



Vom LHC zu Neutronen Sternen

Emma Chizzali^{1,2}

Forschung trifft Schule: CERN Summer School, CERN, Genf

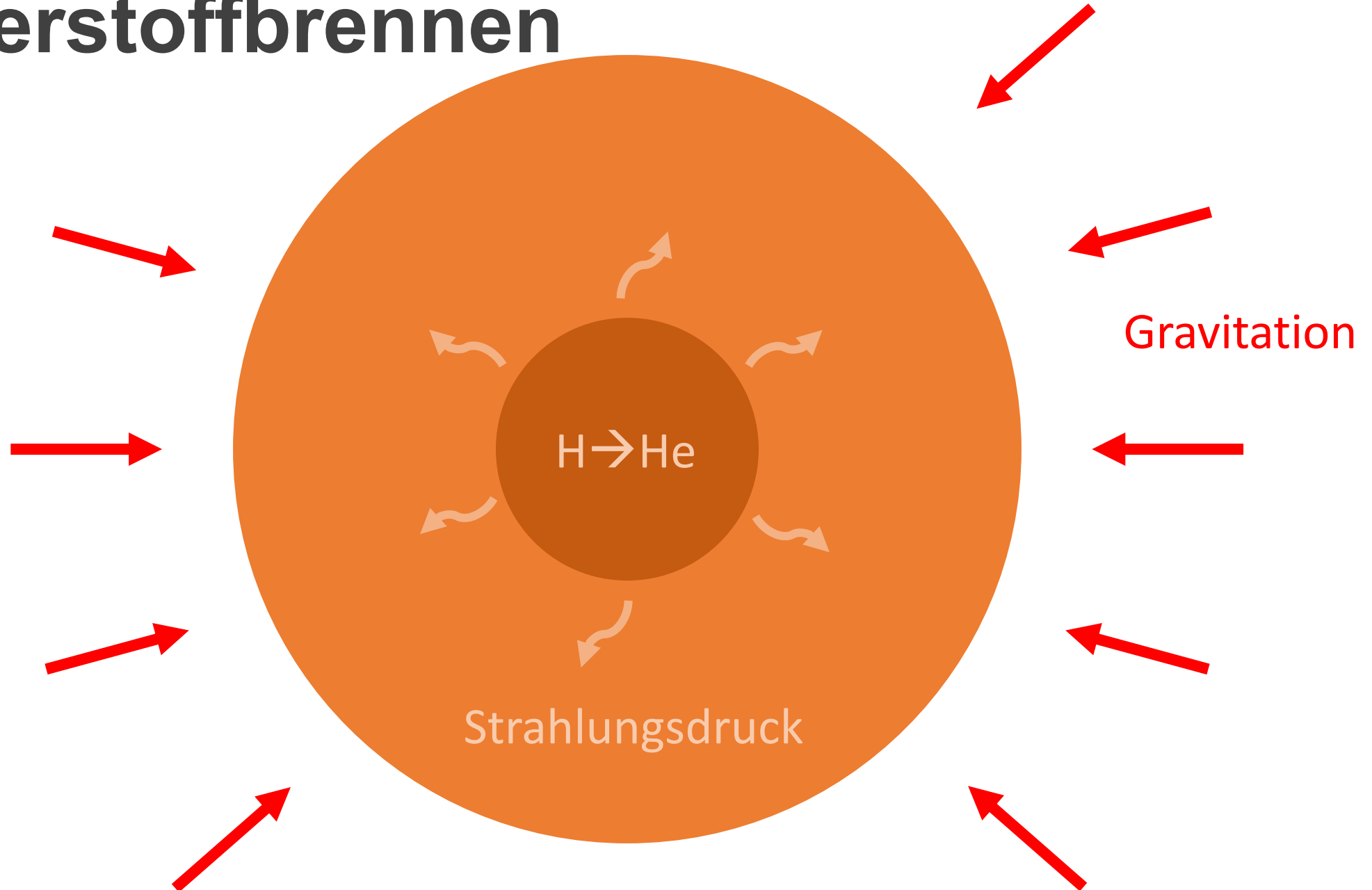
02/08/2023

¹Max-Planck-Institut für Physik

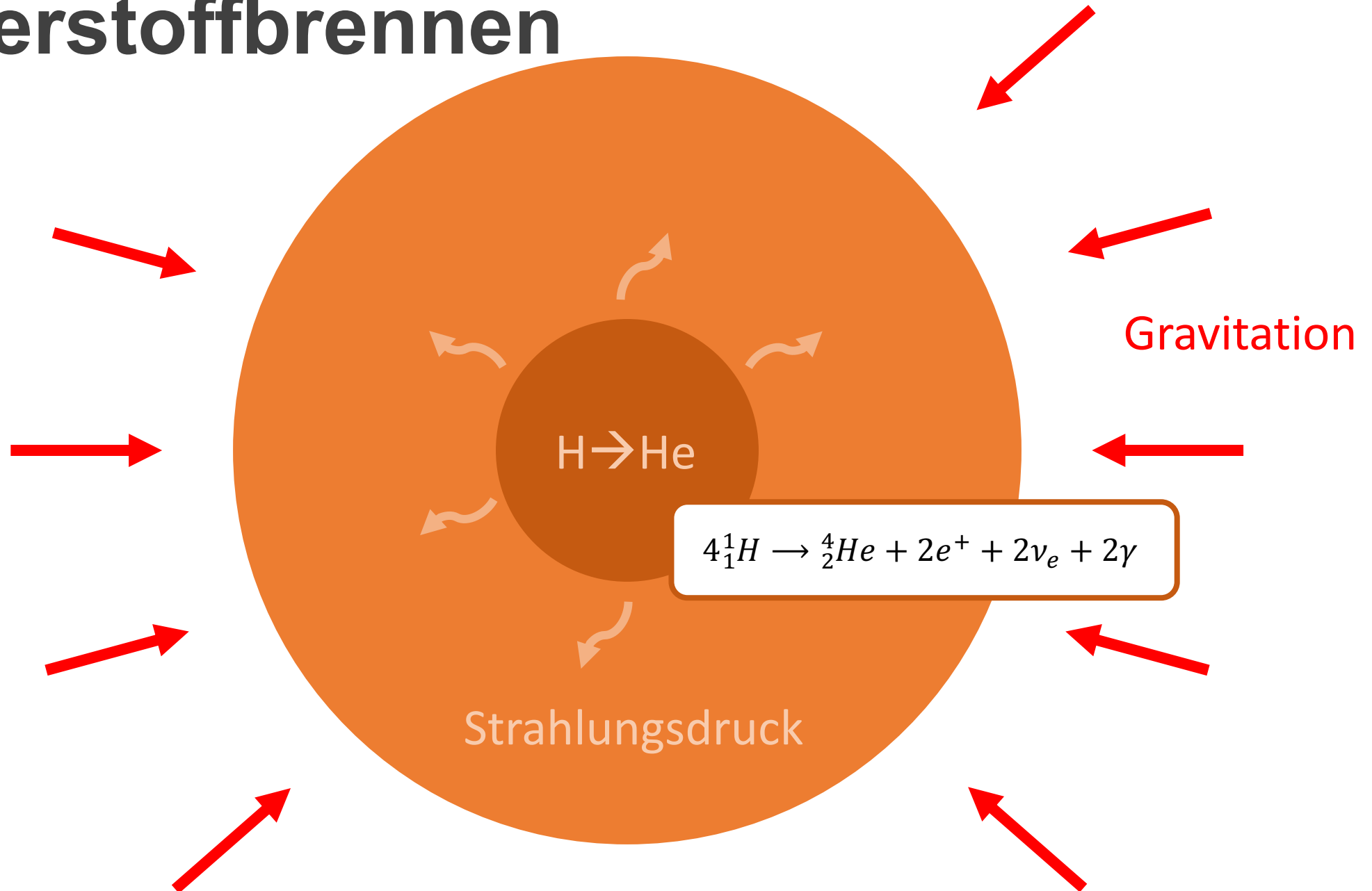
²Physik Department E62, Technische Universität München



