

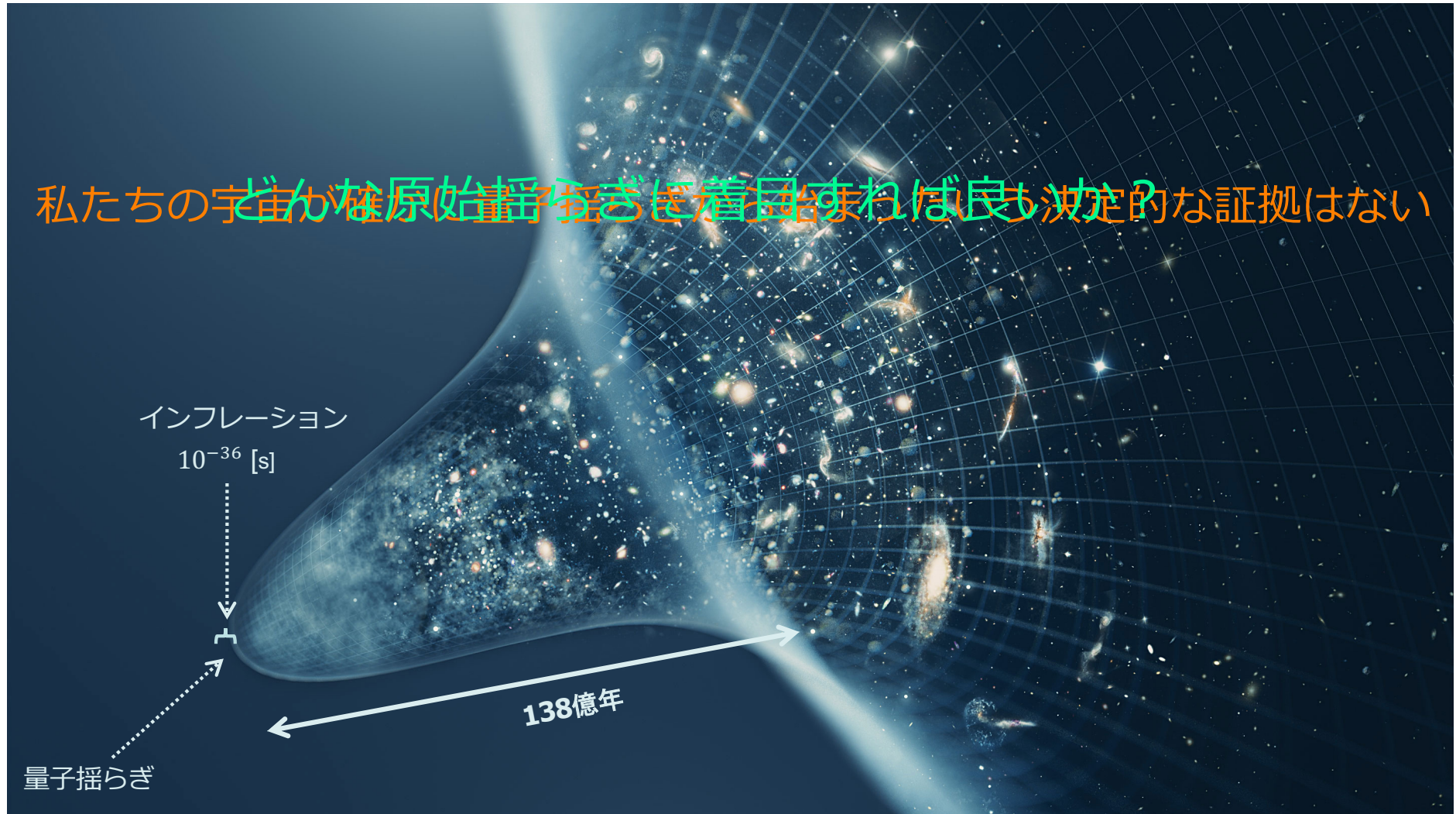
# 原始揺らぎの量子性は観測できるか？

---

九州大学 菅野 優美

# インフレーション宇宙

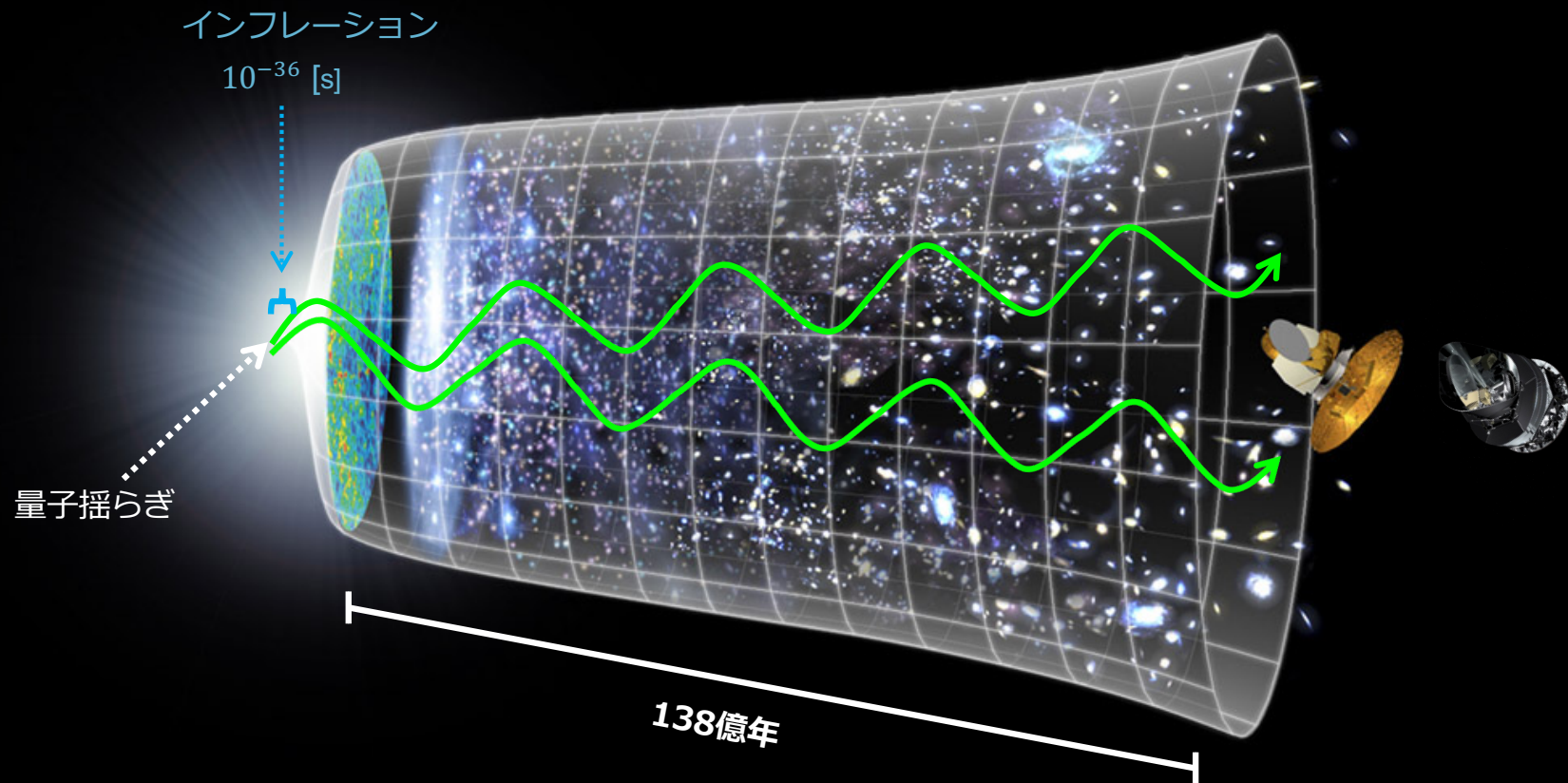
- ★ 私たちの宇宙は量子揺らぎから始まった



原始揺らぎが宇宙の量子的起源の情報を教えてくれるかも

# 原始重力波

原始重力波は、インフレーション中に量子ゆらぎから直接生成される重力波



原始重力波の発生(成る)は、実際の量子ゆらぎを伴った量子揺らぎが起源とが期待される

# グラビトン発見に向けてチャレンジしたアプローチ



1 : 量子光学の知識を応用して直接発見できないか？

Kanno & Soda (2018), Kanno (2019)

2 : グラビトンのノイズによるデコヒーレンス時間を測ることで間接的に発見できないか？

