Nekritické fluktuácie počtu častíc v zrážkach ťažkých iónov

Boris Tomášik

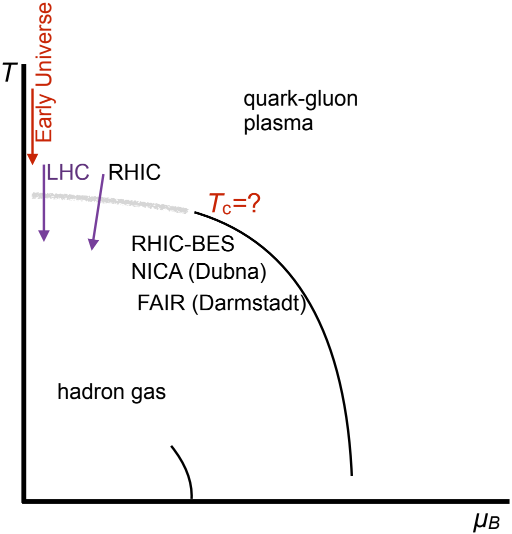
Univerzita Mateja Bela, Banská Bystrica
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská, České vysoké učení technické, Praha

boris.tomasik@cern.ch

CZ+SK 2023 HEP workshop
Bratislava, FMFI UK

28.6.2023

Hlavný cieľ: fázový diagram QCD



Fluktuácie zachovávajúceho sa náboja I

$$\langle N \rangle = \sum_i N_i P_i = \frac{\sum_i N_i w_i}{\sum_i w_i} = \frac{\sum_i N_i \exp\left(-\frac{E_i - \mu N_i}{T}\right)}{\sum_i \exp\left(-\frac{E_i - \mu N_i}{T}\right)} = \frac{\frac{\partial Z}{\partial \frac{\mu}{T}}}{Z} = \frac{\partial \ln Z}{\partial \frac{\mu}{T}}$$

Fluktuácie zachovávajúceho sa náboja I

$$\langle N \rangle = \sum_i N_i P_i = \frac{\sum_i N_i w_i}{\sum_i w_i} = \frac{\sum_i N_i \exp\left(-\frac{E_i - \mu N_i}{T}\right)}{\sum_i \exp\left(-\frac{E_i - \mu N_i}{T}\right)} = \frac{\frac{\partial Z}{\partial \frac{\mu}{T}}}{Z} = \frac{\partial \ln Z}{\partial \frac{\mu}{T}}$$

Relativistický systém:

- kreácia a annihilácia párov častica-antičastica
- zameriame sa na náboje, ktoré sa **zachovávajú v mikroskopických interakciách**
- fluktuácie kvôli výmene častíc s rezervoárom

Fluktuácie zachovávajúceho sa náboja I

$$\langle N\rangle = \sum_i N_i P_i = \frac{\sum_i N_i w_i}{\sum_i w_i} = \frac{\sum_i N_i \exp\left(-\frac{E_i-\mu N_i}{T}\right)}{\sum_i \exp\left(-\frac{E_i-\mu N_i}{T}\right)} = \frac{\frac{\partial Z}{\partial \frac{\mu}{T}}}{Z} = \frac{\partial \ln Z}{\partial \frac{\mu}{T}}$$

Relativistický systém:

- kreácia a annihilácia párov častica-antičastica
- zameriame sa na náboje, ktoré sa **zachovávajú v mikroskopických interakciách**
- fluktuácie kvôli výmene častíc s rezervoárom