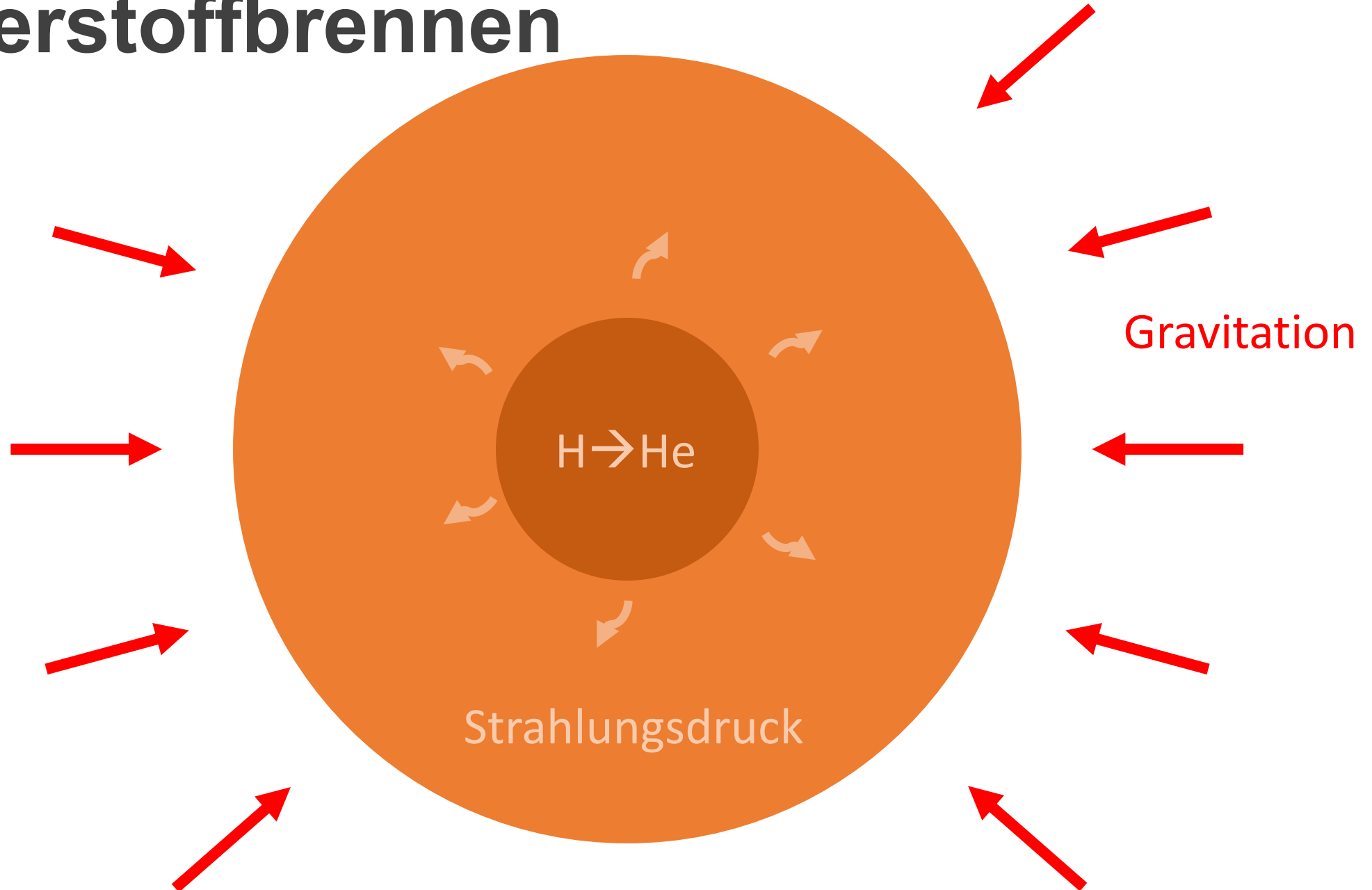
Wasserstoffbrennen



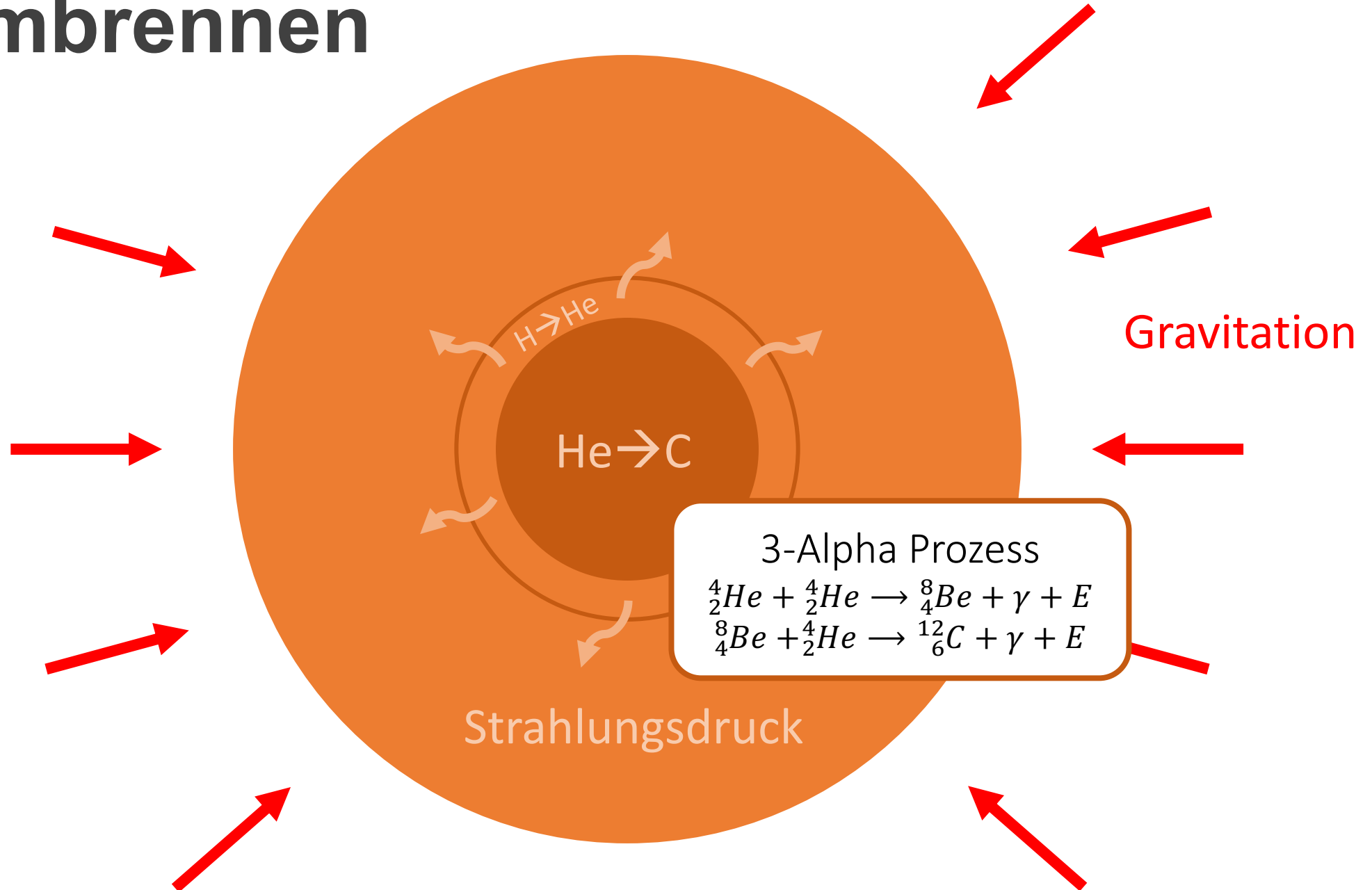
Wasserstoffbrennen



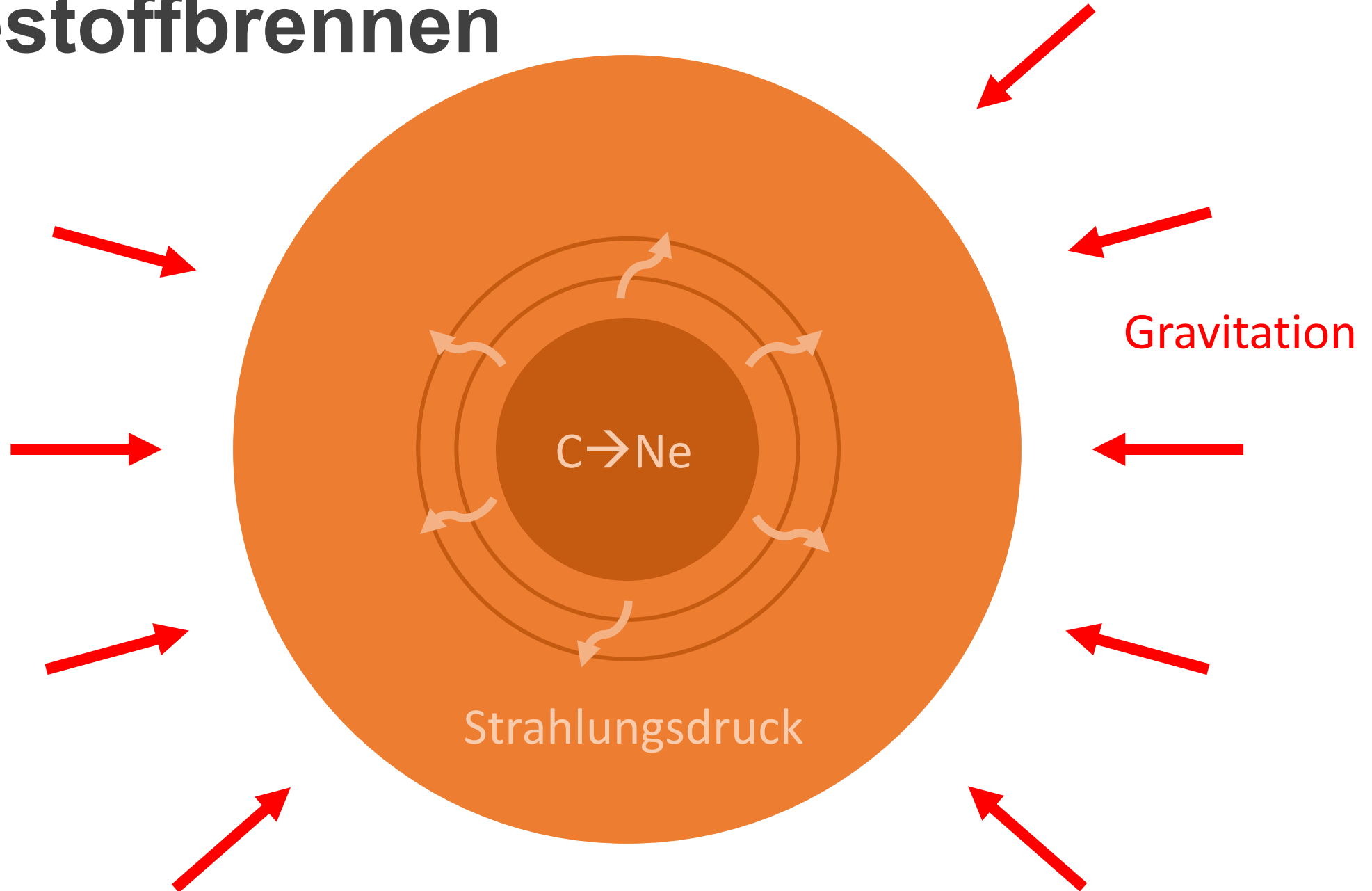
Wasserstoffbrennen



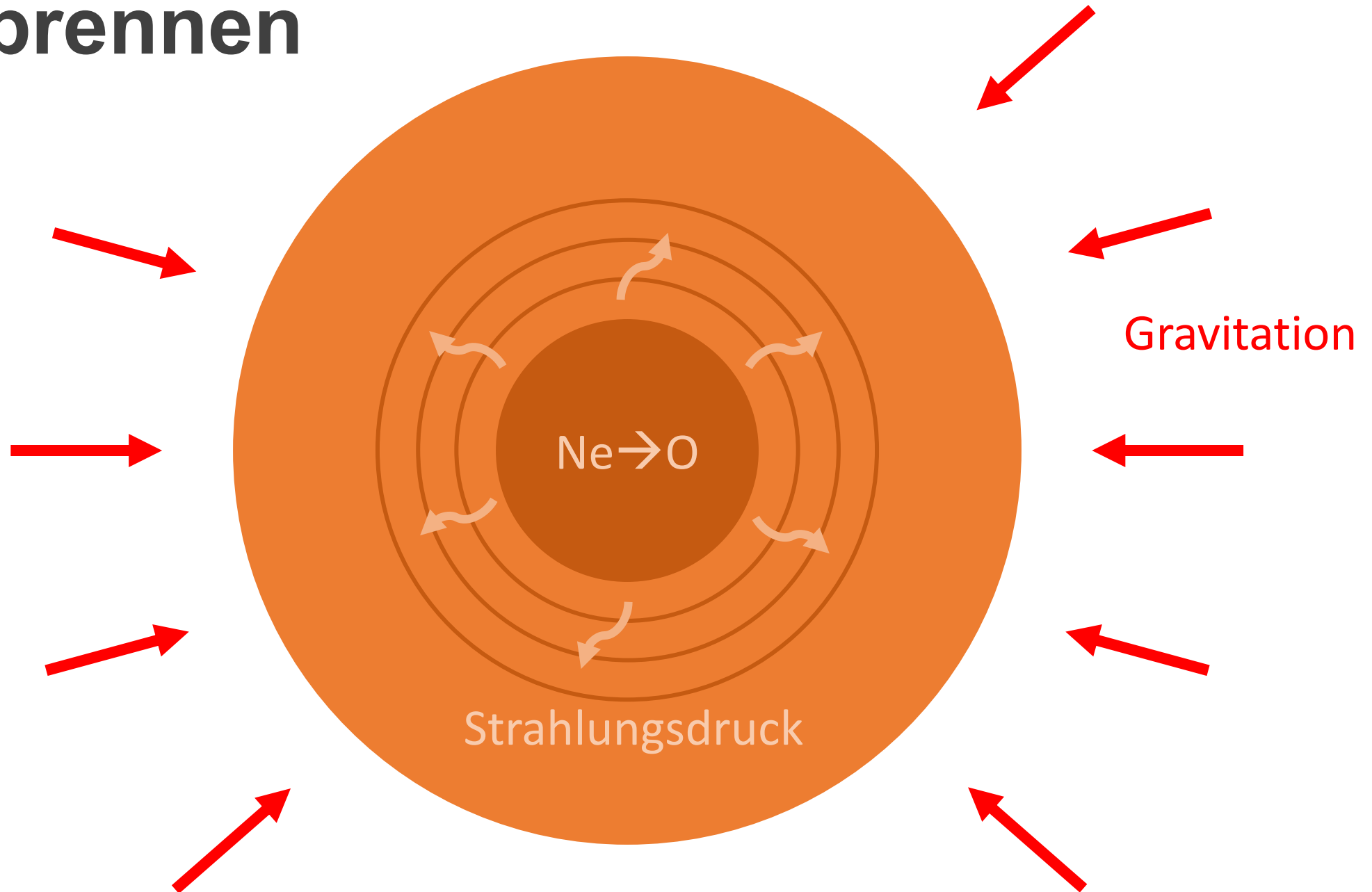
Heliumbrennen



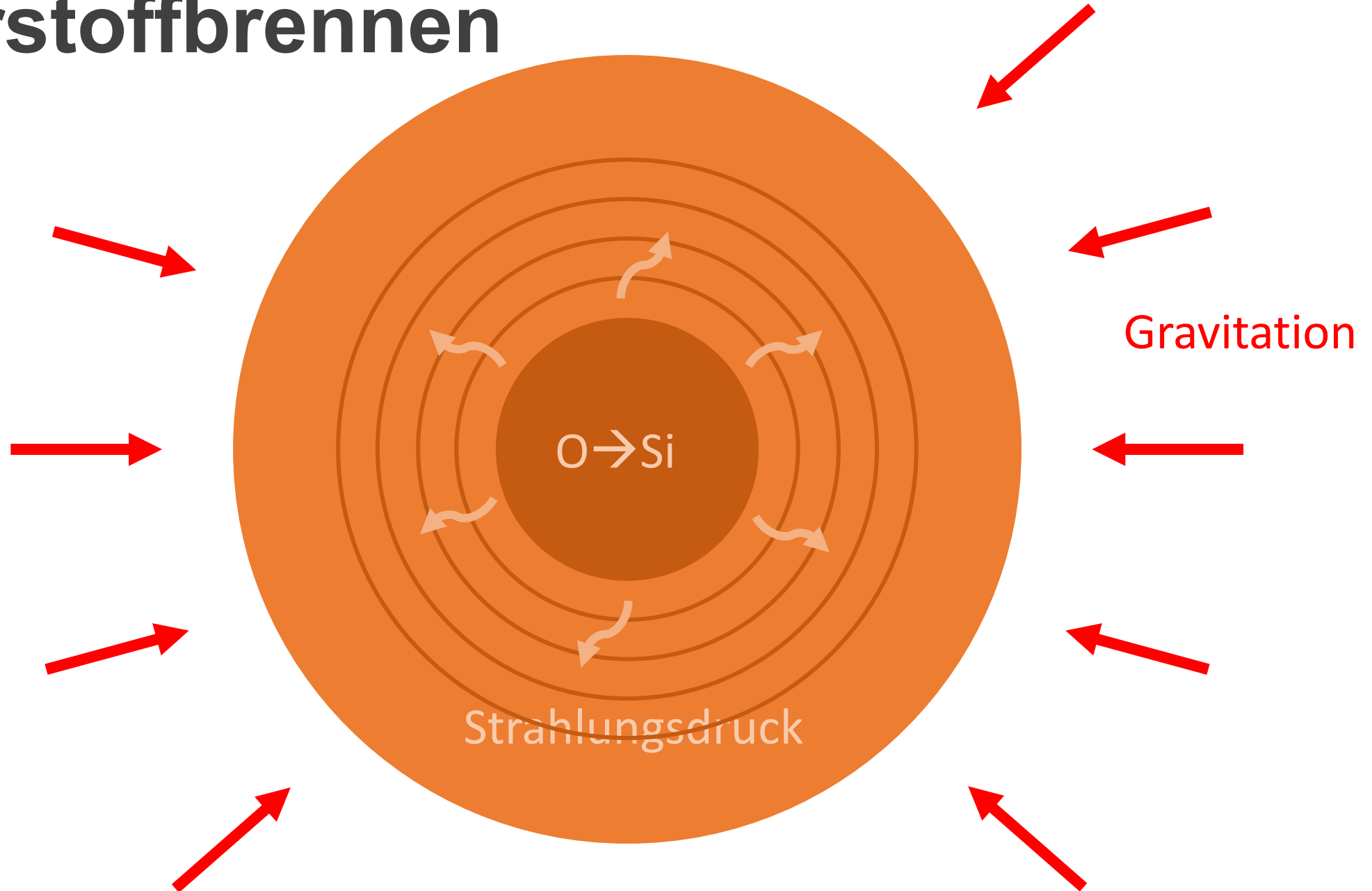
Kohlestoffbrennen



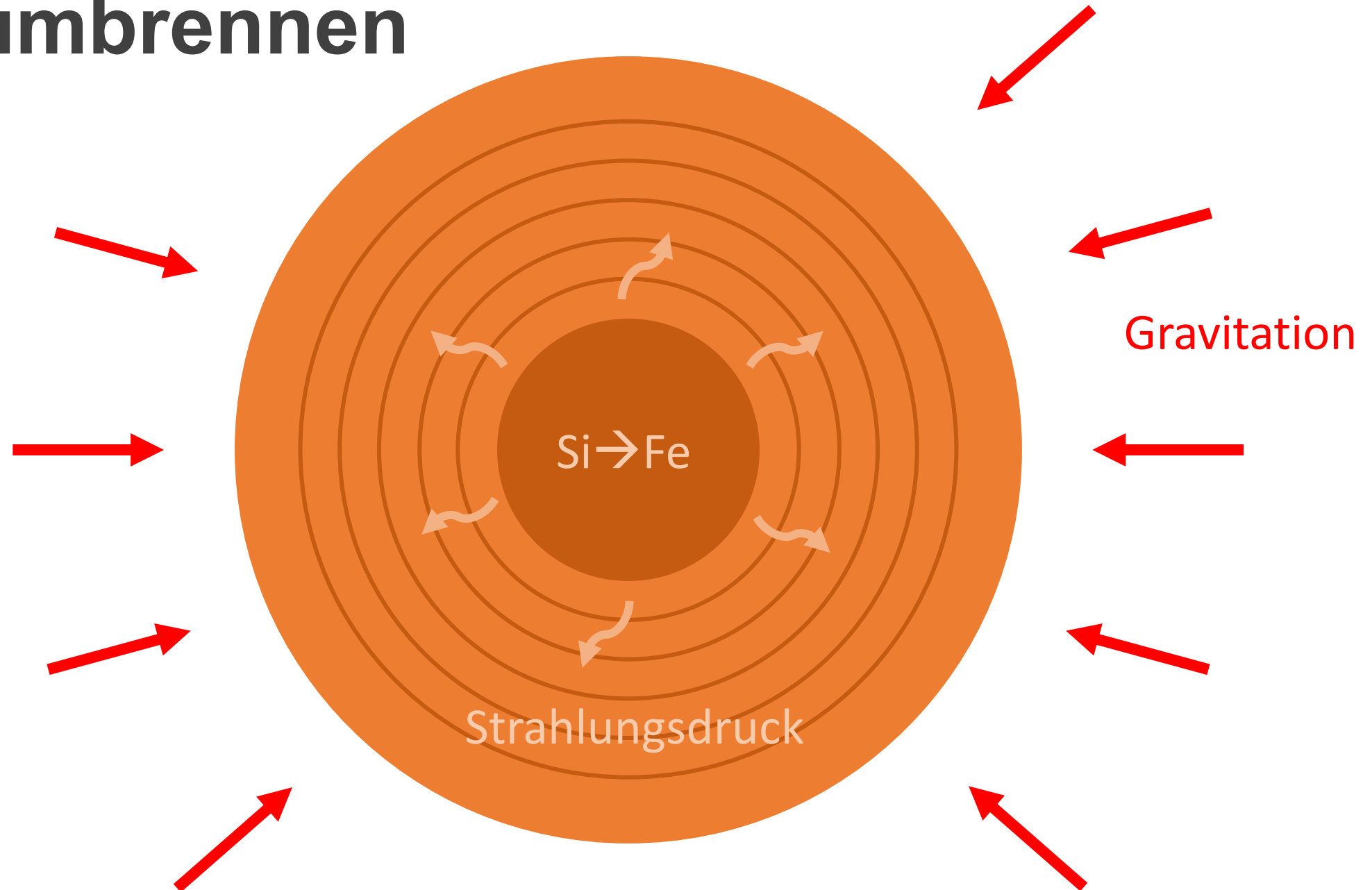
Neonbrennen



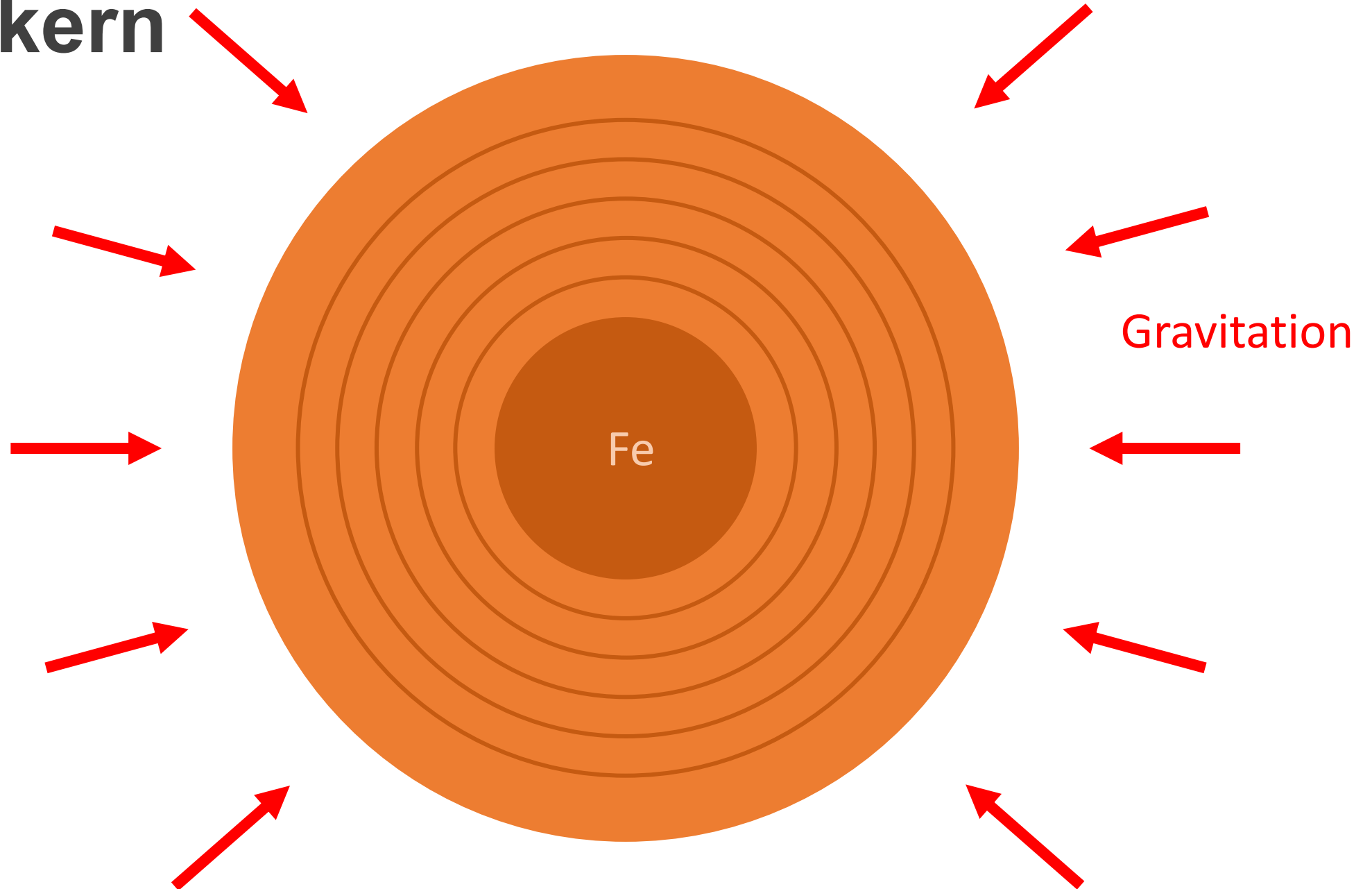
Sauerstoffbrennen



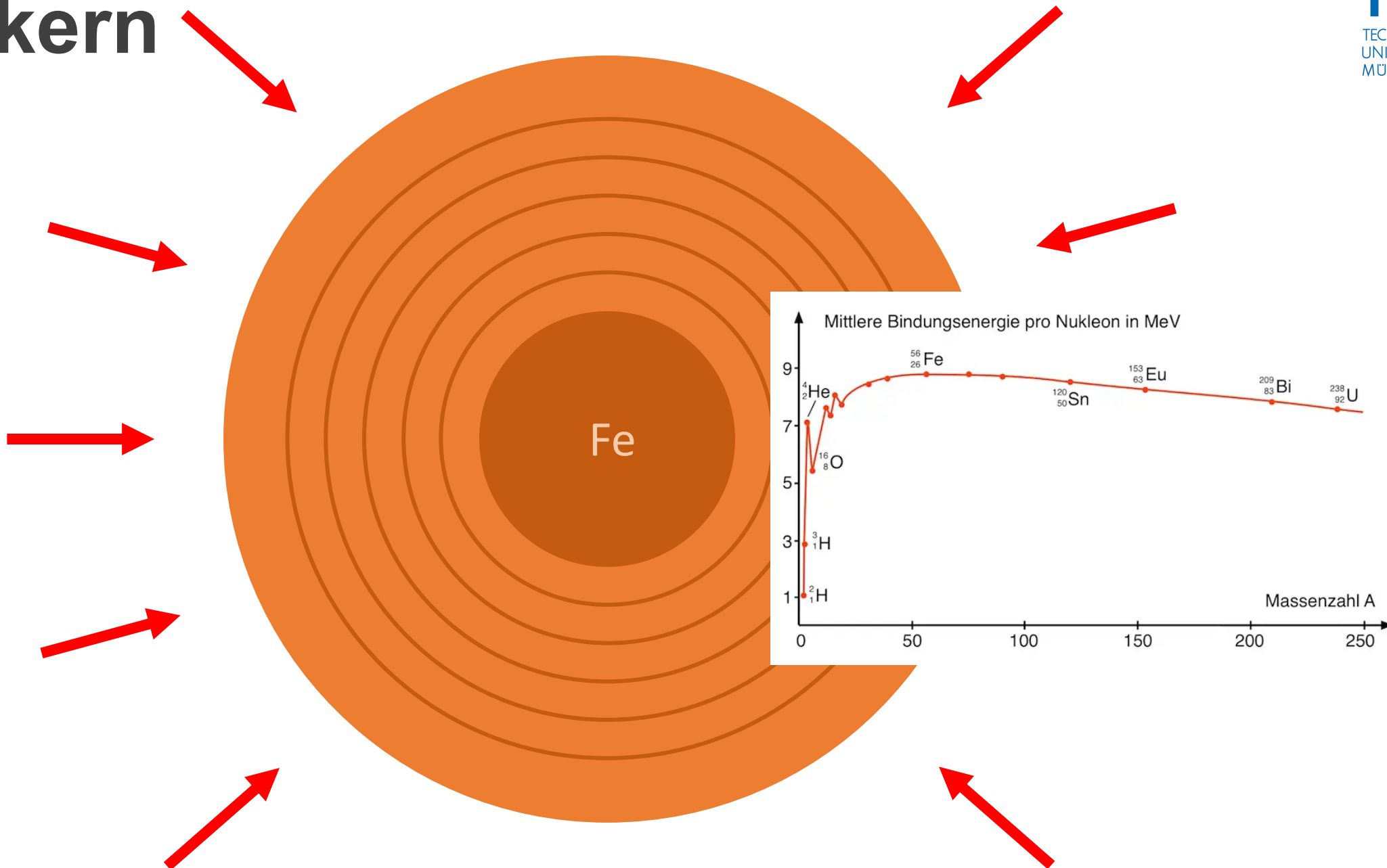
Siliziumbrennen



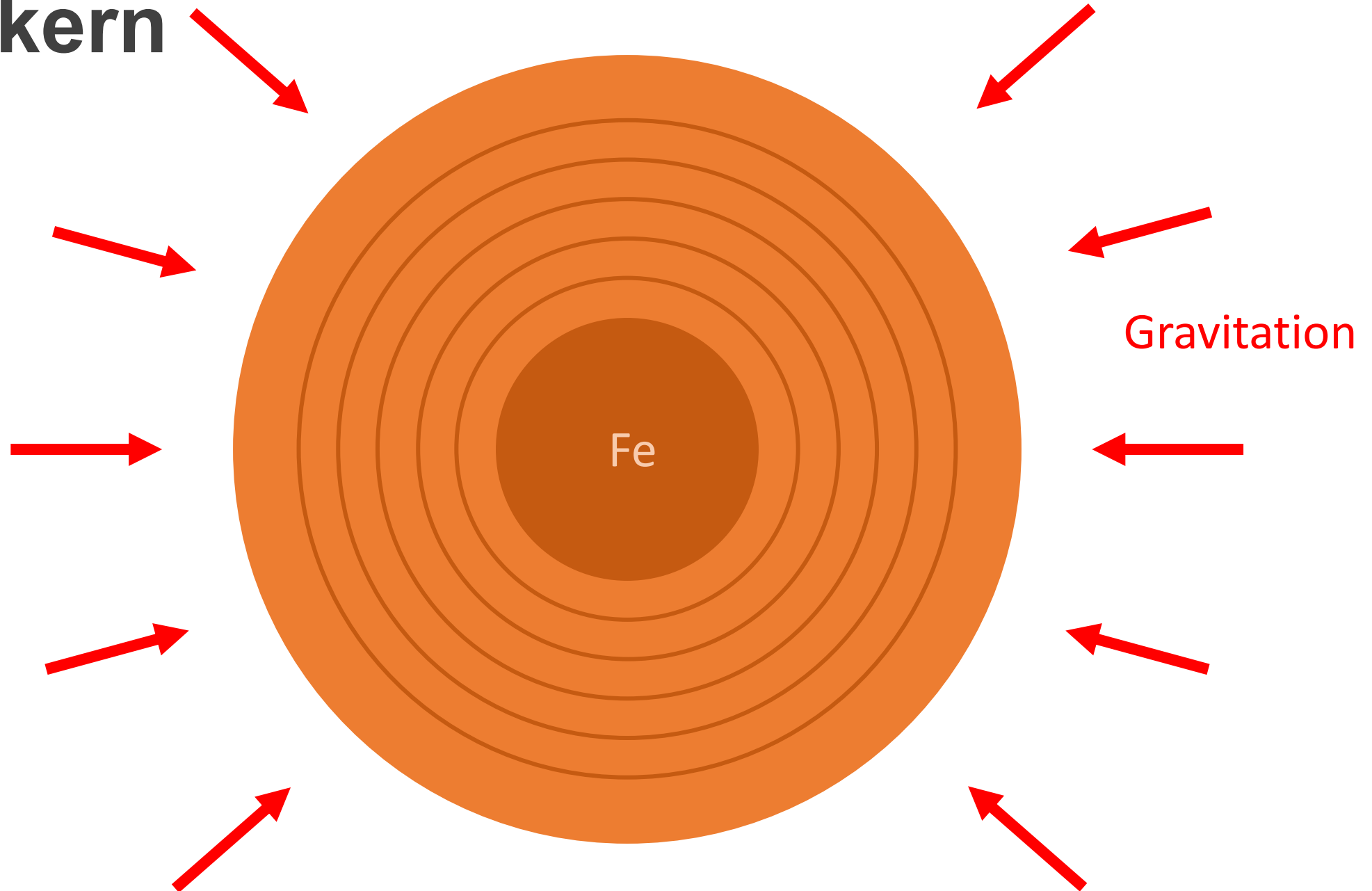
Eisenkern



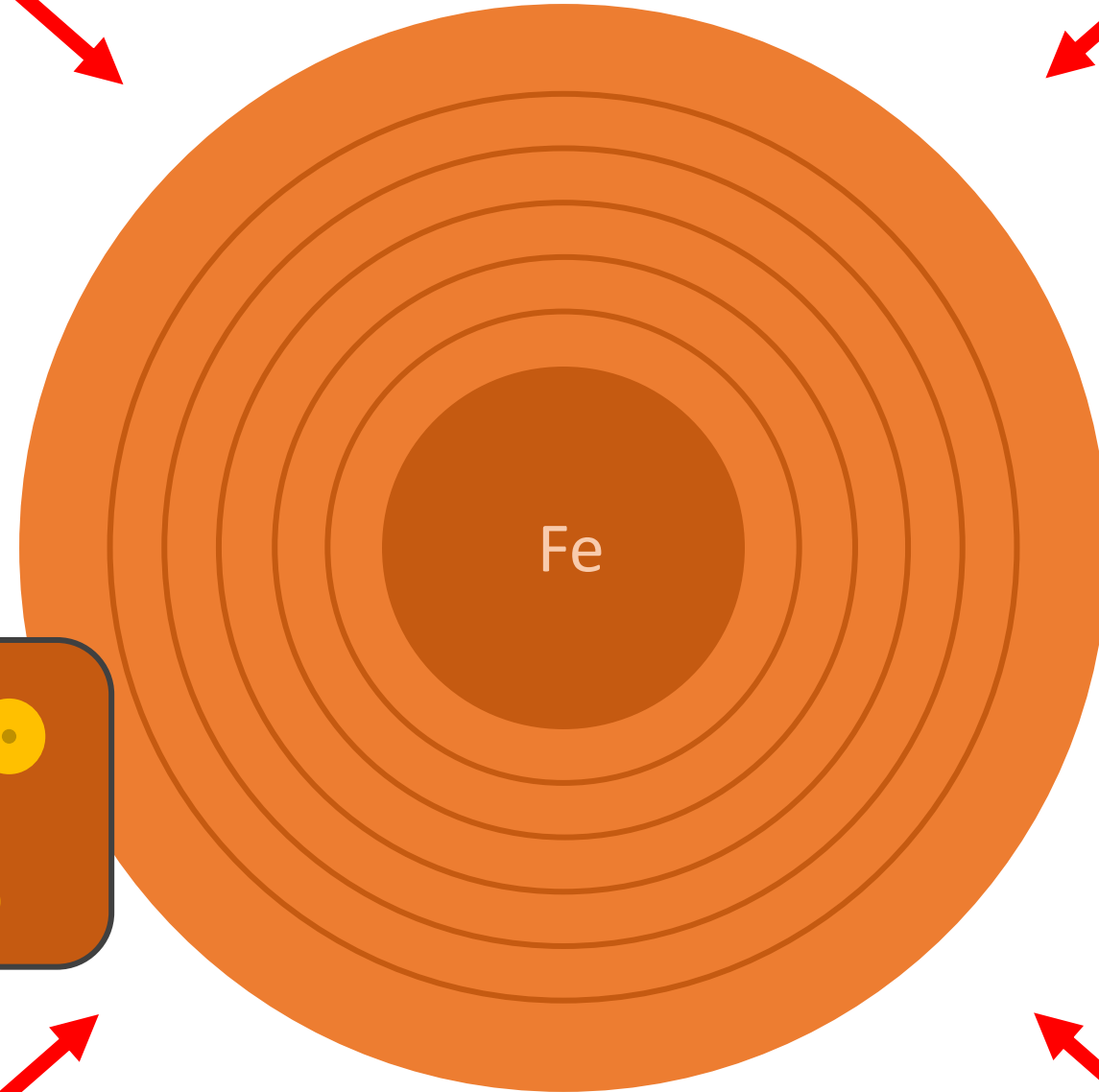
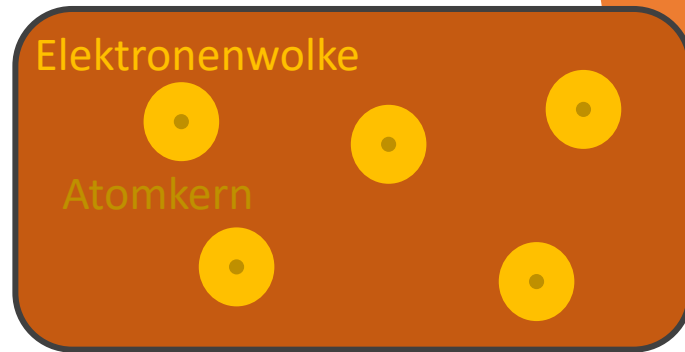
Eisenkern



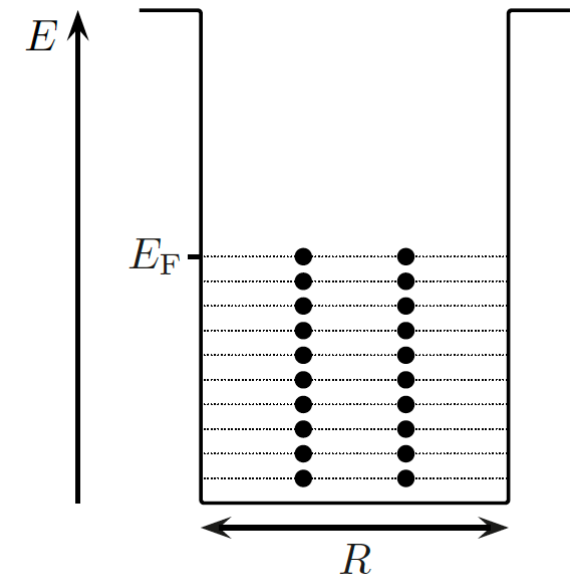
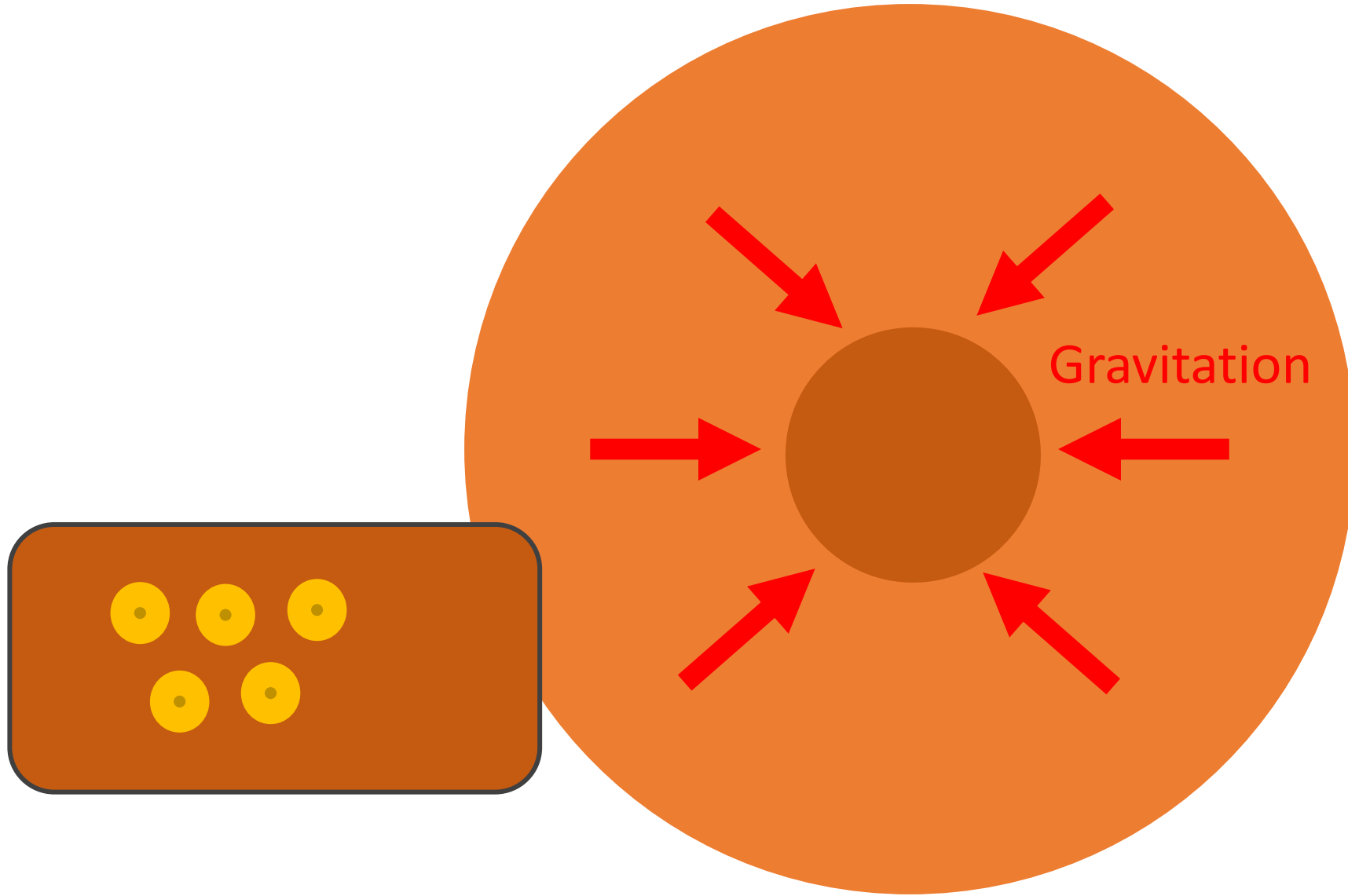
Eisenkern



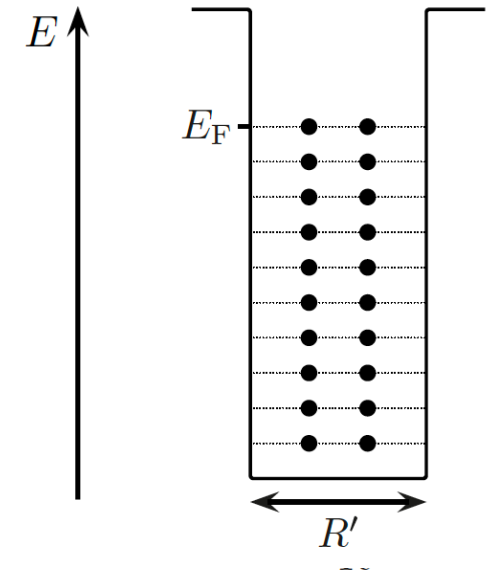
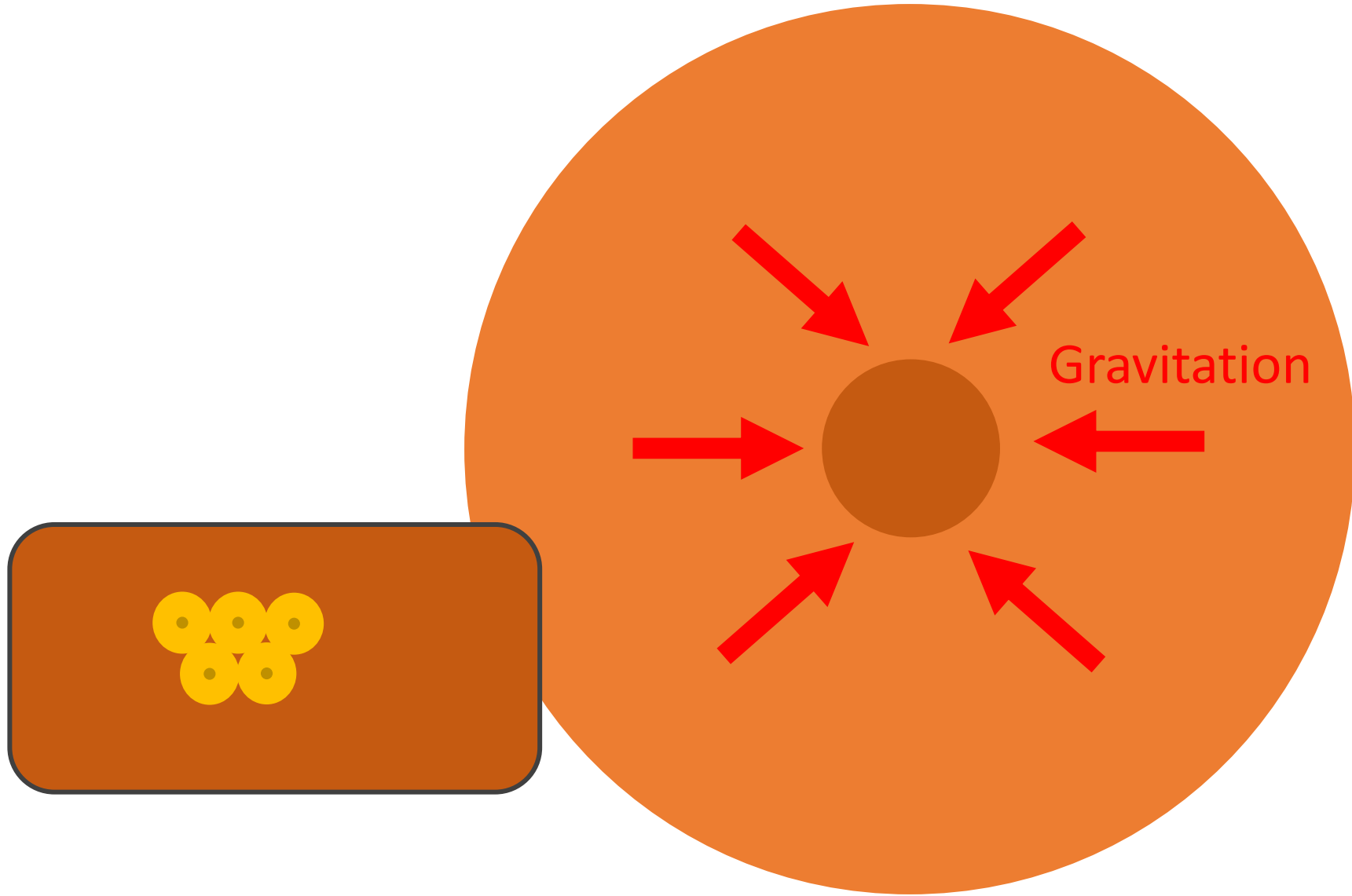
Eisenkern



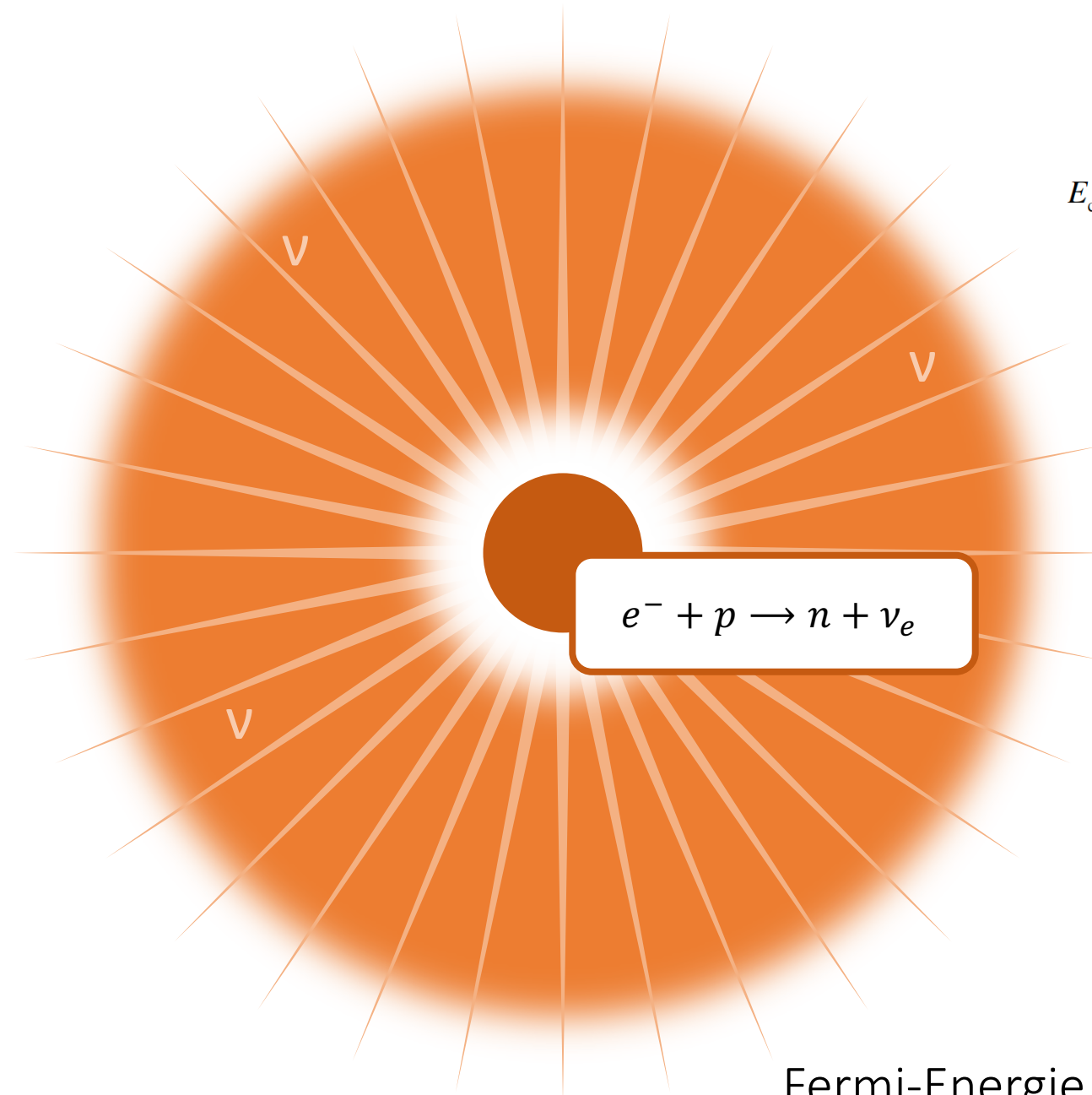
Gravitation



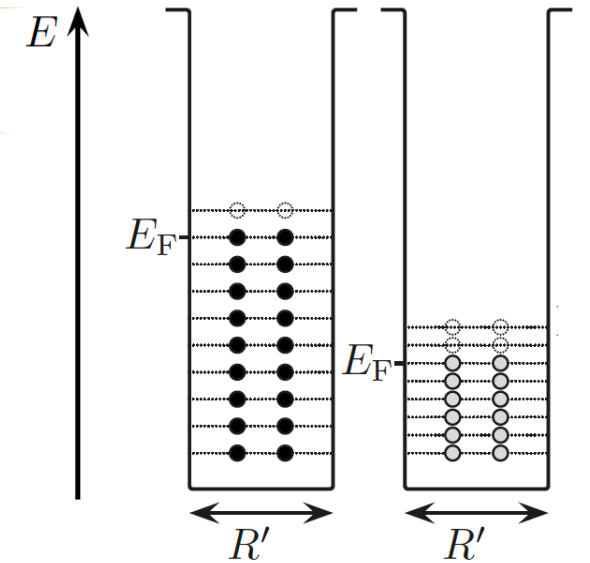
Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$



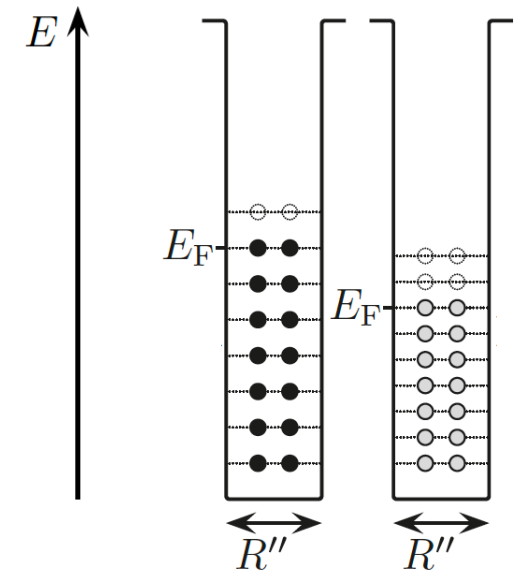
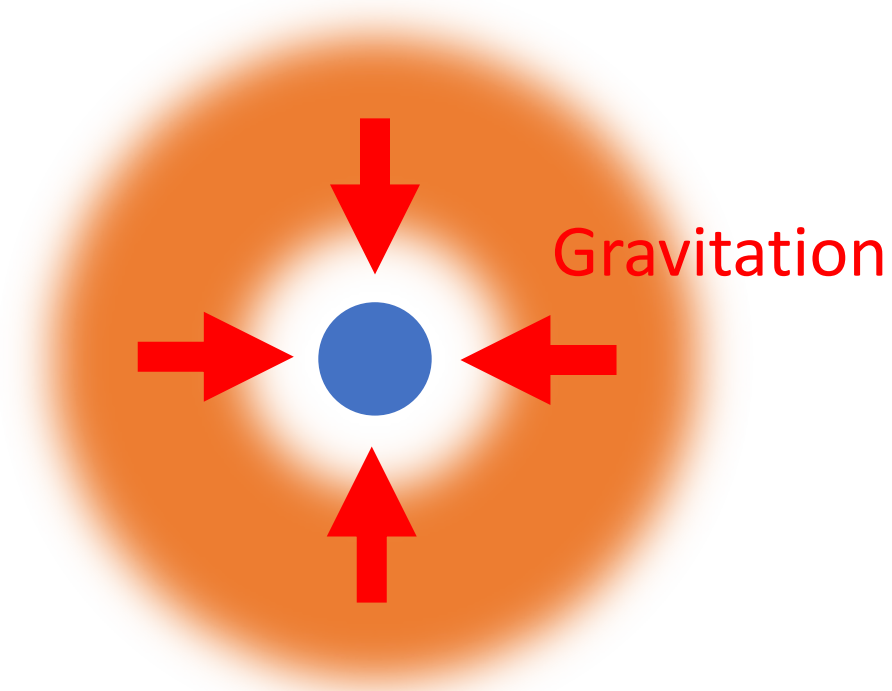
Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$



$$E_c \geq (m_n - m_p - m_e)c^2 = 782,33(43) \text{ keV}$$

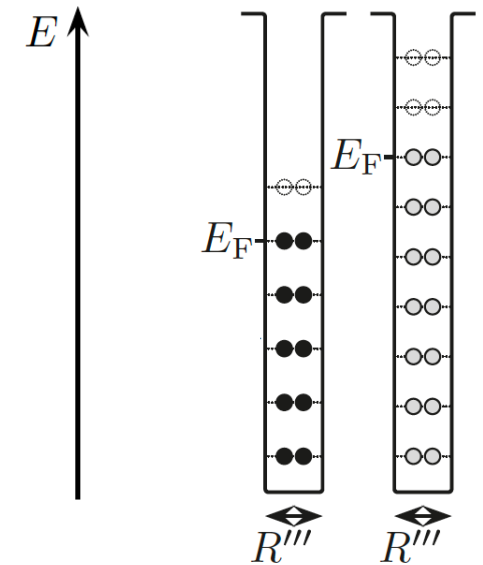


$$\text{Fermi-Energie } E_F \propto \rho^{2/3}$$

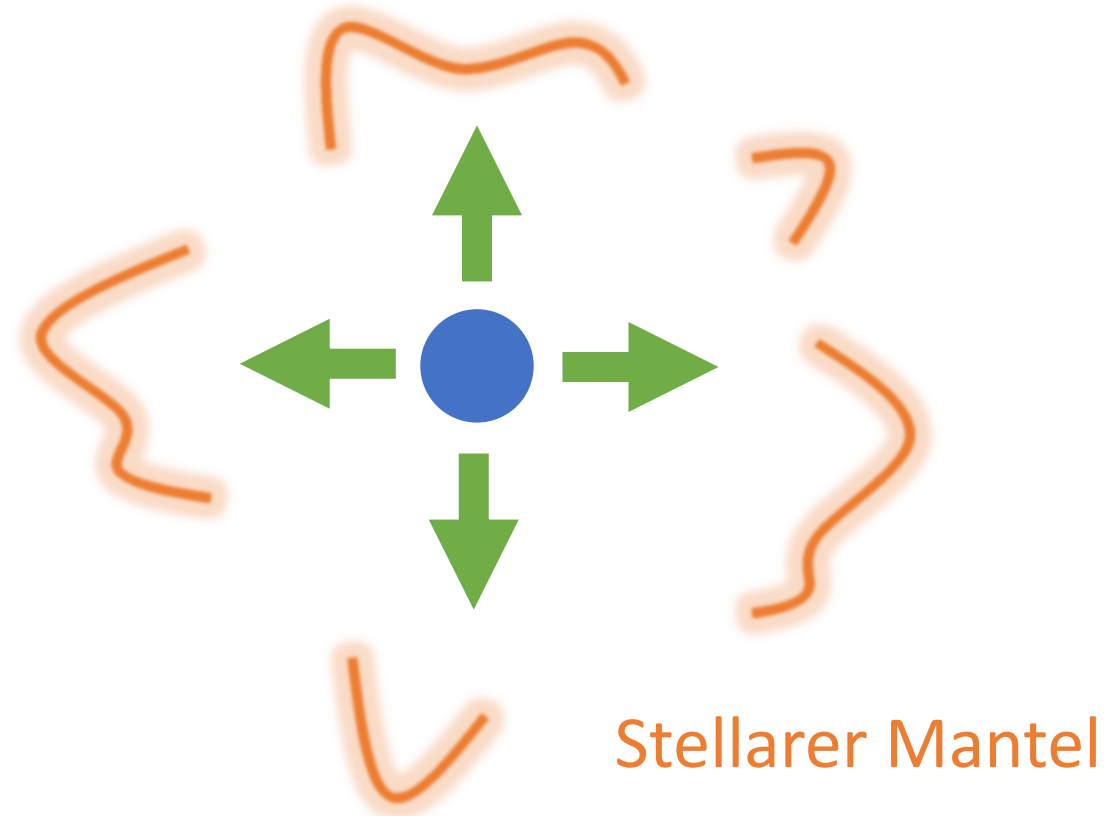


Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$

Fermidruck der Neutronen (Pauli Prinzip) stoppt
Kontraktion des Kerns abrupt

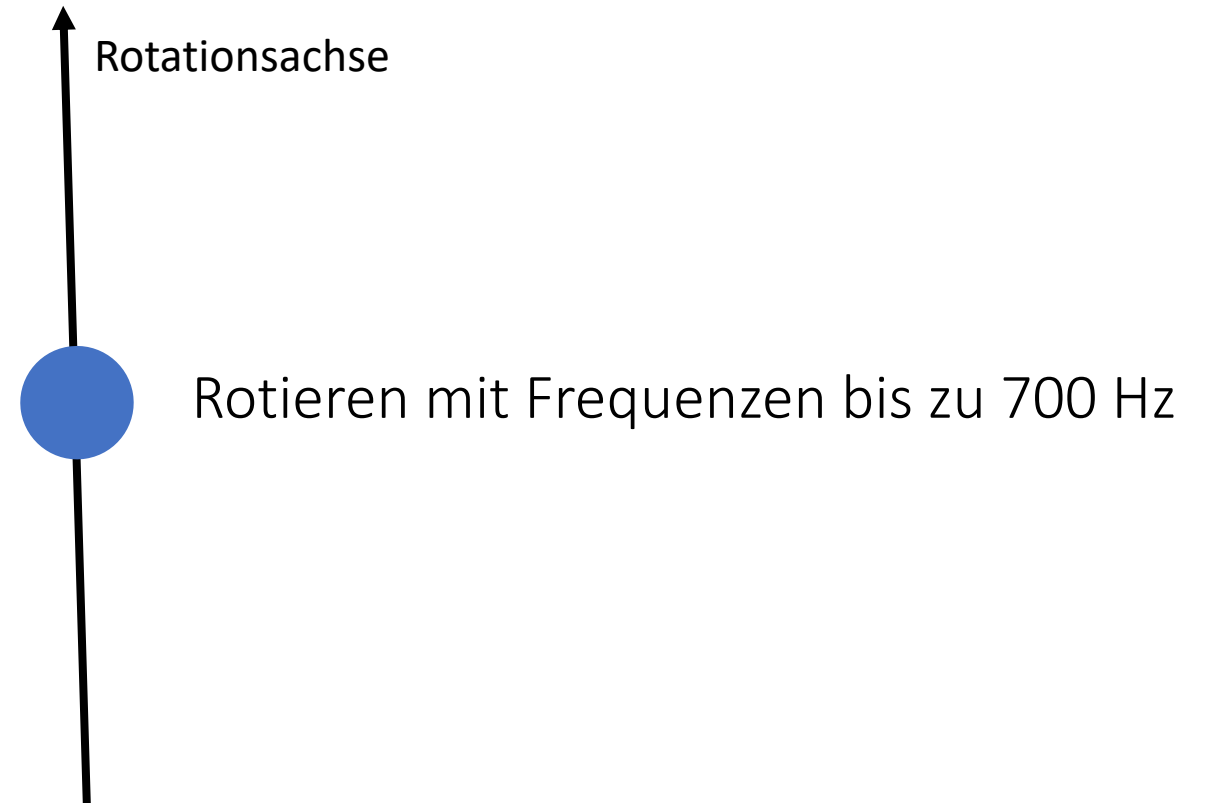


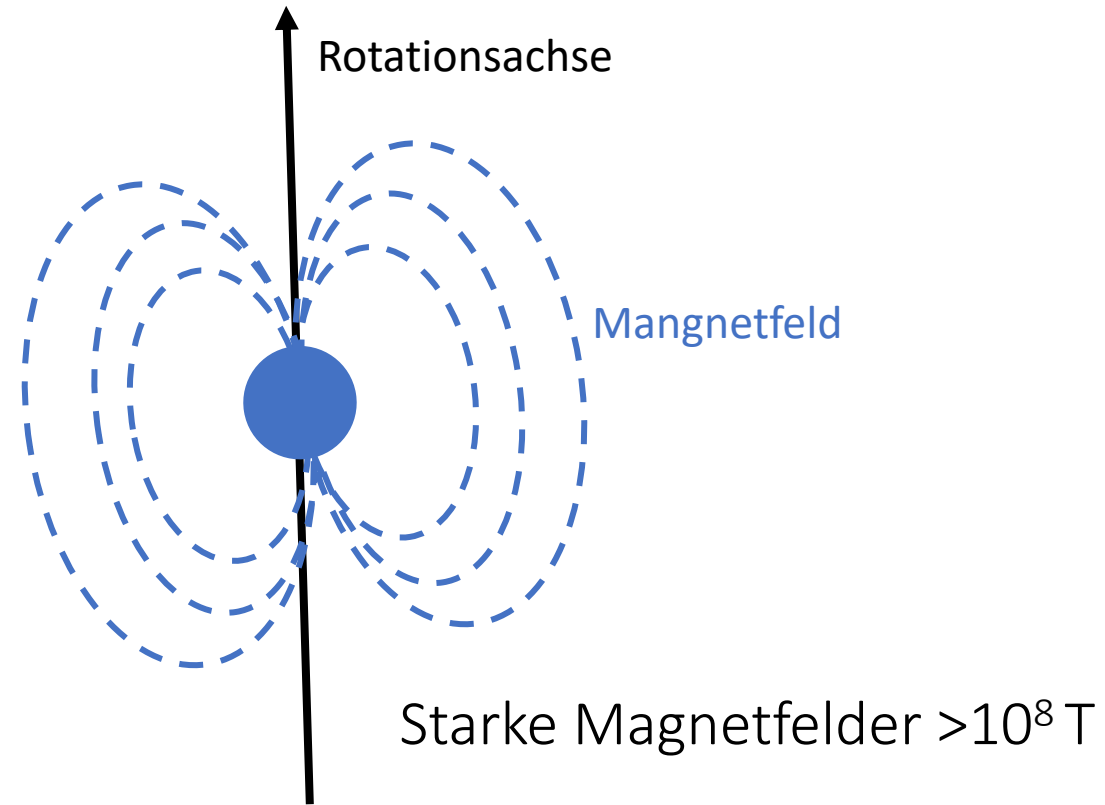
Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$