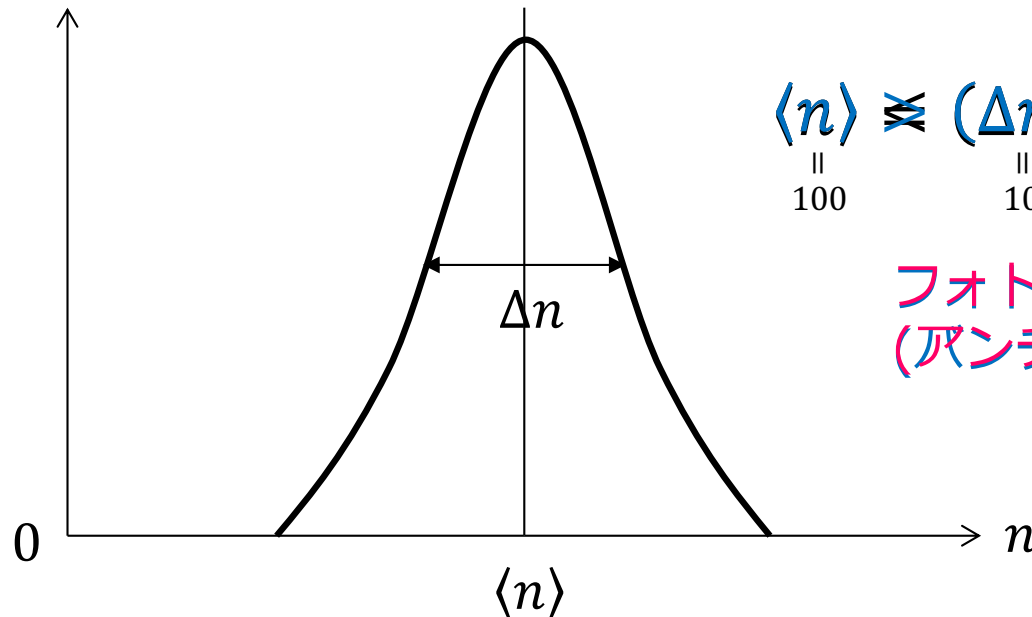
Kanno, Soda & Tokuda (2020), (2021)

# 量子光学の知識を応用してみる

量子性を判断する指標：与えられた状態におけるフォトンの統計性で特徴づける

$n$  個のフォトン  
が見つかる確率  $\rightarrow p(n)$

スーパーポアソン分布  
ポアソン分布  
サブポアソン分布



$$\langle n \rangle \cong (\Delta n)^2$$

||                    ||  
100                    10

フォトンが一定の間隔で入射  
(バンチバグ状態状態)

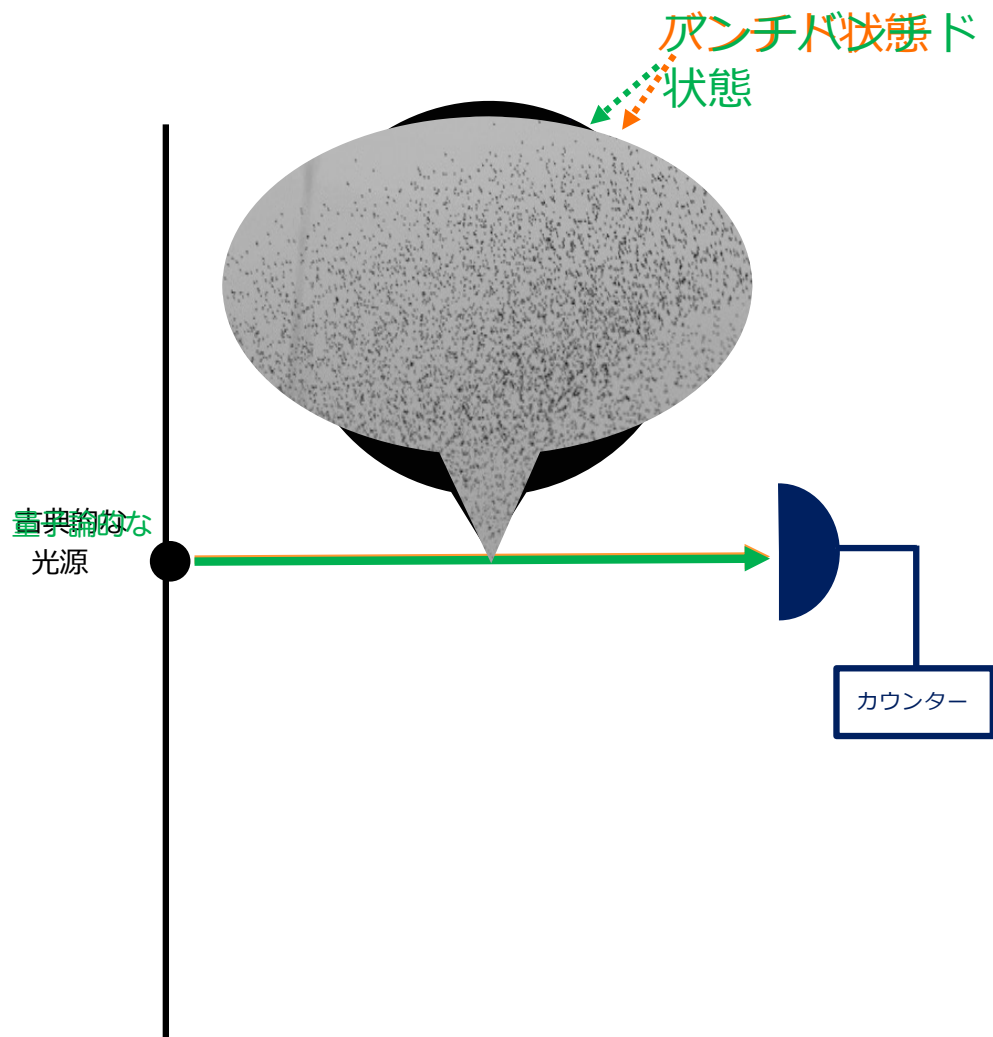
ファノファクター： $F = \frac{(\Delta n)^2}{\langle n \rangle} \cong 1$