stredný počet baryónov

$$\langle B\rangle = \frac{\partial \ln Z}{\partial \frac{\mu_B}{T}}$$

Fluktuácie zachovávajúceho sa náboja II

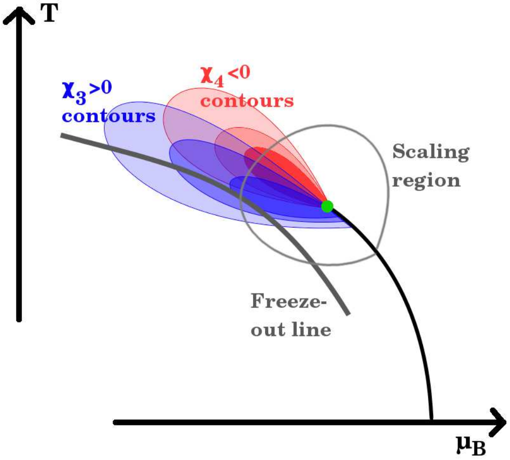
Kumulanty rozdelenia netto počtu baryónov z derivácií $\ln Z$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \ln Z}{\partial \frac{\mu_B}{T}} &= \langle B \rangle = \mu_1 = \kappa_1 = VT^3\chi_1 \\
\frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \left(\frac{\mu_B}{T}\right)^2} &= \langle B^2 \rangle - \langle B \rangle^2 = \mu_2 = \kappa_2 = \sigma^2 = VT^3\chi_2 \\
\frac{\partial^3 \ln Z}{\partial \left(\frac{\mu_B}{T}\right)^3} &= \langle B^3 \rangle - 3\langle B^2 \rangle\langle B \rangle + 2\langle B \rangle^3 = \mu_3 = \kappa_3 = VT^3\chi_3 \\
\frac{\partial^4 \ln Z}{\partial \left(\frac{\mu_B}{T}\right)^4} &= \langle B^4 \rangle - 4\langle B^3 \rangle\langle B \rangle - 3\langle B^2 \rangle^2 + 12\langle B^2 \rangle\langle B \rangle^2 - 6\langle B \rangle^4 = \mu_4 - 3\mu_2^2 = \kappa_4 = VT^3\chi_4 \\
\frac{\partial^5 \ln Z}{\partial \left(\frac{\mu_B}{T}\right)^5} &= \kappa_5 = VT^3\chi_5\,, \qquad \frac{\partial^6 \ln Z}{\partial \left(\frac{\mu_B}{T}\right)^6} = \kappa_6 = VT^3\chi_6
\end{aligned}
$$

centrálne momenty μ_i, kumulanty κ_i, susceptibility χ_i

Susceptibility a fázový diagram

Susceptibility v Isingovom modeli (rovnaká trieda univerzality)



[J.W. Chen et al.: Phys. Rev. D 95 (2017) 014038]

Kombinácie kumulantov

variancia, koeficient šikmosti, koeficient špicatosti, hyperšikmosť, hyperšpicatosť

$$\sigma^2 = \kappa_2\,, \quad S = \frac{\kappa_3}{\kappa_2^{3/2}}\,, \quad \kappa = \frac{\kappa_4}{\kappa_2^2}, \quad S^H = \frac{\kappa_5}{\kappa_2^{5/2}}\,, \quad \kappa^H = \frac{\kappa_6}{\kappa_2^3},$$

Tieto kumulanty, momenty a ich kombinácie závisia od objemu

$\Rightarrow$ zostrojme kombinácie, ktoré nezávisia od objemu

$$\frac{\chi_2}{\chi_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \frac{\sigma^2}{M} \qquad \frac{\chi_3}{\chi_2} = \frac{\kappa_3}{\kappa_2} = S\sigma \qquad \frac{\chi_4}{\chi_2} = \frac{\kappa_4}{\kappa_2} = \kappa\sigma^2$$

