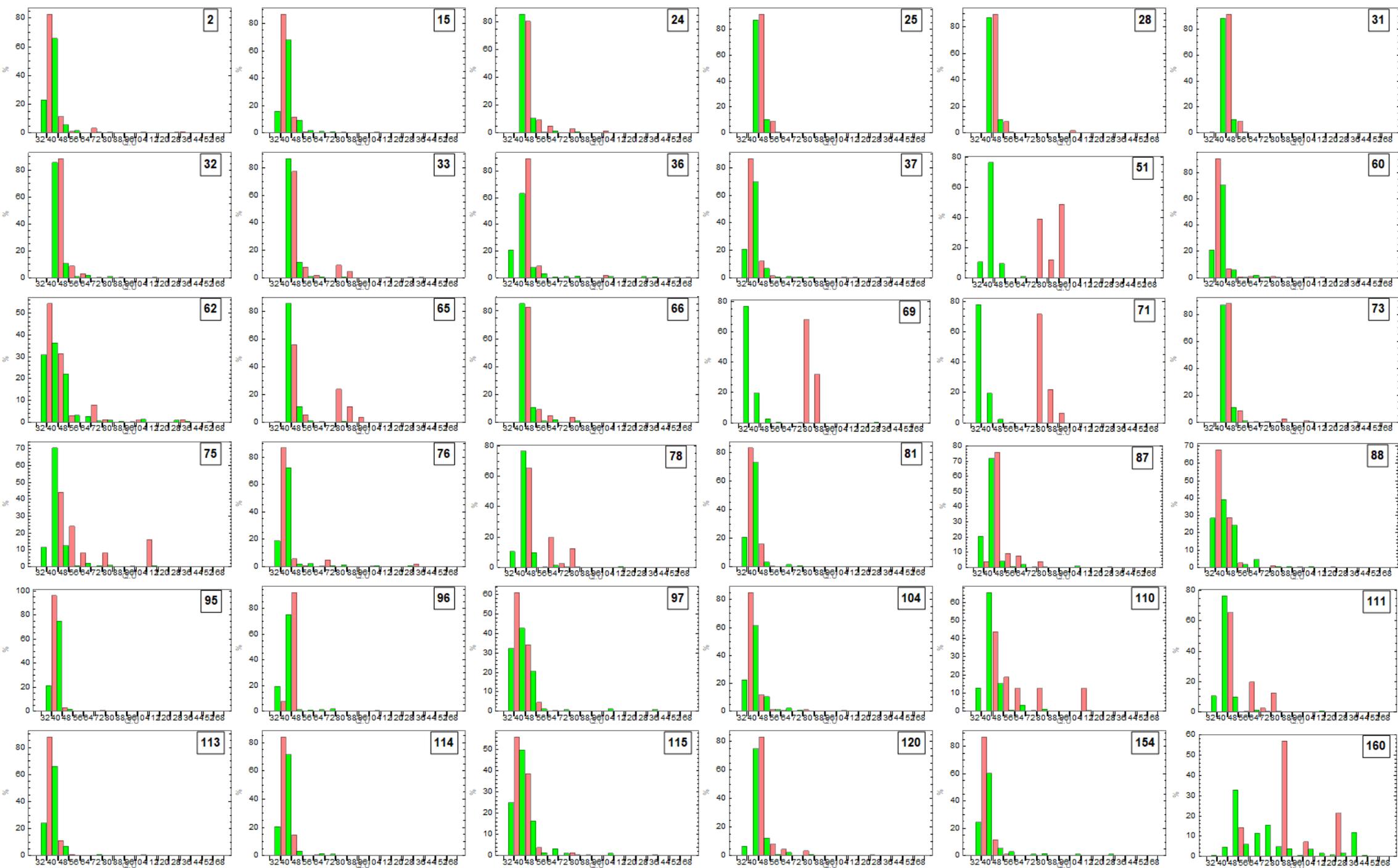
Appendix

学習の詳細

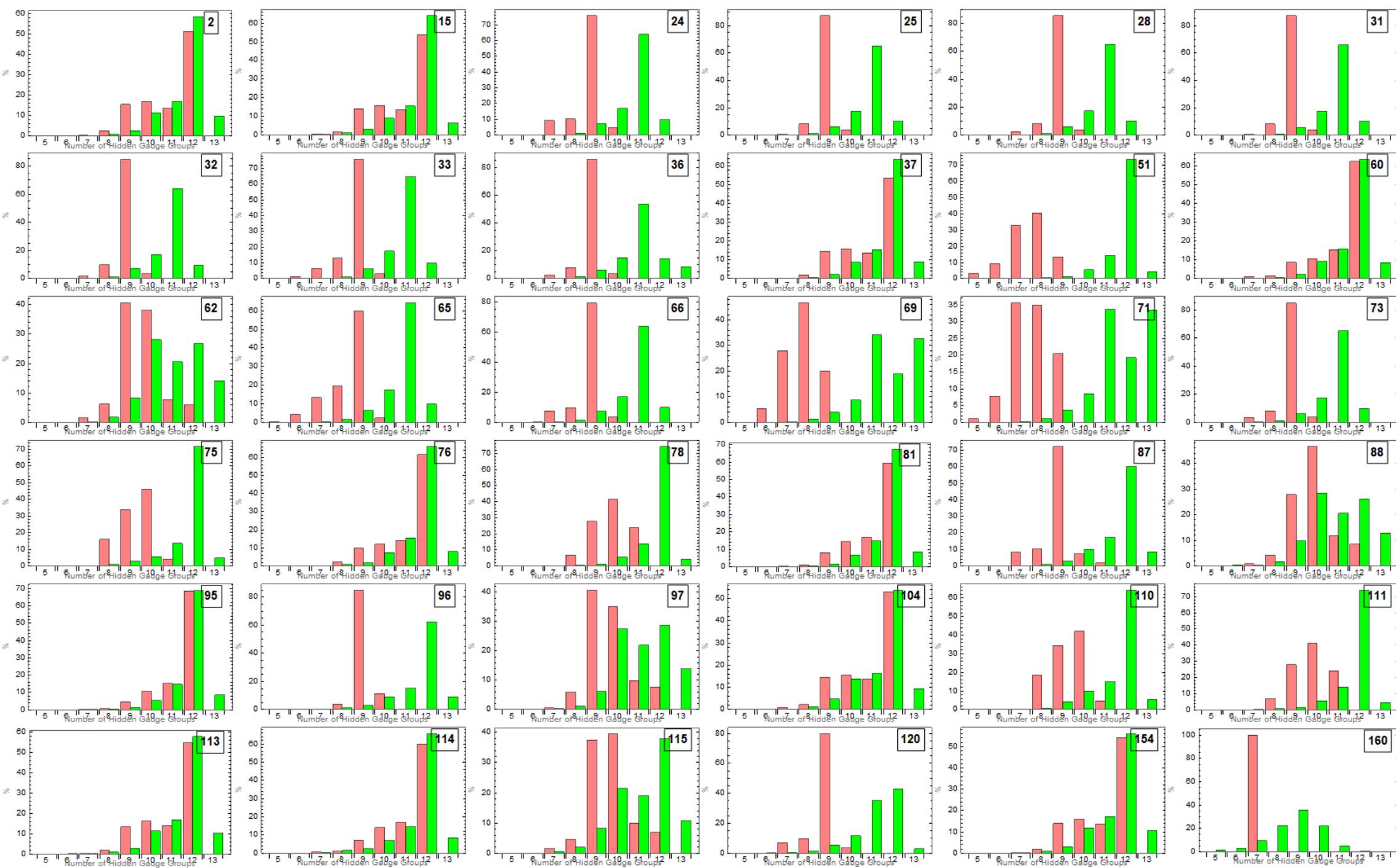
- ◆ 具体的なモデルを満たし、クォーク、レプトンの世代数が一致するもの: 36,162個
- ◆ 比較のため、世代数が必ずしも一致しないものを同じ複素構造モジュライの範囲で探索
 - 結果, 4.6×10^6 個のデータを得た.
- ◆ データの整形: ((X, Y)のリスト, ブレーン枚数のリスト, 複素構造モジュライの値)
 - 最も hidden セクターを含め枚数が多かったものに揃えた.
 - 結果, 121次元のデータとなった.
- ◆ データの正規化
 - 3-サイクルの要素(X, Y) は, 背景にある1-サイクル(n, m)が単位ベクトルとなるように.
 - 枚数は全データの中での最大値で割る.
 - 複素構造モジュライは, (U_1, U_2, U_3) が単位ベクトルとなるようにした.
 - 結果, 正規化済みデータの値域は $-1 \sim 1$.



■ 世代統一
■ 非統一



■ 世代統一
■ 非統一



■ 世代統一
■ 非統一