古典的なフォトン数の分布は必ず(スーパー)ポアソン分布で  $F \geq 1$

↓ 対偶

サブポアソン分布 ( $F < 1$ ) であれば、フォトン は量子状態にある

# ハンブリー・ブラウンとトウイス(HBT)の干渉計



時間的強度相関を測定


2次のコヒーレント関数

$$\begin{aligned}g^{(2)}(\tau) &= \frac{\langle a^\dagger(t)a^\dagger(t+\tau)a(t+\tau)a(t) \rangle}{\langle a^\dagger(t)a(t) \rangle \langle a^\dagger(t+\tau)a(t+\tau) \rangle} \\ &= 1 + \frac{(\Delta n)^2 - \langle n \rangle}{\langle n \rangle^2} \\ &= 1 + \frac{F - 1}{\langle n \rangle}\end{aligned}$$

光源が古典的な場合 ( $\tau \rightarrow 0$ )

$$F \geq 1 \longrightarrow g^{(2)} \geq 1$$

強度相関から光子が古典的な状態なのか、量子論的な状態なのかが区別できる



原始重力波（グラビトン）に応用してみる

どんな量子状態ならグラビトン粒子統計が  
サブポアソン分布になるか？

➡ スクィーズ・コヒーレント状態であれば良い

# スクィーズ・コヒーレント状態

定義：  $|\zeta, \xi\rangle = \hat{S}(\zeta) \hat{D}(\xi) |0\rangle$   
 スクィーズ演算子 変位演算子

固有値方程式  
 $\hat{b}|\xi\rangle = \xi|\xi\rangle$   
 コヒーレント状態

$\hat{D}(\xi) = \exp(\xi \hat{b}^\dagger - \xi^* \hat{b})$  ,  $|\xi\rangle$  : 膨大な数の粒子が詰まった量子状態  
 コヒーレント状態演算子:  $\xi = |\xi|e^{i\theta}$

重力波が物質場と結合するとグラビトンの状態はコヒーレント状態になる

$\hat{S}(\zeta) = \exp(\zeta^* \hat{c} \hat{c} - \zeta \hat{c}^\dagger \hat{c}^\dagger)$  ,  $|\zeta\rangle$  : 膨大な数の粒子が詰まった量子状態  
 スクィージングパラメーター:  $\zeta = r e^{i\varphi}$

インフレーションがあるとグラビトンはスクィーズ状態になる

ファノファクター：  $F = \frac{|\xi|^2 e^{-4r} + 2\sinh^2 r + 2\sinh^4 r}{|\xi|^2 e^{-2r} + \sinh^2 r} < 1$  (ボソンの分布)

グラビトンがスクィーズ・コヒーレント状態になる場合

$\xi \gg 1, r > 1$        $\longrightarrow$  インフレーション中にグラビトンが物質場と結合すれば可能



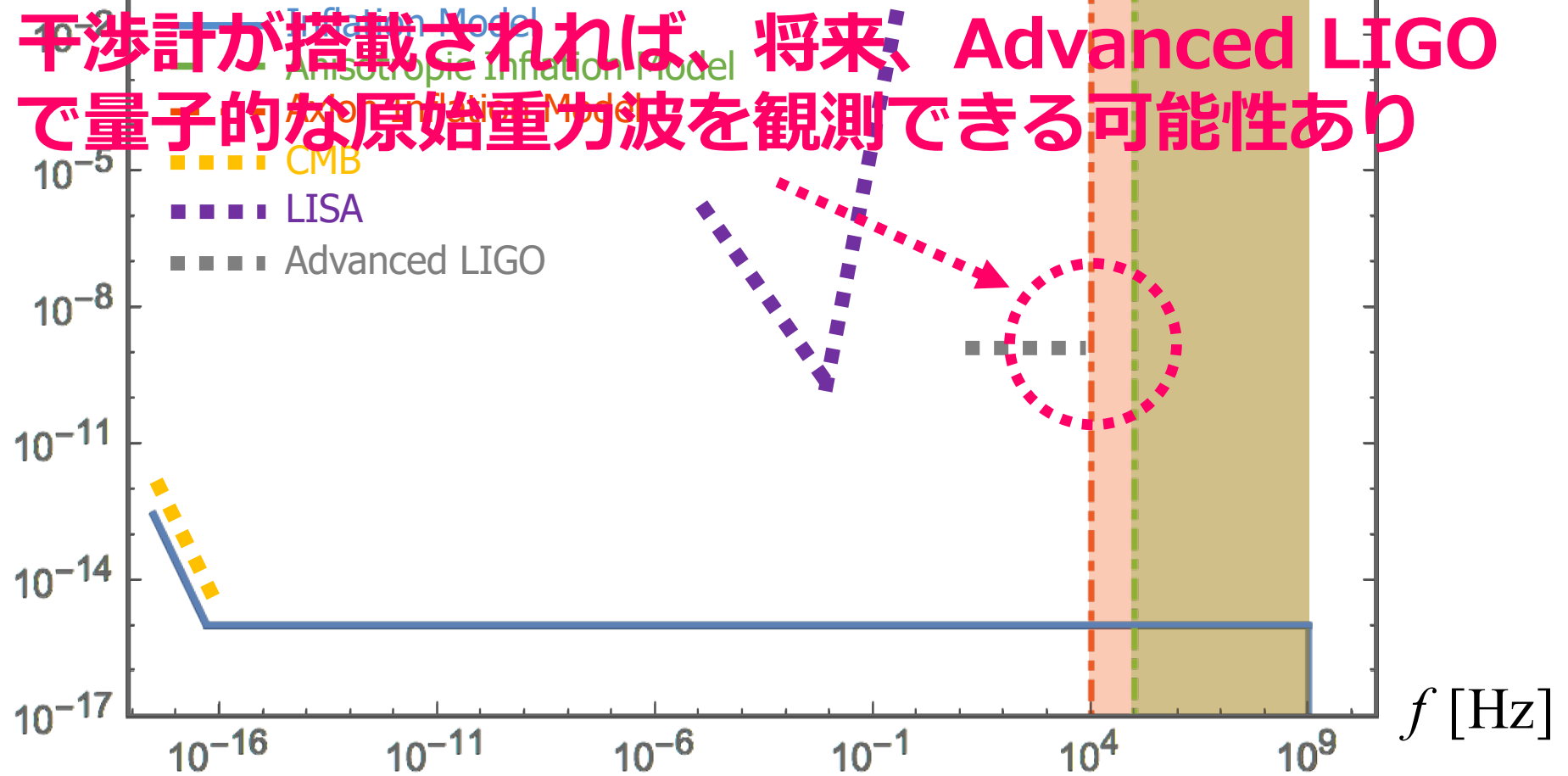
# 量子性を示す原始重力波の振動数領域

Kanno & Soda (2018)

Kanno (2019)

$\Omega_{\text{GW}}$  (振幅の大きさ)

