

レプトン数の時間発展と マヨラナタイプ位相

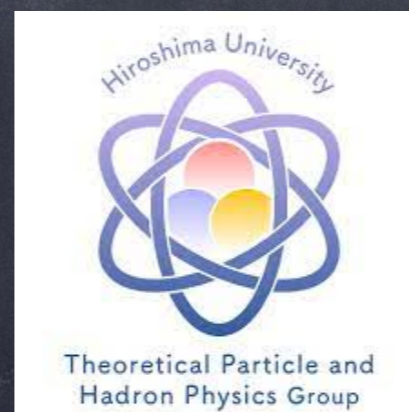
清水 勇介 (広島大学)

2023年2月19日

Kagoshima Workshop on Particles,
Fields and Strings 2023@サンプラザ天文館

共同研究者：ニコラス ベンワ、河村優太、河野早紀、両角卓也、山本恵

arXiv:2212.00142



概要

§1. 導入

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

§2. レプトンの世代数

- マヨラナニュートリノの場合
- ディラックニュートリノの場合

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

§4. まとめと課題（展望）

概要

§1. 導入

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

§2. レプトンの世代数


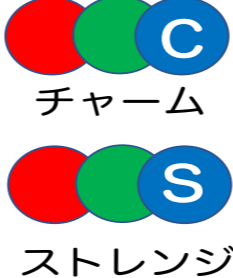
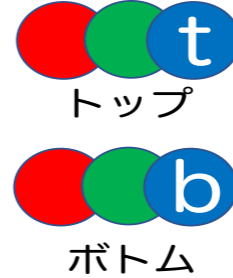
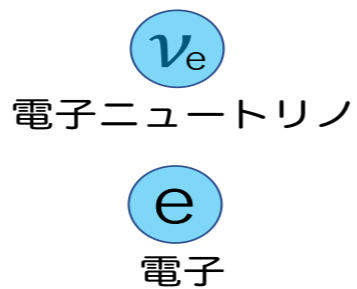
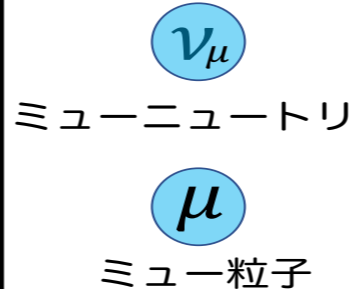
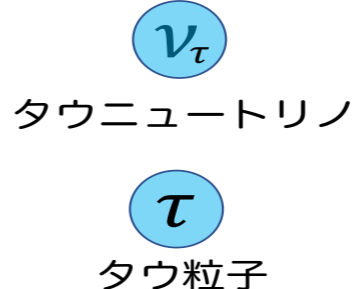
- マヨラナニュートリノの場合
- ディラックニュートリノの場合

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

§4. まとめと課題（展望）

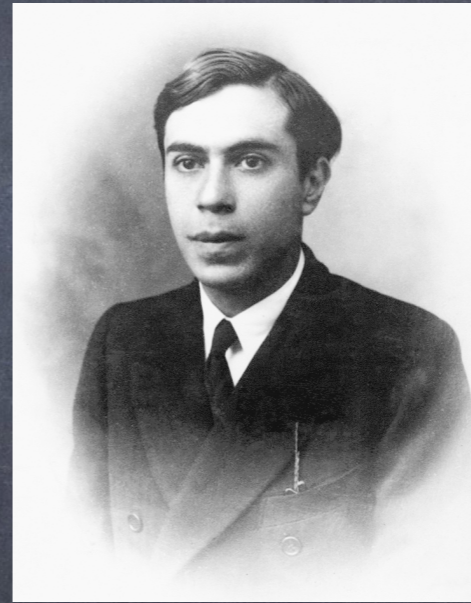
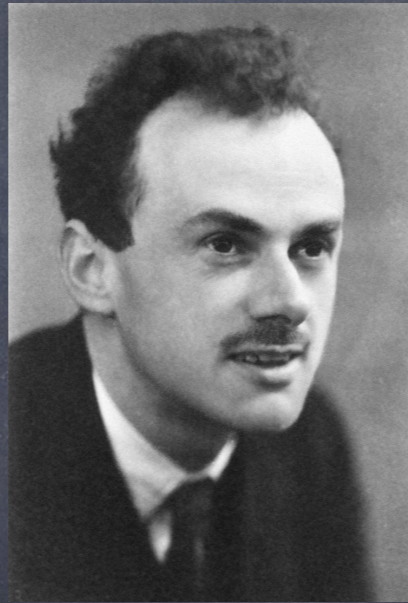
§1. 導入

- 素粒子標準模型は2012年のヒッグス粒子の発見により完成したが、ニュートリノ振動実験の結果、ニュートリノには質量があるなどまだ問題点も残っている
- ニュートリノの質量階層性と質量の大きさがまだ分かっていない

	第一世代	第二世代	第三世代
クォーク	 アップ ダウン	 チャーム ストレンジ	 トップ ボトム
レプトン	 電子ニュートリノ 電子	 ミューニュートリノ ミュー粒子	 タウニュートリノ タウ粒子

§1. 導入

- ニュートリノ振動現象により、ニュートリノには小さいが質量があり大きな世代混合があることが分かった
- ニュートリノはディラック粒子かマヨラナ粒子かをまだ分かっていない



本発表

マヨラナ質量項がレプトン数の破れの原因？

レプトン数の時間発展を調べることにより、マヨラナ位相やニュートリノの質量を決めることができるのではないか？

概要

§1. 導入

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

§2. レプトンの世代数

- マヨラナニュートリノの場合
- ディラックニュートリノの場合

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

§4. まとめと課題（展望）

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

- ニュートリノのフレーバー、質量固有状態と時間発展

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha j} |\nu_j\rangle, \quad |\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i U_{\alpha j} |\nu_j\rangle e^{-iE_j t}$$

- 2世代の場合を考える (世代混合角 θ)

$$|\nu_e(t)\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle e^{-iE_1 t} + \sin\theta |\nu_2\rangle e^{-iE_2 t}$$

$$|\nu_\mu(t)\rangle = -\sin\theta |\nu_1\rangle e^{-iE_1 t} + \cos\theta |\nu_2\rangle e^{-iE_2 t}$$

- $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ の遷移確率

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu; t) = |\langle \nu_\mu | \nu_e(t) \rangle|^2 = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{E_2 - E_1}{2} t$$

$$\simeq \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2 L}{4E}, \quad \Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$$

$$E_j = \sqrt{p^2 + m_j^2} \simeq p + \frac{m_j^2}{2E}$$



- ニュートリノの質量二乗差

$$\Delta m_{\text{sol}}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2, \quad |\Delta m_{\text{atm}}^2| \equiv |m_3^2 - m_2^2|.$$

- ニュートリノの質量階層性

- 順階層性 (NH) $\rightarrow m_1 < m_2 < m_3$

- 逆階層性 (IH) $\rightarrow m_3 < m_1 < m_2$

- 準縮退型 (QD) $\rightarrow m_1 \sim m_2 \sim m_3$

- レプトンの世代混合行列 (PMNS行列)

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix}$$

- ニュートリノの質量二乗差

$$\Delta m_{\text{sol}}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2, \quad |\Delta m_{\text{atm}}^2| \equiv |m_3^2 - m_2^2|.$$

- ニュートリノの質量階層性

- 順階層性 (NH) $\rightarrow m_1 < m_2 < m_3$
- 逆階層性 (IH) $\rightarrow m_3 < m_1 < m_2$
- 準縮退型 (QD) $\rightarrow m_1 \sim m_2 \sim m_3$

- レプトンの世代混合行列 (PMNS行列)

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{i\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