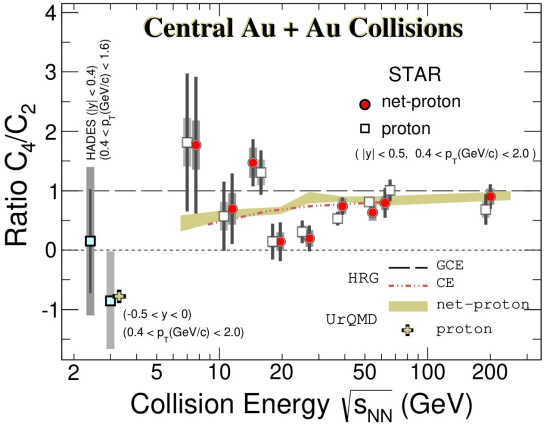
$$\frac{\chi_5}{\chi_1} = \frac{\kappa_5}{\kappa_1} = \frac{S^H\sigma^5}{M} \qquad \frac{\chi_5}{\chi_2} = \frac{\kappa_5}{\kappa_2} = S^H\sigma^3 \qquad \frac{\chi_6}{\chi_2} = \frac{\kappa_6}{\kappa_2} = \kappa^H\sigma^4$$

Meranie fluktuácií netto počtu protónov

- susceptibility netto počtu baryónov χ_i^B sú počítané na mriežke
- zvýšenie susceptibility v blízkosti kritického bodu
- susceptibility by mohli byť merané ako kumulanty rozdelenia počtu baryónov
- počet B nie je merateľný, lebo neregistrujeme neutróny
- Problém!
  - susceptibility sú počítané v grand-kánonickom súbore
  - kumulanty sú merané v skutočných zrážkach, ktoré zachovávajú B, sú merané s obmedzenou akceptanciou a registrované sú len protóny
- mnoho článkov na túto tému (!!!)

Dáta: zvýšenie fluktuácií netto počtu protónov pri $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$ GeV

- Nie všetky baryóny sú merané
- netto počet protónov namiesto netto počtu baryónov
- zvýšené κ_4/κ_2 pri $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$ GeV
- nereprodukované teoretickými modelmi



[STAR collaboration: 2112:00240]

Fluktácie netto počtu protónov zo štatistického modelu

- Nedajú sa počítať ako derivácie štatistickej sumy!
  - derivácie $\ln Z$ vyjadrujú len výmenu častíc s rezervoárom
  - v dôsledku rozpadov rezonancií je náhodný aj počet protónov (aj pri fixovanom B)
- kumulanty rozdelenia počtu protónov z derivácií vytvárajúcej funkcie

$$\left\langle (\Delta N)^l \right\rangle_c = \left. \frac{\mathrm{d}^l K(i\xi)}{\mathrm{d}(i\xi)^l} \right|_{\xi=0}$$

$$K(i\xi) = \ln \sum_{N=0}^{\infty} e^{i\xi N} P(N) = \sum_R \ln \left\{ \sum_{N_R=0}^{\infty} P_R(N_R) \left(e^{i\xi} p_R + (1-p_R) \right)^{N_R} \right\}$$

- $P_R(N_R)$: pravdepodobnosť počtu rezonanci'í R, získaná z termálneho rozdelenia
- kumulanty netto počtu protónov

$$\left\langle (\Delta N_{p-\bar{p}})^l \right\rangle_c = \left\langle (\Delta N_p)^l \right\rangle_c + (-1)^l \left\langle (\Delta N_{\bar{p}})^l \right\rangle_c$$

Čiastočná chemická rovnováha (PCE)

- Termálna produkcia popisuje počty produkovaných hadrónov a ich spektrá
- (Jednoduchý) štatistický model interagujúcich hadrónov: zahrnutie (voľných) rezonancií
  [R. Dashen, S.K. Ma, H.J. Bernstein, Phys. Rev. 187 (1969) 345]

Chemické vymrznutie

- Výťažky hadrónov dané tromi (štyrmi) parametrami: V, T_{ch}, μ_B, (γ_s)
- $T \sim 140 - 160$ MeV
  (nad 7,7 GeV závisí na $\sqrt{s_{NN}}$)

Kinetické vymrznutie

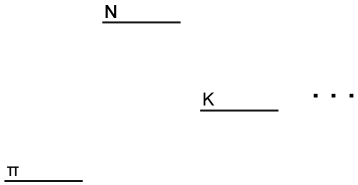
- Určuje spektrá v p_T
- obsahuje priečnu expanziu
- sklon spektier daný T_k and $\langle v_t \rangle$
- $T_k \sim 80 - 120$ MeV (prípadne viac)

Ako zostaviť scenár s chemickým aj kinetickým vymrznutím?