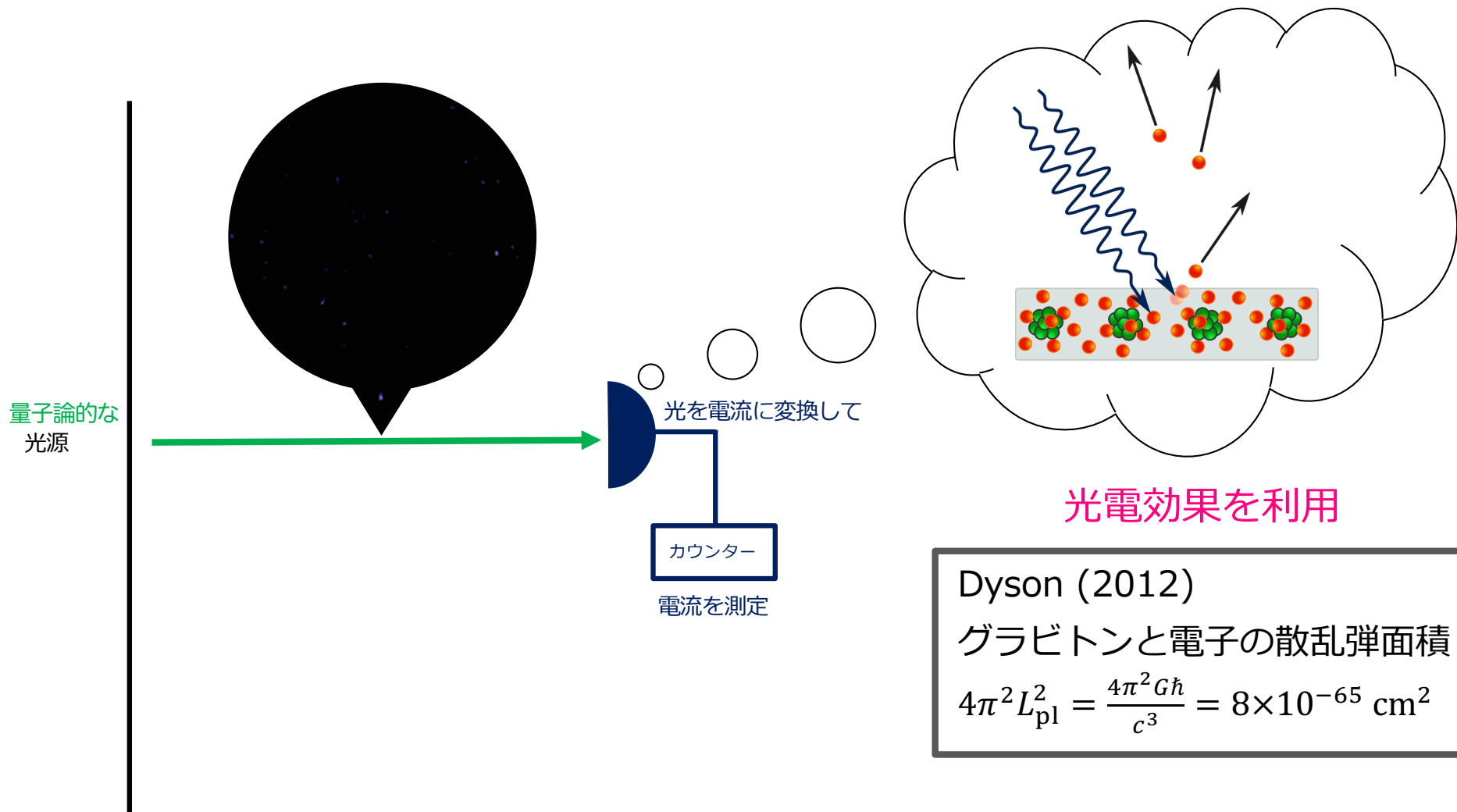
重力波干渉計にハンブリー・ブラウンとトウイス干渉計が搭載されれば、将来、Advanced LIGOで量子的な原始重力波を観測できる可能性あり