PDG2022

- δ_{CP} : ディラック位相、 η_1, η_2 : マヨラナ位相

- ニュートリノの質量二乗差

$$\Delta m_{\text{sol}}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2, \quad |\Delta m_{\text{atm}}^2| \equiv |m_3^2 - m_2^2|.$$

- ニュートリノの質量階層性

- 順階層性 (NH) $\rightarrow m_1 < m_2 < m_3$
- 逆階層性 (IH) $\rightarrow m_3 < m_1 < m_2$
- 準縮退型 (QD) $\rightarrow m_1 \sim m_2 \sim m_3$

- レプトンの世代混合行列 (PMNS行列)

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{\text{CP}}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{\text{CP}}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\alpha_{21}}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\frac{\alpha_{31}}{2}} \end{pmatrix}$$

- δ_{CP} : ディラック位相、 $\frac{\alpha_{21}}{2}, \frac{\alpha_{31}}{2}$: マヨラナ位相

概要

§1. 導入

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

§2. レプトンの世代数

- マヨラナニュートリノの場合
- ディラックニュートリノの場合

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

§4. まとめと課題（展望）

§2. レプトンの世代数

- 標準模型ではレプトンの世代数は保存している

$$L_e$$

$$L_\mu$$

$$L_\tau$$

- ニュートリノ振動により世代数は破れている

- 巨視的な距離における現象 S.M. Bilenky and C. Giunti (2001)

- ニュートリノの運動量が小さい時のレプトンの世代数の時間発展

A. S. Adam, Nicholas J. Benoit, Y. Kawamura, Y. Matsuo, T. Morozumi,
Y. S., Y. Tokunaga and N. Toyota, PTEP 2021, (2021)

§2. レプトンの世代数

- 標準模型のSU(2)_L 2重項のニュートリノの世代数を考える
 - Heisenberg表示におけるレプトンの世代数の定義

$$L_{\alpha}^M(t) = \int d^3\mathbf{x} : \bar{\nu}_{\alpha}(t, \mathbf{x}) P_L \gamma^0 \nu_{\alpha}(t, \mathbf{x}) :$$

$$\alpha = e, \mu, \tau; \quad P_L = (1 - \gamma^5)/2$$

$$\nu_L(t, \mathbf{x}) = \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2|\mathbf{p}|} (a(\mathbf{p}) e^{-i|\mathbf{p}|t + i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} u_L(\mathbf{p}) + b^{\dagger}(\mathbf{p}) e^{i|\mathbf{p}|t - i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} v_L(\mathbf{p}))$$

- レプトン数の時間発展を追うため、生成消滅演算子の時間発展を考える

概要

§1. 導入

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

§2. レプトンの世代数

- マヨラナニュートリノの場合
- ディラックニュートリノの場合

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

§4. まとめと課題（展望）

- マヨラナニュートリノの場合：運動方程式に従う

$$i\partial\nu_{L\alpha} - m_{\alpha\beta}^*(\nu_{L\beta})^C = 0$$

$$\mathcal{L}^M = \overline{\nu_{L\alpha}} i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_{L\alpha} - \left(\frac{m_{\alpha\beta}}{2} \overline{(\nu_{L\alpha})^C} \nu_{L\beta} + \text{h.c.} \right)$$

- 運動方程式を得場合、初期条件が必要になる

$$\nu_{L\alpha}(t=0, \mathbf{x}) = \int' \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2|\mathbf{p}|} (a_\alpha(\mathbf{p}) u_L(\mathbf{p}) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} + b_\alpha^\dagger(\mathbf{p}) v_L(\mathbf{p}) e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}})$$

- 初期のフレーバー演算子は次の反交換関係に従う

$$\left. \begin{array}{l} \{a_\alpha(\mathbf{p}), a_\beta^\dagger(\mathbf{q})\} \\ \{b_\alpha(\mathbf{p}), b_\beta^\dagger(\mathbf{q})\} \end{array} \right\} = 2|\mathbf{p}|(2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \delta_{\alpha\beta}$$

- マヨラナニュートリノの場合：運動方程式に従う

$$i\partial\nu_{L\alpha} - m_{\alpha\beta}^*(\nu_{L\beta})^C = 0$$

- マヨラナ質量の対角化

$$m_i\delta_{ij} = (V^T)_{i\alpha} m_{\alpha\beta} V_{\beta j},$$

$$\nu_{L\alpha} = V_{\alpha i}\nu_{Li}.$$

- 質量を持ったマヨラナニュートリノの定義： $\psi_i = \nu_{Li} + (\nu_{Li})^C$

$$\psi_{Li}(t, \mathbf{x}) = P_L \int' \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E_i} \sum_{\lambda=\pm} \left(a_{Mi}(\mathbf{p}, \lambda) u_i(\mathbf{p}, \lambda) e^{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - E_i t)} + a_{Mi}^\dagger(\mathbf{p}, \lambda) v_i(\mathbf{p}, \lambda) e^{-i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - E_i t)} \right)$$

- 質量を持った場の演算子は次の反交換関係に従う

$$\{a_{Mi}(\mathbf{p}, \lambda), a_{Mj}^\dagger(\mathbf{q}, \lambda')\} = 2E_i(\mathbf{p})(2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \delta_{ij} \delta_{\lambda\lambda'}$$

- 質量を持たないニュートリノと質量を持ったニュートリノの生成消滅演算子は異なっている

$$\left. \begin{array}{l} (a_\alpha(\mathbf{p}); a_\alpha^\dagger(\mathbf{p})) \\ (b_\alpha(\mathbf{p}); b_\alpha^\dagger(\mathbf{p})) \end{array} \right\} \neq (a_{Mi}(\mathbf{p}, \lambda); a_{Mi}^\dagger(\mathbf{p}, \lambda))$$

- 初期時刻で満たすべき条件：

$$\nu_{L\alpha}(t=0, \mathbf{x}) = U_{\alpha i} P_L \psi_i(t=0, \mathbf{x})$$

- 初期のフレーバー演算子と質量を持った場の演算子の関係：

$$\begin{aligned} a_\alpha(\pm\mathbf{p}) &= V_{\alpha i} \frac{\sqrt{2|\mathbf{p}|(E_i(\mathbf{p}) + |\mathbf{p}|)}}{2E_i(\mathbf{p})} \left(a_{Mi}(\pm\mathbf{p}, -) \pm \frac{im_i}{E_i(\mathbf{p}) + |\mathbf{p}|} a_{Mi}^\dagger(\mp\mathbf{p}, -) \right), \\ b_\alpha(\pm\mathbf{p}) &= V_{\alpha i} \frac{\sqrt{2|\mathbf{p}|(E_i(\mathbf{p}) + |\mathbf{p}|)}}{2E_i(\mathbf{p})} \left(a_{Mi}(\pm\mathbf{p}, +) \pm \frac{im_i}{E_i(\mathbf{p}) + |\mathbf{p}|} a_{Mi}^\dagger(\mp\mathbf{p}, +) \right) \end{aligned}$$

- 質量を持った場の演算子の時間発展を考える

$$a_{Mi}(\pm\mathbf{p}, \lambda)e^{-iE_i t}$$

- 全てフレーバー演算子で記述できた！！

$$a_\alpha(\pm\mathbf{p}, t) = \sum_{\beta=e}^{\tau} \sum_j \left(V_{\alpha j} V_{\beta j}^* \left[\cos E_j(\mathbf{p})t - i \frac{|\mathbf{p}|}{E_j(\mathbf{p})} \sin E_j(\mathbf{p})t \right] a_\beta(\pm\mathbf{p}) \mp V_{\alpha j} V_{\beta j} \frac{m_j}{E_j(\mathbf{p})} \sin[E_j(\mathbf{p})t] a_\beta^\dagger(\mp\mathbf{p}) \right),$$

$$b_\alpha(\pm\mathbf{p}, t) = \sum_{\gamma=e}^{\tau} \sum_j \left(V_{\alpha j}^* V_{\gamma j} \left[\cos E_j(\mathbf{p})t - i \frac{|\mathbf{p}|}{E_j(\mathbf{p})} \sin E_j(\mathbf{p})t \right] b_\gamma(\pm\mathbf{p}) \mp V_{\alpha j}^* V_{\gamma j} \frac{m_j}{E_j(\mathbf{p})} \sin[E_j(\mathbf{p})t] b_\gamma^\dagger(\mp\mathbf{p}) \right).$$