- vymŕzajú efektívne počty stabilných hadrónov—konečné počty po rozpadoch všetkých rezonancií $N_h^{eff} = \sum_r p_{r\to h} \langle N_r \rangle$
- Predpoklad: po chemickom vymrznutí prestanú nepružné zrážky, ale pokračujú pružné

Chemické potenciály

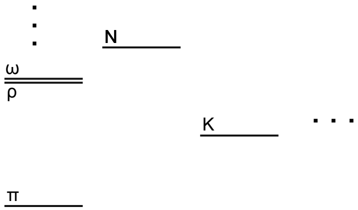
- stavy v základných multipletoch sa nemenia medzi sebou ⇒ každý má svoj chemický potenciál



[H. Bebie, P. Gerber, J.L. Goity, H. Leutwyler, Nucl. Phys. B 378 (1992) 95]

Chemické potenciály

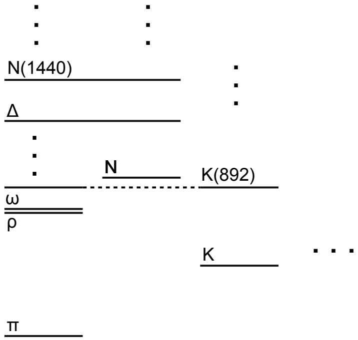
- stavy v základných multipletoch sa nemenia medzi sebou $\Rightarrow$ každý má svoj chemický potenciál
- rezonančné stavy nad každým základným stavom
- rezonancie sú vždy v rovnováhe so základným stavom $\Rightarrow$ produkcia alebo rozpad rezonancie nestojí žiadnu pridanú energiu
- chemické potenciály sa odvíjajú od stabilných hadrónov, napr. $\mu_\rho = 2\mu_\pi$, $\mu_\omega = 3\mu_\pi$



[H. Bebie, P. Gerber, J.L. Goity, H. Leutwyler, Nucl. Phys. B 378 (1992) 95]

Chemické potenciály

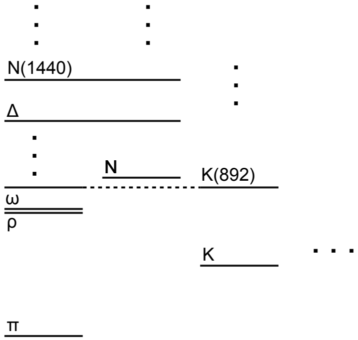
- stavy v základných multipletoch sa nemenia medzi sebou $\Rightarrow$ každý má svoj chemický potenciál
- rezonančné stavy nad každým základným stavom
- rezonancie sú vždy v rovnováhe so základným stavom $\Rightarrow$ produkcia alebo rozpad rezonancie nestojí žiadnu pridanú energiu
- chemické potenciály sa odvíjajú od stabilných hadrónov, napr. $\mu_\rho = 2\mu_\pi$, $\mu_\omega = 3\mu_\pi$
- rezonancie s rozpadmi na rôzne stabilné druhy, napr. $\mu_\Delta = \mu_N + \mu_\pi$, $\mu_{K(892)} = \mu_\pi + \mu_K$



[H. Bebie, P. Gerber, J.L. Goity, H. Leutwyler, Nucl. Phys. B 378 (1992) 95]