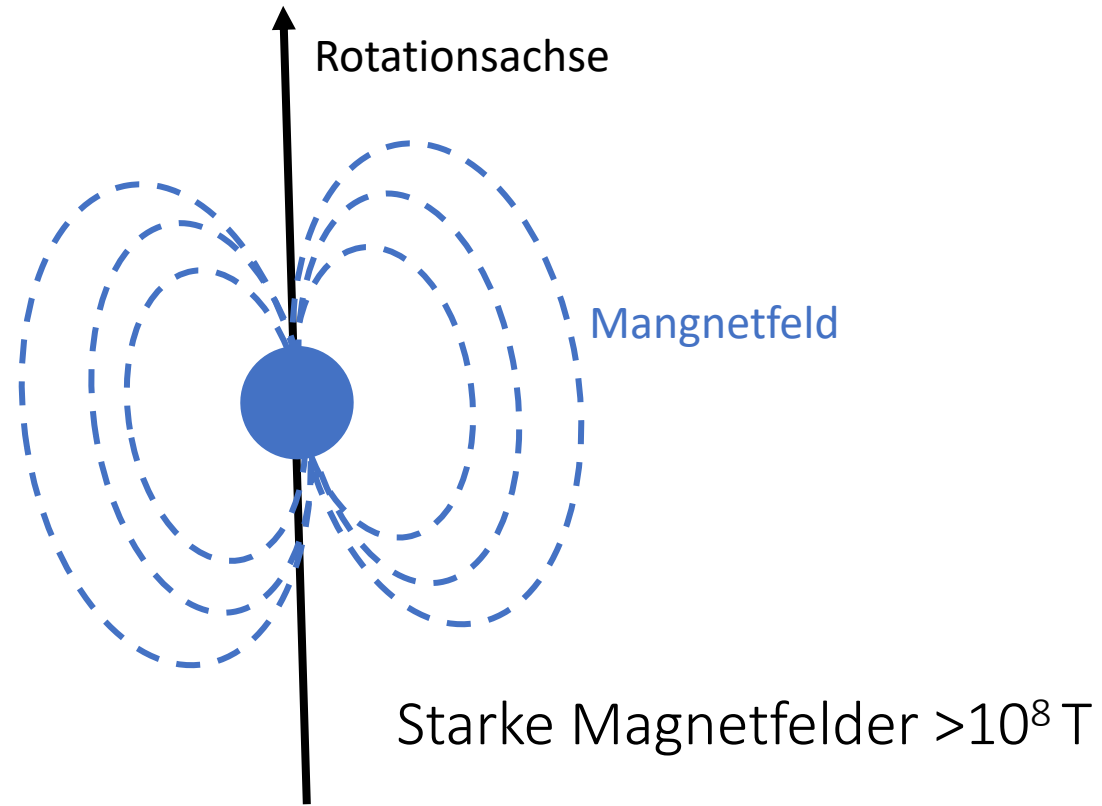
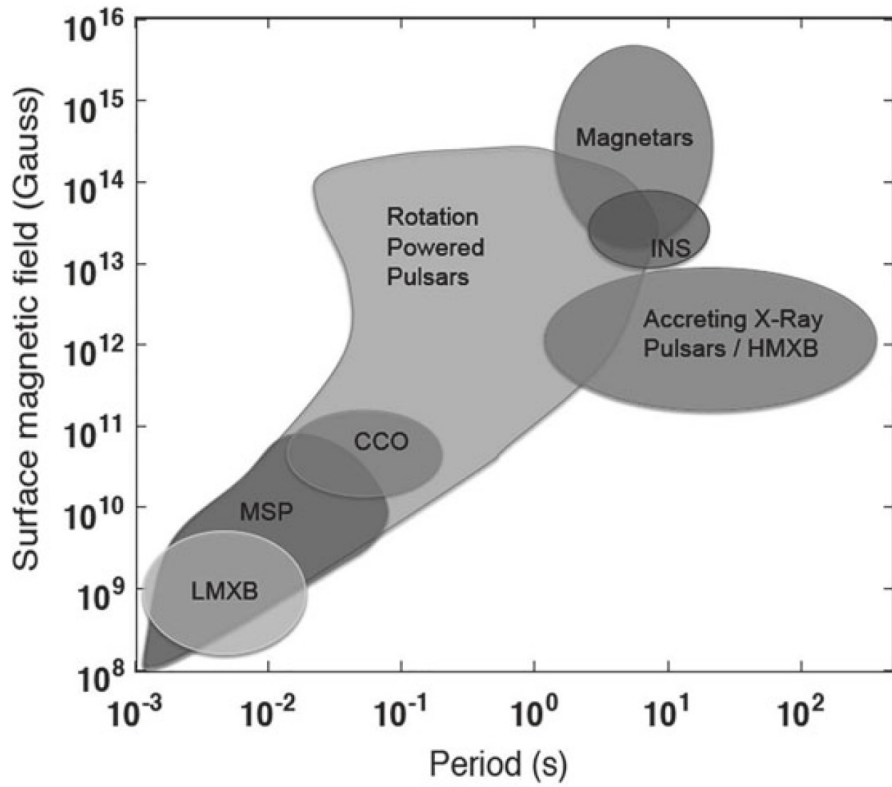


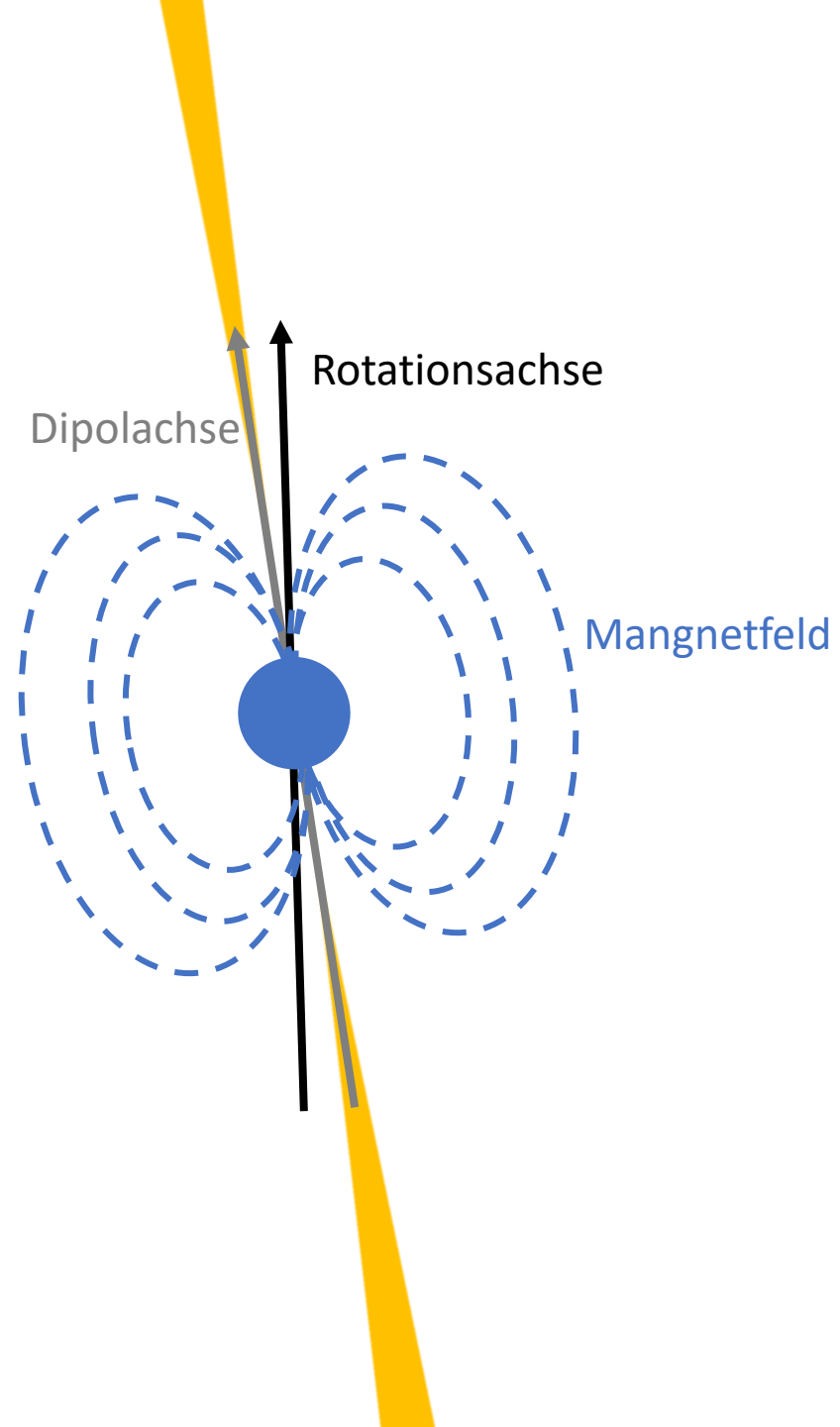
Neutronen Stern

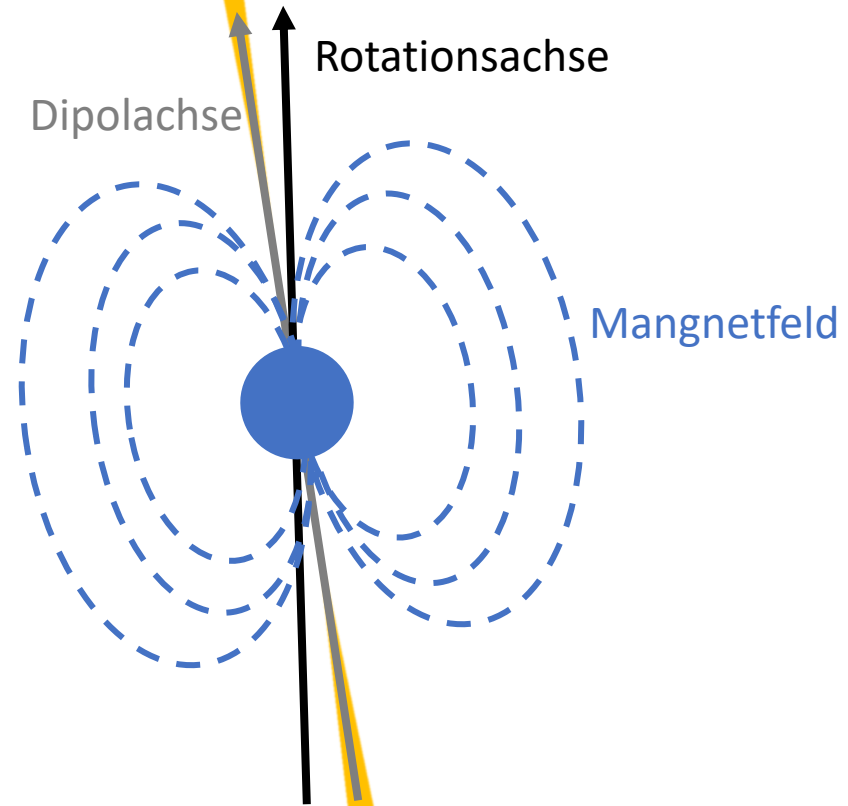
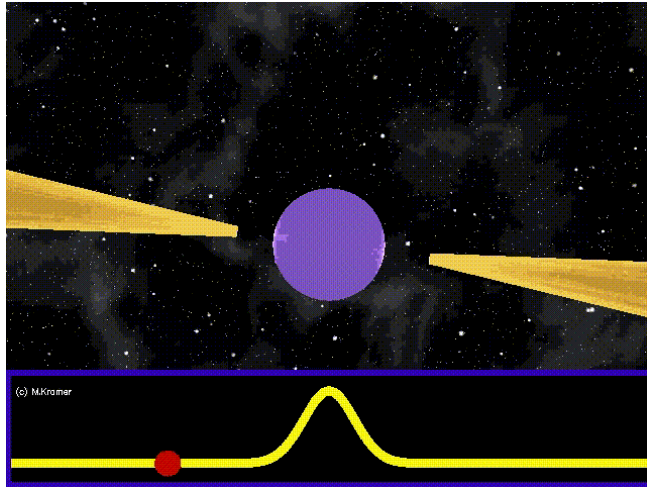




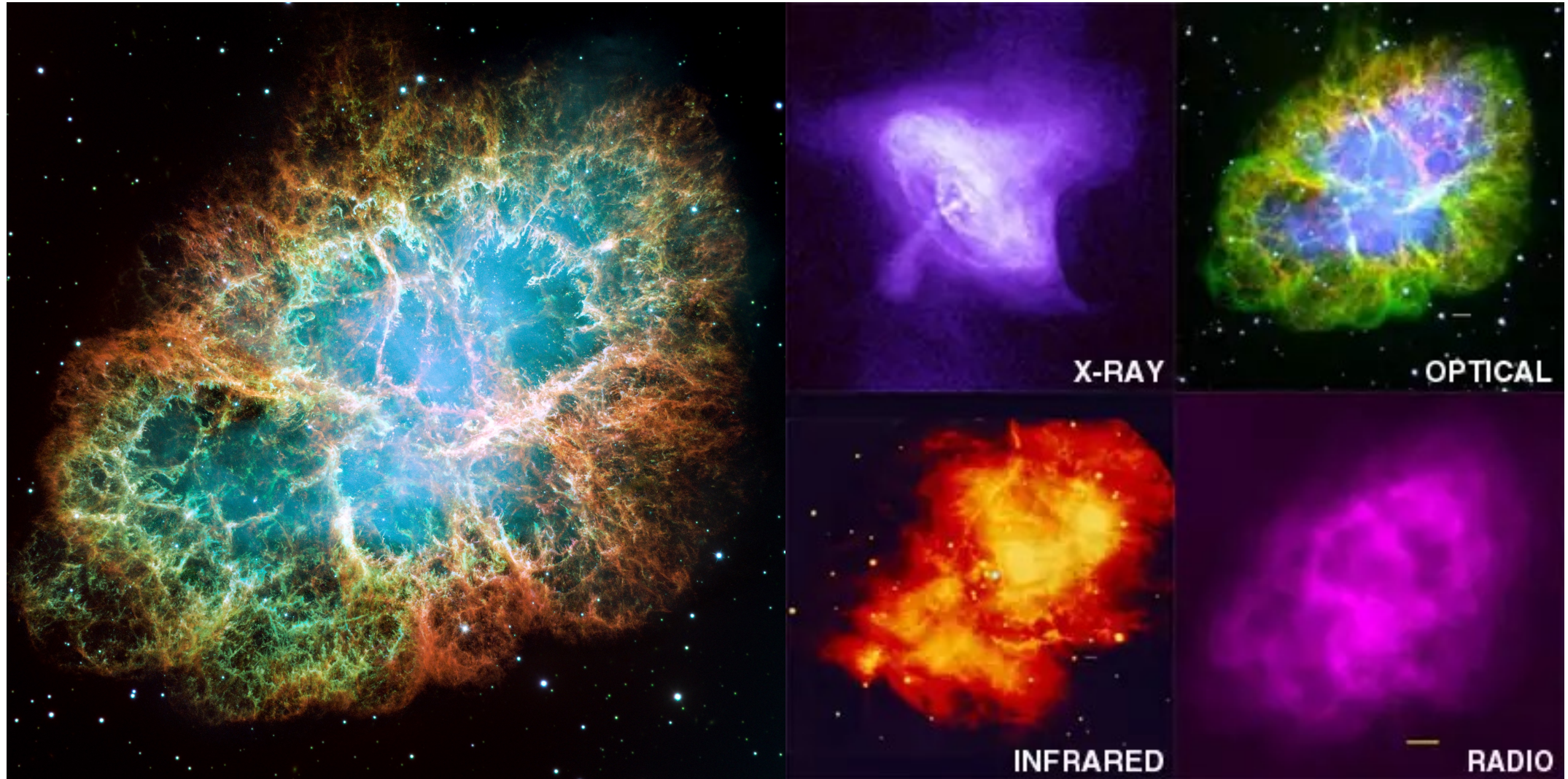






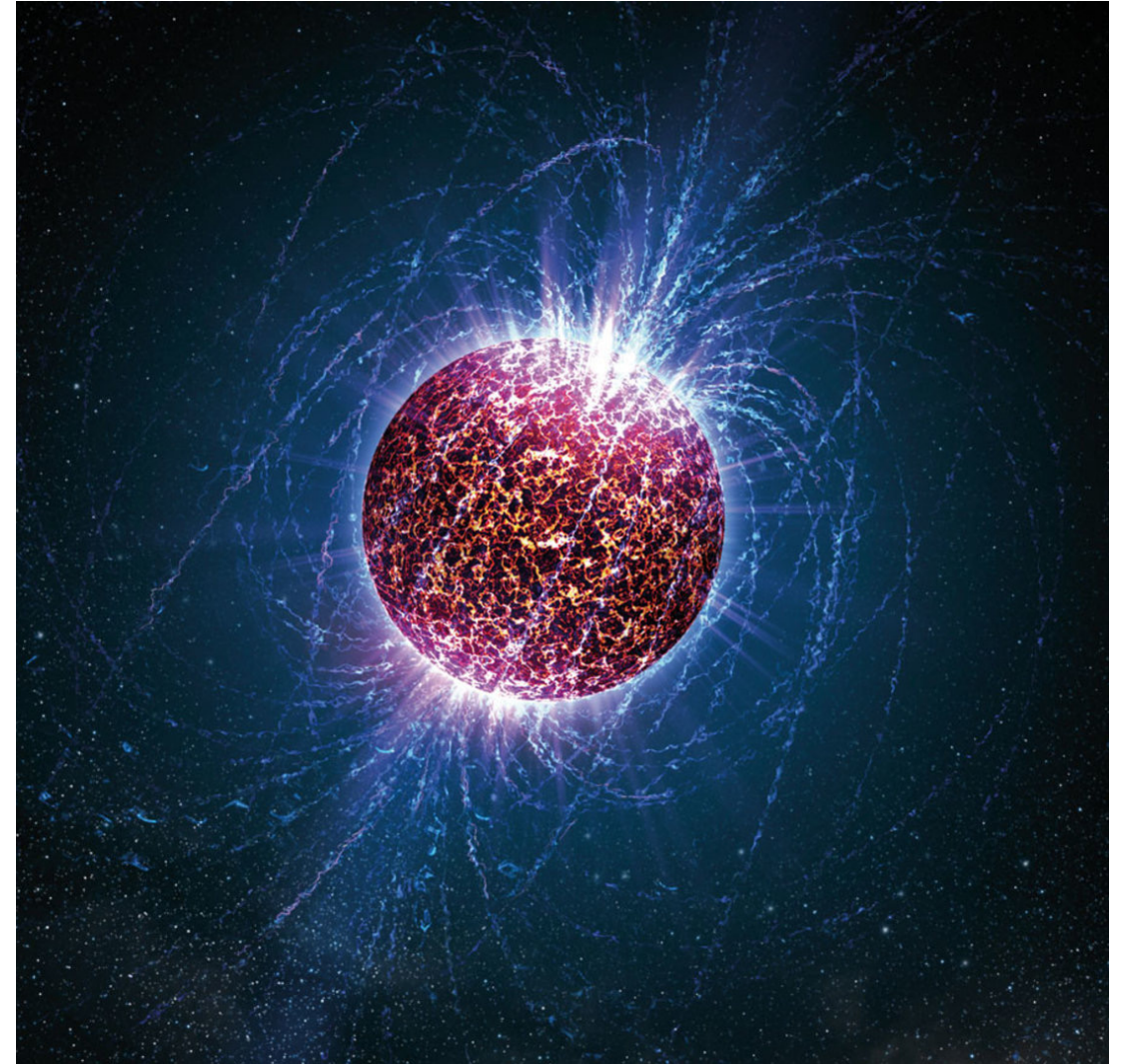


Krebs-Nebel

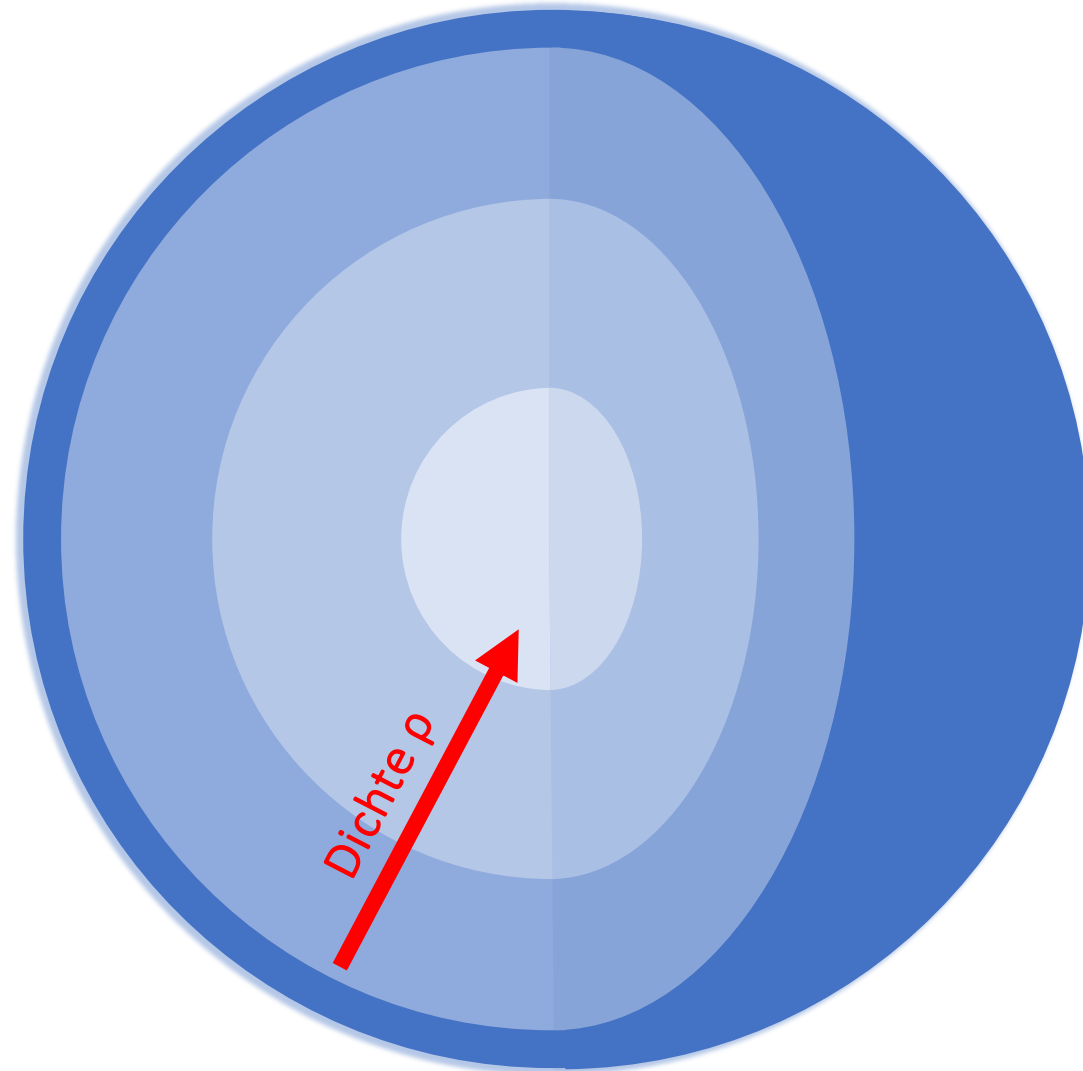


Was charakterisiert einen NS?

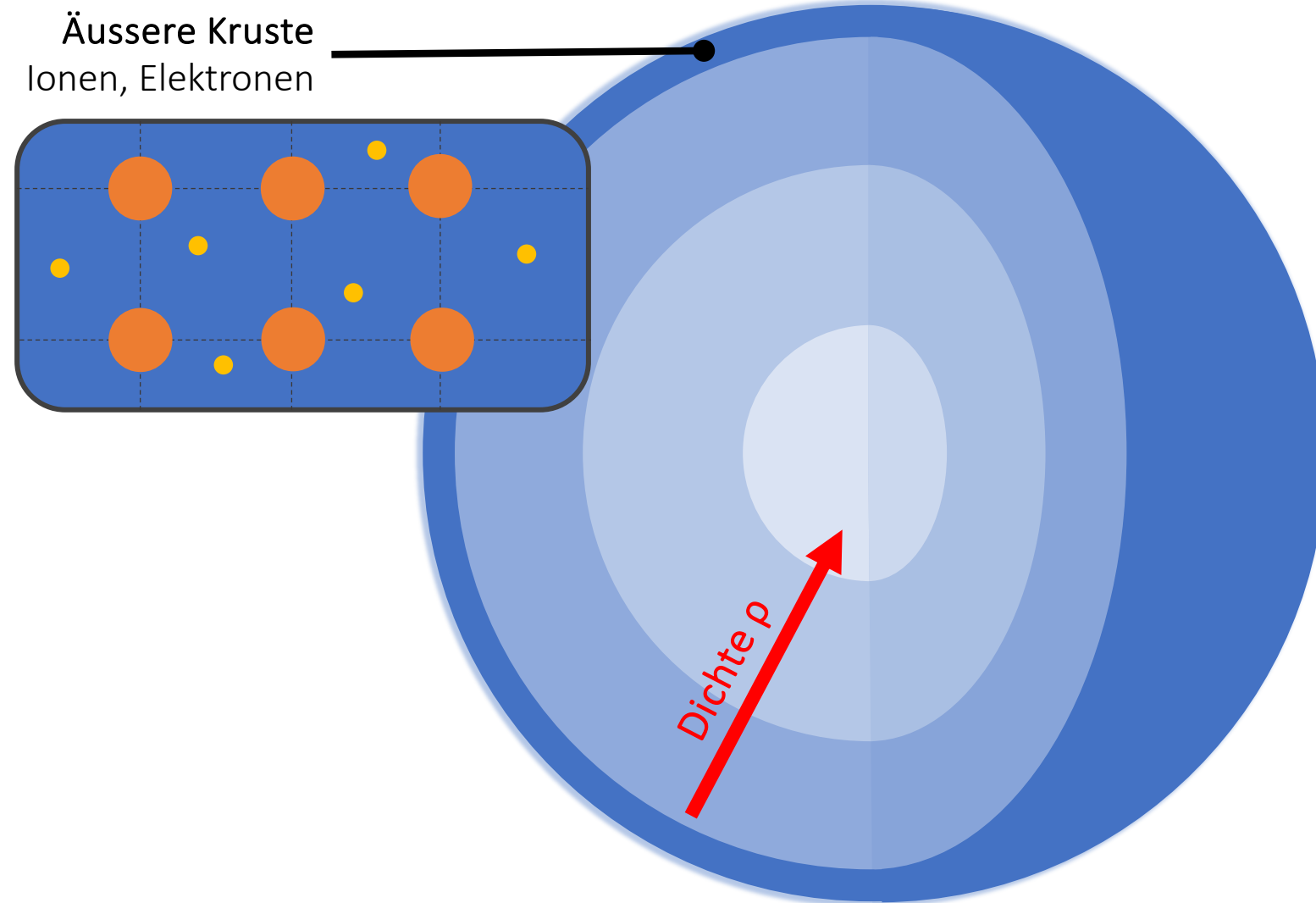
- Starkes Magnetfeld $>10^8$ T
- Rotierendes astronomisches Objekt, das Synchrotronstrahlung entlang der Dipolachse aussendet (Pulsar)
- Radius 10-15 km
- Masse 1.5-2 M_{\odot} } Extrem hohe Dichte !!!



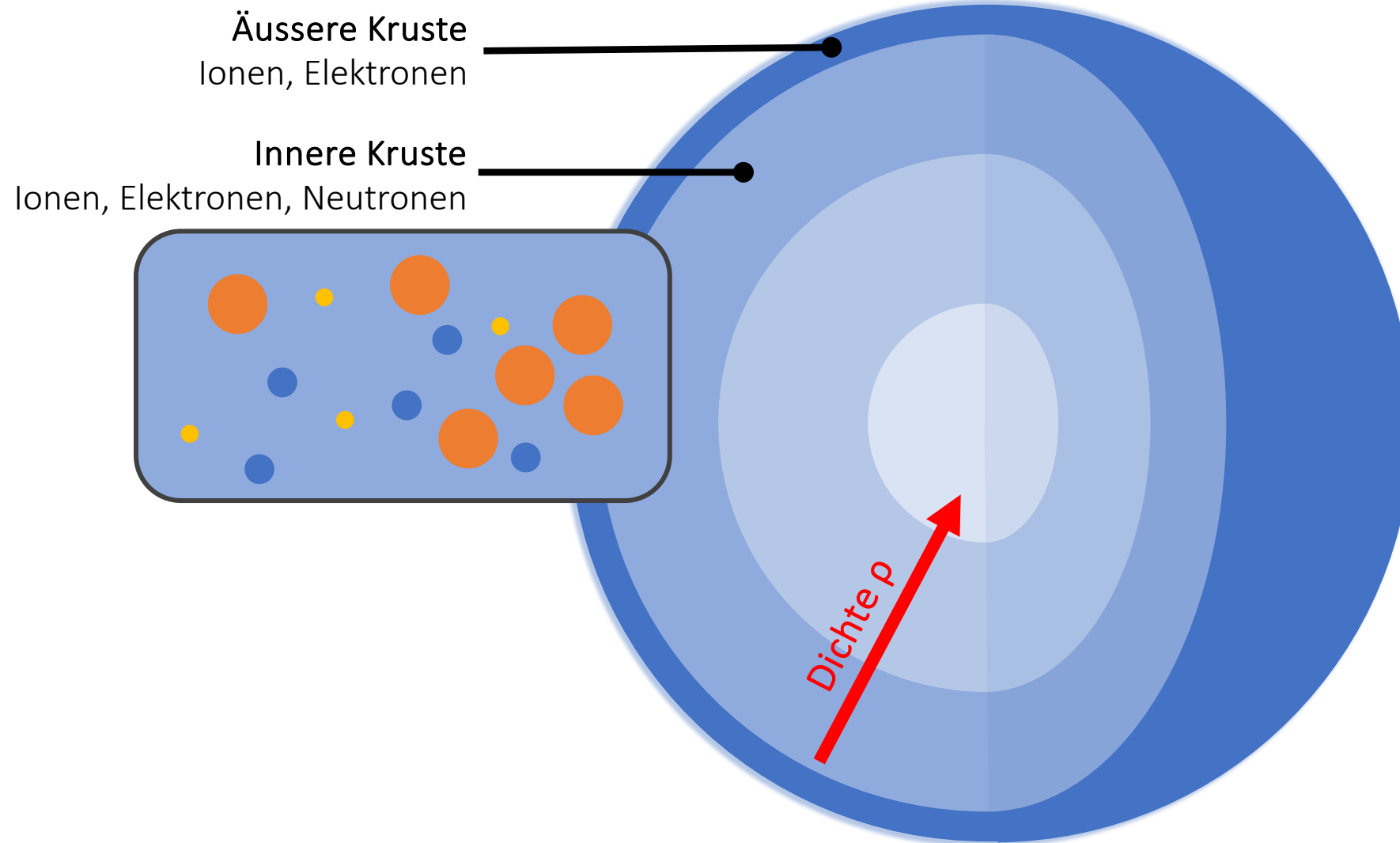
Woraus bestehen Neutronen Sterne?



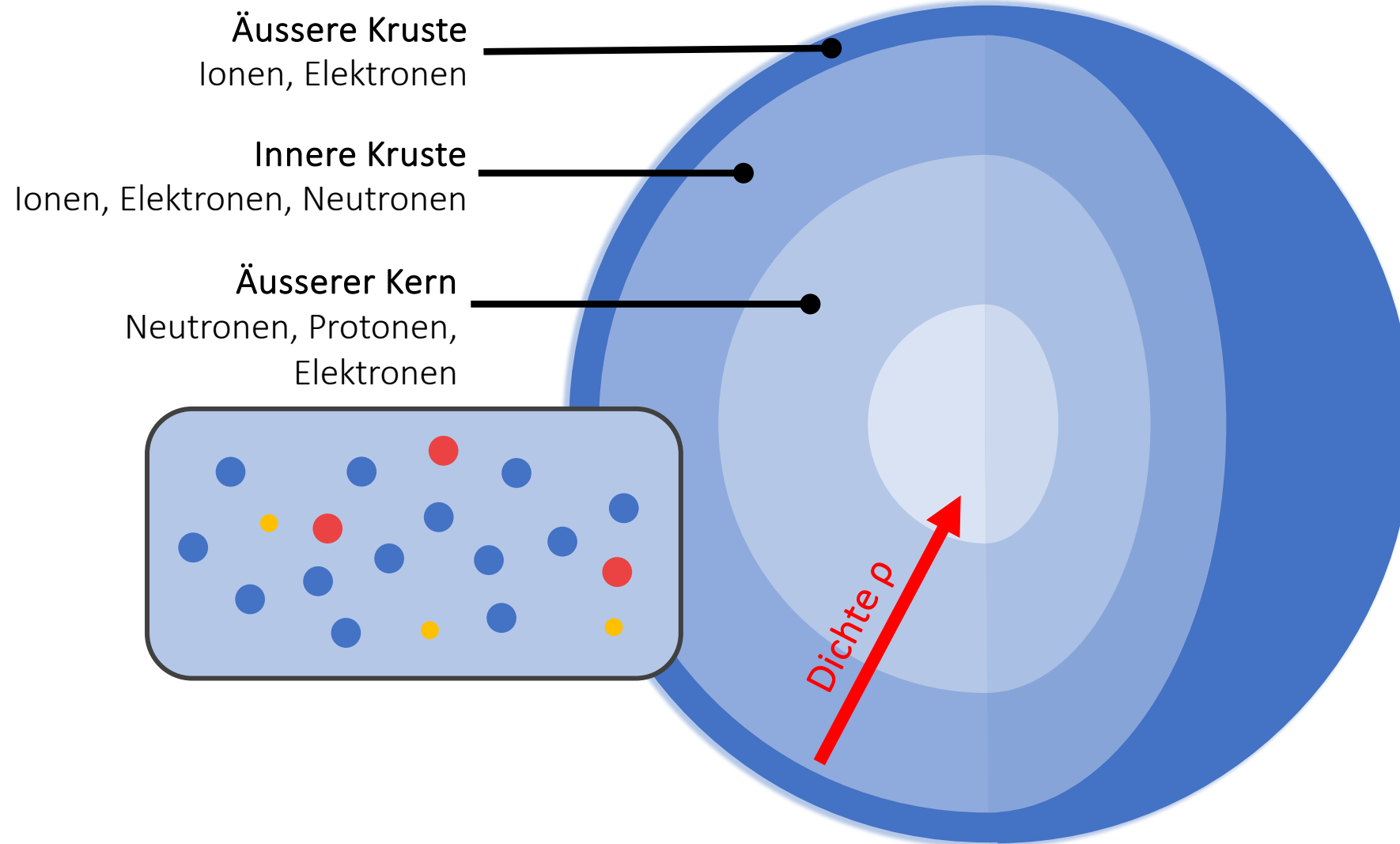
Woraus bestehen Neutronen Sterne?