- あとはレプトン数を計算するだけ（複雑なので結果は省略）

$$L_\alpha^M(t) = \int d^3\mathbf{x} : \bar{\nu}_\alpha(t, \mathbf{x}) P_L \gamma^0 \nu_\alpha(t, \mathbf{x}) := \int' \frac{d^3p}{(2\pi)^3 |2\mathbf{p}|} (a_\alpha^\dagger(t, \mathbf{p}) a_\alpha(t, \mathbf{p}) - b_\alpha^\dagger(t, \mathbf{p}) b_\alpha(t, \mathbf{p})).$$

- 初期のフレーバー状態を用いたマヨラナの場合のレプトン数の期待値

$$|\mathbf{q}, \sigma\rangle = \frac{a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{q}) |0\rangle}{\sqrt{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(0) 2|\mathbf{q}|}}$$



$$\langle \mathbf{q}, \sigma | L_{\alpha}(t) | \mathbf{q}, \sigma \rangle = \frac{\langle 0 | a_{\sigma}(\mathbf{q}) L_{\alpha}(t) a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{q}) | 0 \rangle}{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(0) 2|\mathbf{q}|}$$

$$\begin{aligned} \langle \sigma(\mathbf{q}) | L_{\alpha}^M(t) | \sigma(\mathbf{q}) \rangle = \sum_{k,j} & \left[\text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\cos E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t + \frac{|\mathbf{q}|^2}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \right. \\ & - \text{Im} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\frac{|\mathbf{q}|}{E_k(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t - \frac{|\mathbf{q}|}{E_j(\mathbf{q})} \cos E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \\ & \left. - \text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k}^* U_{\alpha j} U_{\sigma j}) \frac{m_k m_j}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right], \end{aligned}$$

- 次のディラックの場合のためVをUに変えている

概要

§1. 導入

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

§2. レプトンの世代数

- マヨラナニュートリノの場合
- ディラックニュートリノの場合

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

§4. まとめと課題（展望）

- **ディラック質量**を持ったニュートリノの場合

$$\mathcal{L}^D = \overline{\nu_{L\alpha}} i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{L\alpha} + \overline{\nu_{R\alpha}} i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{R\alpha} - (\overline{\nu_{R\alpha}} m_{\alpha\beta} \nu_{L\beta} + \text{h.c.}).$$

$$\nu_{L\beta} = U_{\beta j} \nu_{Lj},$$

$$\nu_{R\alpha} = V_{\alpha i} \nu_{Ri},$$

$$(V^\dagger)_{i\alpha} m_{\alpha\beta} U_{\beta j} = m_i \delta_{ij}.$$

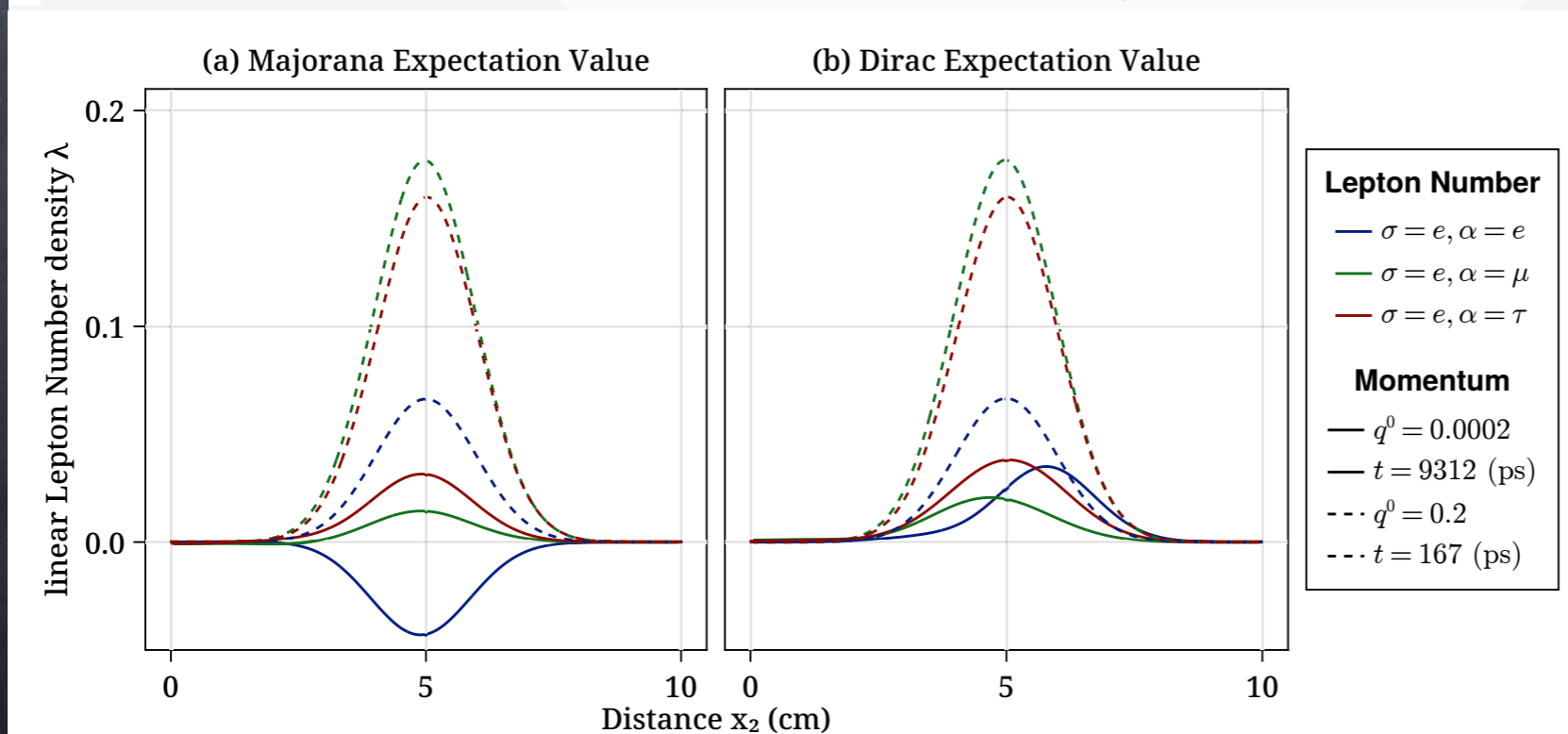
- マヨラナの場合と同様、**レプトン数の期待値**を求める

$$\langle \sigma_L(\mathbf{q}) | L_\alpha^D(t) | \sigma_L(\mathbf{q}) \rangle = \frac{\langle 0 | a_{L\sigma}(\mathbf{q}) L_\alpha^L(t) + L_\alpha^R(t) a_{L\sigma}^\dagger(\mathbf{q}) | 0 \rangle}{(2\pi)^3 \delta^{(3)}(0) 2|\mathbf{q}|}$$

$$\begin{aligned} \langle \sigma_L(\mathbf{q}) | L_\alpha^D(t) | \sigma_L(\mathbf{q}) \rangle = \sum_{k,j} \left[\text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\cos E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t + \frac{|\mathbf{q}|^2}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \right. \\ \left. - \text{Im} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\frac{|\mathbf{q}|}{E_k(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t - \frac{|\mathbf{q}|}{E_j(\mathbf{q})} \cos E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \right. \\ \left. + \text{Re} (V_{\alpha k} U_{\sigma k}^* V_{\alpha j}^* U_{\sigma j}) \frac{m_k m_j}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right] \end{aligned}$$