Chemické potenciály

- stavy v základných multipletoch sa nemenia medzi sebou $\Rightarrow$ každý má svoj chemický potenciál
- rezonančné stavy nad každým základným stavom
- rezonancie sú vždy v rovnováhe so základným stavom $\Rightarrow$ produkcia alebo rozpad rezonancie nestojí žiadnu pridanú energiu
- chemické potenciály sa odvíjajú od stabilných hadrónov, napr. $\mu_\rho = 2\mu_\pi$, $\mu_\omega = 3\mu_\pi$
- rezonancie s rozpadmi na rôzne stabilné druhy, napr. $\mu_\Delta = \mu_N + \mu_\pi$, $\mu_{K(892)} = \mu_\pi + \mu_K$



- Rezonancie s viacerými kanálmi rozpadov, reťazové rozpady:

$$\mu_R = \sum_h p_{R\to h}\mu_h$$

[H. Bebie, P. Gerber, J.L. Goity, H. Leutwyler, Nucl. Phys. B 378 (1992) 95]

Vývoj chemických potenciálov

Zachováva sa (efektívny) počet stabilných častíc, nezávisle od teploty!

$$\langle N_h^{eff} \rangle = \sum_r p_{r\to h} V(T) n_r(T, \{\mu(T)\}) \,, \qquad \frac{d\langle N_h^{eff} \rangle}{dT} = 0$$

$$-\frac{\frac{dV}{dT}}{V} \sum_r p_{r\to h} n_r(T) = \sum_r p_{r\to h} \frac{dn_r(T)}{dT}$$

Derivácia objemu zo zachovania entropie: $0 = dS/dT = d(sV)/dT$

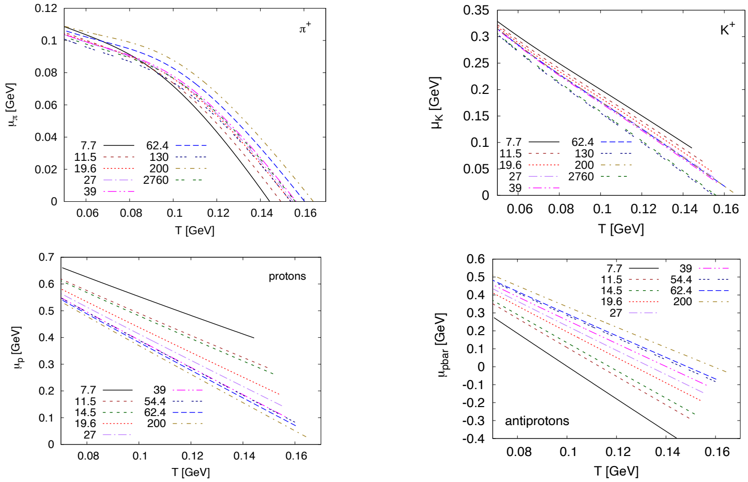
$$-\frac{\frac{dV}{dT}}{V} = \frac{\frac{ds}{dT}}{s}$$

Rovnice pre vývoj chemických potenciálov

$$\frac{\sum_r p_{r\to h} \frac{dn_r(T, \{\mu(T)\})}{dT}}{ds/dT} = \frac{1}{s} \sum_r p_{r\to h} n_r(T, \{\mu(T)\})$$

Vývoj chemických potenciálov počítaný od chemického vymrznutia

[STAR collab., Phys. Rev. C 96 (2017) 044904 and ALICE collab., Nucl. Phys. A 904-905 (2013) 531c]



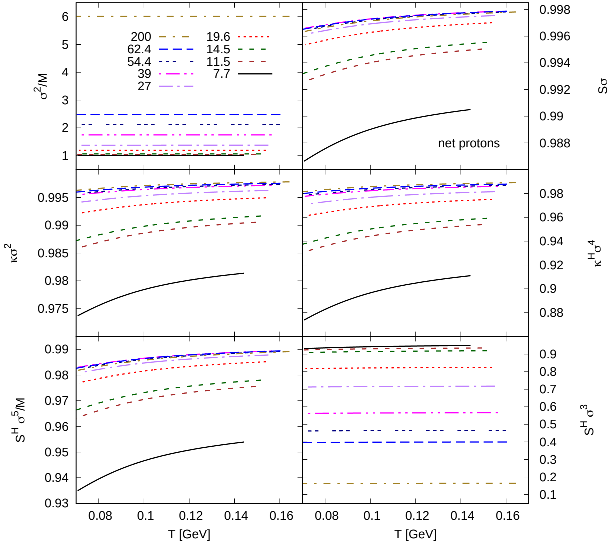
Fluktuácie netto počtu protónov v prípade PCE