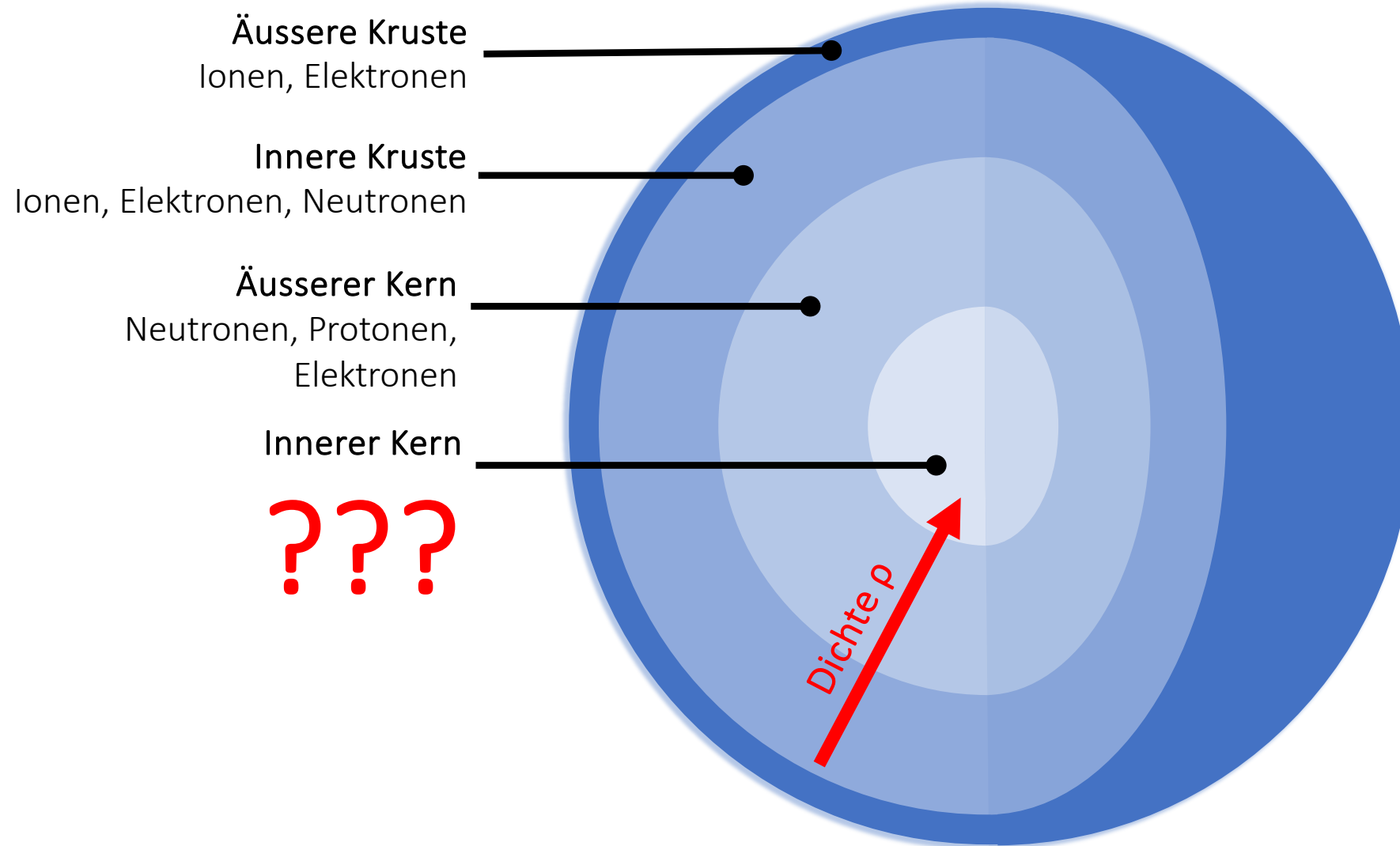
Woraus bestehen Neutronen Sterne?



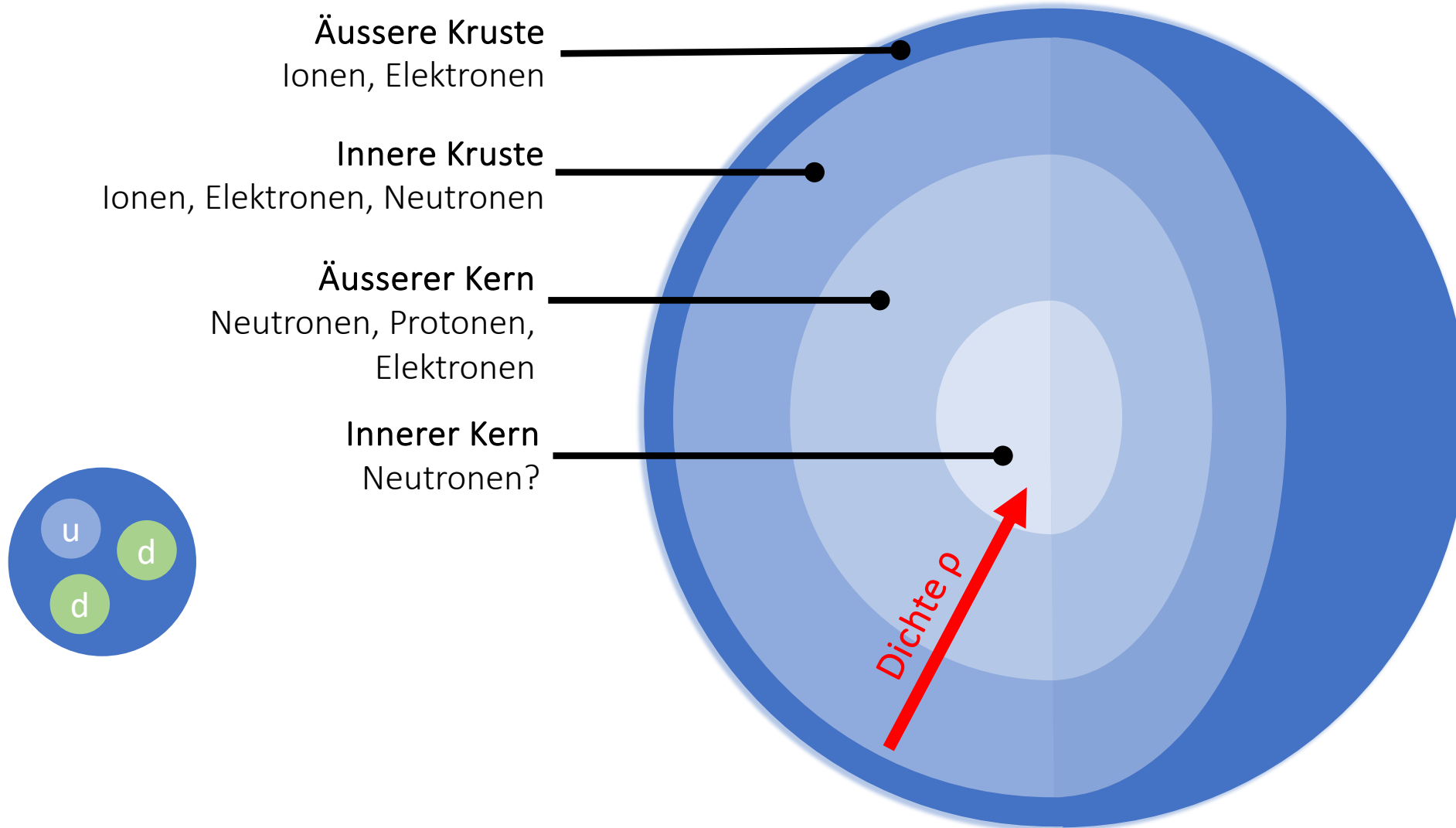
Woraus bestehen Neutronen Sterne?



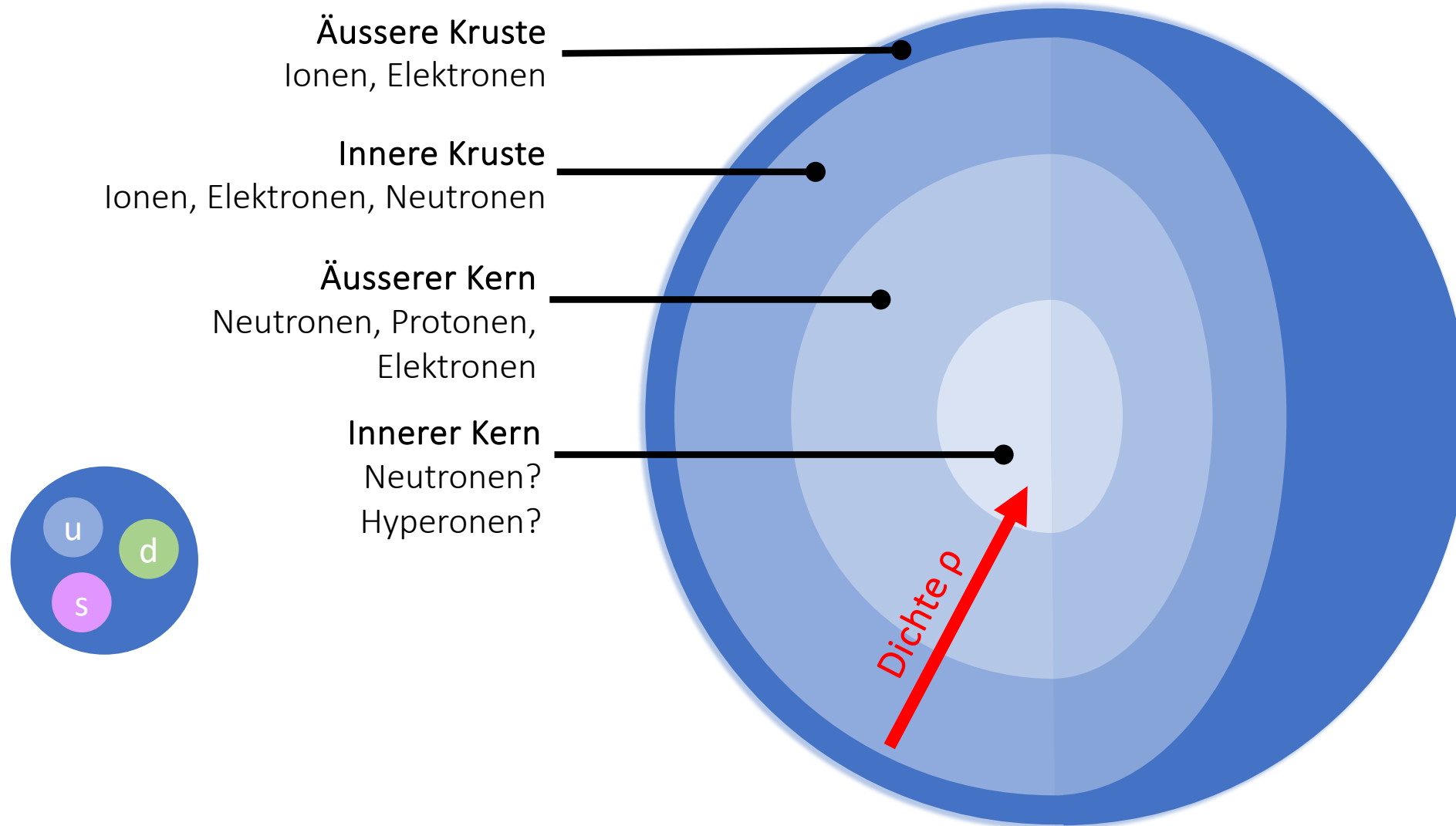
Woraus bestehen Neutronen Sterne?



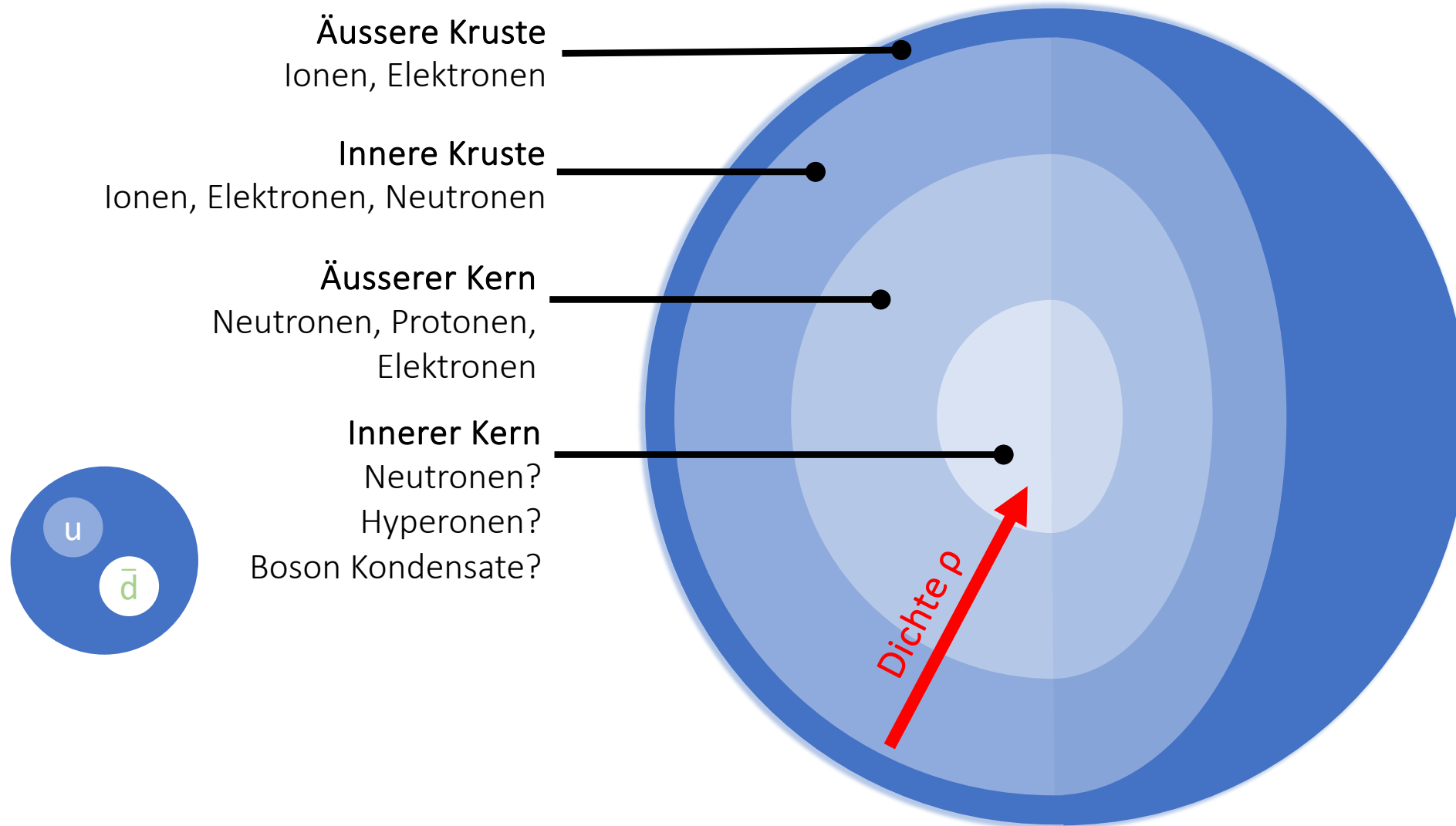
Woraus bestehen Neutronen Sterne?



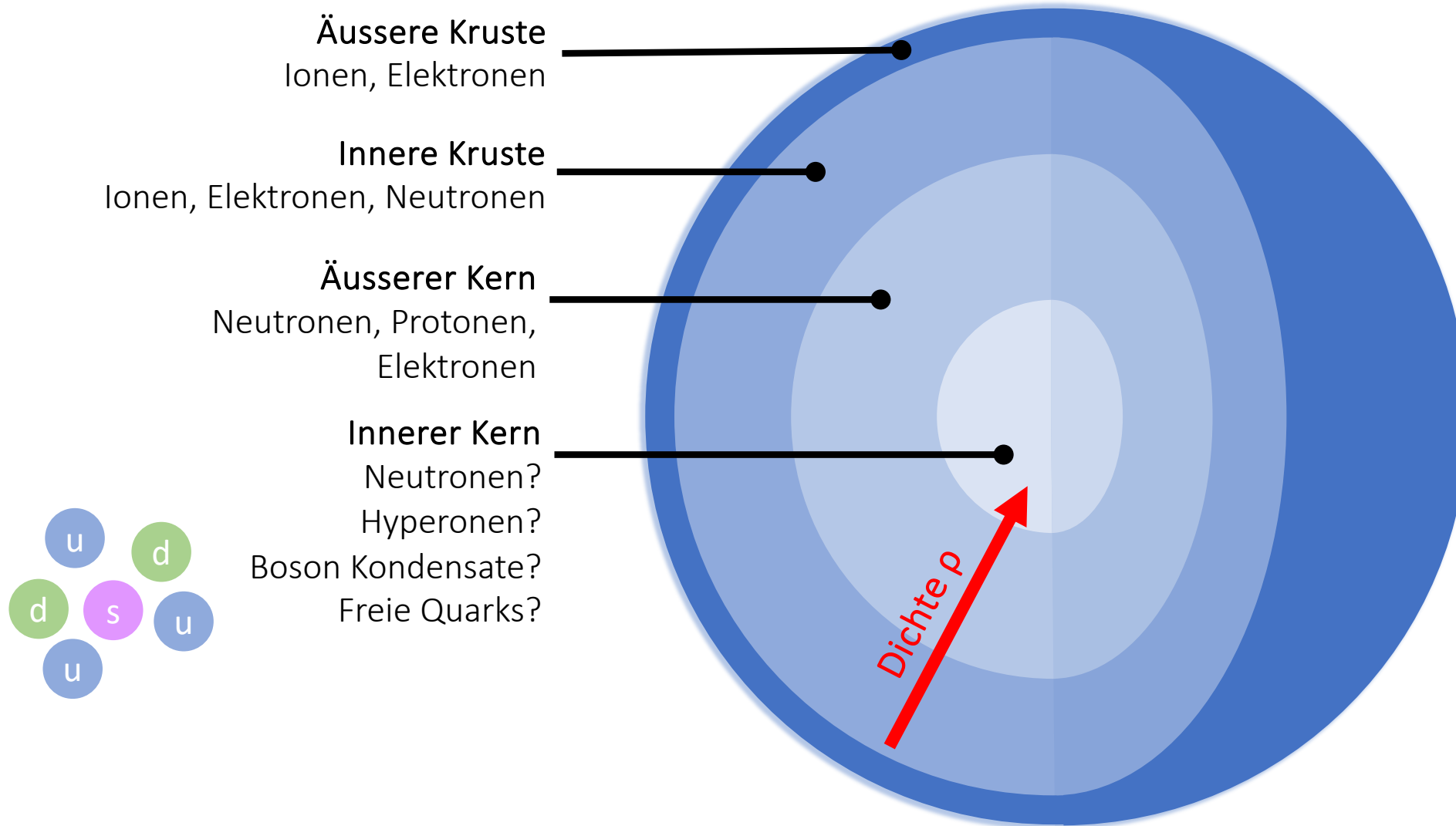
Woraus bestehen Neutronen Sterne?



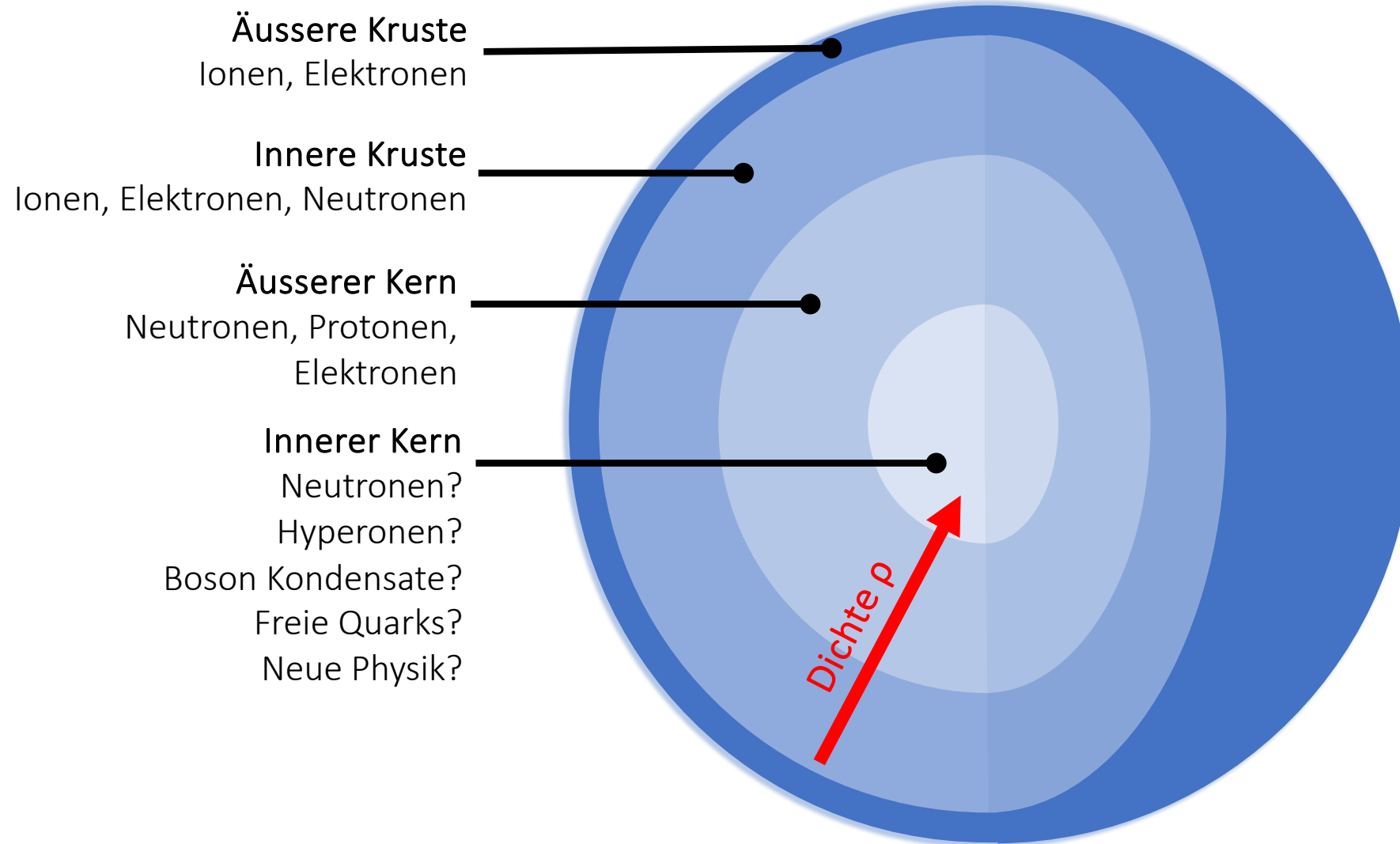
Woraus bestehen Neutronen Sterne?



Woraus bestehen Neutronen Sterne?



Woraus bestehen Neutronen Sterne?



Wie beschreibt man NS mathematisch?

Zustandsgleichung

Zusammenhang zwischen thermodynamischen Zustandsgrößen, mit deren Hilfe sich der Zustand eines thermodynamischen Systems beschreiben lässt
 z.B. Energiedichte $\mathcal{E}(\rho)$, Druck $P(\rho)$

Wie beschreibt man NS mathematisch?

Zustandsgleichung

Zusammenhang zwischen thermodynamischen Zustandsgrößen, mit deren Hilfe sich der Zustand eines thermodynamischen Systems beschreiben lässt
z.B. Energiedichte $\mathcal{E}(\rho)$, Druck $P(\rho)$

Hängt von Teilchen ab die sich im NS befinden und wie diese miteinander wechselwirken!

Wie beschreibt man NS mathematisch?

Zustandsgleichung

Zusammenhang zwischen thermodynamischen Zustandsgrößen, mit deren Hilfe sich der Zustand eines thermodynamischen Systems beschreiben lässt
 z.B. Energiedichte $\mathcal{E}(\rho)$, Druck $P(\rho)$

Tolman-Oppenheimer-Volkoff Gleichungen (TOV)

beschreiben einen statischen, sphärisch symmetrischen Stern im hydrostatischen Equilibrium

$$\left[\begin{array}{l} \frac{dP(r)}{dr} = -G \frac{[\mathcal{E}(r)+P(r)][m(r)+4\pi r^3 P(r)]}{r^2 \left[1 - \frac{2Gm(r)}{r}\right]} \\ \frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \mathcal{E}(r) \end{array} \right]$$

Wie beschreibt man NS mathematisch?

Zustandsgleichung

Zusammenhang zwischen thermodynamischen Zustandsgrößen, mit deren Hilfe sich der Zustand eines thermodynamischen Systems beschreiben lässt
 z.B. Energiedichte $\mathcal{E}(\rho)$, Druck $P(\rho)$

Tolman-Oppenheimer-Volkoff Gleichungen (TOV)

beschreiben einen statischen, sphärisch symmetrischen Stern im hydrostatischen Equilibrium

$$\left. \begin{aligned} \frac{dP(r)}{dr} &= -G \frac{[\mathcal{E}(r)+P(r)][m(r)+4\pi r^3 P(r)]}{r^2 \left[1 - \frac{2Gm(r)}{r}\right]} \\ \frac{dm(r)}{dr} &= 4\pi r^2 \mathcal{E}(r) \end{aligned} \right\} \text{Relativistische Korrekturen}$$

Wie beschreibt man NS mathematisch?

Zustandsgleichung

Zusammenhang zwischen thermodynamischen Zustandsgrößen, mit deren Hilfe sich der Zustand eines thermodynamischen Systems beschreiben lässt
 z.B. Energiedichte $\mathcal{E}(\rho)$, Druck $P(\rho)$

Tolman-Oppenheimer-Volkoff Gleichungen (TOV)

beschreiben einen statischen, sphärisch symmetrischen Stern im hydrostatischen Equilibrium

$$\left[\begin{array}{l} \frac{dP(r)}{dr} = -G \frac{[\mathcal{E}(r)+P(r)][m(r)+4\pi r^3 P(r)]}{r^2 \left[1 - \frac{2Gm(r)}{r}\right]} \\ \frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \mathcal{E}(r) \end{array} \right]$$

Mit Randbedingungen:

$$P(r = 0) = P_c$$

$$P(r_{max} = R) = 0$$

Zentrum des Sterns

Oberfläche des Sterns

Relativistische Korrekturen

Wie beschreibt man NS mathematisch?

Zustandsgleichung

Zusammenhang zwischen thermodynamischen Zustandsgrößen, mit deren Hilfe sich der Zustand eines thermodynamischen Systems beschreiben lässt
 z.B. Energiedichte $\mathcal{E}(\rho)$, Druck $P(\rho)$

Tolman-Oppenheimer-Volkoff Gleichungen (TOV)

beschreiben einen statischen, sphärisch symmetrischen Stern im hydrostatischen Equilibrium

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP(r)}{dr} = -G \frac{[\mathcal{E}(r)+P(r)][m(r)+4\pi r^3 P(r)]}{r^2 \left[1 - \frac{2Gm(r)}{r}\right]} \\ \frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \mathcal{E}(r) \end{array} \right.$$

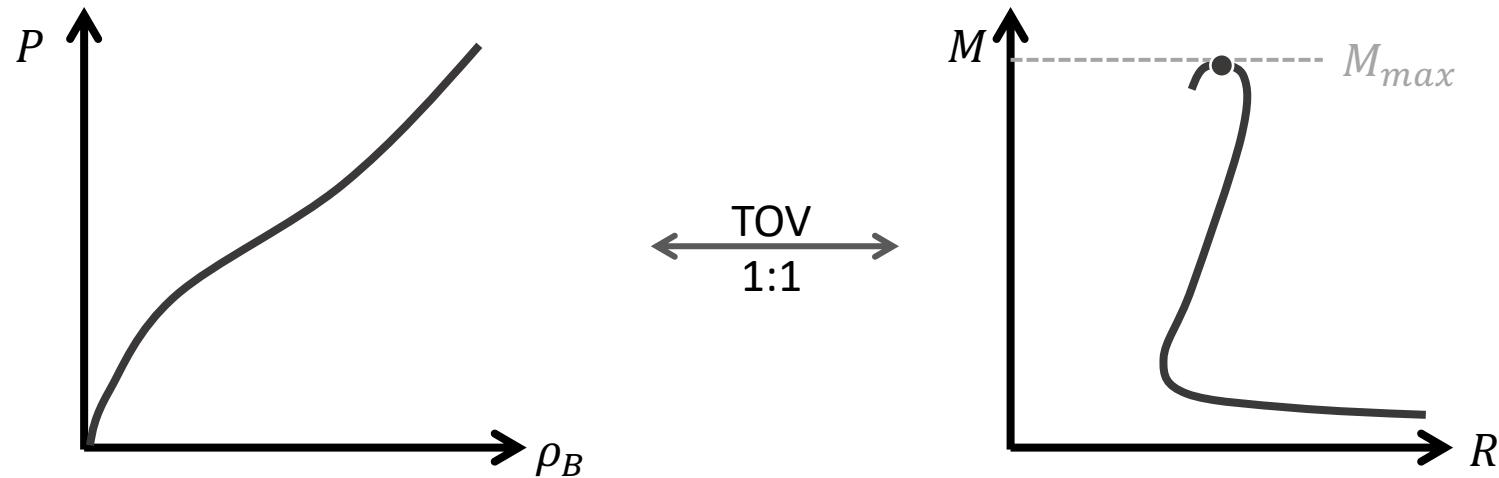
Mit Randbedingungen:
 $P(r = 0) = P_c$ Zentrum des Sterns
 $P(r_{max} = R) = 0$ Oberfläche des Sterns

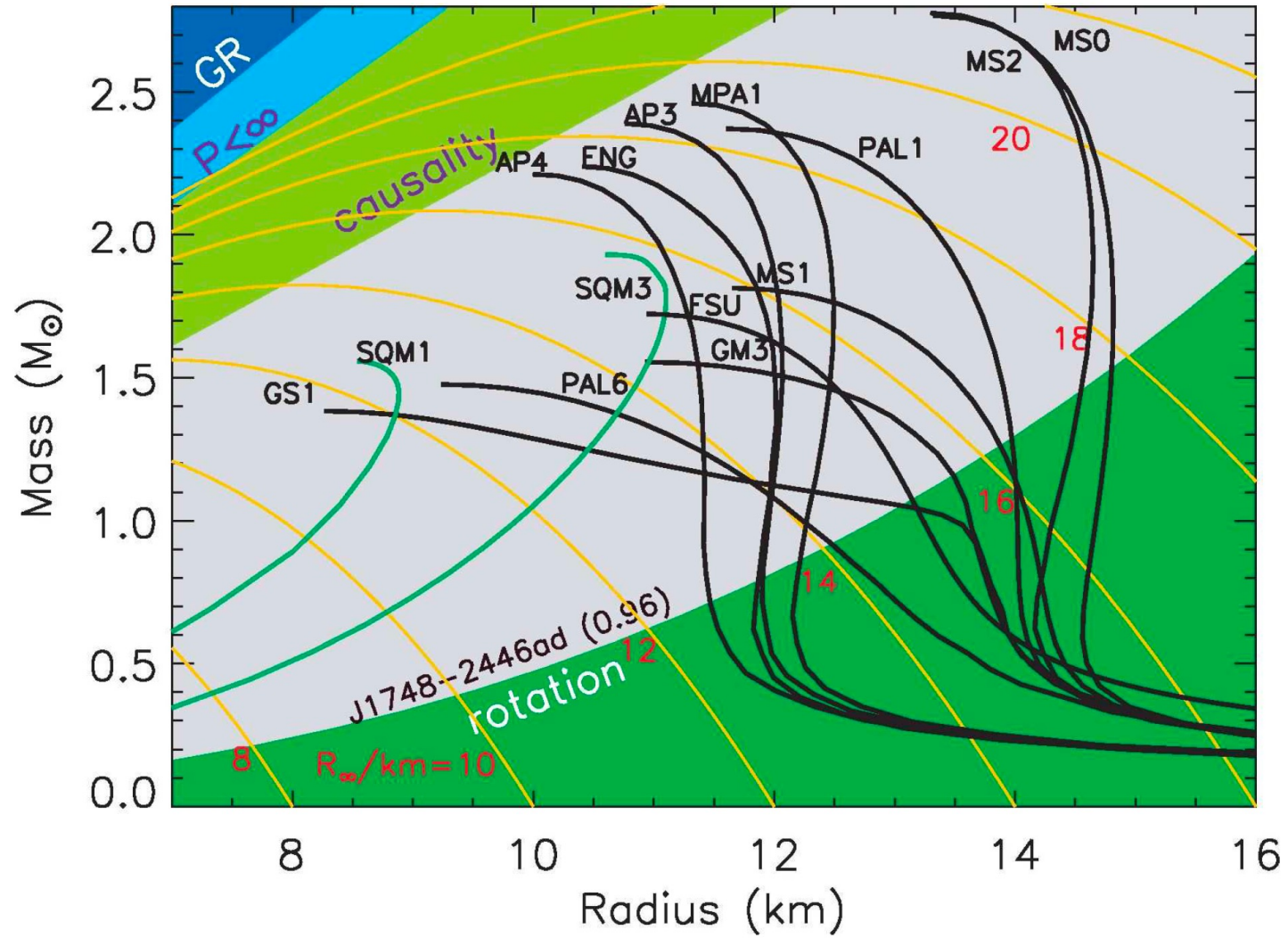
Relativistische Korrekturen

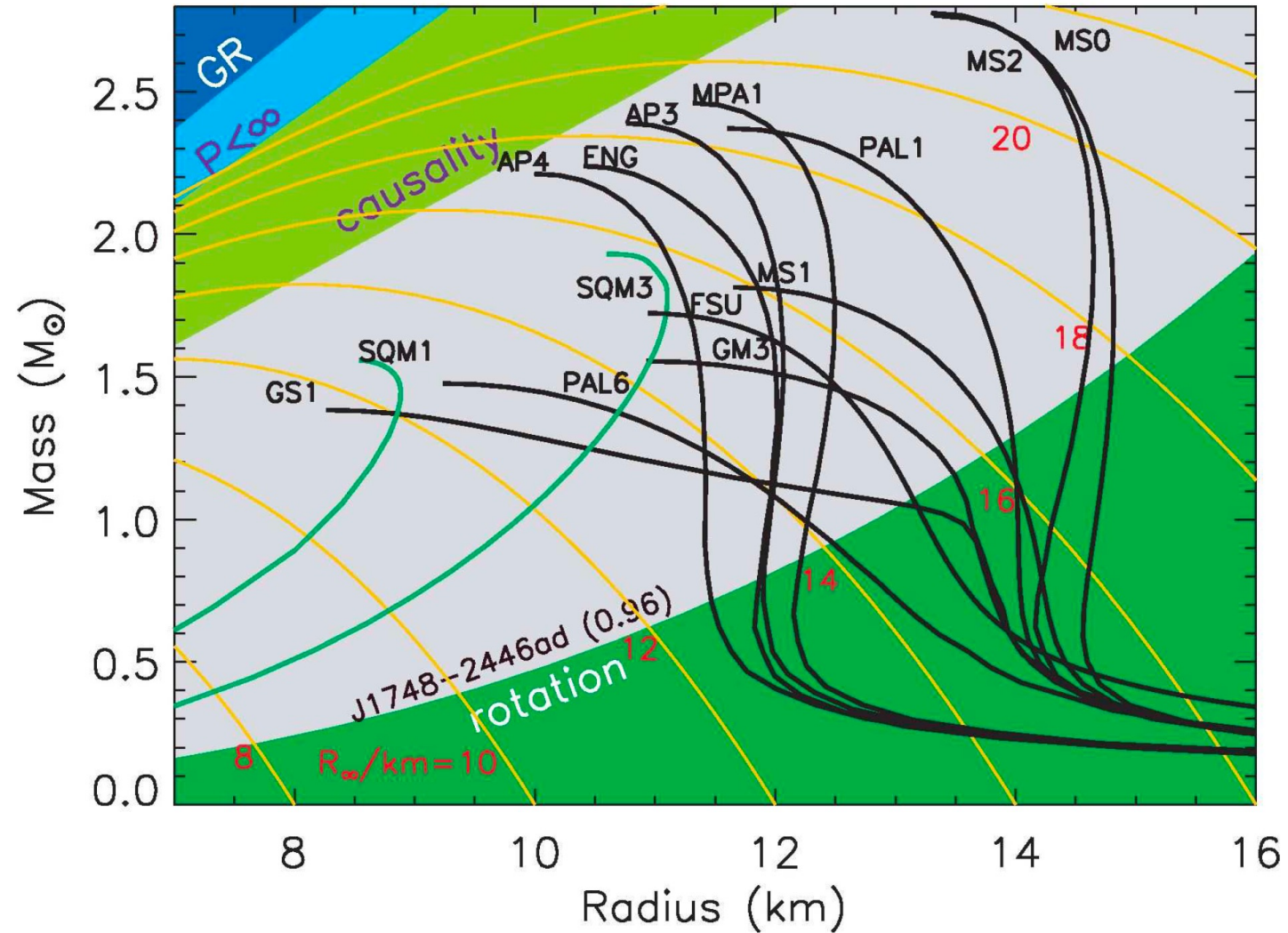
→ Mass-Radius Relation $M(R) = \int_0^R dr 4\pi r^2 \mathcal{E}(r)$

Von TOV Gleichungen zu M-R Relation

- Für eine gegebene Zustandsgleichung gibt es genau eine Lösung der TOV Gleichungen
→ genau eine $M(R)$ Relation
- Relativistische Korrekturen zum Newtonschen Gesetz führen zu einem oberen Limit der $M(R)$ Relation → NS im hydrostatischen Gleichgewicht besitzen eine maximale Masse

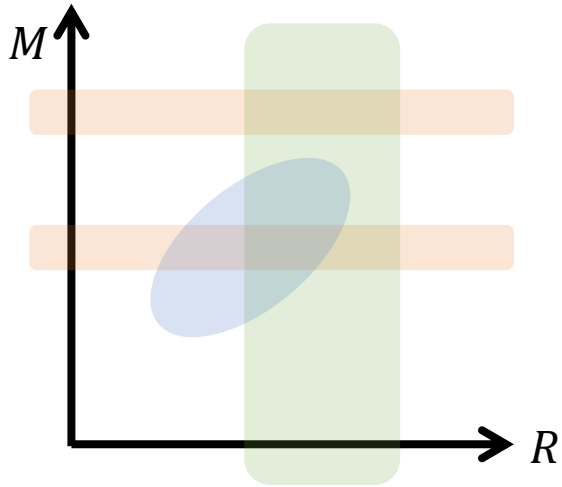






→ Experimentelle Messungen nötig um mögliche ZUs einzuschränken

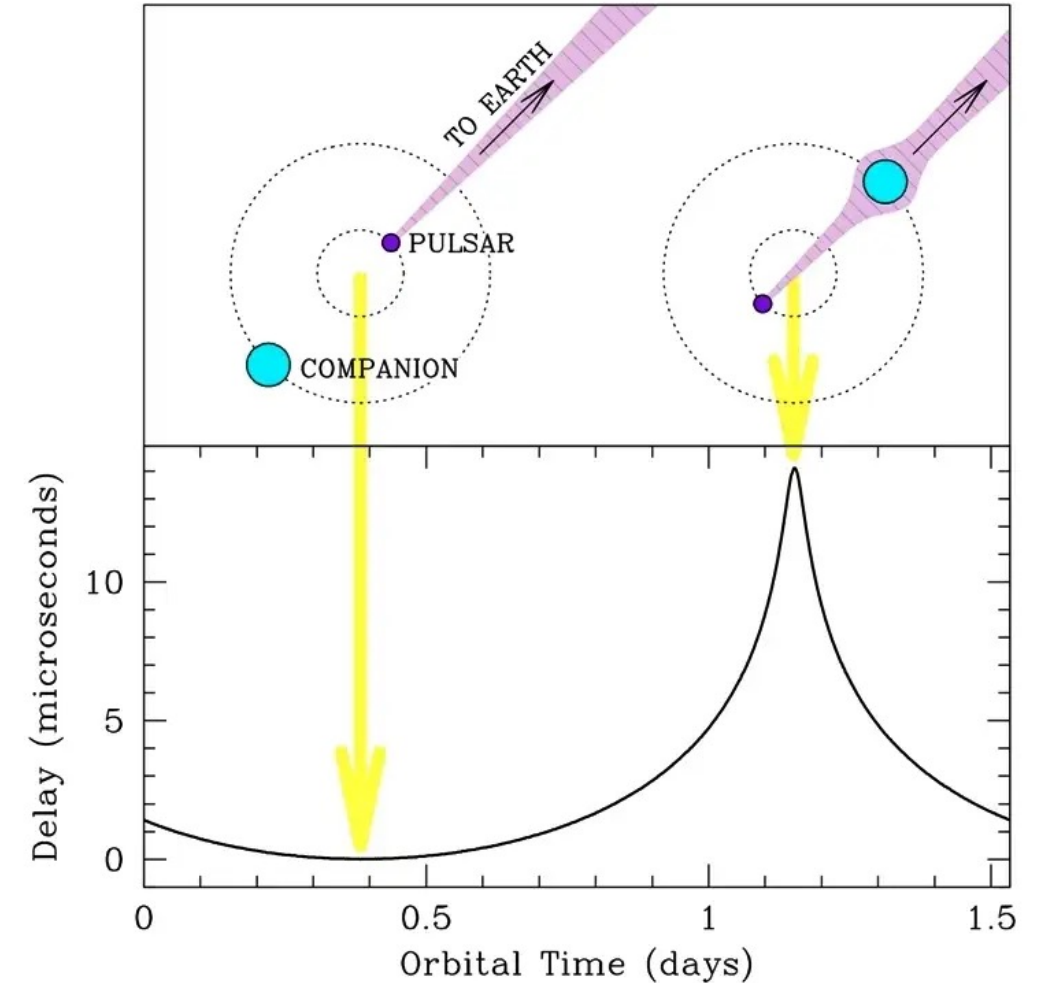
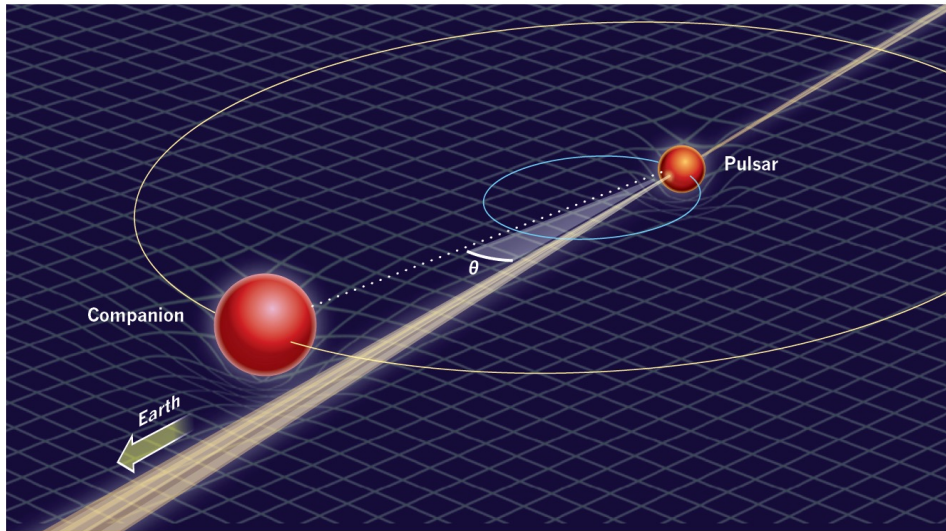
Wie misst man Neutronen Sterne?