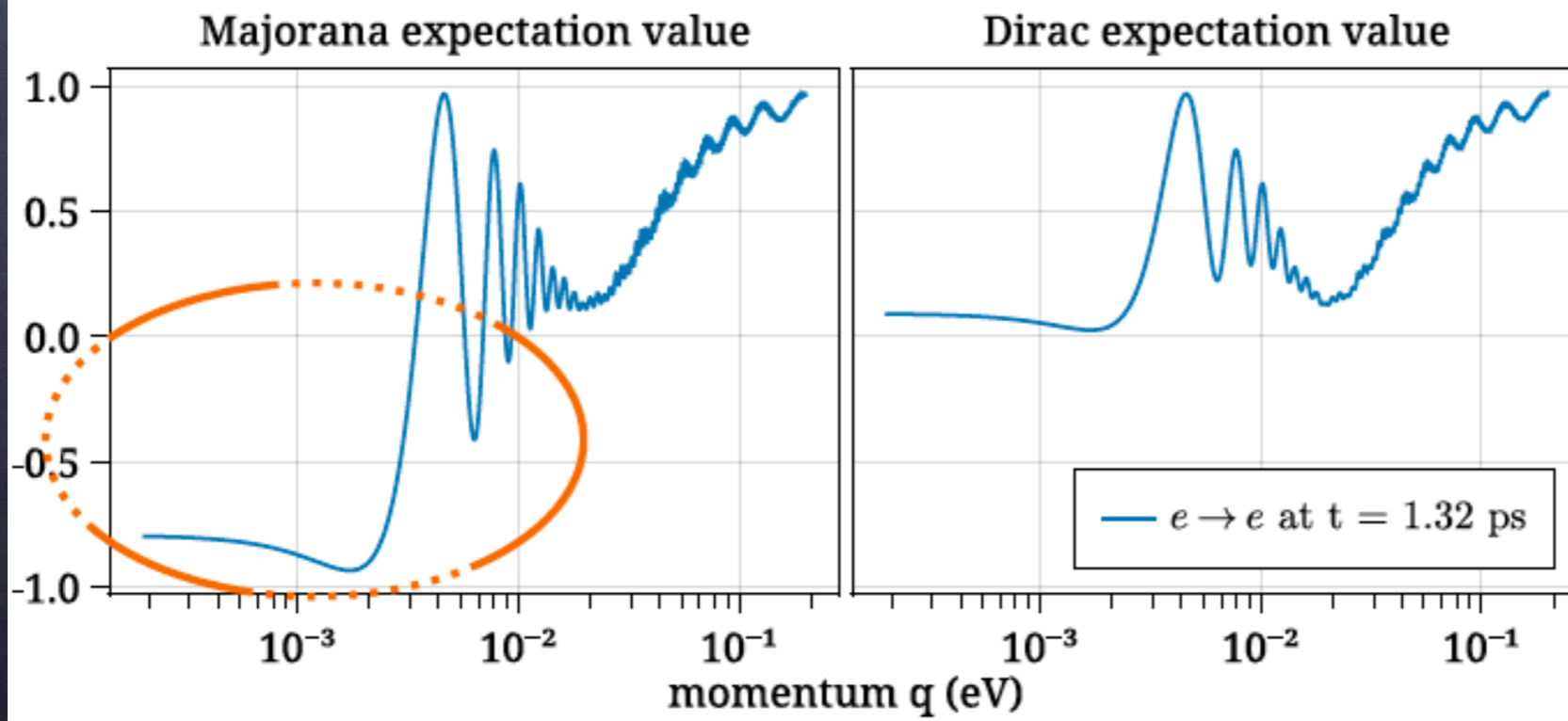
マヨラナとディラックの場合のレプトン数の時間発展の期待値の違い

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma(\mathbf{q}) | L_\alpha^M(t) | \sigma(\mathbf{q}) \rangle &= \sum_{k,j} \left[\text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\cos E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t + \frac{|\mathbf{q}|^2}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \right. \\
 &\quad - \text{Im} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\frac{|\mathbf{q}|}{E_k(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t - \frac{|\mathbf{q}|}{E_j(\mathbf{q})} \cos E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \\
 &\quad \left. \ominus \text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k}^* U_{\alpha j} U_{\sigma j}) \frac{m_k m_j}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right], \\
 \langle \sigma_L(\mathbf{q}) | L_\alpha^D(t) | \sigma_L(\mathbf{q}) \rangle &= \sum_{k,j} \left[\text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\cos E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t + \frac{|\mathbf{q}|^2}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \right. \\
 &\quad - \text{Im} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\frac{|\mathbf{q}|}{E_k(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t - \frac{|\mathbf{q}|}{E_j(\mathbf{q})} \cos E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \\
 &\quad \left. \oplus \text{Re} (V_{\alpha k} U_{\sigma k}^* V_{\alpha j}^* U_{\sigma j}) \frac{m_k m_j}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right]
 \end{aligned}$$



マヨラナとディラックの場合のレプトン数の時間発展の期待値の違い

$$\begin{aligned}
 \langle \sigma(\mathbf{q}) | L_{\alpha}^M(t) | \sigma(\mathbf{q}) \rangle &= \sum_{k,j} \left[\text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\cos E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t + \frac{|\mathbf{q}|^2}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \right. \\
 &\quad - \text{Im} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\frac{|\mathbf{q}|}{E_k(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t - \frac{|\mathbf{q}|}{E_j(\mathbf{q})} \cos E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \\
 &\quad \left. \ominus \text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k}^* U_{\alpha j} U_{\sigma j}) \frac{m_k m_j}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right], \\
 \langle \sigma_L(\mathbf{q}) | L_{\alpha}^D(t) | \sigma_L(\mathbf{q}) \rangle &= \sum_{k,j} \left[\text{Re} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\cos E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t + \frac{|\mathbf{q}|^2}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \right. \\
 &\quad - \text{Im} (U_{\alpha k}^* U_{\sigma k} U_{\alpha j} U_{\sigma j}^*) \left(\frac{|\mathbf{q}|}{E_k(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \cos E_j(\mathbf{q})t - \frac{|\mathbf{q}|}{E_j(\mathbf{q})} \cos E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right) \\
 &\quad \left. \oplus \text{Re} (V_{\alpha k} U_{\sigma k}^* V_{\alpha j}^* U_{\sigma j}) \frac{m_k m_j}{E_k(\mathbf{q})E_j(\mathbf{q})} \sin E_k(\mathbf{q})t \sin E_j(\mathbf{q})t \right]
 \end{aligned}$$



- NuFIT v.5.0のデータ
- $m_1=0.01$ eV (NH)
- マヨラナ位相はゼロ

- 全レプトン数：

$$\sum_{\alpha} L_{\alpha}(t) = L_e(t) + L_{\mu}(t) + L_{\tau}(t)$$

- ディラックの場合：全レプトン数は**保存**（期待値は**正**）

$$\sum_{\alpha} \langle \sigma_L(\mathbf{q}) | L_{\alpha}^D(t) | \sigma_L(\mathbf{q}) \rangle = 1$$

$$0 \leq \langle \sigma_L(\mathbf{q}) | L_{\alpha}^D(t) | \sigma_L(\mathbf{q}) \rangle \leq 1$$

- マヨラナの場合：全レプトン数は**破れている**（期待値は**負**になり得る）

$$\sum_{\alpha} \langle \sigma(\mathbf{q}) | L_{\alpha}^M(t) | \sigma(\mathbf{q}) \rangle = 1 - 2 \sum_i^3 |U_{\sigma i}|^2 \left(\frac{m_i}{E_i(\mathbf{q})} \right)^2 \sin^2(E_i(\mathbf{q})t)$$

$$-1 \leq \sum_i |U_{\sigma i}|^2 \frac{|\mathbf{q}|^2 - m_i^2}{|\mathbf{q}|^2 + m_i^2} \leq \sum_{\alpha} \langle \sigma(\mathbf{q}) | L_{\alpha}(t) | \sigma(\mathbf{q}) \rangle \leq 1$$