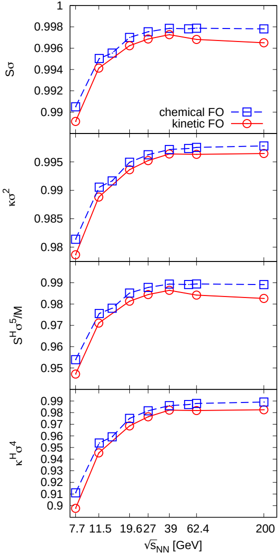
- Kumulanty rozdelení počtu rezonancií

$$\begin{aligned}
\langle N_R \rangle_c &= \frac{g_R V}{2\pi^2} m_R^2 T \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(\mp 1)^{j-1}}{j} e^{j\mu_R/T} K_2\left(\frac{jm_R}{T}\right) , \\
\left\langle (\Delta N_R)^l \right\rangle_c &= \frac{g_R V}{2\pi^2} m_R^2 T \sum_{j=1}^{\infty} (\mp 1)^{j-1} j^{l-2} e^{j\mu_R/T} K_2\left(\frac{jm_R}{T}\right) .
\end{aligned}$$

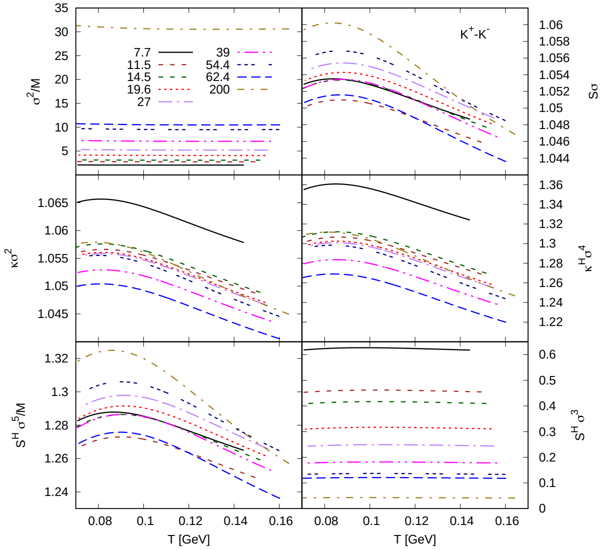
- prvé členy v sumách zodpovedajú Boltzmannovmu rozdeleniu (nie BE alebo FD)
- V Boltzmannovom problížení sú kumulanty všetkých rádov rovnaké!

Výsledky pre kumulanty netto počtu protónov v PCE





Výsledky pre kumulanty $K^+ - K^-$ v PCE



Záver

- Fluktuácie netto počtu baryónov odzrkqdlujú štatistické vlastnosti hmoty podľa polohy vo fázovom diagrame.
- Merateľný je len netto počet protónov. Ten fluktuuje aj kvôli iným vplyvom.
- Zaujímavé dáta pre χ_4/χ_2 pri $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$ GeV.
- Výsledky pre fluktuácie netto počtu protónov pri čiastočnej chemickej rovnováhe [B. Tomášik, P. Hillmann, M. Bleicher, Phys.Rev.C 104 (2021) 044907]
  - pomery kumulantov nezávislé na objeme pre netto počet protónov len veľmi slabo závisia od teploty $\Rightarrow$ sú dané podmienkami pri chemickom vymrznutí
  - tento model nereprodukuje dáta pri nižších energiách zrážky