← 長波長

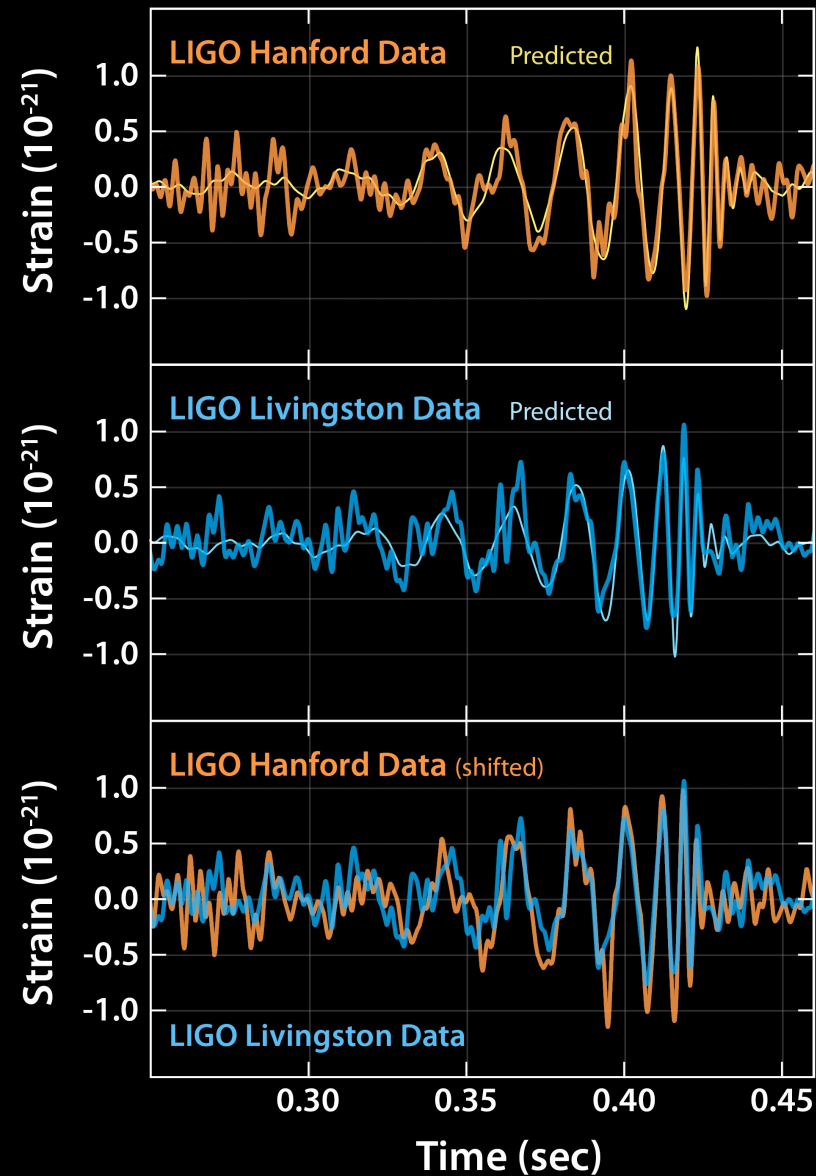
短波長 →

# 問題！？



グラビトンは物質との相互作用が弱いので、電子を叩き出せない

# でも強度相関を見れば良いのだから



別々の場所で強度を測ることはできている？

# グラビトン発見に向けてチャレンジしたアプローチ



1 : 量子光学の知識を応用して直接発見できないか？

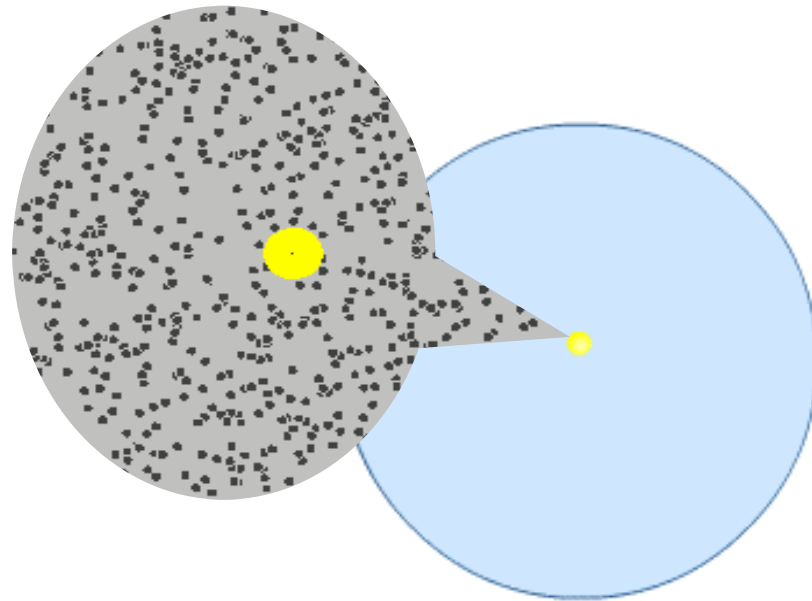
Kanno & Soda (2018), Kanno (2019)

2 : グラビトンのノイズによるデコヒーレンス時間を測ることで間接的に発見できないか？

Kanno, Soda & Tokuda (2020), (2021)

# アイデア

## ブラウン運動



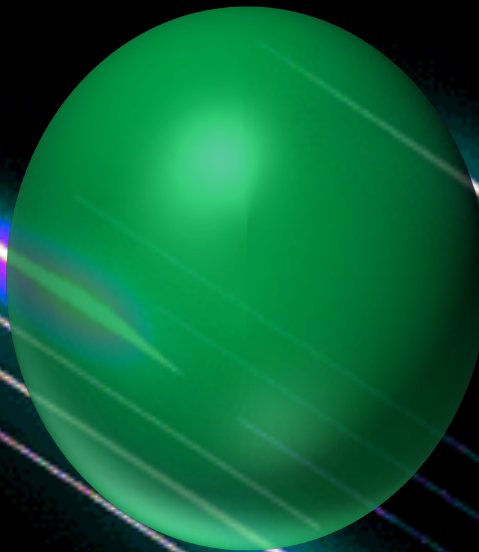
花粉から出た微粒子のランダムな運動を通して、その周りにある水分子が間接的に発見された

この微粒子に相当する何かを通してグラビトンを間接的に発見できないか？

# 巨視的物体を考える

もしグラビトンが周りにあったら？

グラビトン ← 水分子



巨視的物体 ← 微粒子


ブラウン運動のセットアップと同じ状況



グラビトンによって物体にノイズが生じるはず

ノイズを通してグラビトンの存在を間接的に証明できるかもしれない

何を計算すれば良いか？



このシステムのランジュバン方程式  
(確率微分方程式) を導出する

# 重力波の作用

## 重力波のメトリック

$$ds^2 = -dt^2 + (\delta_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j$$

$h_{ij}{}^{,j} = h^i{}_i = 0$  を満たす

## 作用

$$S = \frac{M_{\text{pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} R$$

$$= \frac{M_{\text{pl}}^2}{4} \int dt d^3x \left[ \frac{1}{2} \dot{h}_{ij} \dot{h}_{ij} - \frac{1}{2} h_{ij,k} h_{ij,k} \right]$$

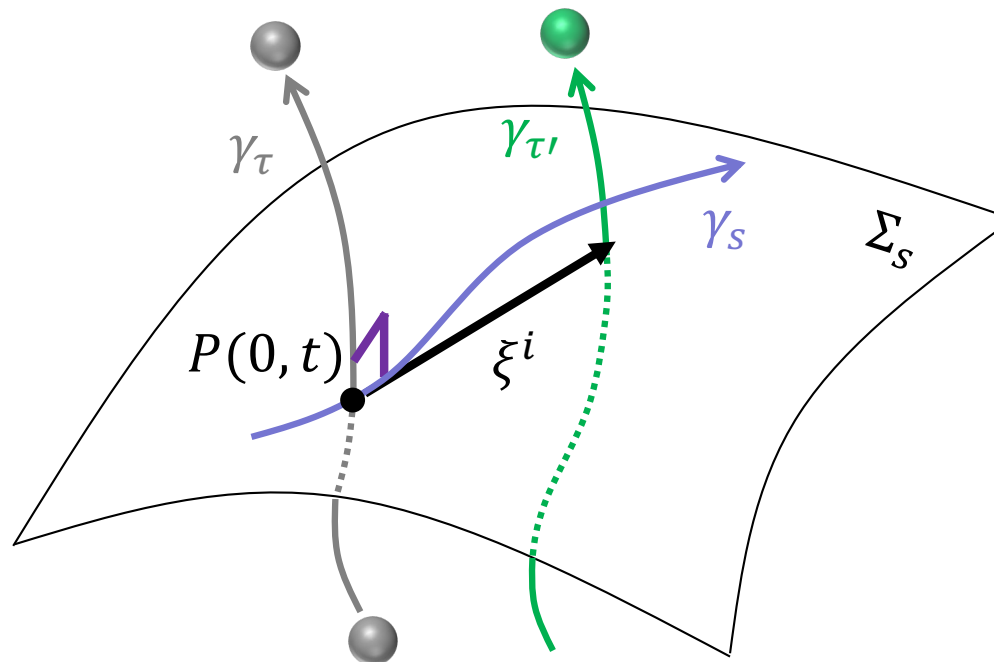
$$, M_{\text{pl}}^2 = \frac{1}{8\pi G}$$

$$\cdot = \partial_t$$



# 物体の作用：フェルミ・ノーマル座標を導入

測地線  $\gamma_\tau$  の周りの局所慣性座標



$\xi^i$  に関する 2 次までの物体の作用は

$$S = \int dt \left[ \frac{m}{2} (\dot{\xi}^i)^2 - \frac{m}{2} R_{0i0j}(0, t) \xi^i \xi^j \right]$$

ゲージ不変 ..... TT ゲージ  
重力と物体の相互作用

TT ゲージでは  
 $R_{0i0j} = -\frac{1}{2} \ddot{h}_{ij}$

# 重力波と物体の作用と量子化

全系の作用（フーリエモード）

$$\begin{aligned}
 S &= \frac{M_{\text{pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} R - \overset{\text{物体の質量}}{\underset{\uparrow}{m}} \int d\tau \quad , M_{\text{pl}}^2 = \frac{1}{8\pi G} \\
 &= \int dt \sum_{\mathbf{k}} \sum_{A=+, \times} \left[ \frac{1}{2} \dot{h}_{\mathbf{k}}^A \dot{h}_{\mathbf{k}}^{*A} - \frac{1}{2} k^2 h_{\mathbf{k}}^A h_{\mathbf{k}}^{*A} \right] \\
 &\quad + \int dt \left[ \frac{m}{2} (\dot{\xi}^i)^2 + \frac{1}{2} \frac{m}{M_{\text{pl}}} \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}, A} \left[ e_{ij}^A(\mathbf{k}) \overset{\text{3次の相互作用}}{\dot{h}_{\mathbf{k}}^{*A} \xi^i \xi^j} \right] \right]
 \end{aligned}$$