概要

§1. 導入

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

§2. レプトンの世代数

- マヨラナニュートリノの場合
- ディラックニュートリノの場合

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

§4. まとめと課題（展望）

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

- 荷電レプトンの位相変換

$$l_\alpha \rightarrow l'_\alpha = \exp(i\phi_\alpha)l_\alpha$$

- PMNS行列の位相変換

$$U_{\alpha i} \rightarrow \exp(i\phi_\alpha)U_{\alpha i}$$

- 物理量となるのはPMNS行列の2つの積： $U_{\alpha i}U_{\alpha j}^*$

(i, j)	(1, 2)	(2, 3)	(3, 1)
e	$U_{e1}U_{e2}^*$	$U_{e2}U_{e3}^*$	$U_{e3}U_{e1}^*$
μ	$U_{\mu1}U_{\mu2}^*$	$U_{\mu2}U_{\mu3}^*$	$U_{\mu3}U_{\mu1}^*$
τ	$U_{\tau1}U_{\tau2}^*$	$U_{\tau2}U_{\tau3}^*$	$U_{\tau3}U_{\tau1}^*$

- 物理量となるのはPMNS行列の2つの積：

$$U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* \quad (\text{独立な物理量は6つ})$$

(\mathbf{i}, \mathbf{j})	$(\mathbf{1}, \mathbf{2})$	$(\mathbf{2}, \mathbf{3})$	$(\mathbf{3}, \mathbf{1})$
e	$U_{e1} U_{e2}^*$	$U_{e2} U_{e3}^*$	$U_{e3} U_{e1}^*$
μ	$U_{\mu1} U_{\mu2}^*$	$U_{\mu2} U_{\mu3}^*$	$U_{\mu3} U_{\mu1}^*$
τ	$U_{\tau1} U_{\tau2}^*$	$U_{\tau2} U_{\tau3}^*$	$U_{\tau3} U_{\tau1}^*$

- マヨラナタイプ位相の導入

$$\begin{aligned} \beta_1 &\equiv \arg (U_{e1} U_{e2}^*), & \beta_2 &\equiv \arg (U_{\mu1} U_{\mu2}^*), & \beta_3 &\equiv \arg (U_{\tau1} U_{\tau2}^*), \\ \gamma_1 &\equiv \arg (U_{e1} U_{e3}^*), & \gamma_2 &\equiv \arg (U_{\mu1} U_{\mu3}^*), & \gamma_3 &\equiv \arg (U_{\tau1} U_{\tau3}^*). \end{aligned}$$

G. C. Branco and M. N. Rebelo, Phys. Rev. D79 (2009), 013001.

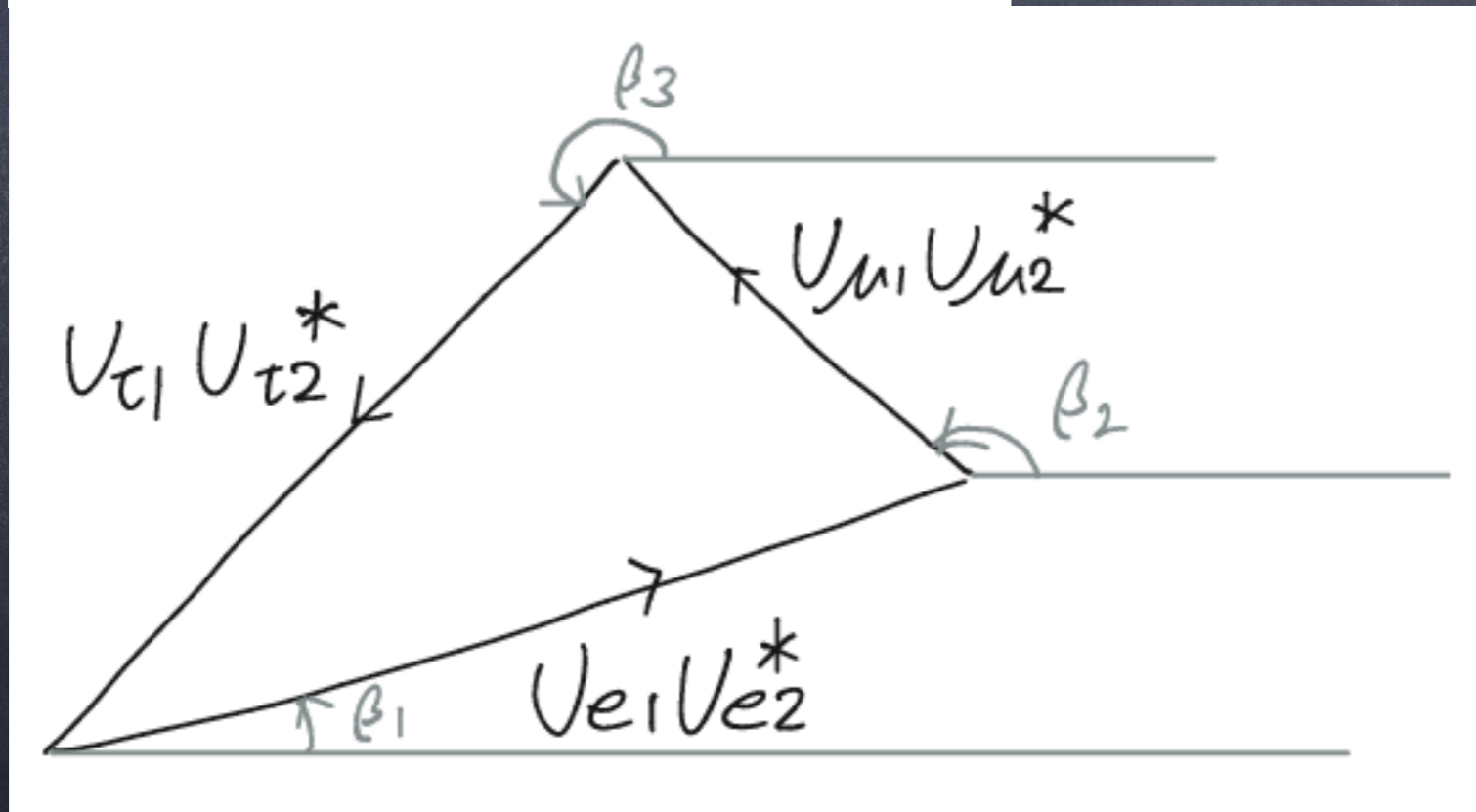
- マヨラナタイプ位相の導入

$$\beta_1 \equiv \arg (U_{e1}U_{e2}^*), \quad \beta_2 \equiv \arg (U_{\mu1}U_{\mu2}^*), \quad \beta_3 \equiv \arg (U_{\tau1}U_{\tau2}^*),$$

$$\gamma_1 \equiv \arg (U_{e1}U_{e3}^*), \quad \gamma_2 \equiv \arg (U_{\mu1}U_{\mu3}^*), \quad \gamma_3 \equiv \arg (U_{\tau1}U_{\tau3}^*).$$

- マヨラナタイプ位相とユニタリー三角形

$$U_{e1}U_{e2}^* + U_{\mu1}U_{\mu2}^* + U_{\tau1}U_{\tau2}^* = 0$$



河野さんの修論 (2022)

