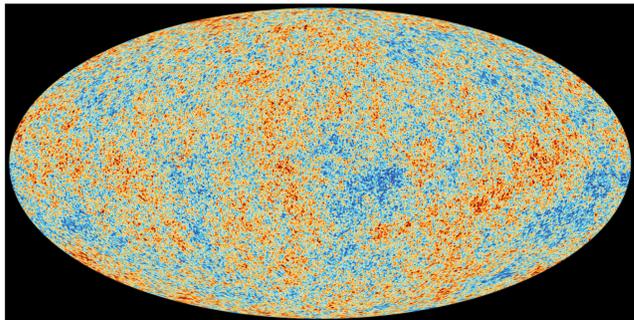


Miro Joensuu¹

¹Institut für Theoretische Physik, Universität Heidelberg

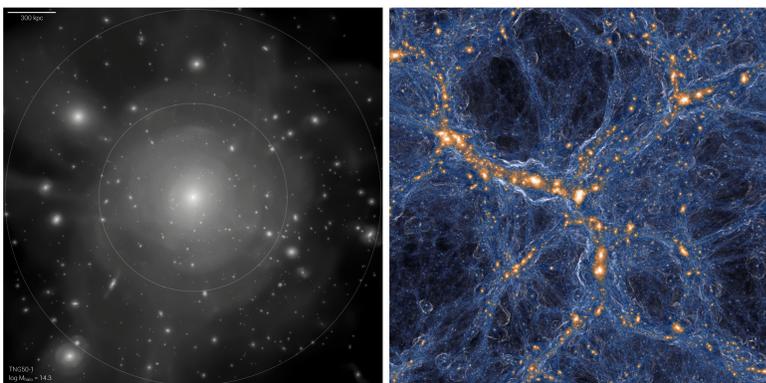
Was ist Struktur?

Im heutigen Universum beobachtet man Struktur unterschiedlicher Skalen (Sternhaufen, Galaxien, Galaxiencluster, Supercluster). Bereits im frühen Universum gab es schon kleinste Variationen der kosmischen Hintergrundstrahlung (Messung des Planck-Satelliten s.u.). Die sichtbare Struktur hängt stark von der unterliegenden Struktur der Dunklen Materie ab und wie das Zusammenspiel von Gravitation und Dunkler Energie deren Bildung beeinflusst.



Wie untersucht man Strukturbildung?

Um Strukturbildung und die damit verbundenen Mechanismen, vor allem Dunkle Materie besser zu verstehen, kommen unterschiedliche Ansätze zum Einsatz. Häufig werden hierfür numerische Simulationen verwendet (Illustris TNG Simulation s.u.), jedoch haben diese das Problem, dass zum einen sehr lange Rechenzeiten benötigt werden und aufgrund dieser oft nur die Evolution weniger Anfangsbedingungen getestet werden kann. Um instantane Ergebnisse und statistische Aussagen über Strukturbildung zu machen werden analytische Ansätze benötigt.



Der bekannteste Weg Struktur zu beschreiben ist mithilfe von linearer Störungstheorie der hydrodynamischen Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} &= -\frac{\nabla p}{\rho} - \nabla \Phi \\ \nabla^2 \Phi &= 4\pi G \rho \end{aligned}$$

Welche sich für Druckloses, nicht-relativistisches Fluid wie Dunkle Materie zu

$$\ddot{\delta}(k) + 2H\dot{\delta}(k) = \frac{3}{2}H^2\Omega_m\delta(k)$$

vereinfachen.

Dieser lineare Ansatz sagt hervor, dass sich die Dichtefelder für jede Wellenzahl k unabhängig voneinander entwickeln. In der Realität setzt aber nicht-lineare evolution schon früh, vor allem bei kleinen Abständen ein. Auch kann das Kreuzen von Strömungen in der Dunklen Materie aufgrund der zugrundeliegenden hydrodynamischen Gleichungen nicht berücksichtigt werden.