重力波と物体の測地線偏差を量子化する（簡単のため、相互作用描写）

重力波  $h_{\mathbf{k}}^A(t)$  を演算子にして  $\hat{h}_{\mathbf{k}}^A(t)$

$$\begin{aligned}
 \hat{h}_{\mathbf{k}}^A(t) &= \overset{\text{ミンコフスキー空間の正振動数モード}}{\underset{\downarrow}{\hat{a}_{\mathbf{k}}^A}} v_{\mathbf{k}}(t) + \hat{a}_{-\mathbf{k}}^{A\dagger} v_{\mathbf{k}}^*(t) \quad \hat{a}_{\mathbf{k}}^A |0\rangle = 0 \quad \overset{\text{ミンコフスキー真空}}{\swarrow} \\
 [\hat{a}_{\mathbf{k}}^A, \hat{a}_{\mathbf{p}}^{B\dagger}] &= \delta^{AB} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{p}}
 \end{aligned}$$

$\xi^i(t)$  は単なる位置なので、ハットをつけて演算子にする  $\hat{\xi}^i(t)$

# 全系の運動方程式

運動方程式

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\hat{h}}_k^{*A} + k^2 \hat{h}_k^A = \frac{1}{2} \frac{m}{M_{\text{pl}} \sqrt{V}} e_{ij}^A(\mathbf{k}) \frac{d^2}{dt^2} (\hat{\xi}^i \hat{\xi}^j) \quad \leftarrow \text{解ける} \\ \ddot{\xi}^i = \frac{m}{M_{\text{pl}} \sqrt{V}} \sum_{k,A} \left[ e_{ij}^A(\mathbf{k}) \ddot{\hat{h}}_k^A \hat{\xi}^j \right] \end{array} \right.$$

$\hat{h}_k^A$  の解はグリーン関数を使って

$$\hat{h}_k^A = \overbrace{\hat{h}_k^A(0)}^{\text{初期値}} \cos kt + \overbrace{\dot{\hat{h}}_k^A(0)}^{\text{初速度}} \frac{\sin kt}{k}$$

重力場の量子揺らぎ

$$+ \frac{1}{2} \frac{m}{M_{\text{pl}} \sqrt{V}} e_{ij}^A(\mathbf{k}) \int_0^t dt' \frac{\sin k(t-t')}{k} \frac{d^2}{dt'^2} (\hat{\xi}^i(t') \hat{\xi}^j(t'))$$

物体が放出する重力波 (輻射反作用)

この解を  $\hat{\xi}^i$  の方程式に代入すれば  $\hat{\xi}^i$  の運動方程式 (ランジュバン方程式) が求まる

# 測地線偏差に関するランジュバン方程式

Kanno, Soda & Tokuda (2020)  
Parikh, Wilczek & Zahariade (2020)

ランジュバン方程式

$$\ddot{\xi}^i + \omega^2 \hat{\xi}^j(t) + \frac{m}{40\pi M_{\text{pl}}^2} \left( \delta_{ik} \delta_{j\ell} + \delta_{i\ell} \delta_{jk} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{k\ell} \right) \hat{\xi}^i \frac{d^5}{dt^5} (\hat{\xi}^k \hat{\xi}^\ell)$$

輻射反作用


$$= -\hat{N}_{ij}(t) \hat{\xi}^j(t)$$

ランダム力 (ノイズ) ...  $\hat{\xi}^i$  の初期条件で決まらない

ここで  $\hat{N}_{ij}(t)$  は重力場の量子揺らぎの初期値 (ノイズ) から成る

$$\hat{N}_{ij}(t) = \frac{1}{M_{\text{pl}} \sqrt{V}} \sum_{\mathbf{k}, A} k^2 e_{ij}^A(\mathbf{k}) \left\{ \hat{h}_{\mathbf{k}}^A(0) \cos kt + \dot{\hat{h}}_{\mathbf{k}}^A(0) \frac{\sin kt}{k} \right\}$$