$\beta_i - \beta_j$ はマヨラナ位相に寄らない

• $\beta_i - \beta_j$ はマヨラナ位相に寄らない

• マヨラナタイプ位相とユニタリー三角形

$$\Delta(\beta_i + \beta_j) = -\Delta\alpha_{21} \quad \Delta(\gamma_i + \gamma_j) = -\Delta\alpha_{31}$$

$$\Delta(\gamma_i + \gamma_j - \beta_i - \beta_j) = \Delta\alpha_{21} - \Delta\alpha_{31}$$

• $0\nu\beta\beta$ 崩壊の有効質量

$$|m_{ee}| = |m_1 U_{e1}^2 + m_2 U_{e2}^2 + m_3 U_{e3}^2|$$

$$U^\dagger m_\nu U^* = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}$$

$$m_{\nu\alpha\beta} = \sum_{l=1}^3 U_{\alpha l} m_l U_{\beta l} = \begin{pmatrix} U_{e1} m_1 U_{e1} + U_{e2} m_2 U_{e2} + U_{e3} m_3 U_{e3} & \dots & \dots \\ U_{\mu 1} m_1 U_{e1} + U_{\mu 2} m_2 U_{e2} + U_{\mu 3} m_3 U_{e3} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

- $0\nu\beta\beta$ 崩壊の有効質量

$$|m_{ee}| = |m_1 U_{e1}^2 + m_2 U_{e2}^2 + m_3 U_{e3}^2|$$

$$U^\dagger m_\nu U^* = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}$$

$$m_{\nu\alpha\beta} = \sum_{l=1}^3 U_{\alpha l} m_l U_{\beta l} = \begin{pmatrix} U_{e1} m_1 U_{e1} + U_{e2} m_2 U_{e2} + U_{e3} m_3 U_{e3} & \dots & \dots \\ U_{\mu 1} m_1 U_{e1} + U_{\mu 2} m_2 U_{e2} + U_{\mu 3} m_3 U_{e3} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

- マヨラナタイプ位相を用ると

$$\begin{aligned} |m_{\nu\alpha\beta}|^2 &= m_1^2 |U_{\alpha 1}|^2 |U_{\beta 1}|^2 + m_2^2 |U_{\alpha 2}|^2 |U_{\beta 2}|^2 + m_3^2 |U_{\alpha 3}|^2 |U_{\beta 3}|^2 \\ &\quad + 2m_1 m_2 |U_{\alpha 1}| |U_{\alpha 2}| |U_{\beta 1}| |U_{\beta 2}| \cos(\beta_i + \beta_j) \\ &\quad + 2m_1 m_3 |U_{\alpha 1}| |U_{\alpha 3}| |U_{\beta 1}| |U_{\beta 3}| \cos(\gamma_i + \gamma_j) \\ &\quad + 2m_2 m_3 |U_{\alpha 2}| |U_{\alpha 3}| |U_{\beta 2}| |U_{\beta 3}| \cos(\gamma_i + \gamma_j - \beta_i - \beta_j) \end{aligned}$$

- マヨラナタイプ位相を用ると

$$\begin{aligned}
 |m_{\nu\alpha\beta}|^2 &= m_1^2 |U_{\alpha 1}|^2 |U_{\beta 1}|^2 + m_2^2 |U_{\alpha 2}|^2 |U_{\beta 2}|^2 + m_3^2 |U_{\alpha 3}|^2 |U_{\beta 3}|^2 \\
 &\quad + 2m_1 m_2 |U_{\alpha 1}| |U_{\alpha 2}| |U_{\beta 1}| |U_{\beta 2}| \cos(\beta_i + \beta_j) \\
 &\quad + 2m_1 m_3 |U_{\alpha 1}| |U_{\alpha 3}| |U_{\beta 1}| |U_{\beta 3}| \cos(\gamma_i + \gamma_j) \\
 &\quad + 2m_2 m_3 |U_{\alpha 2}| |U_{\alpha 3}| |U_{\beta 2}| |U_{\beta 3}| \cos(\gamma_i + \gamma_j - \beta_i - \beta_j)
 \end{aligned}$$

- $0\nu\beta\beta$ 崩壊の有効質量

$$\begin{aligned}
 |m_{\nu ee}|^2 &= m_1^2 |U_{e1}|^4 + m_2^2 |U_{e2}|^4 + m_3^2 |U_{e3}|^4 + 2m_1 m_2 |U_{e1}|^2 |U_{e2}|^2 \cos(2\beta_1) \\
 &\quad + 2m_1 m_3 |U_{e1}|^2 |U_{e3}|^2 \cos(2\gamma_1) + 2m_2 m_3 |U_{e2}|^2 |U_{e3}|^2 \cos\{2(\beta_1 - \gamma_1)\}
 \end{aligned}$$

- マヨラナタイプ位相とマヨラナ位相の関係

$$2\beta_1 = -\alpha_{21}, \quad 2\gamma_1 = -\alpha_{31} + 2\delta$$

レプトン数の時間発展 (2世代)

$$\begin{aligned}
 \langle \nu_e | L_e(t) | \nu_e \rangle &= c_{12}^4 \left(1 - \frac{2m_1^2 \sin^2(E_1 t)}{E_1^2} \right) + s_{12}^4 \left(1 - \frac{2m_2^2 \sin^2(E_2 t)}{E_2^2} \right) \\
 &\quad + s_{12}^2 c_{12}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 - E_2)t\} \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 + E_2)t\} \right\} \\
 \langle \nu_e | L_\mu(t) | \nu_e \rangle &= c_{12}^2 s_{12}^2 \left(\left(1 - \frac{2m_1^2 \sin^2(E_1 t)}{E_1^2} \right) + \left(1 - \frac{2m_2^2 \sin^2(E_2 t)}{E_2^2} \right) \right) \\
 &\quad - s_{12}^2 c_{12}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 - E_2)t\} \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 + E_2)t\} \right\}.
 \end{aligned}$$