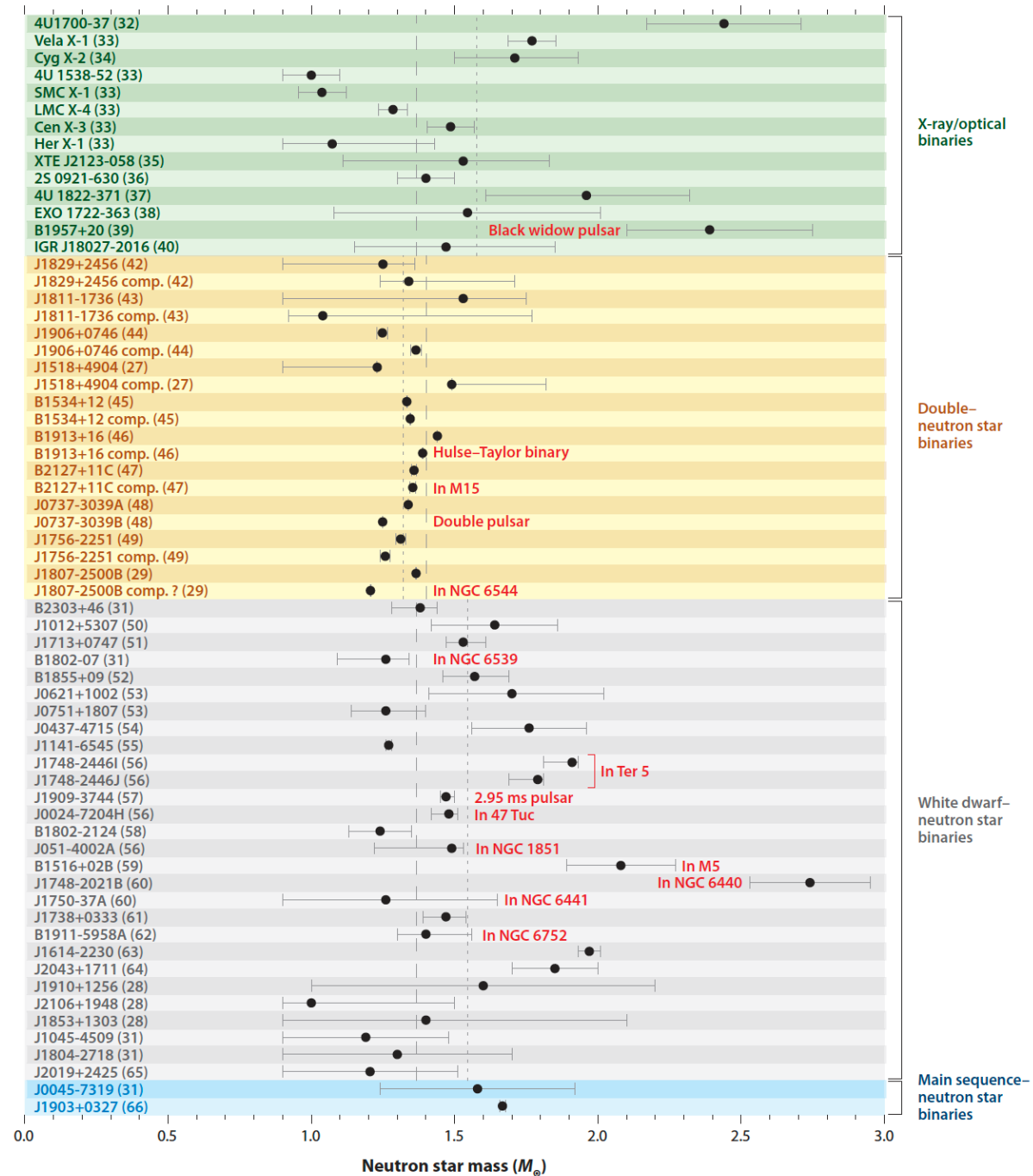
- **Masse** kann genau bestimmt werden über Radio-Pulsar Timing Messungen in binären Systemen
- **Radius** Messung über die Detektion thermaler Emissions Spektren von der NS Oberfläche
- Bestimmung von **Masse und Radius** → X-Ray Bursts

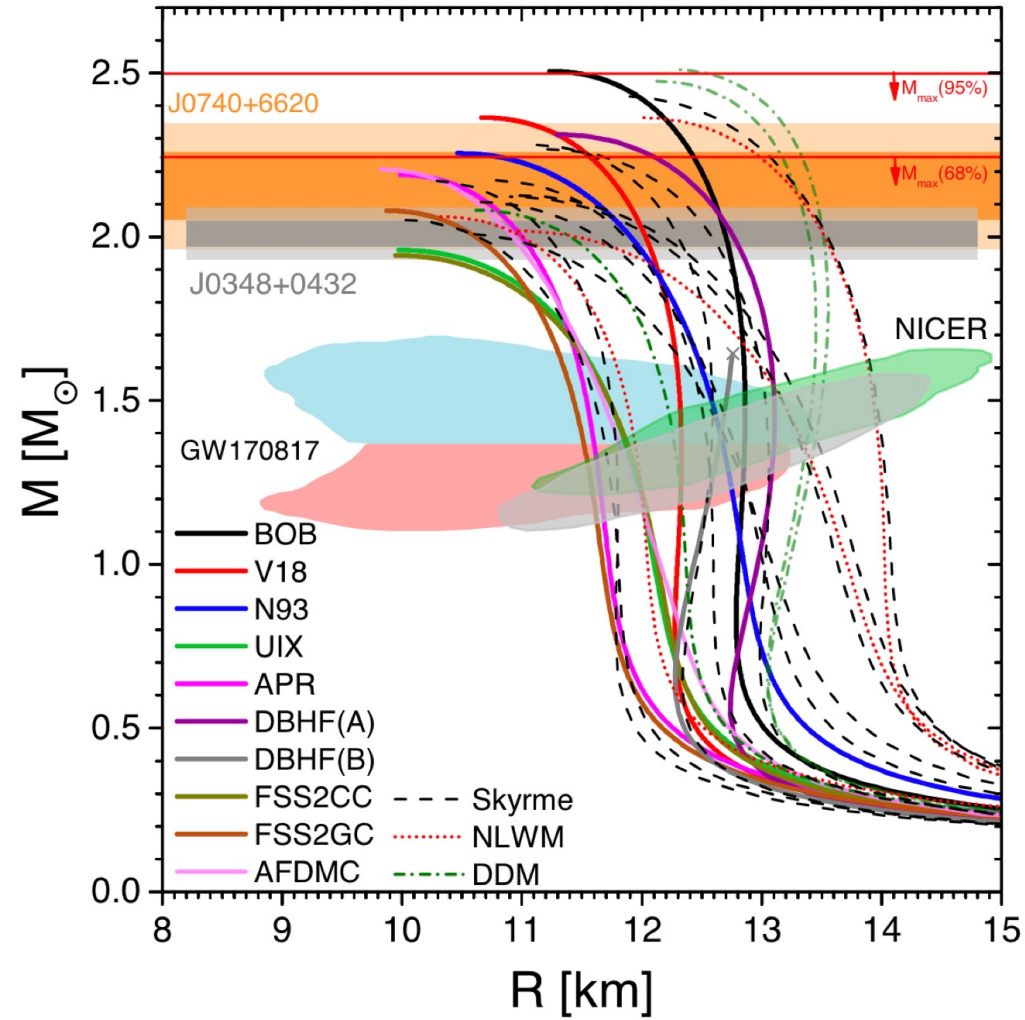
Massenbestimmung

- Shapiro-Verzögerung: Ausbreitungsgeschwindigkeit von Licht verringert sich* nahe einer großen Masse → Krümmung der Raum-Zeit, allgemeine Relativitätstheorie
- Millisekunden-Pulsar in einem binären System → Messung der Ankunftszeiten der Pulsar Signale auf Erde über längeren Zeitraum



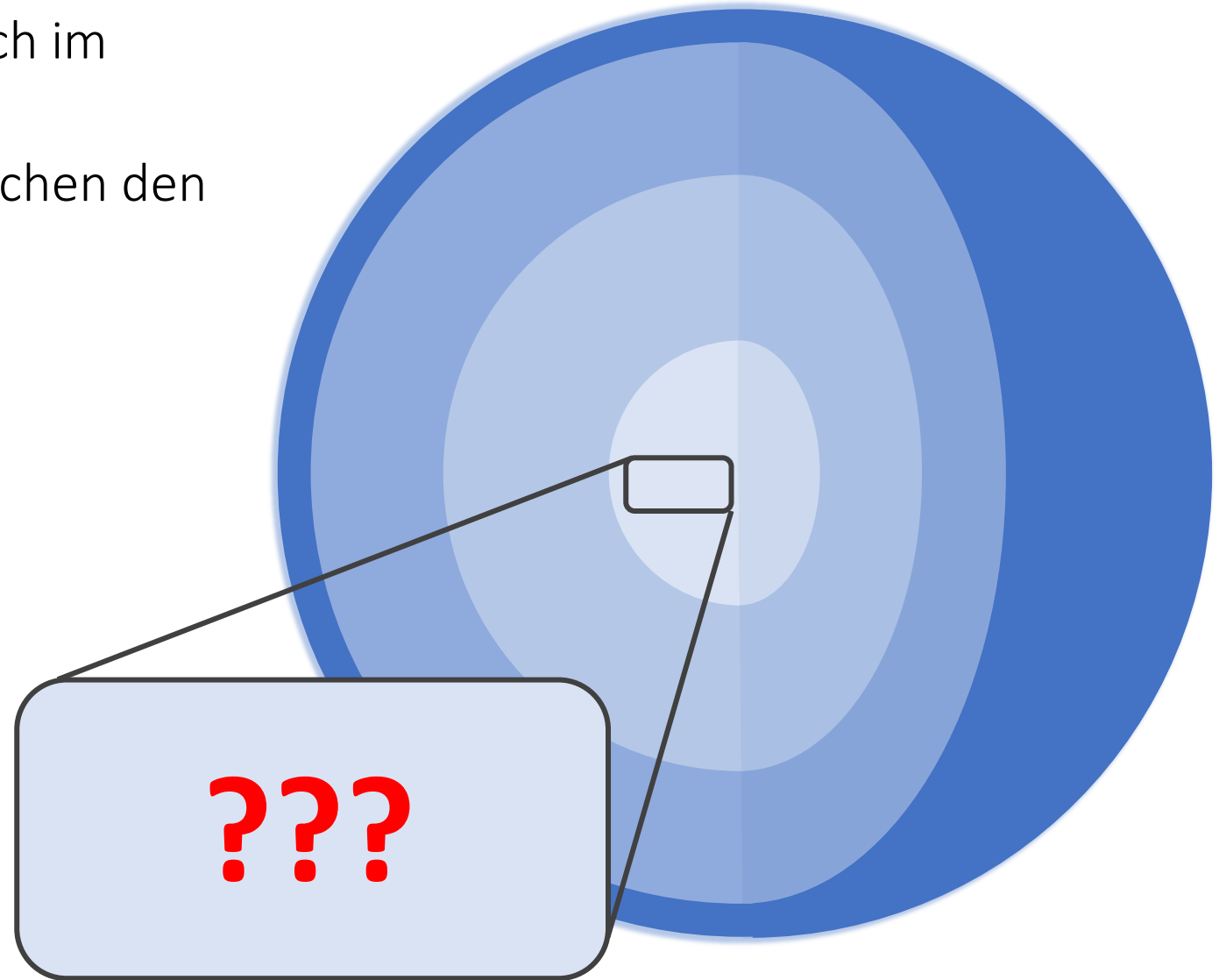
*im Bezugssystem eines von Gravitationszentren weit entfernten Beobachters



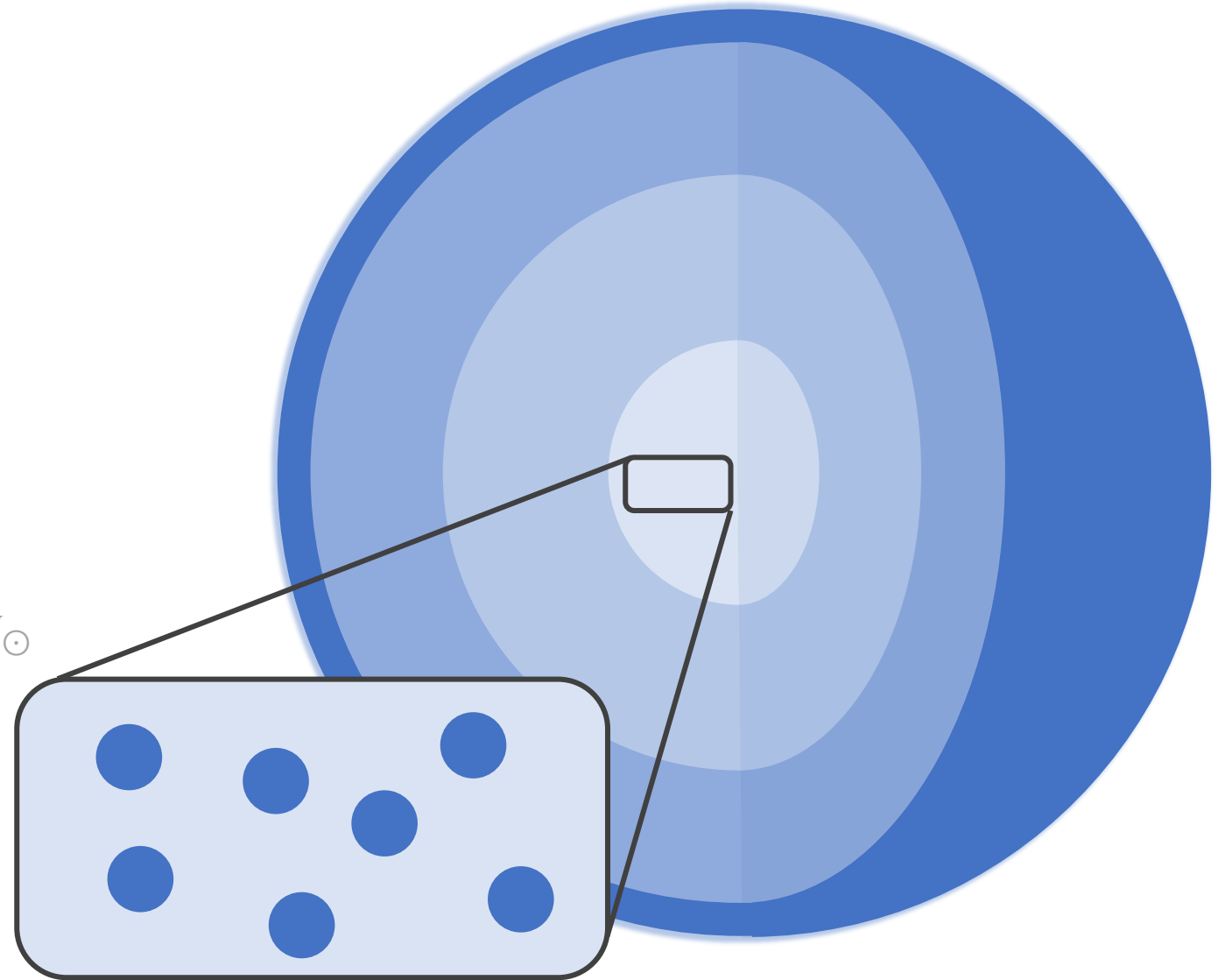
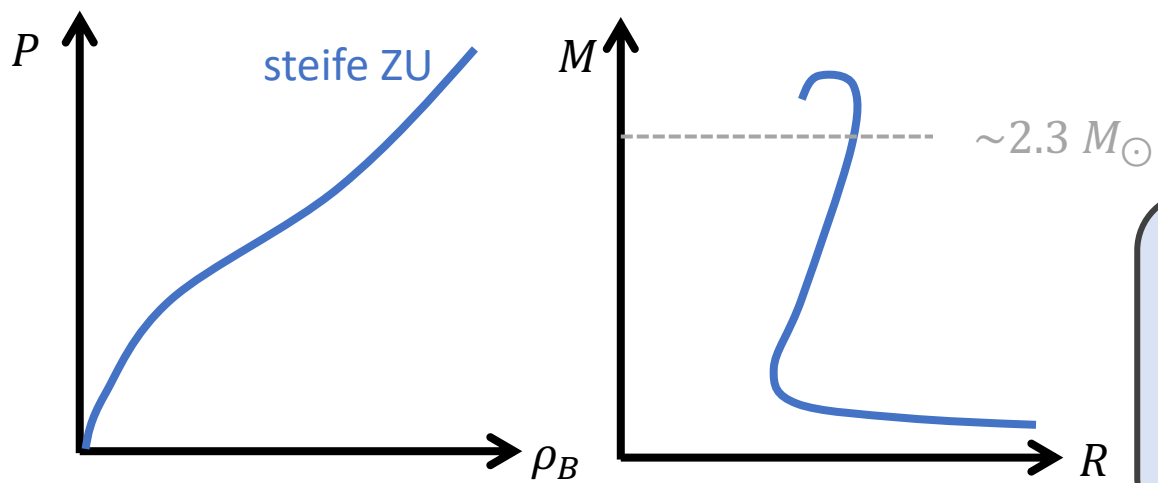


Was befindet sich im Inneren?

- Durch extremer Dichte, ungewiss was sich im inneren Kern befindet
- Wichtig: Chemisches Gleichgewicht zwischen den möglichen Teilchenspezien



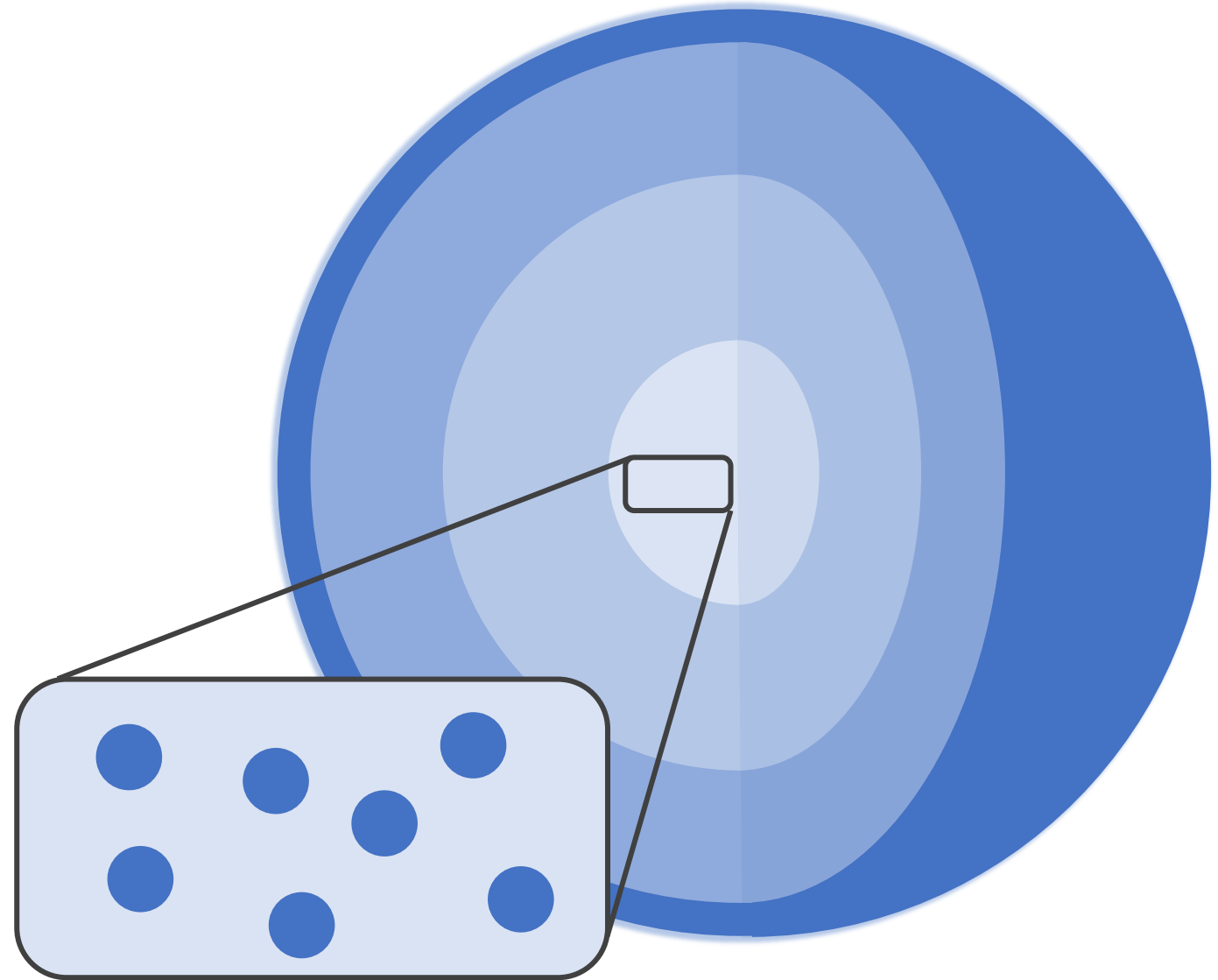
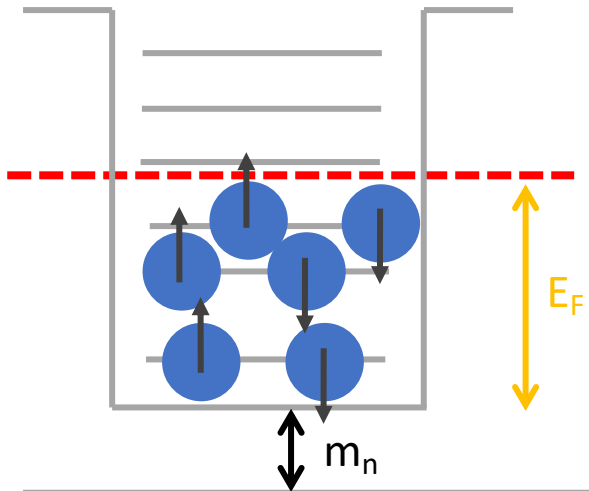
Neutronen?



Neutronen?

- Chemisches Potential $\mu_n = E_F + m_n$
 - Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$

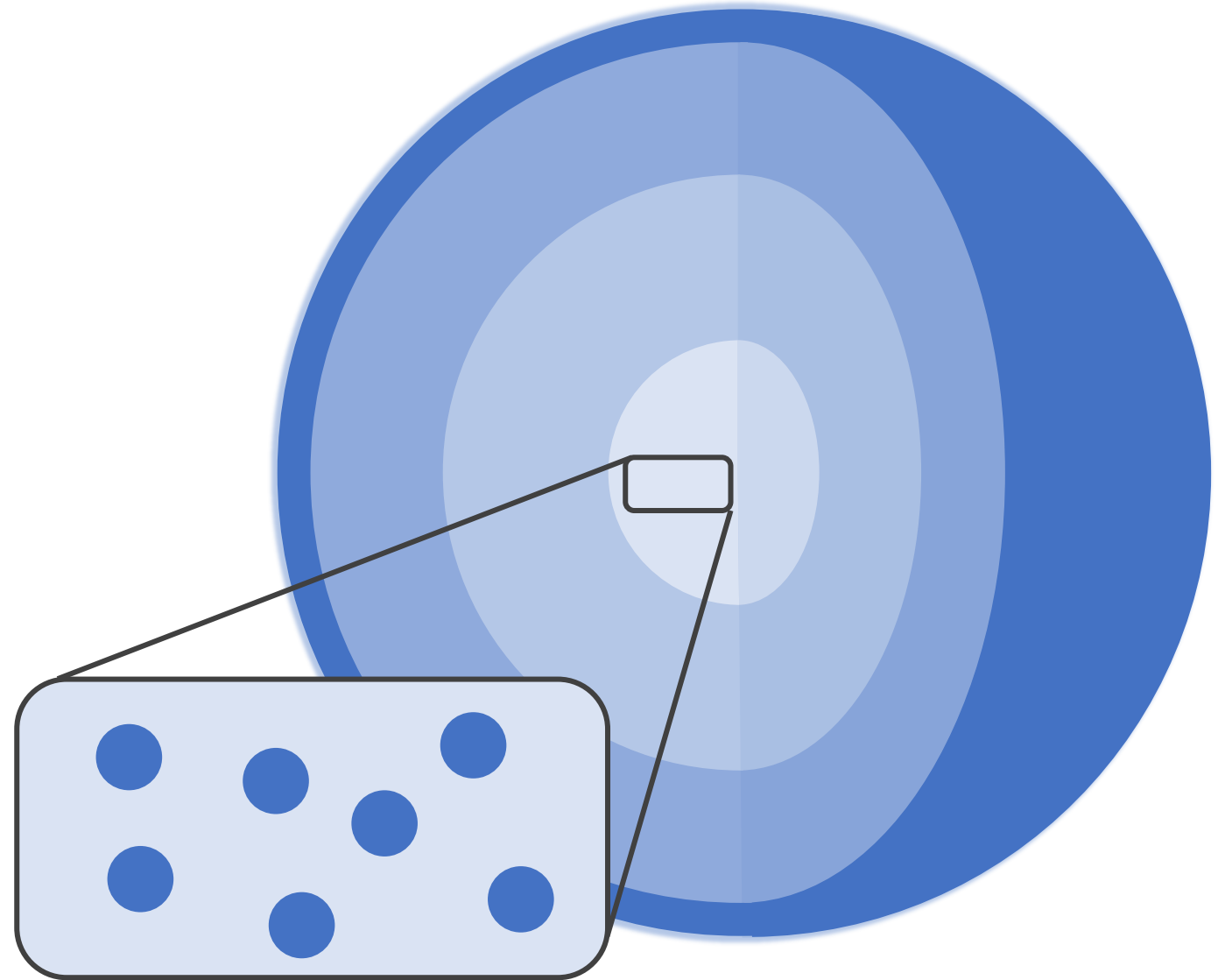
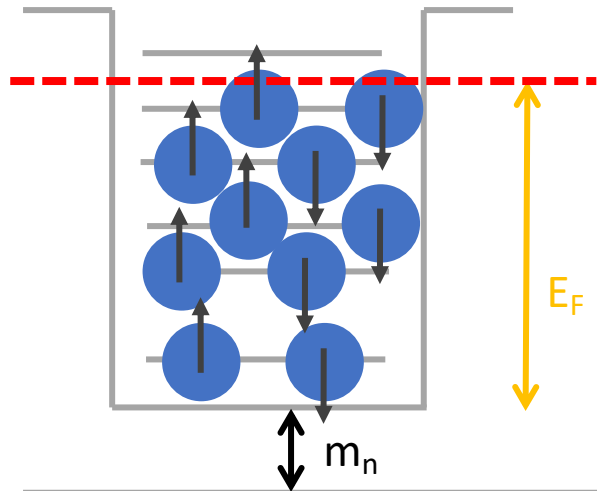
Neutronen (udd, $m = 938 \text{ MeV}$)



Neutronen?

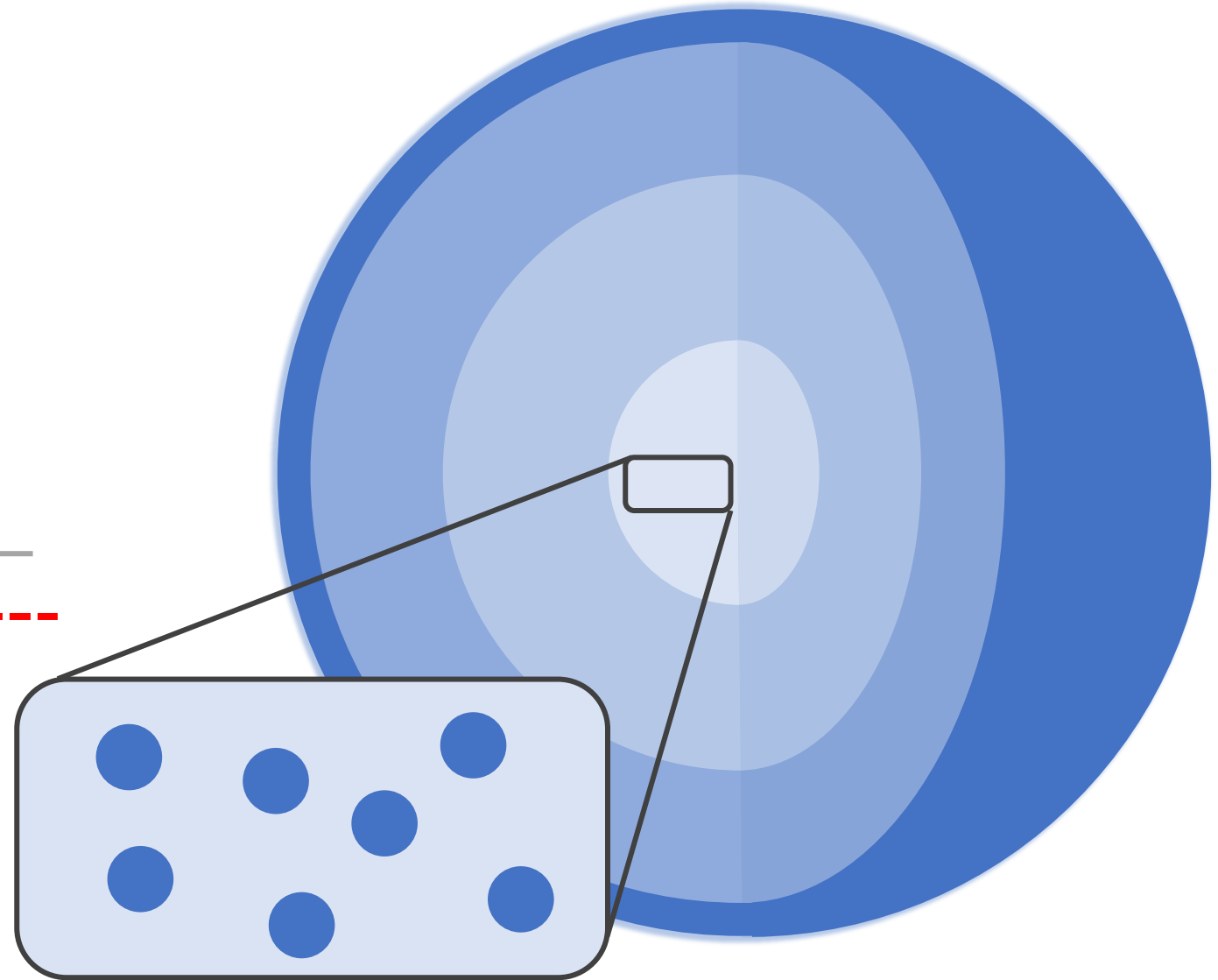
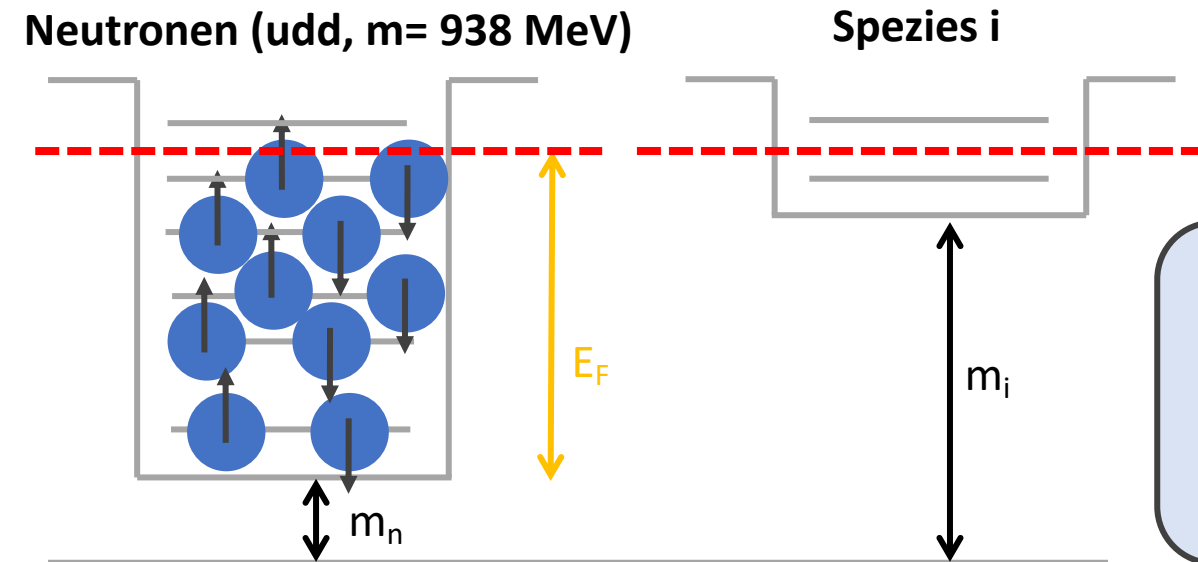
- Chemisches Potential $\mu_n = E_F + m_n$
 - Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$
- Dichte nimmt zu $\rightarrow E_F$ wird größer

Neutronen (udd, $m = 938$ MeV)



Neutronen?