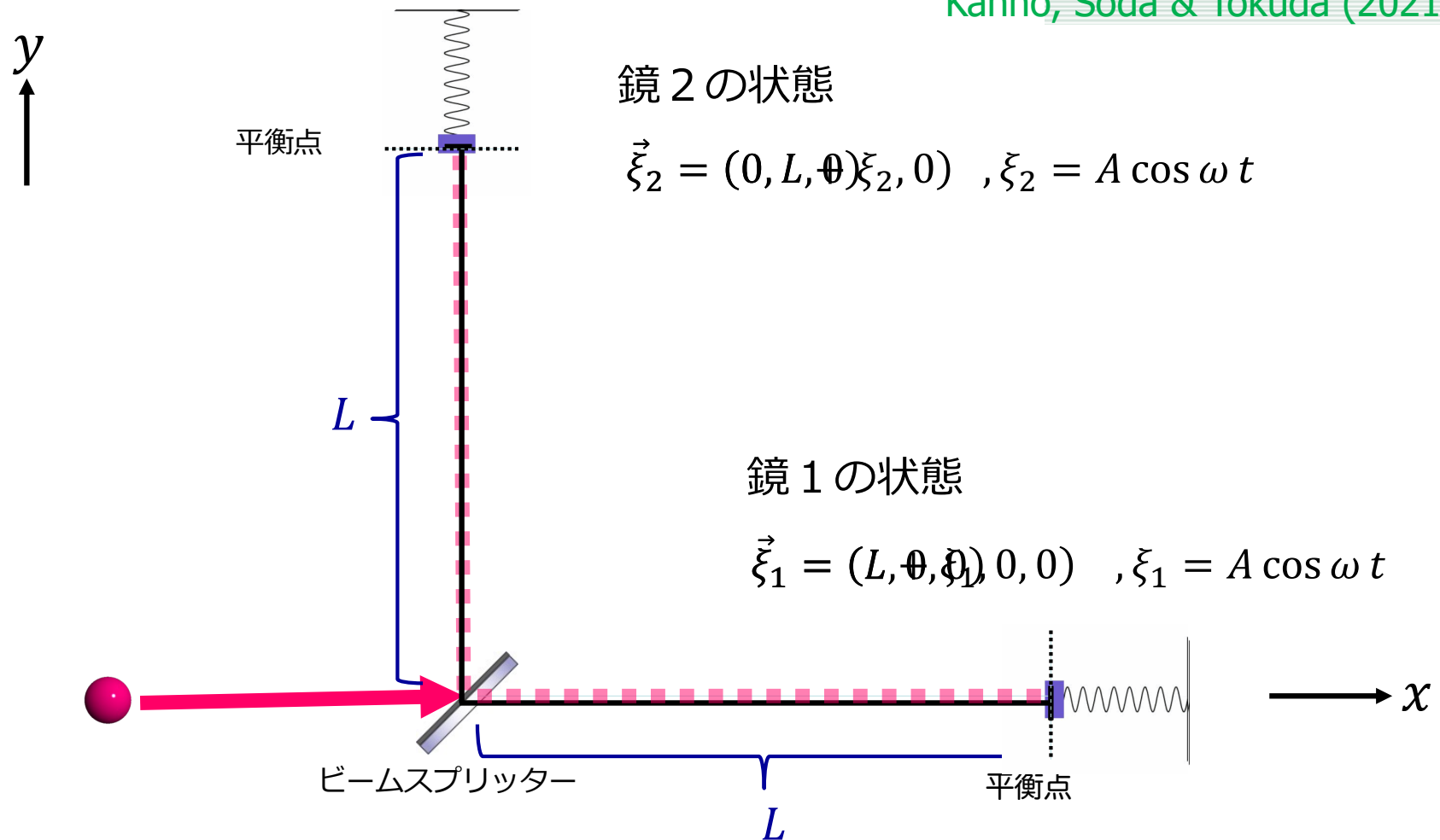
ノイズの正体は重力場の量子揺らぎ(グラビトン)であることが分かった



このグラビトンのノイズによる  
デコヒーレンス時間を測れるような  
セットアップを考える

# セットアップ

Kanno, Soda & Tokuda (2021)



入射光鏡の状態は最側の腕を通る重ね合わせ状態で存在する

ただし、どちらかの鏡で振動が測定されるまで

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |\vec{\xi}_1\rangle |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle |\vec{\xi}_2\rangle , |0\rangle \equiv \text{基底状態}$$

# 初期状態

環境のある重力場鏡の初期状態を考慮すると

$$|\psi(t_i)\rangle = \left( \frac{1}{\sqrt{2}} |\vec{\xi}_1\rangle |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle |\vec{\xi}_2\rangle \right) |h\rangle$$

↑ 初期時刻                      ↑ グラビトンの初期状態

鏡系の量密度演算密度演算子を用いて、グラビトンの自由度についてトースとする

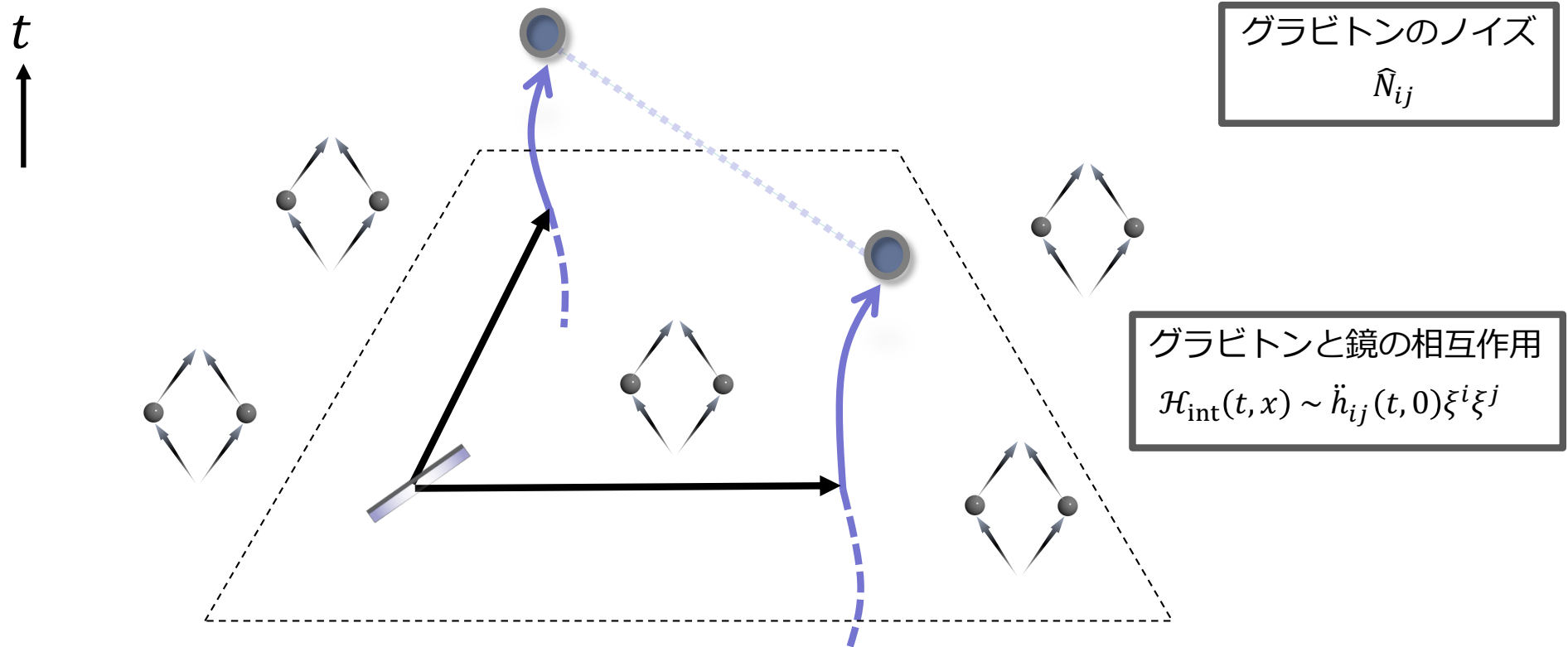
$$\begin{aligned} \rho_m(t_i) &= \text{Tr}_h |\psi(t_i)\rangle \langle \psi(t_i)| \\ &= \sum_i \langle i | \left( \frac{1}{\sqrt{2}} |\vec{\xi}_1\rangle |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle |\vec{\xi}_2\rangle \right) |h\rangle \langle h| \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \langle \vec{\xi}_1| \langle 0| + \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 0| \langle \vec{\xi}_2| \right) |i\rangle \langle i| h\rangle \\ &= \rho_{11}(t_i) + \rho_{22}(t_i) + \rho_{12}(t_i) + \rho_{21}(t_i) \quad \text{e.g. } \rho_{11} \equiv \frac{1}{2} |\vec{\xi}_1\rangle |0\rangle \langle \vec{\xi}_1| \langle 0| \end{aligned}$$

非対角成分: “量子干渉項”

量子干渉項は、鏡が初期時刻にエンタングルした量子状態であることにより現れている

# 全系の時間発展 (概要図)

全系は、リウヴィル・フォン・ノイマン方程式に従って時間発展する



グラビトンの状態は、それぞれの鏡と相互作用し変化する

$$|\psi(t_f)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\vec{\xi}_1\rangle |0\rangle |h; \vec{\xi}_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle |\vec{\xi}_2\rangle |h; \vec{\xi}_2\rangle$$

↑ 終時刻  
|ξ<sub>1</sub>⟩ システム    |h; ξ<sub>1</sub>⟩ グラビトン    |0⟩    |h; ξ<sub>2</sub>⟩

鏡は、環境のグラビトンとエンタングルした状態になる



# 時間発展後

“全系(鏡+グラビトン) は相互作用によりエンタングルする”



鏡だけの立場から見ると

“鏡はデコヒーレンスを起こす”