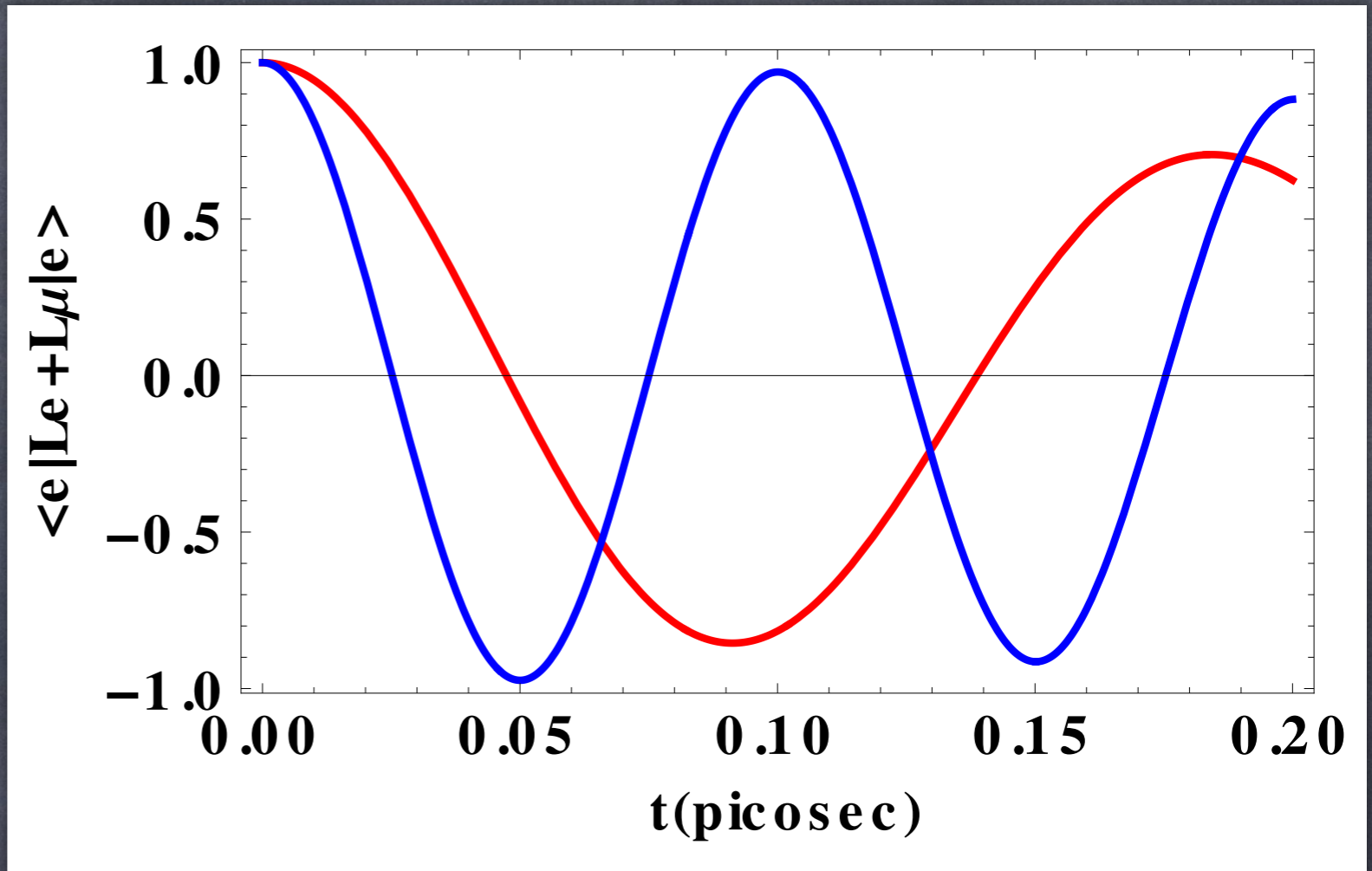
- A. S. Adam, N. J. Benoit, Y. Kawamura, Y. Matsuo, T. Morozumi, Y. S., Y. Tokunaga and N. Toyota, PTEP 2021 (2021), 5;
 N. J. Benoit, Y. Kawamura, S. Kawano, T. Morozumi, Y. S., K. Yamamoto, arXiv:2212.00142

レプトン数の時間発展 (2世代)

$$\begin{aligned}
 \langle \nu_e | L_e(t) | \nu_e \rangle &= c_{12}^4 \left(1 - \frac{2m_1^2 \sin^2(E_1 t)}{E_1^2} \right) + s_{12}^4 \left(1 - \frac{2m_2^2 \sin^2(E_2 t)}{E_2^2} \right) \\
 &\quad + s_{12}^2 c_{12}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 - E_2)t\} \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 + E_2)t\} \right\} \\
 \langle \nu_e | L_\mu(t) | \nu_e \rangle &= c_{12}^2 s_{12}^2 \left(\left(1 - \frac{2m_1^2 \sin^2(E_1 t)}{E_1^2} \right) + \left(1 - \frac{2m_2^2 \sin^2(E_2 t)}{E_2^2} \right) \right) \\
 &\quad - s_{12}^2 c_{12}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 - E_2)t\} \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 + E_2)t\} \right\}.
 \end{aligned}$$

- $m_1=0.01$ eV (NH)

- $m_1=0.01$ eV (NH)

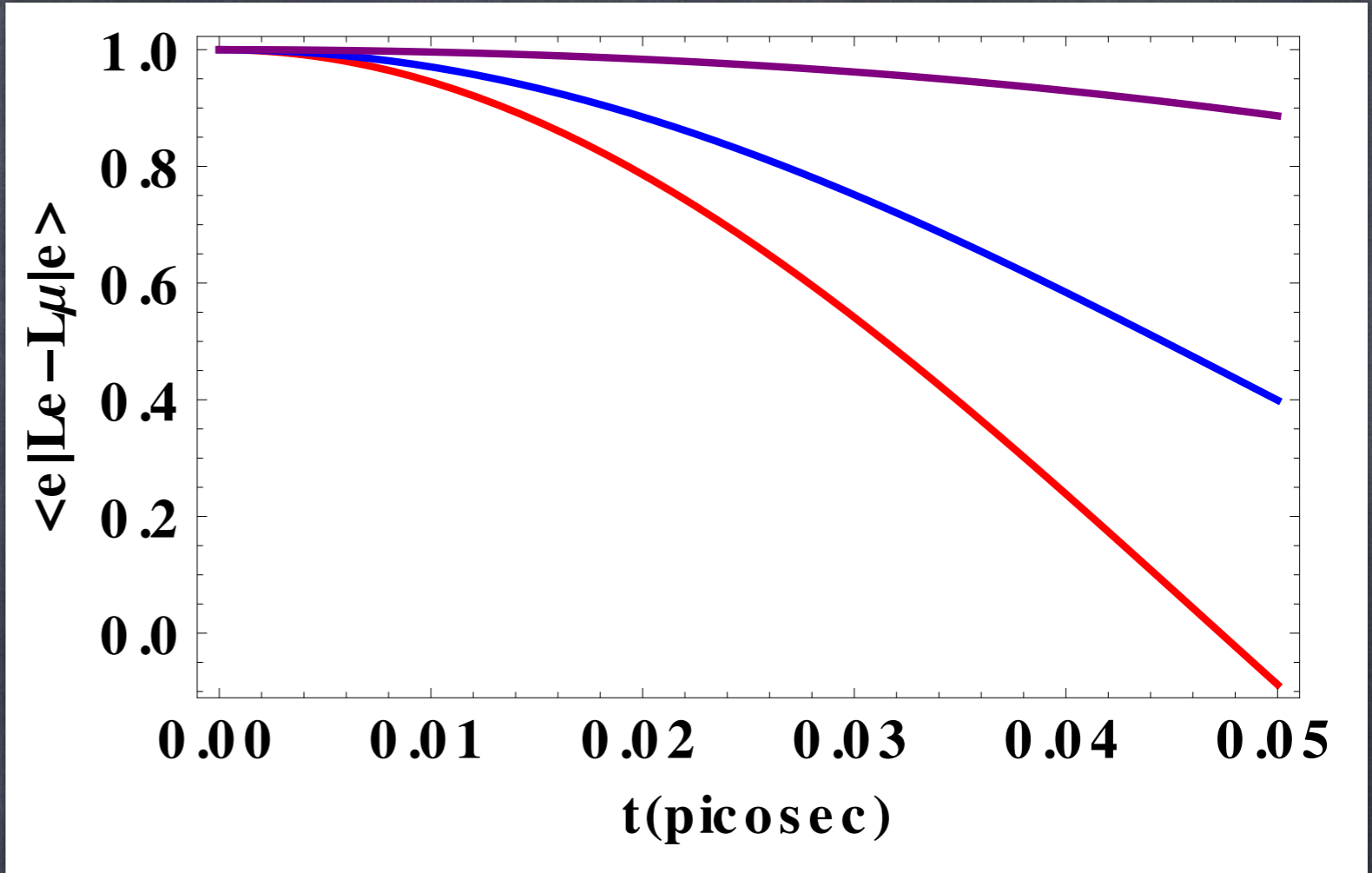


- A. S. Adam, N. J. Benoit, Y. Kawamura, Y. Matsuo, T. Morozumi, Y. S., Y. Tokunaga and N. Toyota, PTEP 2021 (2021), 5;
 N. J. Benoit, Y. Kawamura, S. Kawano, T. Morozumi, Y. S., K. Yamamoto, arXiv:2212.00142