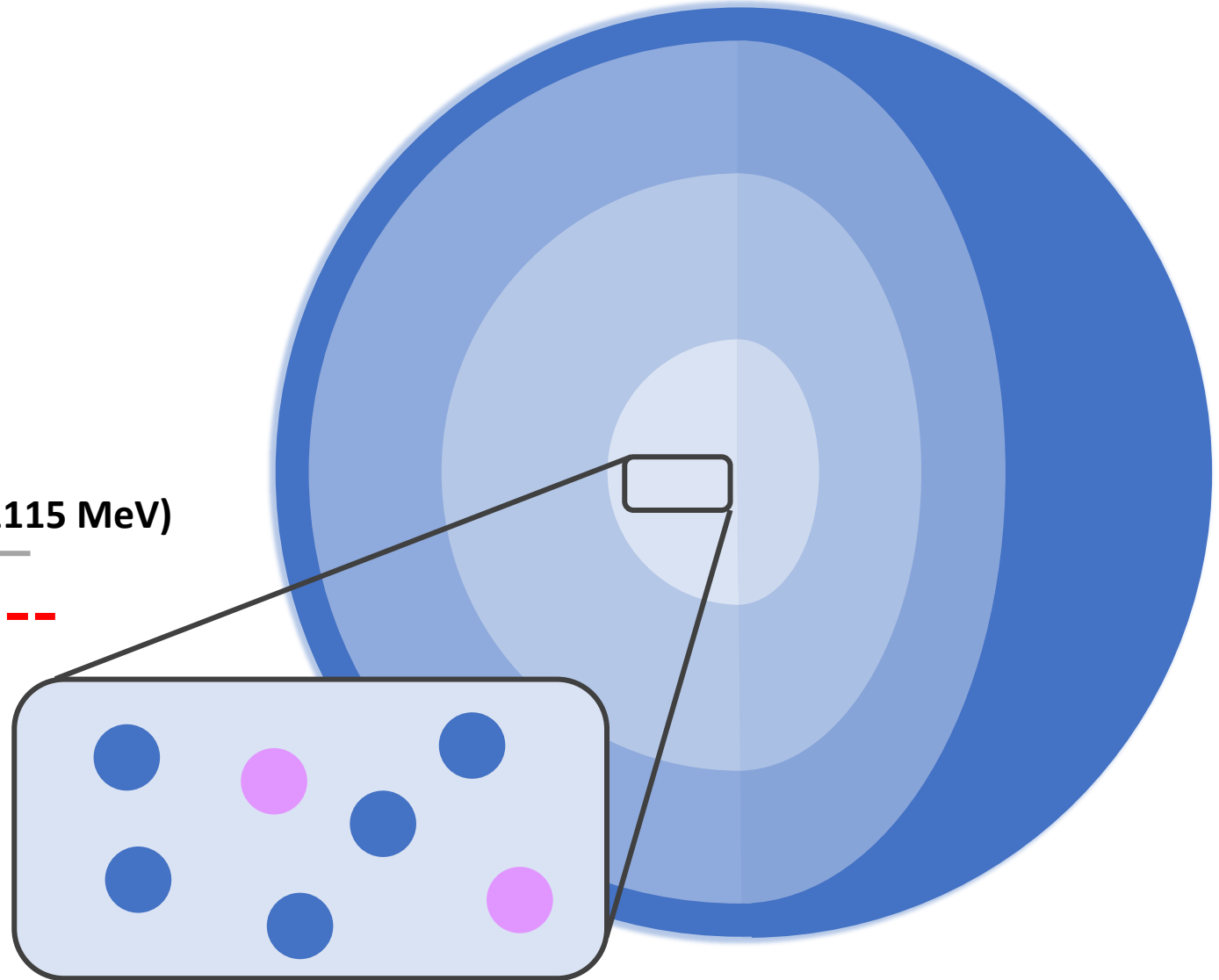
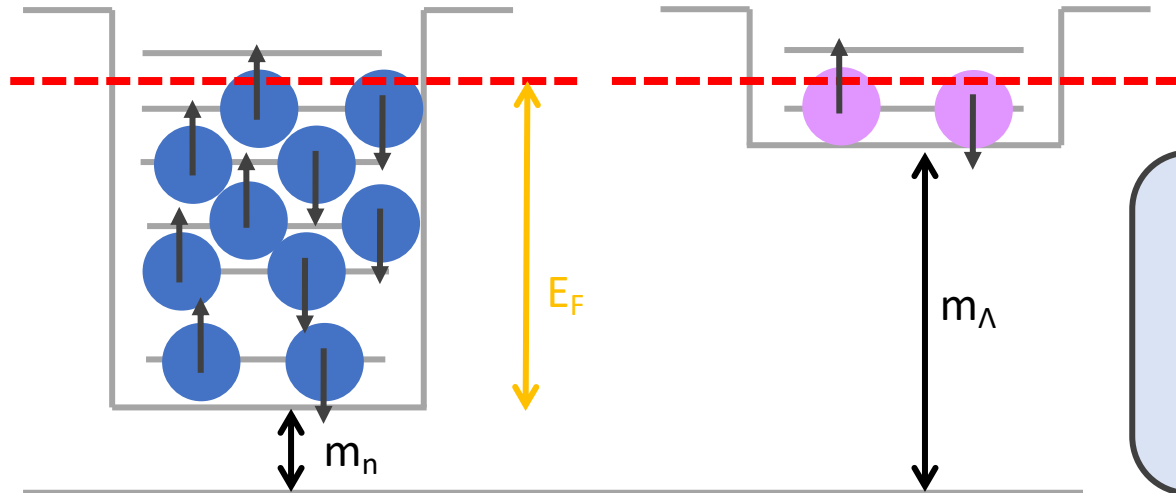
- Chemisches Potential $\mu_n = E_F + m_n$
 - Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$
- Dichte nimmt zu $\rightarrow E_F$ wird größer
- Chemisches GGW $\rightarrow \mu_n = \mu_i$



Hyperonen?

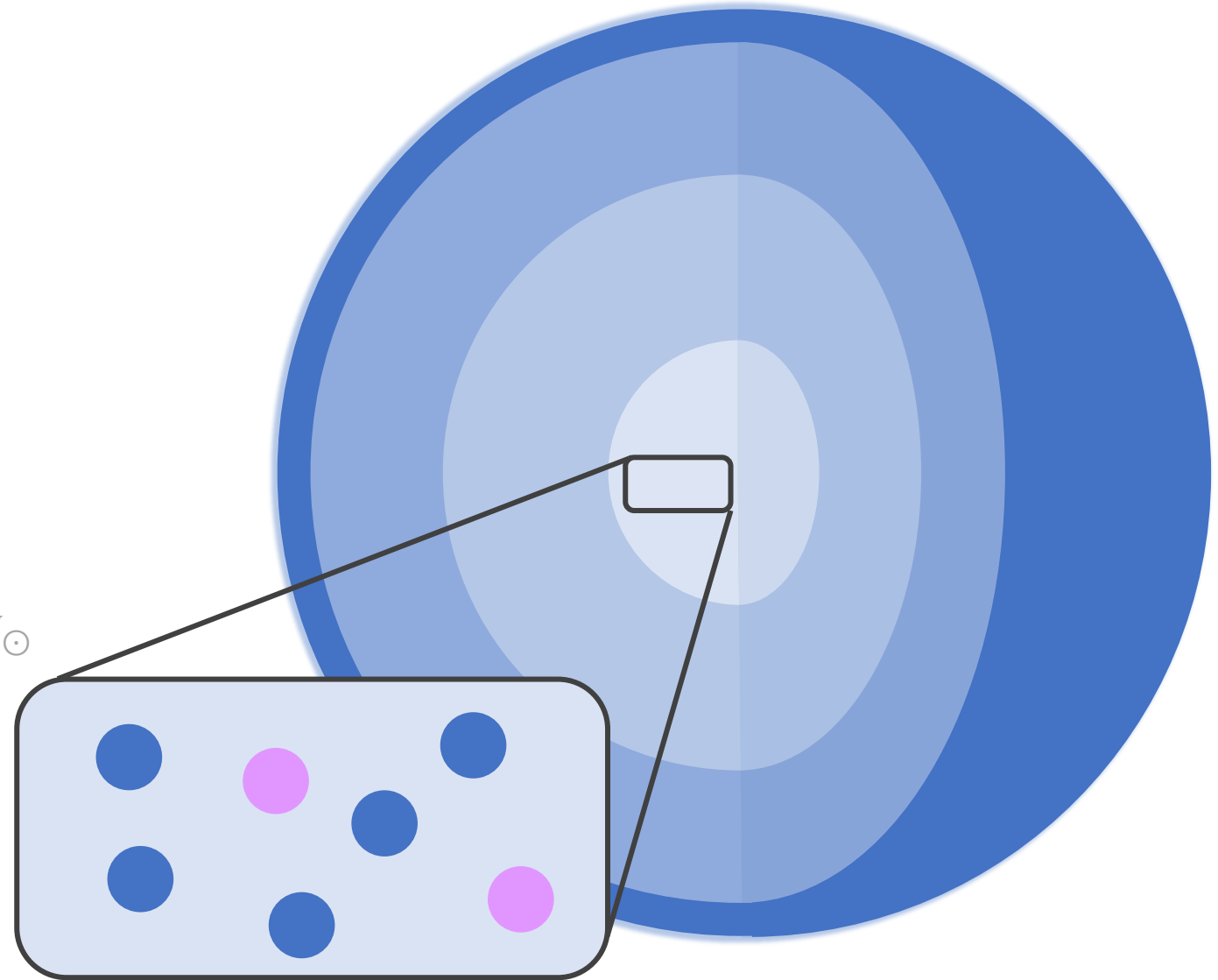
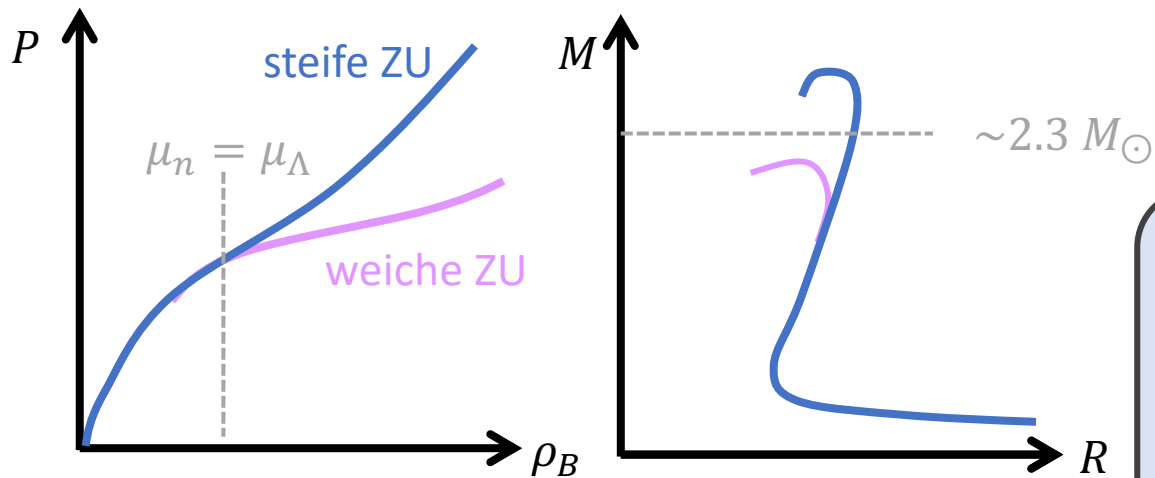
- Chemisches Potential $\mu_n = E_F + m_n$
 - Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$
- Dichte nimmt zu $\rightarrow E_F$ wird größer
- Chemisches GGW $\rightarrow \mu_n = \mu_i$
- Hyperonen z.B. Λ werden produziert

Neutronen (udd, $m = 938 \text{ MeV}$) Λ Hyperonen (uds, $m = 1115 \text{ MeV}$)



Hyperonen?

- Chemisches Potential $\mu_n = E_F + m_n$
 - Fermi-Energie $E_F \propto \rho^{2/3}$
- Dichte nimmt zu $\rightarrow E_F$ wird größer
- Chemisches GGW $\rightarrow \mu_n = \mu_i$
- Hyperonen z.B. Λ werden produziert
 - Zusätzlicher Freiheitsgrad macht ZU weicher

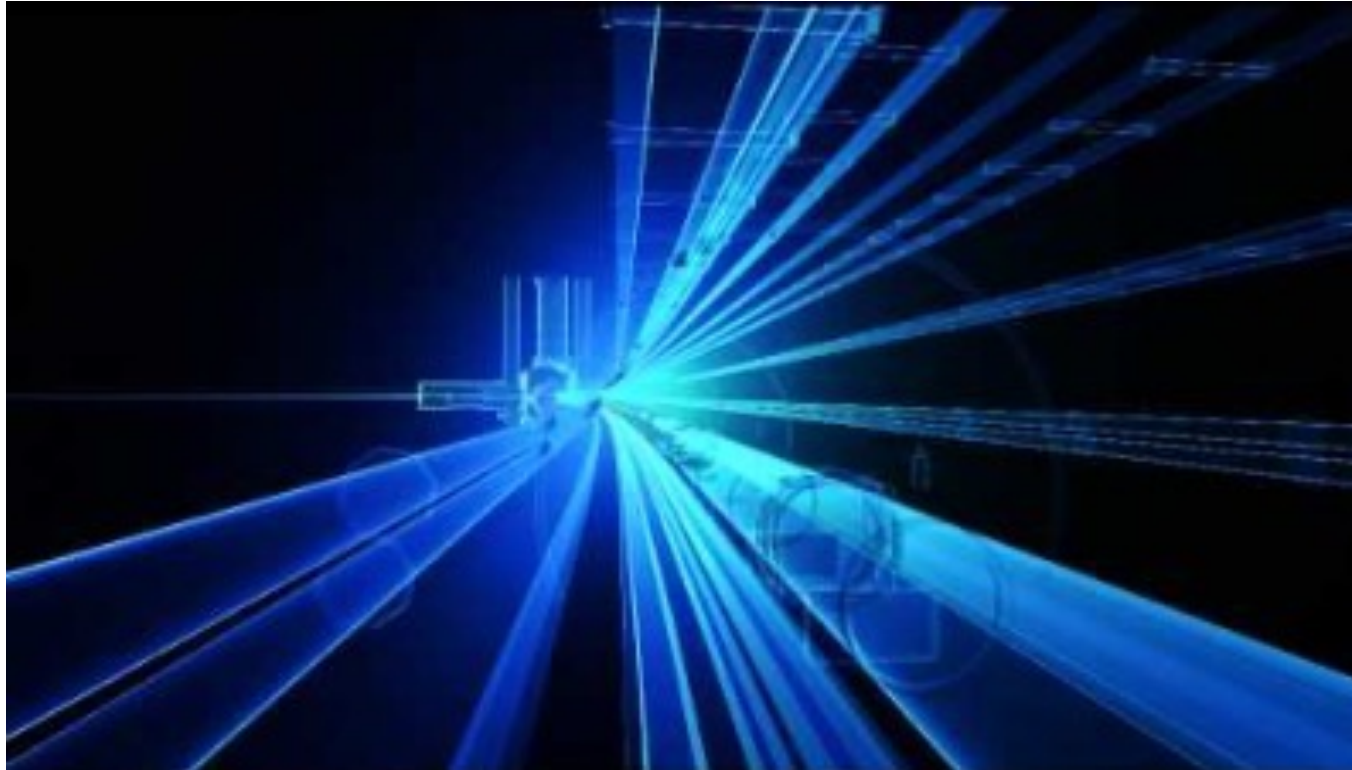


Hyperon Puzzle

- Hyperonen im Kern machen ZU zu weich um experimentell beobachtete NS Massen von $>2M_{\odot}$ beschreiben zu können
- Wechselwirkungen zwischen Teilchen müssen genau bestimmt sein
 - Repulsive WW: ZU wird steifer
 - Attraktive WW: ZU wird weicher

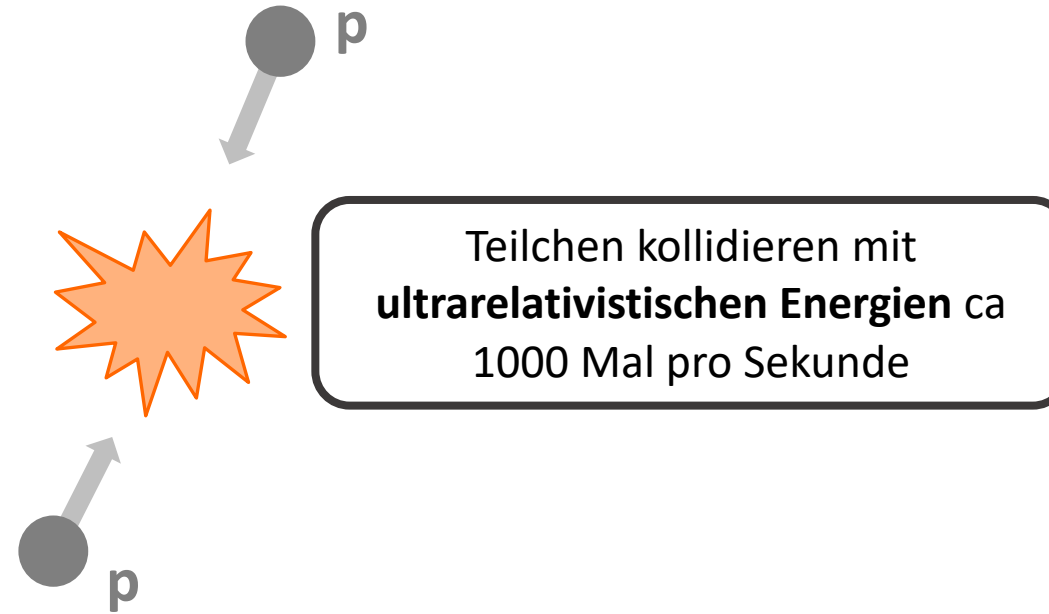
Hyperon-Nukleon und Hyperon-Hyperon Wechselwirkung muss untersucht werden!!

Wie kann das Puzzle gelöst werden?

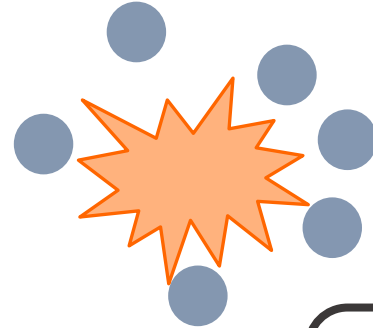


Das ALICE Detektor: Unsere Kamera um Teilchen zu sehen

Teilchenkollision



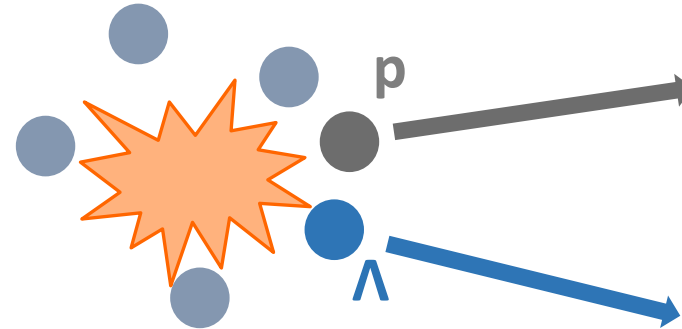
Teilcheproduktion



Die Energie der beschleunigten Protonen
wird (zum Teil) in Masse umgewandelt

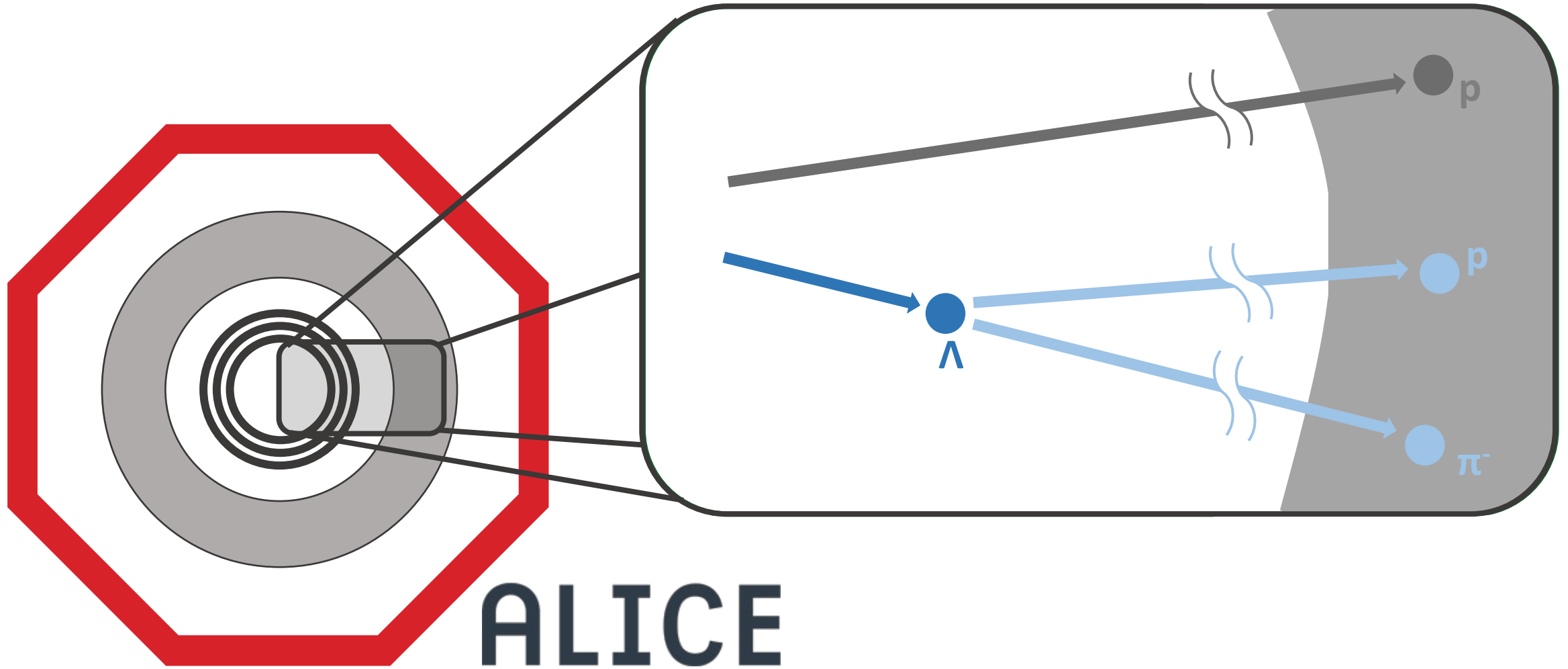
$$E = mc^2$$

Teilcheproduktion

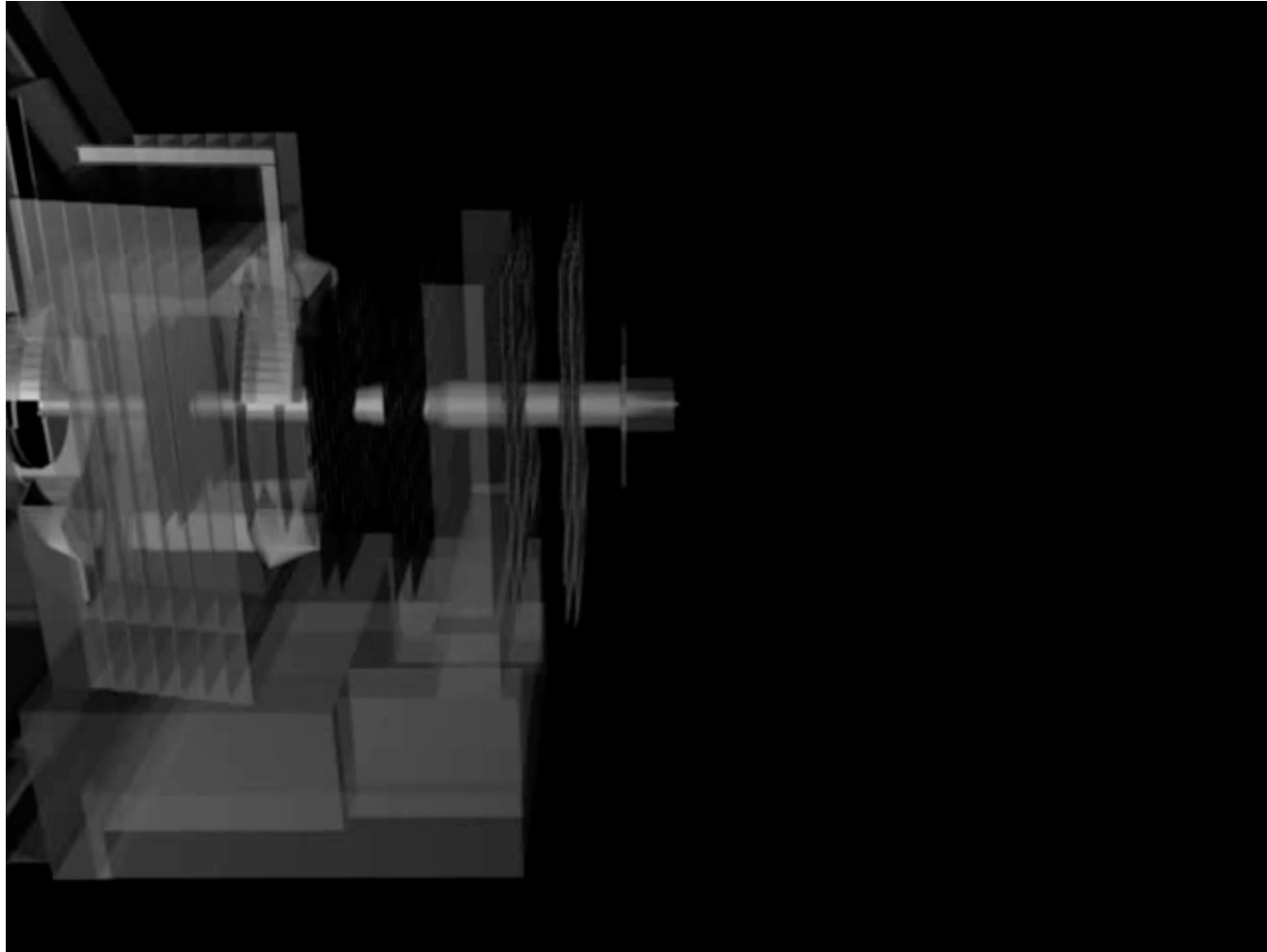


Teilchen müssen **gemessen** und **identifiziert** werden
→ Von jedem geladenen Teilchen muss die Bahn, die Geschwindigkeit und die Masse gemessen werden

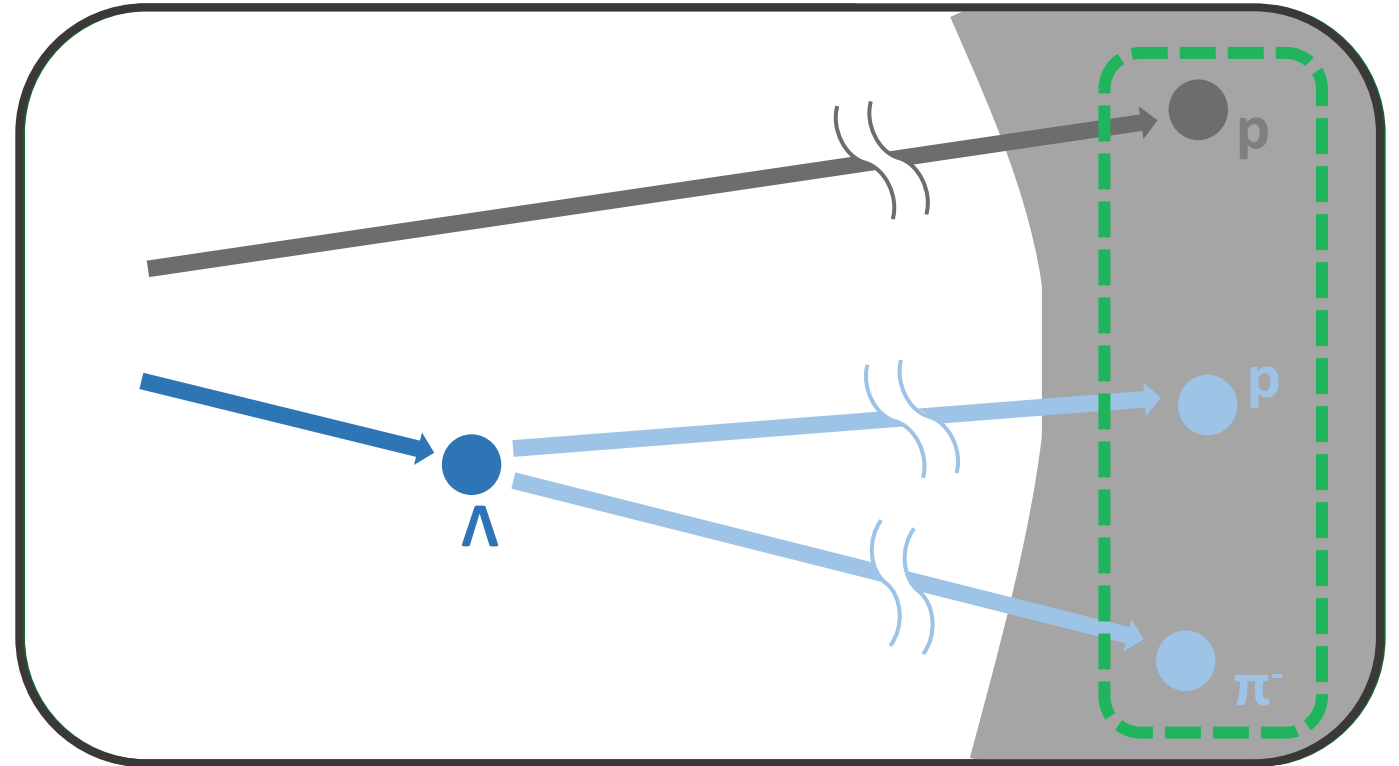
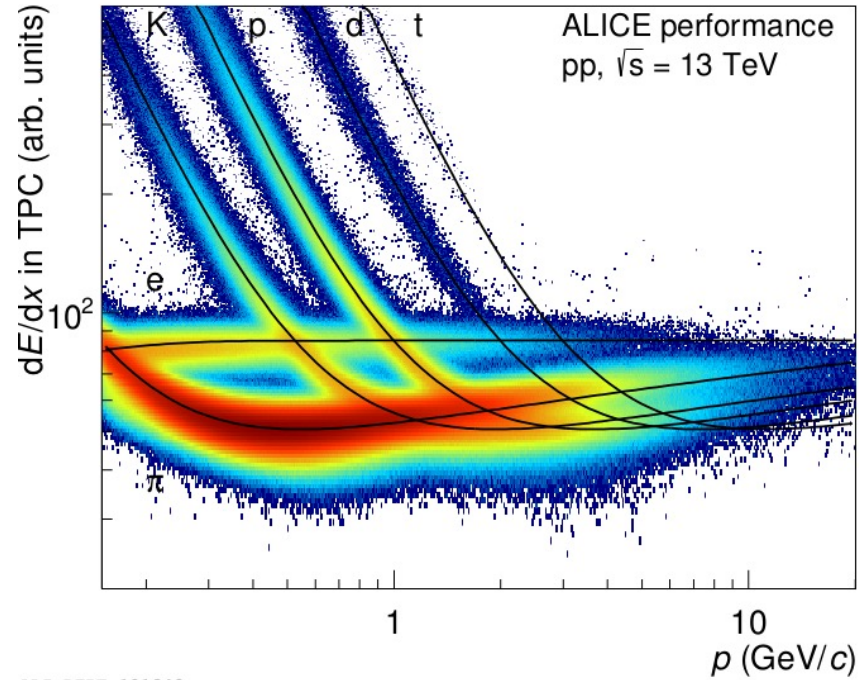
Teilchenrekonstruktion



Das ALICE Detektor: Unsere Kamera um Teilchen zu sehen

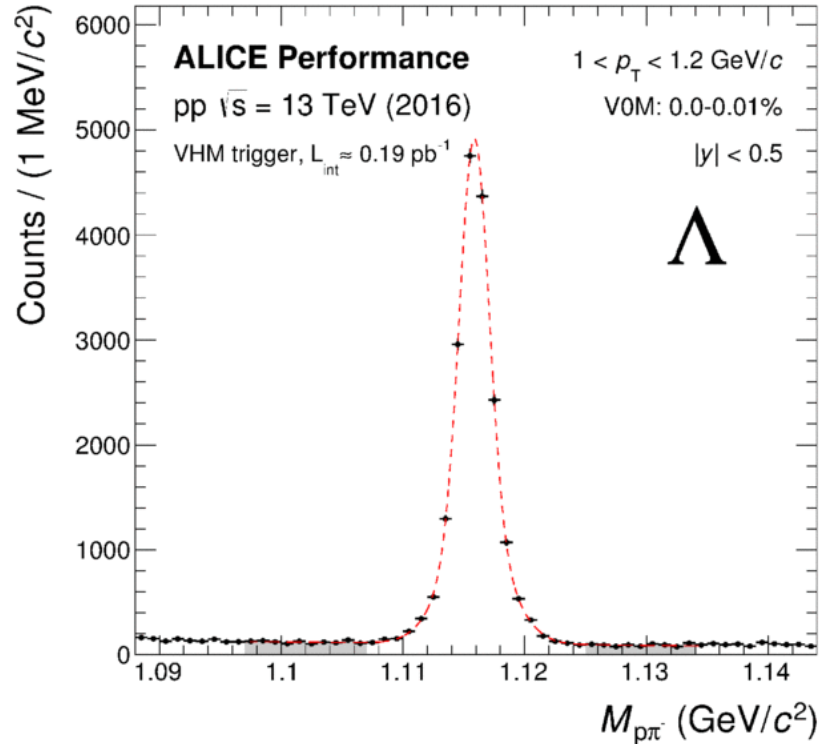


Geladene, langlebige Teilchen

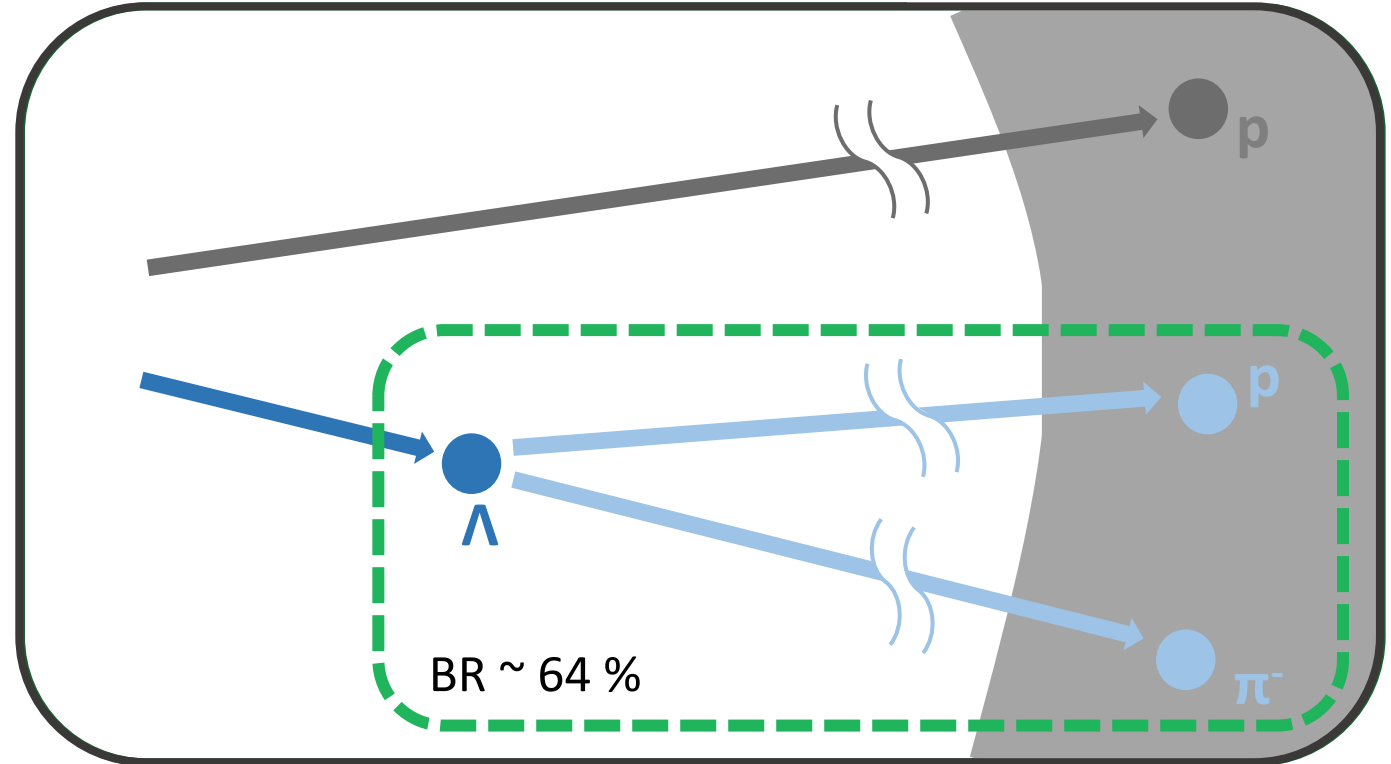


Geladene Teilchen werden direkt im Detektor
rekonstruiert

Kurzlebige Teilchen



ALI-PERF-131108

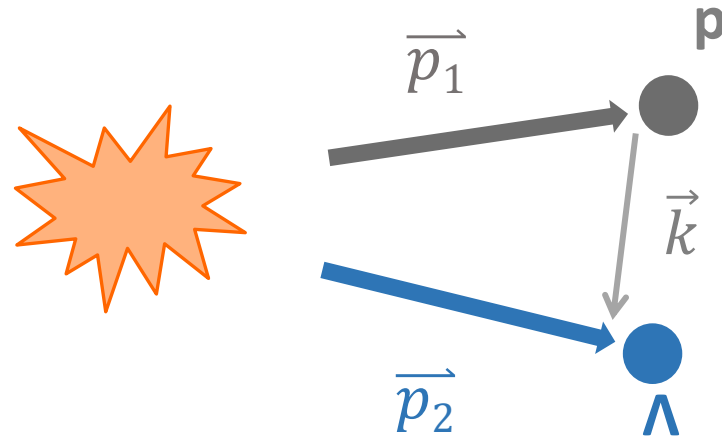


Kurzlebige Teilchen werden über ihre Zerfallsprodukte rekonstruiert → Methode der invarianten Masse