リウヴィル・フォン・ノイマン方程式を解くと鏡の終状態は以下の形で現れる

$\Phi$  : 影響汎関数

$$\rho_m(t_f) = \text{Tr}_h |\psi(t_f)\rangle\langle\psi(t_f)| = \rho_{11}(t_i) + \rho_{22}(t_i) + \exp(i\Phi)\rho_{12}(t_i) + \exp(-i\Phi^*)\rho_{21}(t_i)$$

終時刻

$\Phi, \Phi^*$  の虚部

$$\exp(-\text{Im}\Phi)$$

$$\exp(\text{Im}\Phi^*)$$

環境のグラビトンは  $\text{Im}\Phi$  を通して量子干渉項に影響を与える

$\Phi$  の虚部は干渉項を抑える働きをするので、デコヒーレンス汎関数と呼ばれる

$$\Gamma = \text{Im}\Phi \sim 1 \quad \dots \text{デコヒーレンスが効き出す}$$

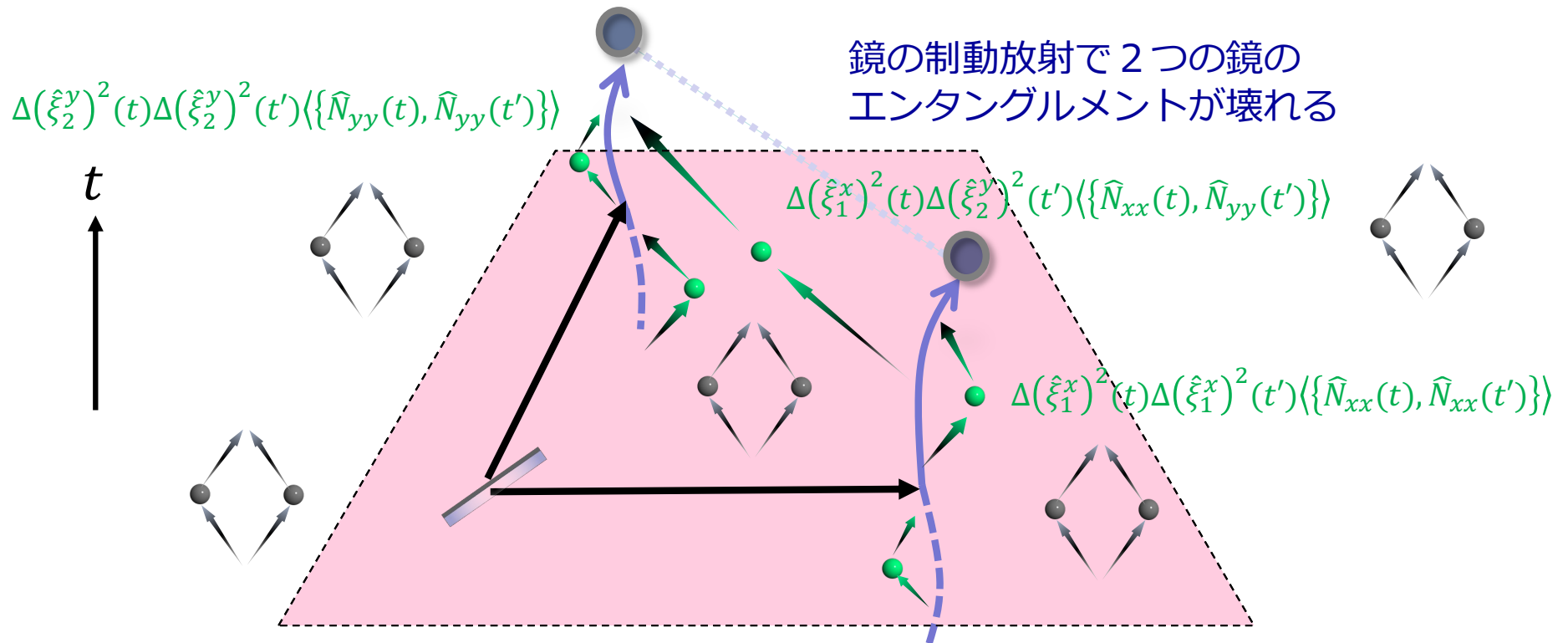
$\Gamma$  が計算できれば、グラビトンによるデコヒーレンス時間が読み取れる  
→ グラビトン間接検出

# デコヒーレンスがどう起こるのか？

デコヒーレンス汎関数

$$\Gamma = \frac{m^2}{8} \int_0^{t_f} dt \Delta(\xi^i \xi^j)(t) \int_0^{t_f} dt' \Delta(\xi^k \xi^\ell)(t') \langle \{\hat{N}_{ij}(t), \hat{N}_{k\ell}(t')\} \rangle \sim 1$$

鏡の重ね合わせ状態の差 ← スクィーズ状態  
← グラビトンの相関



# デコヒーレンス時間



Large quantum objects: two of LIGO's mirrors, each weighing 40 kg. (Courtesy: Caltech/MIT/LIGO Lab)

# 熱的光子、空気分子によるデコヒーレンスは？

Kanno, Soda & Tokuda (2021)

典型的なデコヒーレンスの要因：熱的光子、空気分子

熱的光子によるデコヒーレンス < 空気分子によるデコヒーレンス

デコヒーレンス率

$$\Lambda = \frac{8}{3\hbar^2} n \sqrt{2\pi M} R^2 (k_B T)^{\frac{3}{2}} A^2$$

空気分子の質量  $\sim 0.5 \times 10^{-25}$  kg

$R$ : 鏡の半径  $\sim 0.17$  meter (LIGO)

空気分子の数密度  $\sim 1$  m<sup>3</sup> あたり  $10^{12}$  個 (ultrahigh vacuum  $10^{-10}$  Pa)

$$\text{デコヒーレンス時間} = \Lambda^{-1} \approx 1200 \left( \frac{R}{0.17 \text{ meter}} \right)^{-2} \left( \frac{T}{10 \text{ K}} \right)^{-\frac{2}{3}} \text{ s} \gg 20 \text{ s}$$

グラビトンが起こすデコヒーレンスの方が空気分子によるデコヒーレンスより早い

古典的な重力波によるデコヒーレンスは効かない

Kanno, Soda & Tokuda (2020)

このモデルでは他のデコヒーレンス要素は問題にならない

# まとめ

原始重力波の量子性（グラビトン）を観測するための方法を2つ考えた

1: 原始重力波の量子性は、グラビトンの粒子統計がサブポアソンになれば、ハンブリー・ブラウンとトウイス干渉計で検出可能であることが分かった

インフレーション中に物質が存在していれば、グラビトンがサブポアソン分布になることが分かった

周波数が10kHz辺りを探ればハンブリー・ブラウンとトウイス干渉計を使ってグラビトンを検出できる可能性があることを示した

2: グラビトンのノイズによるデコヒーレンス時間を測ることでグラビトンを間接的に発見する実験的セットアップを考えた。

グラビトンがインフレーション中にスクィーズ状態になることにより、グラビトンの相関が増大し、40kmの腕の長さ、40kgの鏡の干渉計に対してデコヒーレンス時間が20秒になる。

実際に実験が可能になった場合に、予言したデコヒーレンス時間が測定されれば、グラビトンの発見になる