レプトン数の時間発展 (2世代)

$$\begin{aligned}
 \langle \nu_e | L_e(t) | \nu_e \rangle &= c_{12}^4 \left(1 - \frac{2m_1^2 \sin^2(E_1 t)}{E_1^2} \right) + s_{12}^4 \left(1 - \frac{2m_2^2 \sin^2(E_2 t)}{E_2^2} \right) \\
 &\quad + s_{12}^2 c_{12}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 - E_2)t\} \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 + E_2)t\} \right\} \\
 \langle \nu_e | L_\mu(t) | \nu_e \rangle &= c_{12}^2 s_{12}^2 \left(\left(1 - \frac{2m_1^2 \sin^2(E_1 t)}{E_1^2} \right) + \left(1 - \frac{2m_2^2 \sin^2(E_2 t)}{E_2^2} \right) \right) \\
 &\quad - s_{12}^2 c_{12}^2 \left\{ \left(1 + \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 - E_2)t\} \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - \frac{q^2 - m_1 m_2 \cos(\alpha_{21})}{E_1 E_2} \right) \cos\{(E_1 + E_2)t\} \right\}.
 \end{aligned}$$

- $\alpha_{21}=0$
- $\alpha_{21}=\pi/2$
- $\alpha_{21}=\pi$



A. S. Adam, N. J. Benoit, Y. Kawamura, Y. Matsuo, T. Morozumi, Y. S., Y. Tokunaga and N. Toyota, PTEP 2021 (2021), 5;
 N. J. Benoit, Y Kawamura, S. Kawano, T. Morozumi, Y. S., K. Yamamoto, arXiv:2212.00142

- レプトン数の時間発展の2階微分 (2世代)

$$\left. \frac{d^2}{dt^2} \langle \nu_e | L(t) | \nu_e \rangle \right|_{t=0} = -4(m_1^2 c_{12}^2 + m_2^2 s_{12}^2)$$

$$\left. \frac{d^2}{dt^2} \langle \nu_e | L_{e-\mu}(t) | \nu_e \rangle \right|_{t=0} = -4|m_{ee}|^2$$

- $0\nu\beta\beta$ 崩壊の有効質量

$$|m_{ee}|^2 = |m_1 c_{12}^2 + m_2 s_{12}^2 e^{-i\alpha_{21}}|^2 = m_1^2 c_{12}^4 + m_2^2 s_{12}^4 + 2m_1 m_2 c_{12}^2 s_{12}^2 \cos(\alpha_{21})$$

- 最も軽いニュートリノ質量とマヨラナ位相の決定

$$m_1^2 = -\frac{1}{4} \left. \frac{d^2}{dt^2} \langle \nu_e | L(t) | \nu_e \rangle \right|_{t=0} - \Delta m_{21}^2 s_{12}^2$$

$$\cos(\alpha_{21}) = \frac{-\frac{1}{4} \left. \frac{d^2}{dt^2} \langle \nu_e | L_{e-\mu}(t) | \nu_e \rangle \right|_{t=0} - (m_1^2 c_{12}^4 + m_2^2 s_{12}^4)}{2m_1 m_2 c_{12}^2 s_{12}^2}$$

● レプトン数の時間発展の2階微分 (3世代)

$$m_1^2 = -\frac{1}{4} \frac{d^2}{dt^2} \langle \nu_e | L(t) | \nu_e \rangle \Big|_{t=0} - s_{12}^2 c_{13}^2 \Delta m_{21}^2 - s_{13}^2 \Delta m_{31}^2 \quad \text{NH}$$

$$m_3^2 = -\frac{1}{4} \frac{d^2}{dt^2} \langle \nu_e | L(t) | \nu_e \rangle \Big|_{t=0} - c_{13}^2 c_{12}^2 \Delta m_{13}^2 - c_{13}^2 s_{12}^2 \Delta m_{23}^2 \quad \text{IH}$$

● $0\nu\beta\beta$ 崩壊の有効質量

$$|m_{\nu ee}|^2 = -\frac{1}{2} \left[\langle \nu_e | \ddot{L}_e(t) | \nu_e \rangle \Big|_{t=0} - \frac{1}{2} \langle \nu_e | \ddot{L}(t) | \nu_e \rangle \Big|_{t=0} \right]$$

$$|m_{\nu \mu e}|^2 = -\frac{1}{2} [\langle \nu_e | \ddot{L}_\mu(t) | \nu_e \rangle \Big|_{t=0}]$$

$$|m_{\nu \tau e}|^2 = -\frac{1}{2} [\langle \nu_e | \ddot{L}_\tau(t) | \nu_e \rangle \Big|_{t=0}]$$

● レプトン数の時間発展の2階微分 (3世代)

$$|m_{ee}|^2 = -\frac{1}{2} \left[\langle \nu_e | \ddot{L}_e(t) | \nu_e \rangle |_{t=0} - \frac{1}{2} \langle \nu_e | \ddot{L}(t) | \nu_e \rangle |_{t=0} \right]$$

$$\begin{aligned} & m_1 m_2 |U_{e1}|^2 |U_{e2}|^2 \cos(2\beta_1) + m_1 m_3 |U_{e1}|^2 |U_{e3}|^2 \cos(2\gamma_1) + m_2 m_3 |U_{e2}|^2 |U_{e3}|^2 \cos(2(\gamma_1 - \beta_1)) \\ &= -\frac{1}{4} \left[\langle \nu_e | \ddot{L}_e(t) | \nu_e \rangle |_{t=0} - \frac{1}{2} \langle \nu_e | \ddot{L}(t) | \nu_e \rangle |_{t=0} \right] - \frac{1}{2} (m_1^2 |U_{e1}|^4 + m_2^2 |U_{e2}|^4 + m_3^2 |U_{e3}|^4), \end{aligned}$$

$$|m_{\mu e}|^2 = -\frac{1}{2} [\langle \nu_e | \ddot{L}_\mu(t) | \nu_e \rangle |_{t=0}]$$

$$\begin{aligned} & m_1 m_2 |U_{\mu 1}^* U_{\mu 2} U_{e 1}^* U_{e 2}| \cos(2\beta_1 + \beta_2 - \beta_1) + m_1 m_3 |U_{\mu 3}^* U_{\mu 1} U_{e 3}^* U_{e 1}| \cos(2\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1) \\ & + m_2 m_3 |U_{\mu 2}^* U_{\mu 3} U_{e 2}^* U_{e 3}| \cos(2\gamma_1 - 2\beta_1 + (\gamma_2 - \gamma_1) - (\beta_2 - \beta_1)) \\ &= -\frac{1}{4} [\langle \nu_e | \ddot{L}_\mu(t) | \nu_e \rangle |_{t=0}] - \frac{1}{2} (m_1^2 |U_{\mu 1} U_{e 1}|^2 + m_2^2 |U_{\mu 2} U_{e 2}|^2 + m_3^2 |U_{\mu 3} U_{e 3}|^2) \end{aligned}$$

$2\beta_1, 2\gamma_1$ と α_{21}, α_{31} の関係が決まる

概要

§1. 導入

- ニュートリノ振動とレプトンの世代混合

§2. レプトンの世代数

- マヨラナニュートリノの場合
- ディラックニュートリノの場合

§3. マヨラナタイプ位相とレプトン数

§4. まとめと課題 (展望)

§4. まとめと課題（展望）

- ニュートリノがマヨラナの場合とディラックの場合のレプトン数の時間発展の期待値について定式化した
- マヨラナタイプ位相を導入することにより、PMNS行列のパラメータ表示に寄らず物理量を議論することができる
- ニュートリノのレプトン数をマヨラナタイプ位相を用いて表し、レプトン数の2階微分や $0\nu\beta\beta$ 崩壊の有効質量などの量により、最も軽いニュートリノの質量やマヨラナ位相が決定できることが分かった
- 2世代の時はレプトン数の2階微分や $0\nu\beta\beta$ 崩壊の有効質量から決めることができたが、 $|m_{\nu\alpha\beta}|^2$ の測定をどのようにするか考えなければならない（3世代）
- 宇宙背景ニュートリノ（ $C\nu B$ ）に応用できないか??