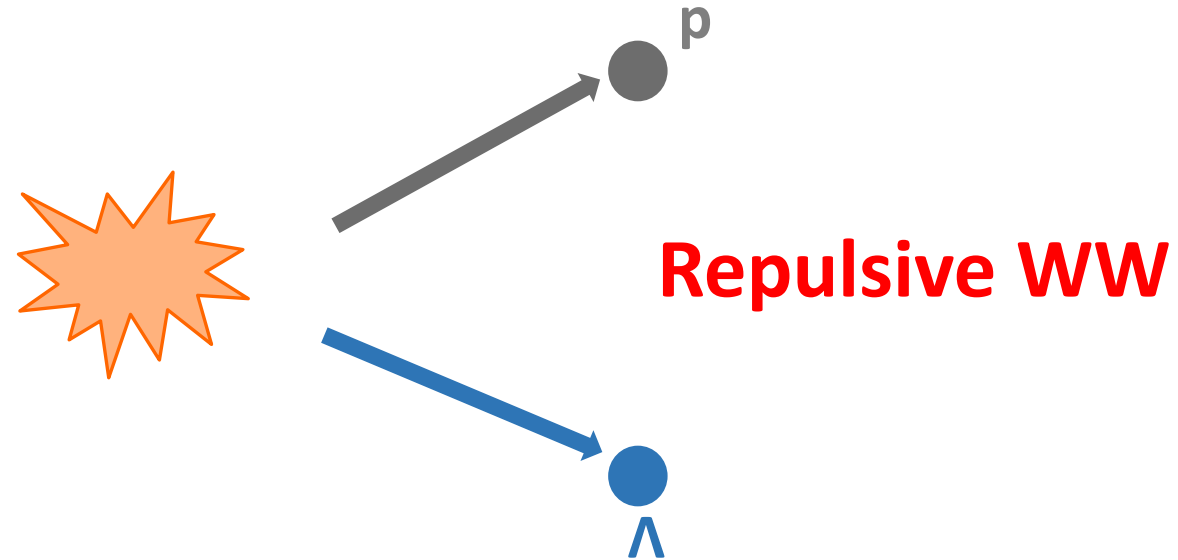
$$M^2 = (E_1 + E_2)^2 - \|\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2\|^2$$

$$= m_1^2 + m_2^2 + 2(E_1 E_2 - \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2)$$

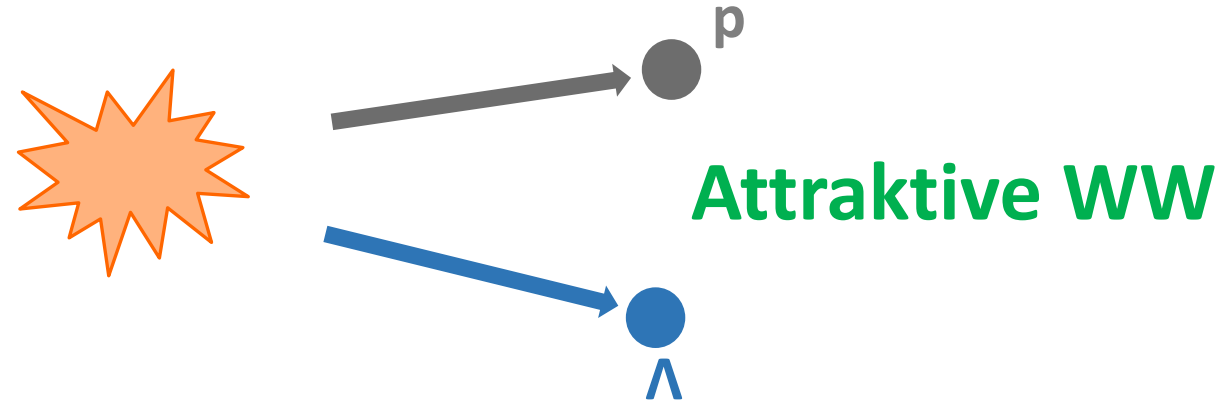
Wie misst man die Wechselwirkung?



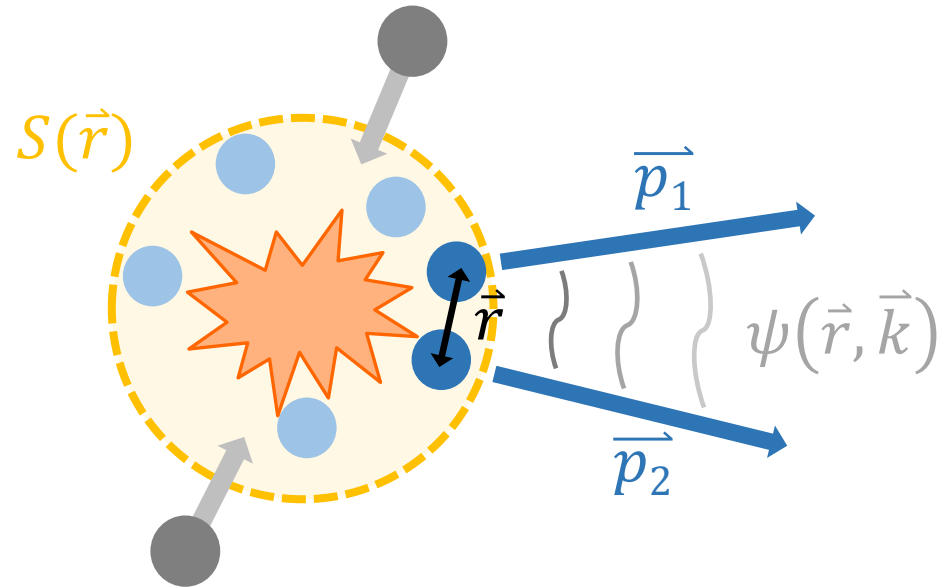
Wie misst man die Wechselwirkung?



Wie misst man die Wechselwirkung?



Die Korrelationsfunktion

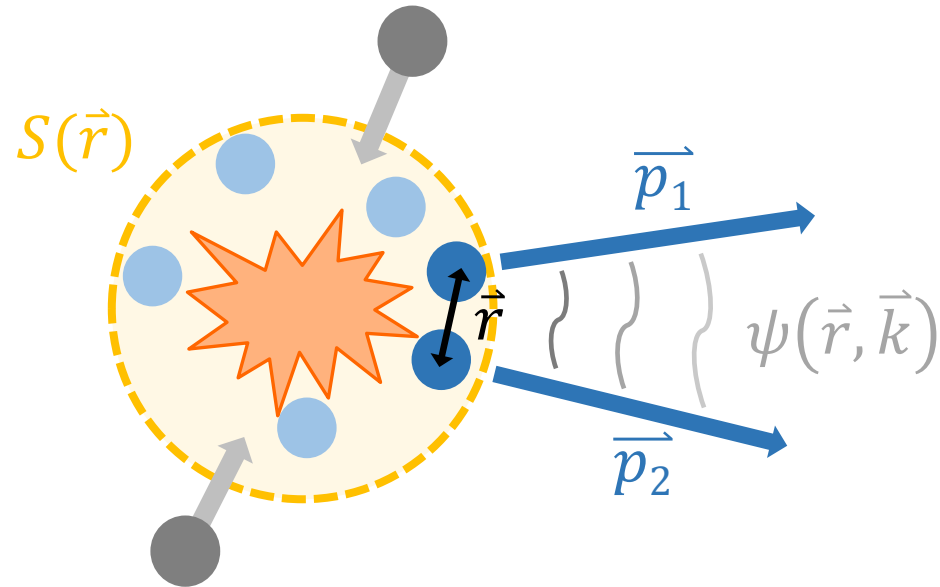


$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{same}(k^*)}{N_{mixed}(k^*)}}_{\text{Experiment}}$$

Relativ-Impuls $\vec{k}^* = \frac{1}{2} |\vec{p}_1^* - \vec{p}_2^*|$ und $\vec{p}_1^* + \vec{p}_2^* = 0$

Relativer Abstand $\vec{r}^* = \vec{r}_1^* - \vec{r}_2^*$

Die Korrelationsfunktion



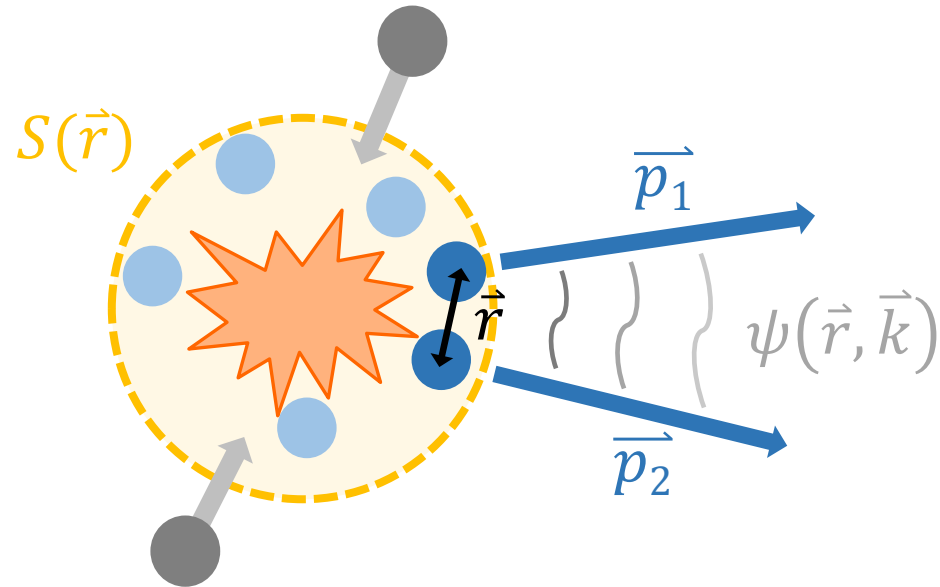
$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(k^*)}{N_{\text{mixed}}(k^*)}}_{\text{Experiment}} = \underbrace{\int S(\vec{r}^*) |\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*)|^2 d^3\vec{r}^*}_{\text{Theorie}} \xrightarrow{k^* \rightarrow \infty} 1$$

S. E. Koonin, *Physics Letters B* **70** (1977) 43-47
S. Pratt, *Phys. Rev. C* **42** (1990) 2646-2652

Relativ-Impuls $\vec{k}^* = \frac{1}{2} |\vec{p}_1^* - \vec{p}_2^*|$ und $\vec{p}_1^* + \vec{p}_2^* = 0$

Relativer Abstand $\vec{r}^* = \vec{r}_1^* - \vec{r}_2^*$

Die Korrelationsfunktion

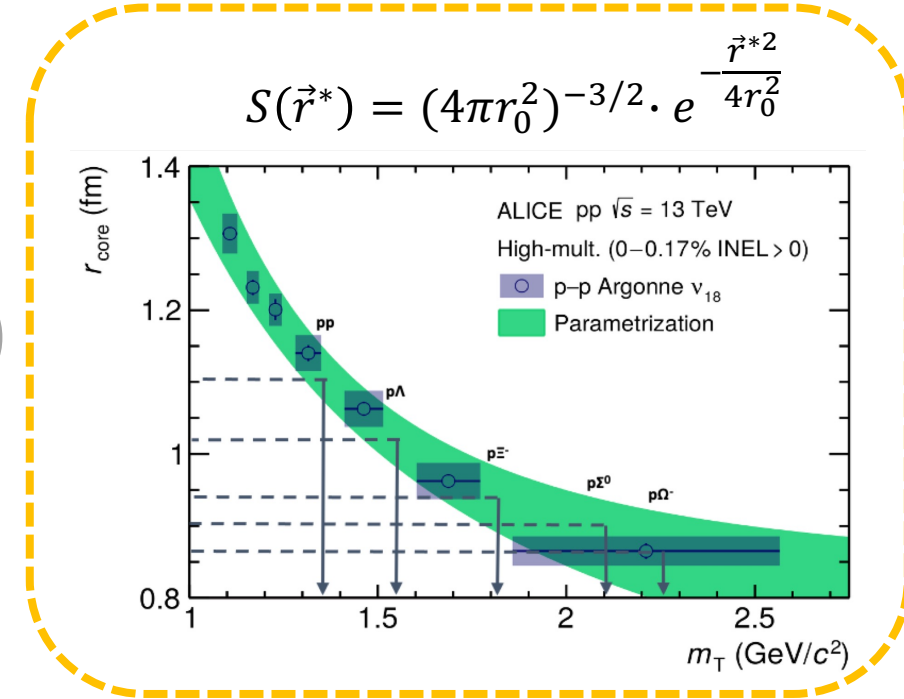
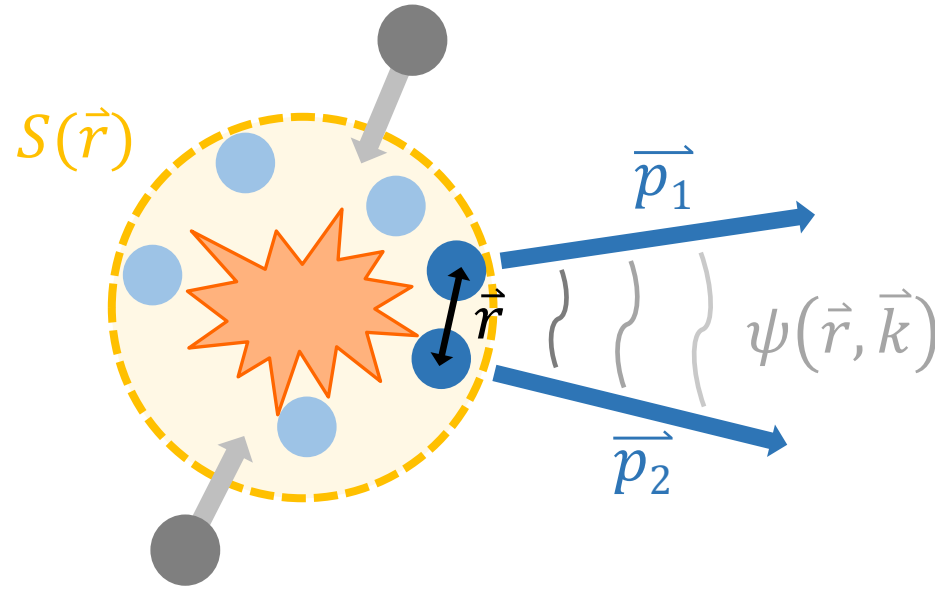


$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(k^*)}{N_{\text{mixed}}(k^*)}}_{\text{Experiment}} = \underbrace{\int S(\vec{r}^*) |\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*)|^2 d^3\vec{r}^*}_{\text{Theorie}} \xrightarrow{k^* \rightarrow \infty} 1$$

$$\hat{\mathcal{H}}\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*) = E\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*) = \frac{\hbar^2 \vec{k}^{*2}}{2\mu} + V_{1,2}(r^*, t) = \frac{\hbar^2 \nabla^2}{2\mu} + V_{1,2}(r^*, t)$$

Mit red. Masse $\mu = (m_1 m_2) / (m_1 + m_2)$ und $E = \frac{\hbar^2 k^{*2}}{2\mu}$

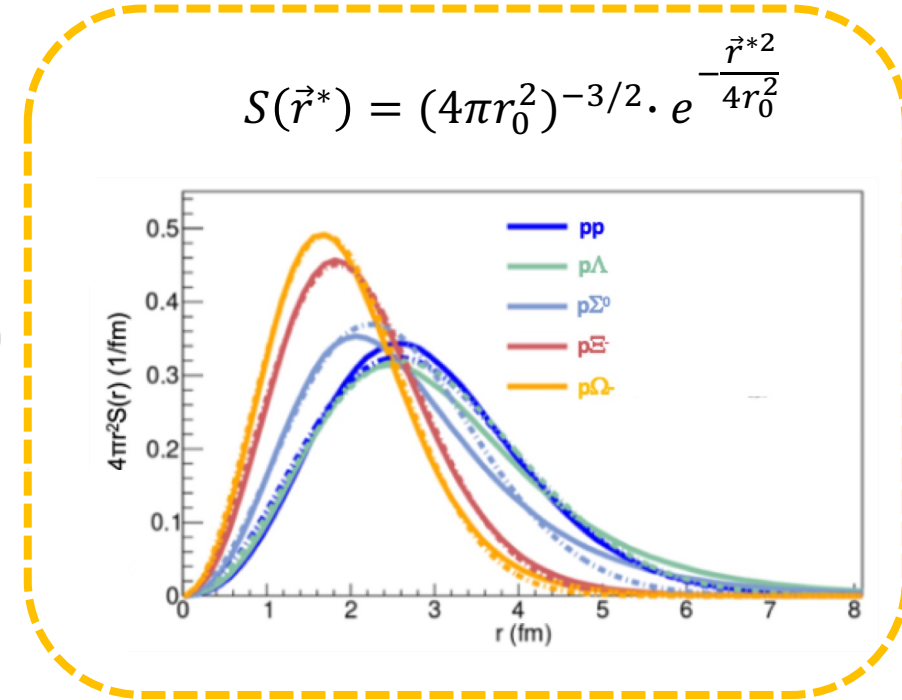
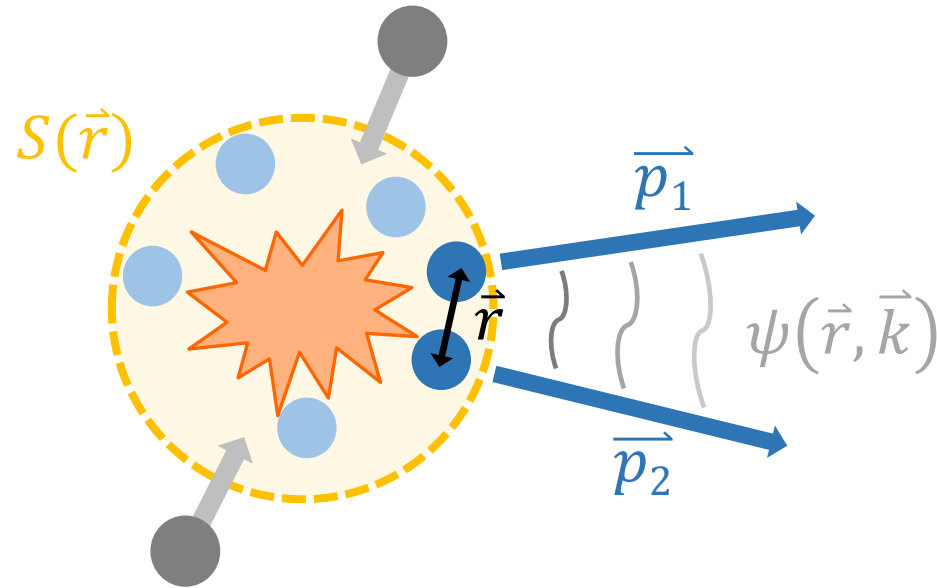
Die Korrelationsfunktion



$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(k^*)}{N_{\text{mixed}}(k^*)}}_{\text{Experiment}} = \underbrace{\int S(\vec{r}^*) |\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*)|^2 d^3\vec{r}^*}_{\text{Theorie}} \xrightarrow{k^* \rightarrow \infty} 1$$

S. E. Koonin, *Physics Letters B* **70** (1977) 43-47
S. Pratt, *Phys. Rev. C* **42** (1990) 2646-2652

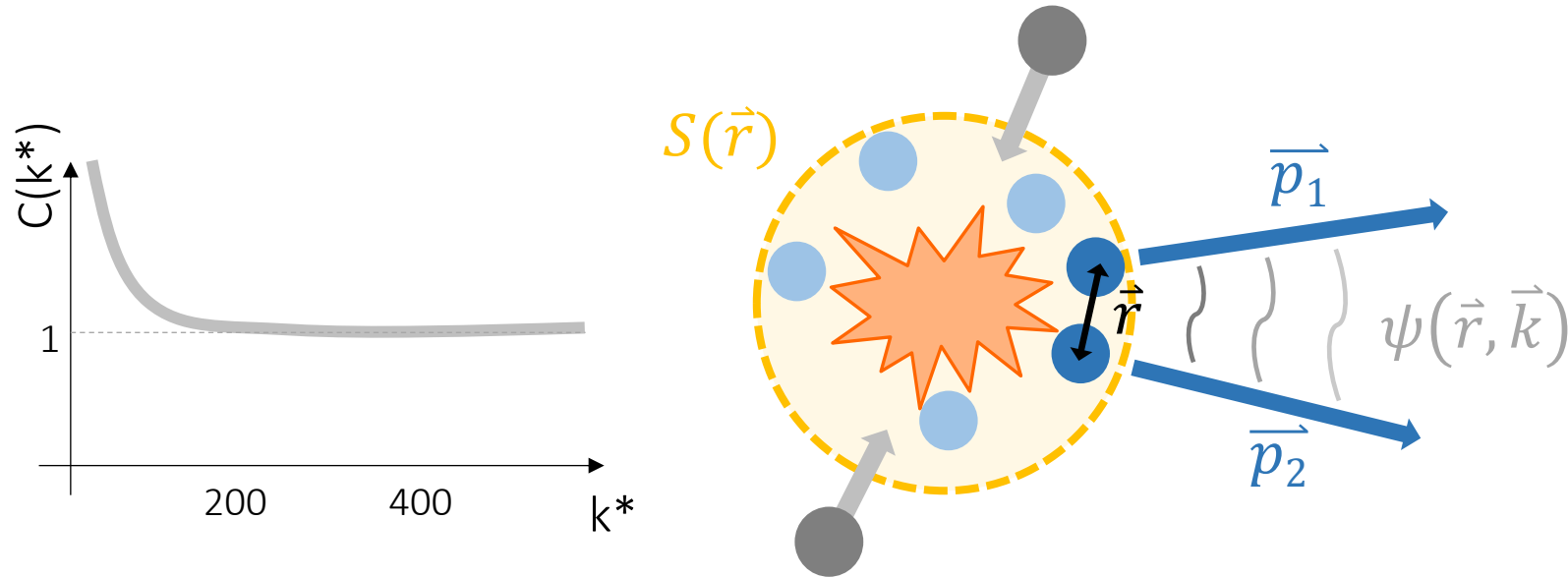
Die Korrelationsfunktion



$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(k^*)}{N_{\text{mixed}}(k^*)}}_{\text{Experiment}} = \underbrace{\int S(\vec{r}^*) |\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*)|^2 d^3\vec{r}^*}_{\text{Theorie}} \xrightarrow{k^* \rightarrow \infty} 1$$

S. E. Koonin, *Physics Letters B* **70** (1977) 43-47
S. Pratt, *Phys. Rev. C* **42** (1990) 2646-2652

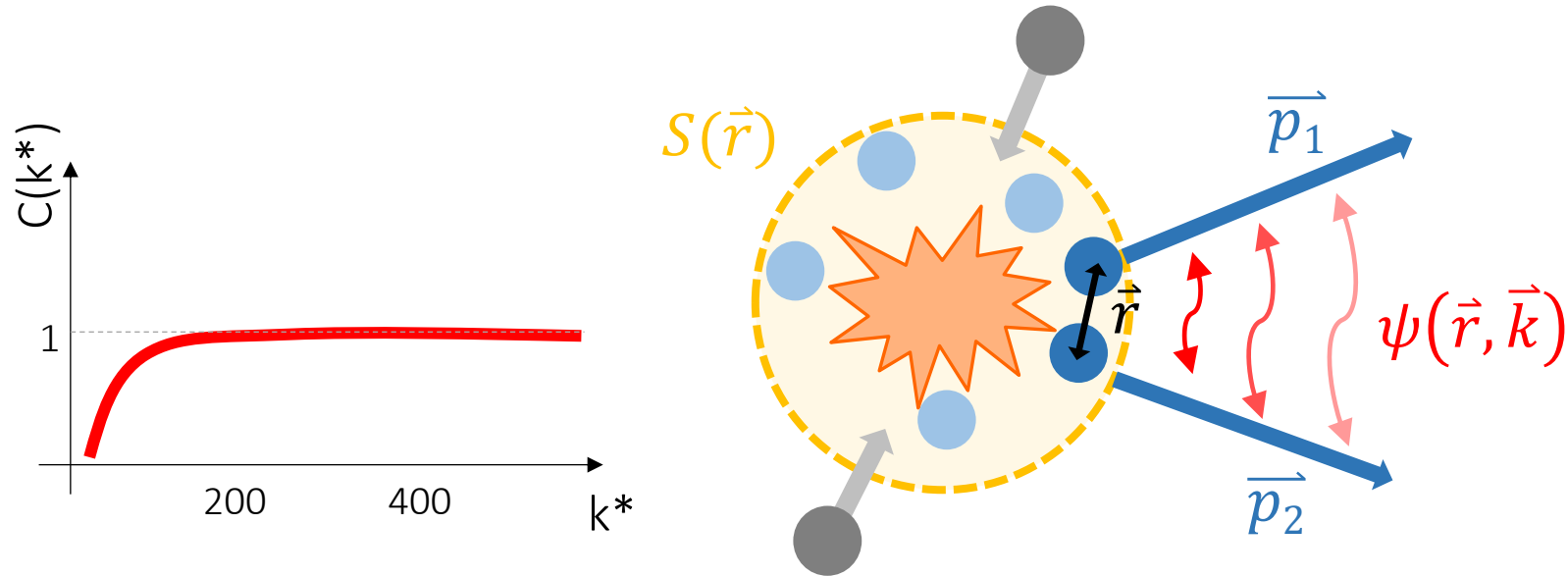
Die Korrelationsfunktion



$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(k^*)}{N_{\text{mixed}}(k^*)}}_{\text{Experiment}} = \underbrace{\int S(\vec{r}^*) |\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*)|^2 d^3\vec{r}^*}_{\text{Theorie}} \xrightarrow{k^* \rightarrow \infty} 1$$

S. E. Koonin, *Physics Letters B* **70** (1977) 43-47
S. Pratt, *Phys. Rev. C* **42** (1990) 2646-2652

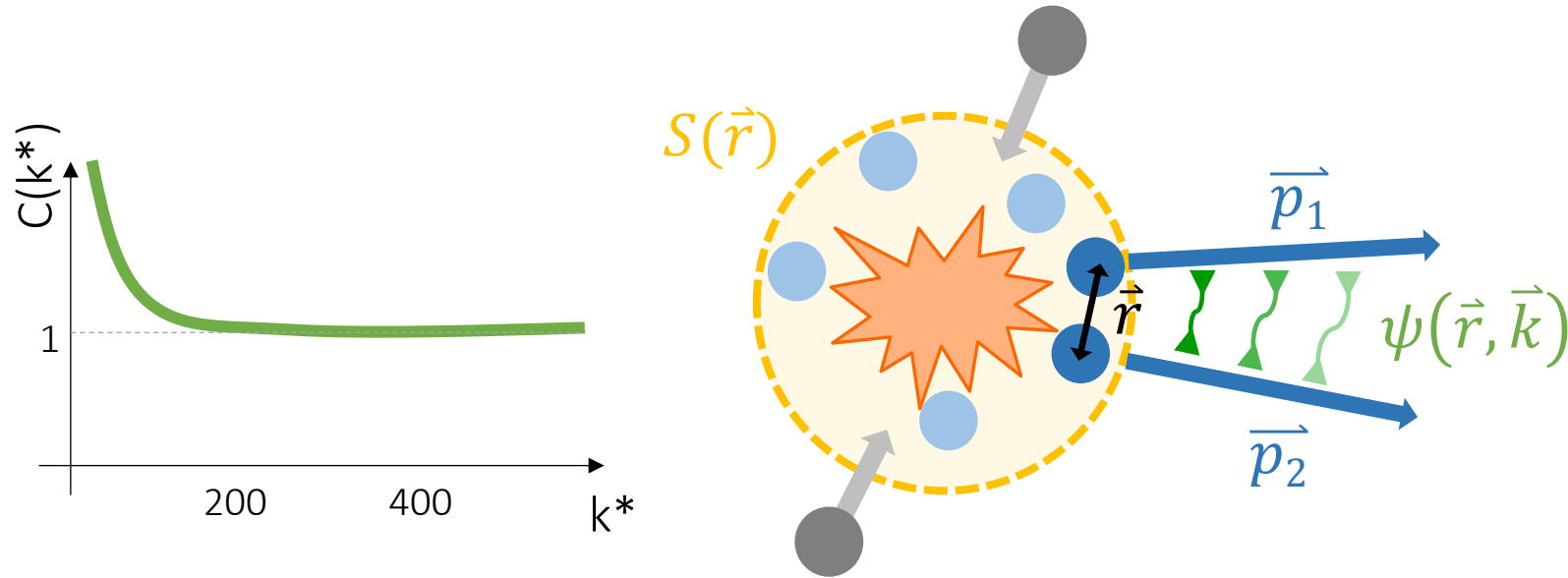
Die Korrelationsfunktion



$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(k^*)}{N_{\text{mixed}}(k^*)}}_{\text{Experiment}} = \underbrace{\int S(\vec{r}^*) |\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*)|^2 d^3\vec{r}^*}_{\text{Theorie}} < 1 \quad \text{Repulsion}$$

S. E. Koonin, *Physics Letters B* **70** (1977) 43-47
S. Pratt, *Phys. Rev. C* **42** (1990) 2646-2652

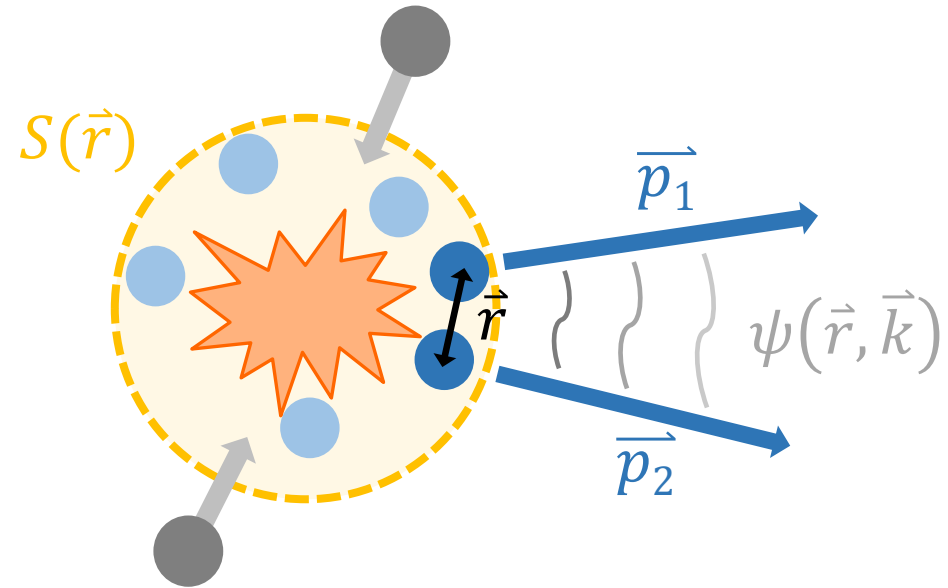
Die Korrelationsfunktion



$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(k^*)}{N_{\text{mixed}}(k^*)}}_{\text{Experiment}} = \underbrace{\int S(\vec{r}^*) |\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*)|^2 d^3\vec{r}^*}_{\text{Theorie}} > 1 \quad \text{Attraktion}$$

S. E. Koonin, *Physics Letters B* **70** (1977) 43-47
S. Pratt, *Phys. Rev. C* **42** (1990) 2646-2652

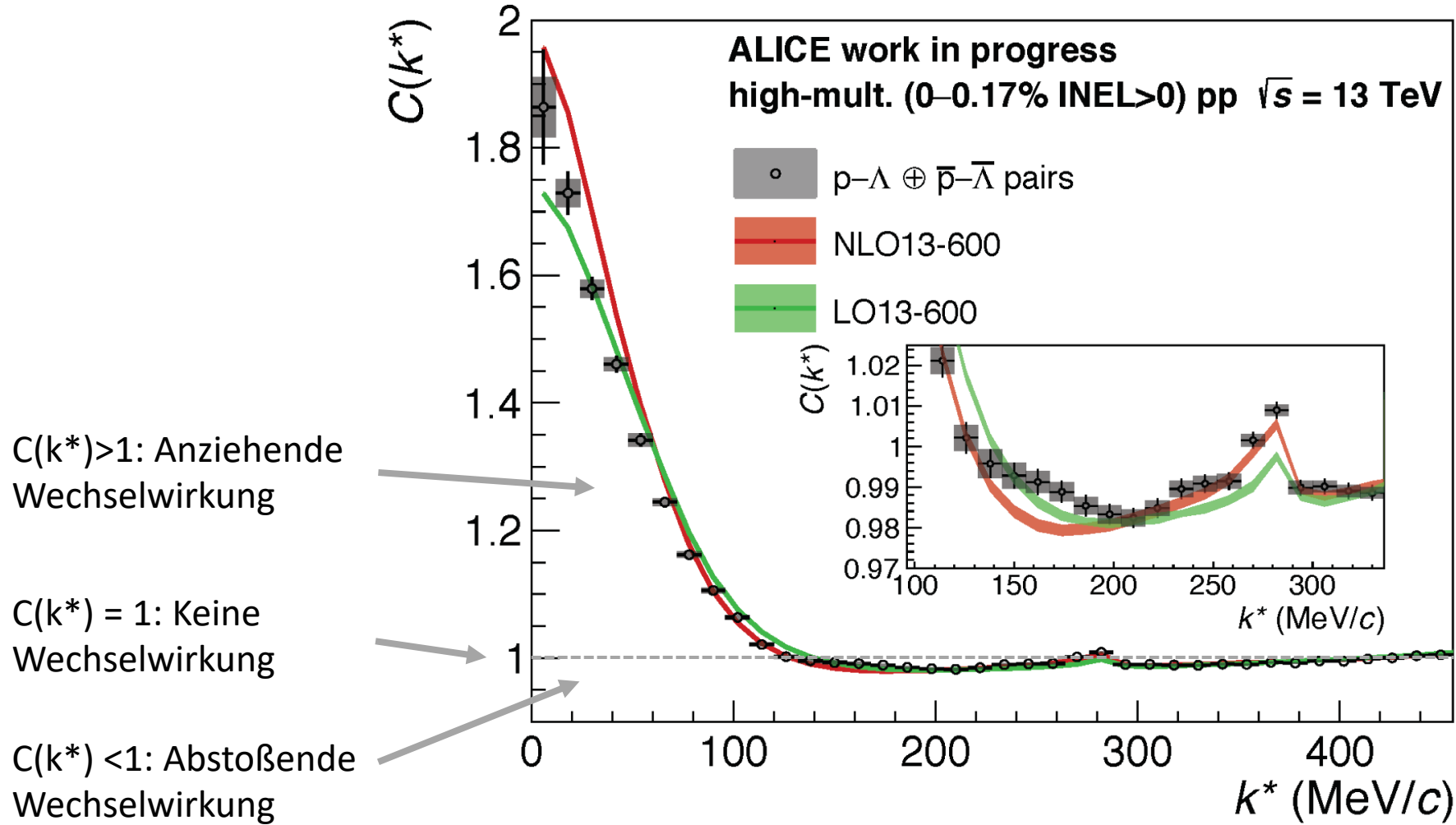
Die Korrelationsfunktion



$$C(k^*) = \underbrace{\mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(k^*)}{N_{\text{mixed}}(k^*)}}_{\text{Experiment}} = \underbrace{\int S(\vec{r}^*) |\psi(\vec{k}^*, \vec{r}^*)|^2 d^3\vec{r}^*}_{\text{Theorie}} \xrightarrow{k^* \rightarrow \infty} 1$$

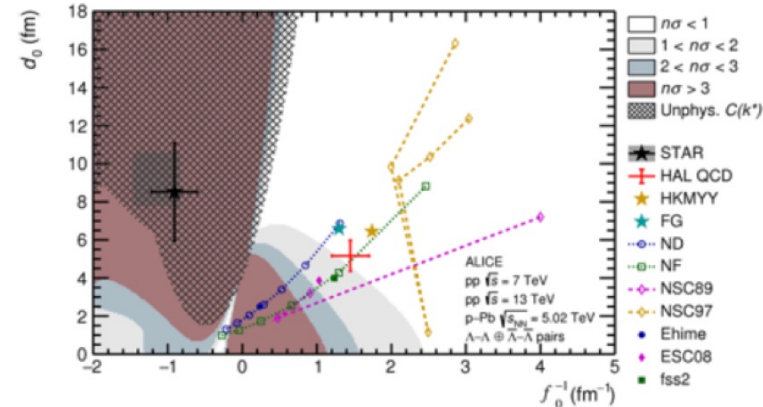
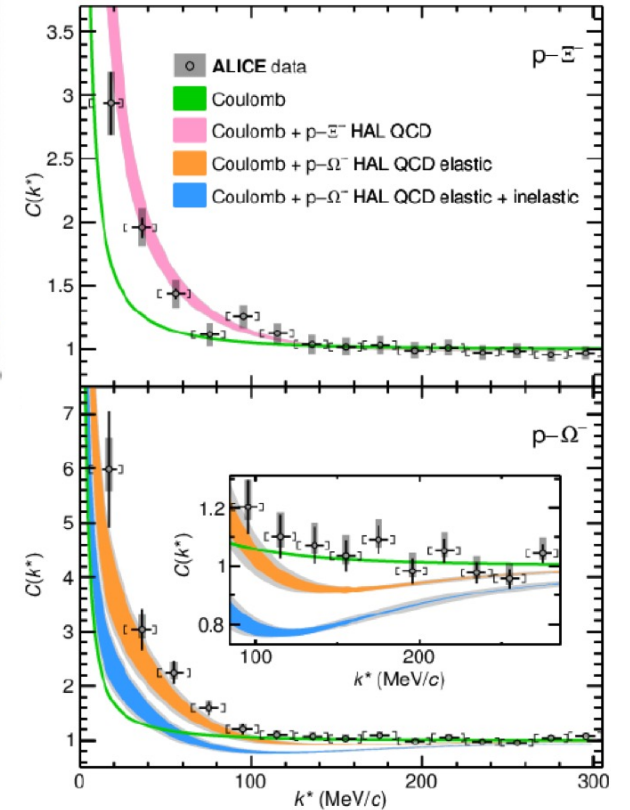
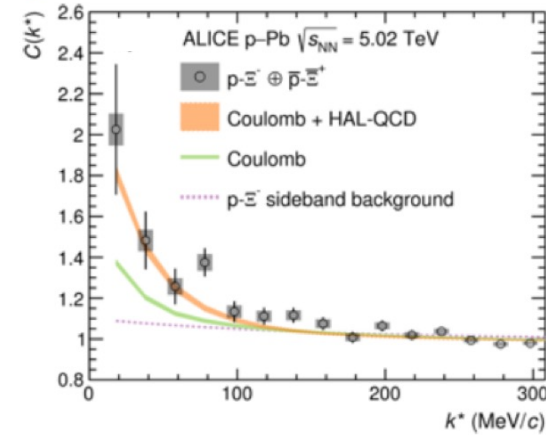
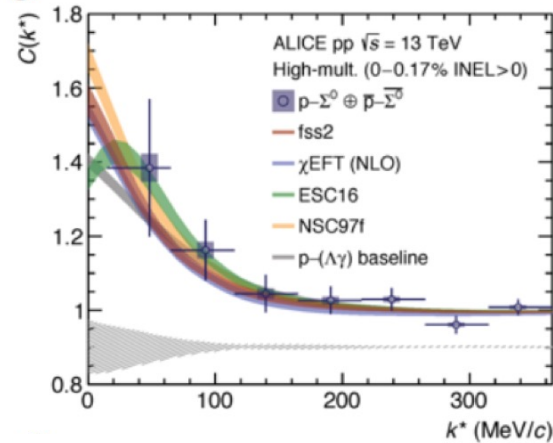
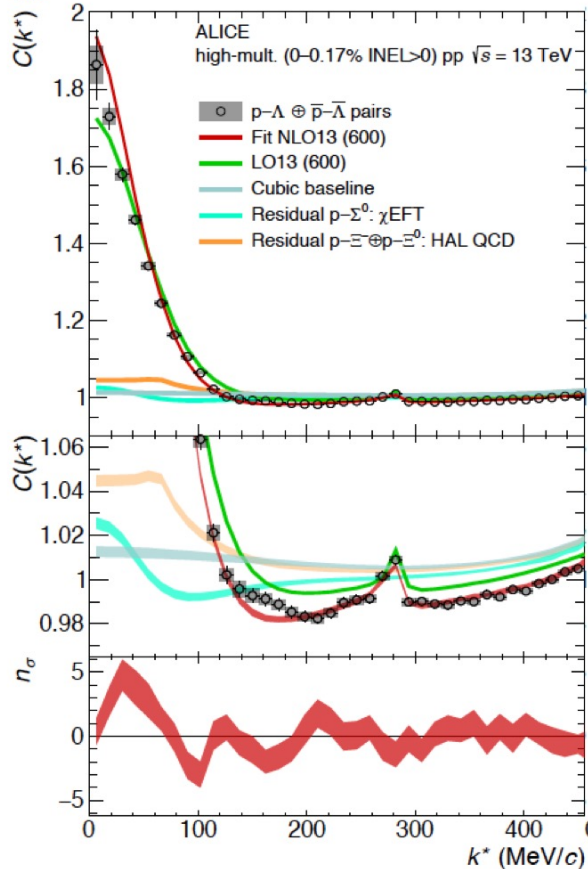
S. E. Koonin, *Physics Letters B* **70** (1977) 43-47
S. Pratt, *Phys. Rev. C* **42** (1990) 2646-2652

Beispiel: $p\Lambda$ Wechselwirkung



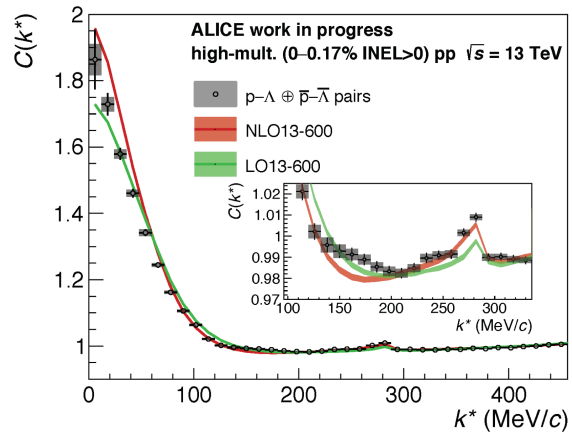
Wechselwirkung mit Hyperonen

- Alle wichtigen Wechselwirkungen wurden gemessen

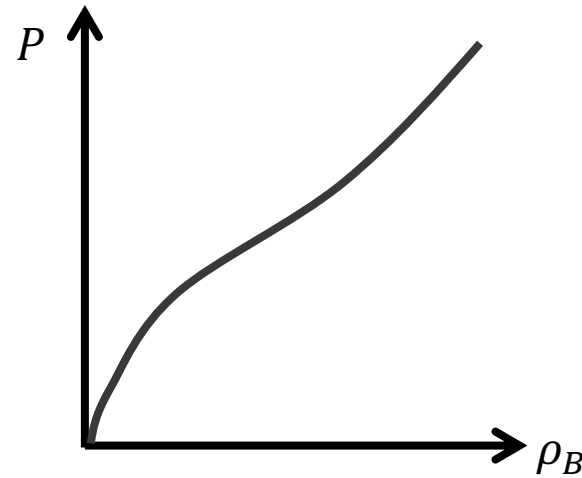


Wie kann man diese Wechselwirkungen benutzen?

Korrelation = Wechselwirkung

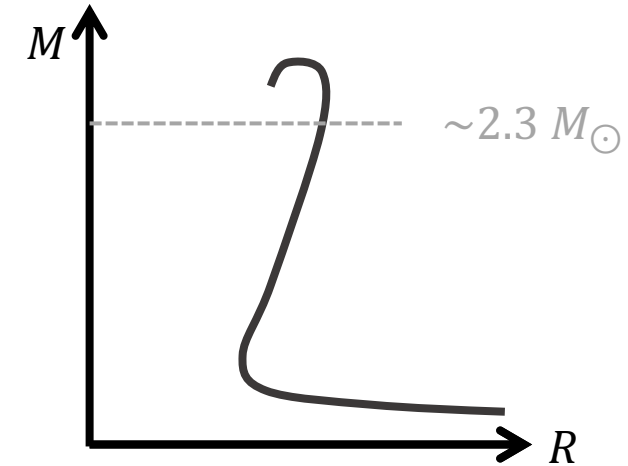


Zustandsgleichung

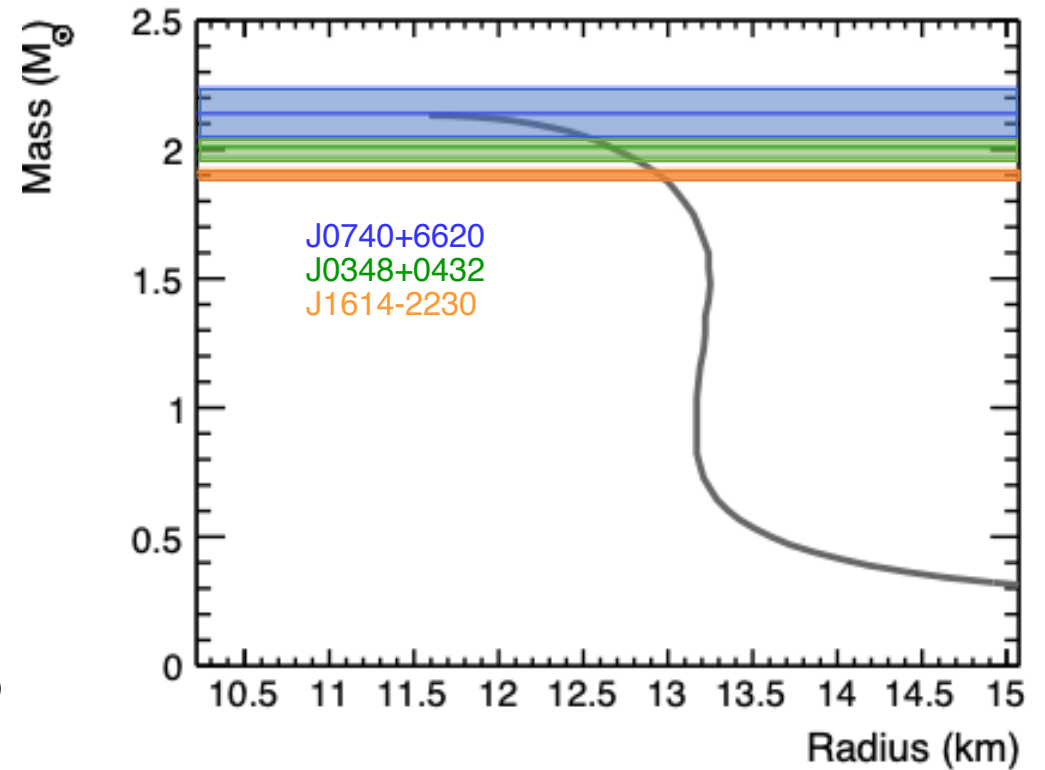
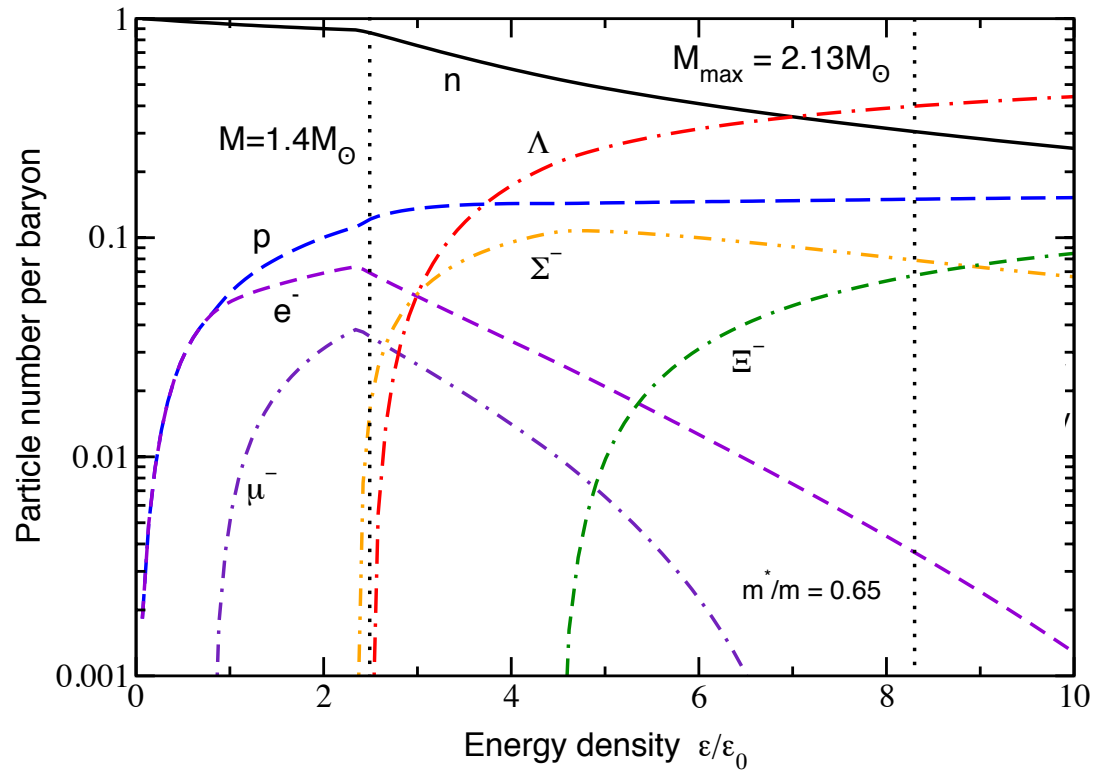


TOV
1:1

M-R Relation

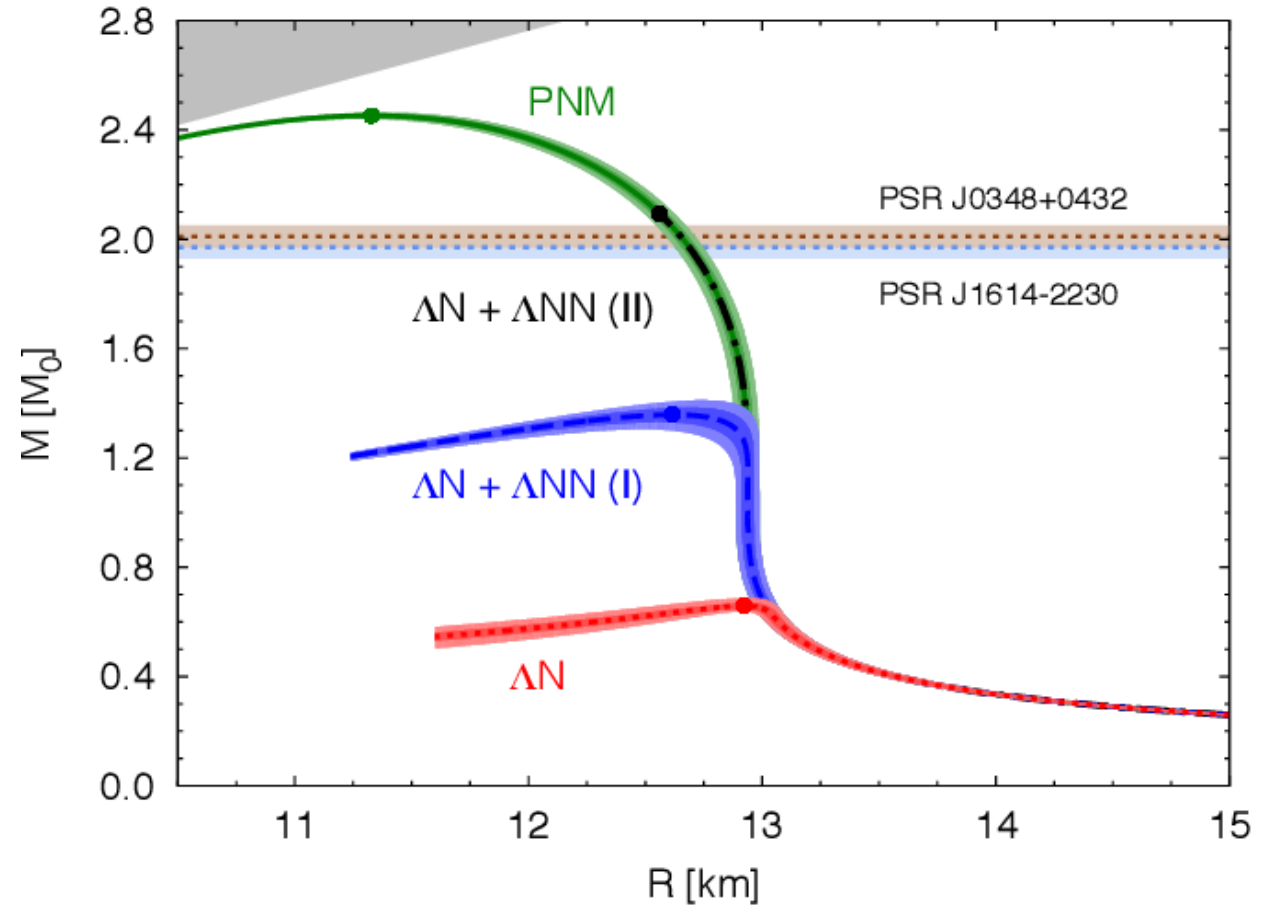
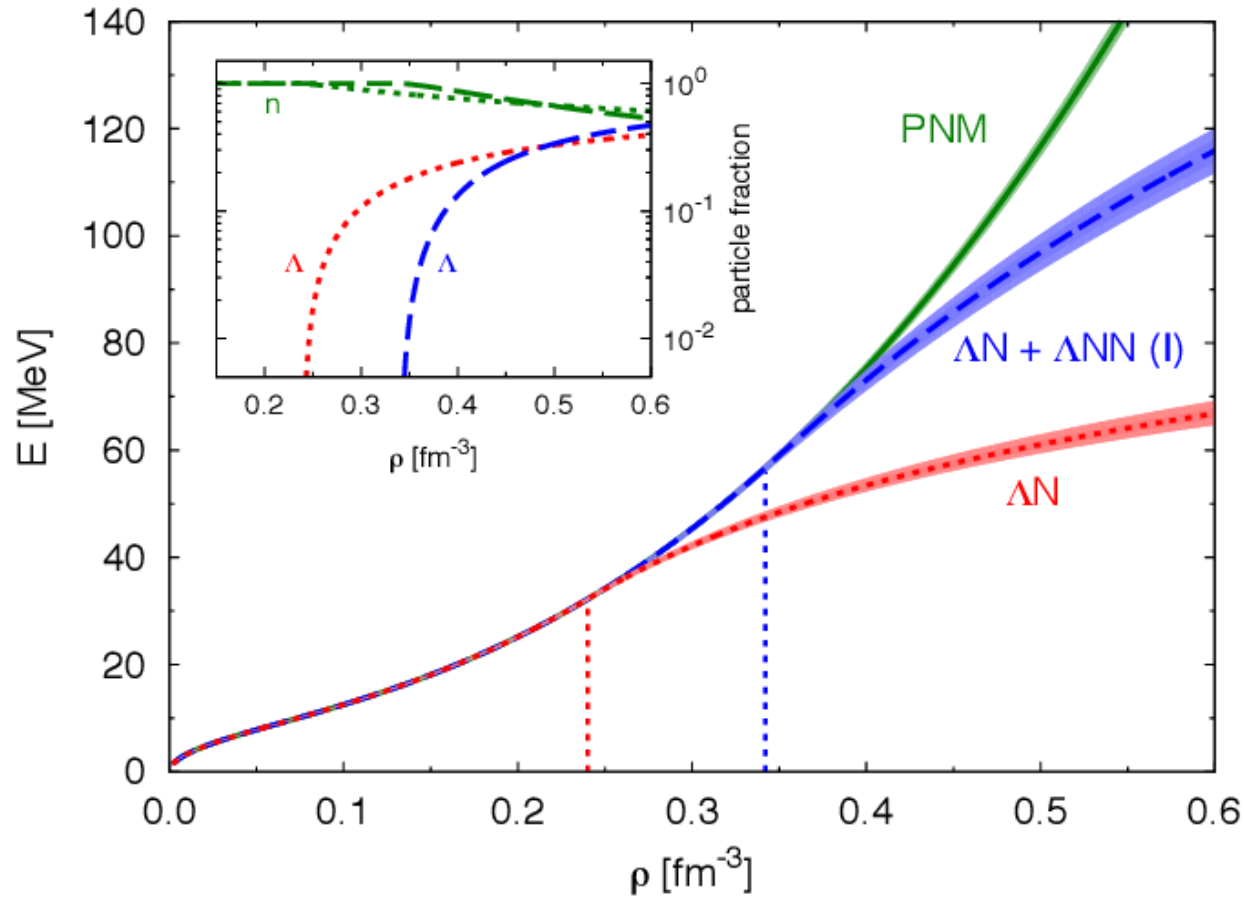


“Finales” Resultat



- Neue Messungen sind teilweise notwendig, um die Wechselwirkungen genauer zu bestimmen.
- Neue Zustandsgleichungen werden dann vorbereitet.
- Die entsprechenden Masse-Radius-Funktionen können mit astrophysikalischen Messungen verglichen werden.

Drei-Körper Kräfte?



- Auch über 3-Teilchen Korrelationen messbar → WIP

Zusammenfassung

- Wir haben eine sehr effektive Methode zur Nutzung der ALICE-Daten am LHC entwickelt und angewandt, um Hadron-Hadron-Wechselwirkungen auch für seltene Spezies zu untersuchen
- Die gemessenen Hyperon-Nukleon und Hyperon-Hyperon-Wechselwirkungen können nun genutzt werden, um verschiedene Szenarien für die Bestandteile von Neutronensternen genauer zu testen.
- Um das Rätsel der Hyperonen in Neutronensternen zu lösen, sind genauere Messungen einiger Zweikörperkanäle und die Messung von Dreikörperwechselwirkungen erforderlich

Zusammenfassung

- Wir haben eine sehr effektive Methode zur Nutzung der ALICE-Daten am LHC entwickelt und angewandt, um Hadron-Hadron-Wechselwirkungen auch für seltene Spezies zu untersuchen
- Die gemessenen Hyperon-Nukleon und Hyperon-Hyperon-Wechselwirkungen können nun genutzt werden, um verschiedene Szenarien für die Bestandteile von Neutronensternen genauer zu testen.
- Um das Rätsel der Hyperonen in Neutronensternen zu lösen, sind genauere Messungen einiger Zweikörperkanäle und die Messung von Dreikörperwechselwirkungen erforderlich

Was ist, wenn wir nach all diesen Studien feststellen, dass die EoS von NS zu weich ist, wenn Hyperonen einbezogen werden?

Das würde den Weg zu exotischeren Szenarien mit z.B. axionähnlichen Feldern in dichter Kernmaterie öffnen :)

BACKUP

20.5 Erhaltungsgrößen beim Kollaps

Beim Kollaps des Sternrestes zum weißen Zwerg bleiben sein Drehimpuls und der magnetische Fluss näherungsweise erhalten. Das hat erheblichen Einfluss auf die Eigenschaften weißer Zwerge.

20.5.1 Drehimpulserhaltung

Weiße Zwerge sind deutlich kleiner als die Sterne, aus denen sie hervorgegangen sind. Während der Kern des Sterns immer kompakter wird, bleibt der Gesamtdrehimpuls des Sterns erhalten, denn durch diesen Prozess wird kein Drehmoment verursacht. Für den Drehimpuls gilt also

$$L = \Theta \omega = aMR^2 \omega \approx \text{const.} \quad (20.24)$$

Dabei ist Θ das *Trägheitsmoment*, das bis auf konstante Vorfaktoren der Masse des Sterns mal seinem Radius im Quadrat entspricht. Für eine homogene Vollkugel ergibt sich z. B. $\Theta = 2MR^2/5$. Da kein äußeres Drehmoment vorliegt, d. h. $\dot{L} = 0$, finden wir die Relation

$$\omega R^2 \sim \text{const} \quad \text{bzw.} \quad P \sim R^2, \quad (20.25)$$

wegen $\omega \sim 1/P$, mit der Periodendauer P . Wenn wir für den Stern in der Wasserstoffbrennphase den Sonnenradius ansetzen und mit dem typischen Radius weißer Zwerge in (20.13) vergleichen, finden wir $R_{\text{H}}/R_{\text{wz}} \approx R_{\odot}/R_{\text{wz}} \approx 10^2$. Beim Übergang zum weißen Zwerg erfolgt also etwa eine Reduktion des Radius um einen Faktor 100.

Betrachten wir als typische Rotationsdauer eines Sterns die Periodendauer der Sonne $P_{\odot} \approx 28 \text{ d} \approx 2,5 \cdot 10^6 \text{ s}$, d. h. Periodendauern in der Größenordnung $P \approx 10^6 \text{ s}$ bis 10^7 s . Für einen weißen Zwerg erhalten wir dann entsprechend eine um einen Faktor 10^4 verkürzte Periodendauer

$$P_{\text{wz}} \approx 10^2 - 10^3 \text{ s}, \quad (20.26)$$

d. h. im Bereich von Minuten bis Stunden. Tatsächlich ist diese Abschätzung eher zu niedrig, da wir nicht berücksichtigt haben, dass der Stern einen erheblichen Teil seiner Masse und damit des Drehimpulses abstößt, während der Kern zum weißen Zwerg wird. Gemessene Werte liegen im Bereich von 20 Minuten bis einige Tage [6], größenordnungsmäßig liegen wir also richtig.

20.5.2 Erhaltung des magnetischen Flusses

Genauere Untersuchungen von weißen Zwergen in den 1970er Jahren zeigten außerdem auf, dass einige weiße Zwerge extrem starke Magnetfelder im Bereich $B \lesssim 7 \cdot 10^4 \text{T}$ haben [7], also um ein Vielfaches stärker, als sie auf der Erde im Labor realisiert werden können.

Wir können anhand einer anschaulichen Überlegung verstehen, wie derartig starke Felder entstehen können. Der magnetische Fluss eines Magnetfeldes \mathbf{B} durch die Fläche \mathbf{F} ist gegeben als

$$\Phi = \int \mathbf{B} d\mathbf{F}. \quad (20.27)$$

Man kann nun unter der Annahme, dass das Plasma im Inneren eines Sterns aufgrund der vielen freien Ladungsträger ein sehr guter elektrischer Leiter ist, zeigen,

dass der magnetische Fluss durch eine sich mit dem Plasma mitbewegende Fläche bei der Entwicklung zum weißen Zwerg näherungsweise erhalten bleibt.

Das *Ohm'sche Gesetz*⁶

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (20.28)$$

liefert die Beziehung zwischen elektrischem und magnetischem Feld und der elektrischen Stromdichte, dabei ist σ die elektrische Leitfähigkeit. Wir nehmen als Extremfall $\sigma \rightarrow \infty$ an.

Damit dann dennoch die Stromdichte endlich bleibt, muss $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ gelten. Im realen Fall gilt dieser Zusammenhang natürlich nur näherungsweise. Mit dem Induktionsgesetz $\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}}$ aus (1.5a) folgt

$$\dot{\mathbf{B}} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad \text{bzw.} \quad 0 = \dot{\mathbf{B}} - \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}). \quad (20.29)$$

Wir integrieren diesen Ausdruck jetzt über ein Flächenelement, das sich im Plasma mitbewegt, bzw. die Teilchen, die seinen Rand definieren, sollen sich mit dem Plasma mitbewegen. Dann ist

$$0 = \int \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{F} - \int \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{F} = \int \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{F} - \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot ds. \quad (20.30)$$

Dabei haben wir im zweiten Schritt den Satz von Stokes verwendet und ds ist das Linienelement auf dem Rand ∂F von F . Unter Ausnutzung der Regel für das Spatprodukt $(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot ds = -\mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times ds)$ können wir weiter umformen zu

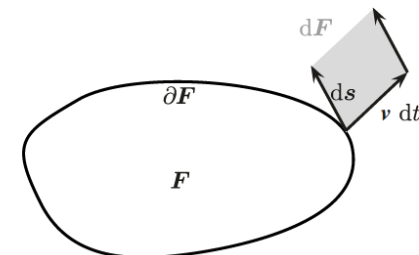
$$0 = \int \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{F} + \int \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times ds). \quad (20.31)$$

Zur Interpretation des zweiten Terms betrachten wir Abb. 20.11. Die Fläche, die das Linienelement ds in der Zeit dt überstreicht, ist $d\mathbf{v} \times ds dt$, das bedeutet wir haben

$$\frac{d\mathbf{F}}{dt} = \mathbf{v} \times ds. \quad (20.32)$$

Das zweite Integral in (20.31) charakterisiert also die Änderung der Fläche bei der Fortbewegung. Insgesamt haben wir damit

Abb. 20.11 Die Änderung der gerichteten Fläche F während der Bewegung ist durch den Term $\mathbf{v} \times ds dt$ gegeben



$$\int \dot{\mathbf{B}} \cdot d\mathbf{F} + \int \mathbf{B} \cdot (\mathbf{v} \times d\mathbf{s}) = \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{F} = \dot{\Phi} = 0. \quad (20.33)$$

Der magnetische Fluss durch die bewegte Fläche ist also erhalten. Die Magnetfeldlinien sind im Plasma als ideal leitendes Medium „eingefroren“ (frozen magnetic flux), das heißt, sie nehmen an seiner Bewegung unmittelbar teil. Dieses Ergebnis heißt auch *Alfvéns Theorem*.⁷

Wir wenden nun dieses Resultat auf die Situation während der Entwicklung zum weißen Zwerg an. Seien B_H und R_H das Magnetfeld und der Radius des Sterns während des Wasserstoffbrennens und B_{wz} und R_{wz} Magnetfeld und Radius des entstandenen weißen Zwerges. Jede beliebige Fläche im Stern ändert sich mit dem Radius wie $F \sim R^2$. Das führt uns auf

$$B_H F \propto B_H R_H^2 = \Phi_0 = B_{wz} R_{wz}^2 \quad (20.34)$$

und damit

$$B_{wz} = B_H \left(\frac{R_H}{R_{wz}} \right)^2. \quad (20.35)$$

Als typische Magnetfeldstärke eines Sterns in der Wasserstoffbrennphase können wir die Werte für die Sonne verwenden, d. h.

$$B_H \sim 10^{-1} - 10^0 \text{ T}. \quad (20.36)$$

Außerdem ist $R_H/R_{wz} \approx R_\odot/R_{wz} \approx 100$ wie oben. Für einen weißen Zwerg erhalten wir dann aus (20.35)

$$B_{wz} \sim 10^3 - 10^4 \text{ T}. \quad (20.37)$$

Damit werden die beobachteten Magnetfelder verständlich. Man geht heute davon aus, dass mindestens 10 % aller weißen Zwerge Magnetfelder mit $B \geq 10^2 \text{ T}$ aufweisen [5, 12]. Diese magnetischen weißen Zwerge ermöglichen es das Verhalten von Materie in Magnetfeldern zu untersuchen, die viel stärker sind als sie im Labor auf der Erde erzeugt werden können.

Abb. 20.12 zeigt Ergebnisse von Rechnungen zur Entwicklung der Übergangswellenlängen der Balmer-Serie für das Wasserstoffatom [19]. Im Feldstärkebereich magnetischer weißer Zwerge ist das Wellenlängenspektrum sehr kompliziert. Ergebnisse wie die in Abb. 20.12 können verwendet werden, um gemessene Spektren von weißen Zwergen zu modellieren. Dieses Wechselspiel von Astrophysik und Atomphysik ermöglicht ein besseres Verständnis weißer Zwerge, aber auch des Verhaltens von Materie in starken Magnetfeldern.

Slide 90 ff.

21.3 Rotationsperioden und Magnetfelder

Wir haben in Abschn. 20.5 aus sehr einfachen Überlegungen heraus hergeleitet, dass weiße Zwerge im Vergleich zu Hauptreihensternen eine um den Faktor $R_H^2 / R_{wz}^2 \approx 10^4$ kürzere Rotationsperiode im Stundenbereich und um den gleichen Faktor stärkere Magnetfelder aufweisen können. Diese Überlegungen können wir direkt auf Neutronensterne übertragen. Dann finden wir mögliche Rotationsdauern

$$P_{\text{ns}} \gtrsim 10^{-3} \text{ s.} \quad (21.11)$$

Diese extrem kurze Periodendauer bedeutet eine Rotationsgeschwindigkeit am Äquator von $v = 2\pi R_{\text{ns}}/T_{\text{ns}} \approx 0,2c$! Als Nebenbedingung an die Periodendauer müssen wir allerdings stellen, dass die Zentripetalbeschleunigung $a_{\text{zp}} = R\omega^2$ nicht größer wird als die Gravitation, da sonst der Stern auseinanderbrechen würde. Die Relation

$$\frac{GM_{\text{ns}}}{R_{\text{ns}}^2} = R_{\text{ns}}\omega_{\text{max}}^2 \quad (21.12)$$

führt auf eine minimale Periode

$$P_{\text{min}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{max}}} = 2\pi \left(\frac{R_{\text{ns}}^3}{GM_{\text{ns}}} \right)^{1/2}. \quad (21.13)$$

Für $M_{\text{ns}} = 1,5M_{\odot}$ und $R_{\text{ns}} = 10 \text{ km}$ ergibt sich als untere Grenze $P \approx 0,4 \text{ ms}$. Der aktuell am schnellsten rotierende bekannte Neutronenstern PSR J1748-2446ad [7] hat eine Periodendauer von ca. 1,4 ms, liegt also tatsächlich im abgeschätzten Bereich.

Man muss sich klar machen, welch große Energiemenge in einem so schnell rotierenden Neutronenstern steckt. Die Rotationsenergie ist definiert als $E_{\text{rot}} = \Theta\omega^2/2$, mit dem Trägheitsmoment Θ . Wir nehmen wieder vereinfacht den Neutronenstern als homogene Vollkugel an mit $\Theta = 2MR^2/5$. Mit den Werten $M_{\text{ns}} = 1,5M_{\odot}$ und $R_{\text{ns}} = 10 \text{ km}$ und der Rotationsfrequenz von PSR J1748-2446ad führt das auf

$$E_{\text{rot}} \approx 10^{45} \text{ J,} \quad (21.14)$$

d. h. von der Größenordnung her nur um einen Faktor 10 niedriger als die bei der Supernova freiwerdende Energie.

Daneben erhalten wir als Abschätzung möglicher Magnetfeldstärken

$$B_{\text{ns}} \lesssim 10^9 - 10^{10} \text{ T.} \quad (21.15)$$

Auch diese Vorhersage wird durch Beobachtungen gestützt, wie wir in Abschn. 21.5 sehen werden.