Quellen

[1] Konrad, S. (2014). *Cosmic Structure Formation in the Limit of Small Scales within Kinetic Field Theory*

Powerspektren

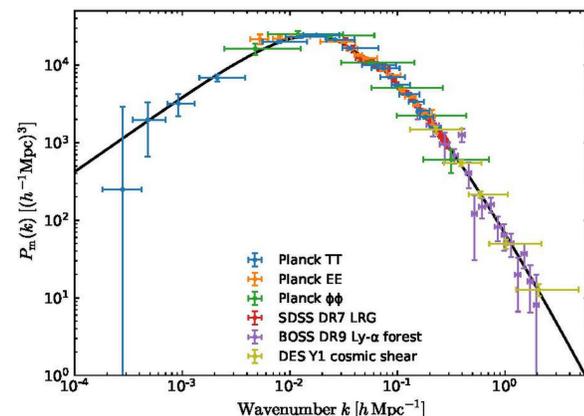
Um die Struktur im Universum zu quantifizieren, werden Powerspektren der Materieverteilung im Universum verwendet. Dies sind Funktionen, die die abstandsabhängige Zweipunktkorrelation des zugrundeliegendes Zufallsfeldes beschreiben. Typischerweise werden hiermit die Fluktuationen in Dichtefeldern δ beschrieben, wobei die Powerspektren dann Fouriertransformation der Korrelationsfunktion dieser Felder sind:

$$P_{\delta\delta}(k) = 4\pi \int_0^\infty r^2 \langle \delta(\mathbf{q})\delta(r) \rangle j_0(kr)$$

Umso kleiner die Wellenzahl k , desto größer ist die Struktur um die es sich handelt. Umso größer $P_{\delta\delta}$, desto größer ist die Korrelation im Dichtefeld $\delta(\mathbf{q})$.

Was ist kinetische Feldtheorie?

Um analytisch die Bildung von nicht-linearer Struktur zu untersuchen, kommt kinetische Feldtheorie zum Einsatz. Kinetische Feldtheorie beruht auf der Evolution von Teilchentrajektorien im $6N$ -Dimensionalem Phasenraum (N ist die Anzahl der Teilchen). Durch Betrachtung des anfänglichen Powerspektrums (s.u.) der Dichte-Dichte Korrelation und Annahmen über die Form der Zeitentwicklung durch den Hamiltonian gelangt man zu vorhersagen des heutigen Powerspektrums.



Man beginnt mit einer anfänglichen Dichtekorrelationsfunktion $P_{\delta\delta}$ und erhält hierdurch anhand eines Gauß'schen Prozesses die Wahrscheinlichkeit ein bestimmten Teilchenzustand \mathbf{x} vorzufinden:

$$P(\mathbf{x}) = \frac{V^{-N}}{\sqrt{(2\pi)^{3N} \det C_{pp}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{p}^T C_{pp}^{-1} \mathbf{p}\right)$$

Wobei C_{pp} die Fourier-Rücktransformation des Powerspektrums des zum Dichtefeld gehörenden Geschwindigkeitspotentials ist. Hieraus lässt sich anhand einem Zeitentwicklungsoperator das freie generierende Funktional Z_0 aufschreiben:

$$Z_0[\mathbf{J}, 0] = V^{-N} \int d\mathbf{q} \exp\left(-\frac{1}{2}\tilde{\mathbf{J}}_p^T C_{pp}(\mathbf{q})\tilde{\mathbf{J}}_p + i\langle \tilde{\mathbf{J}}_q, \mathbf{q} \rangle\right)$$

Durch Anwenden von l -Dichteoperatoren auf das generierende Funktional erhält man so das freie Powerspektrum l -ter Ordnung zu gewünschter Zeit

$$Z_0[\mathbf{L}] = V^{-l} \left(\prod_{j=1}^l \int_{q_j} \right) \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{L}_p^T C_{pp}(\mathbf{q})\mathbf{L}_p + i \sum_{j=1}^l \mathbf{L}_{q_j} \cdot \mathbf{q}_j\right)$$

Faktorisierung der zugrundeliegenden Gleichungen

Zuletzt kann das freie Powerspektrum l -ter Ordnung noch faktorisiert werden durch

$$Z_0[\mathbf{L}] = \mathcal{N} \exp\left(-\frac{\sigma_1^2}{6}\mathbf{L}_p^2\right) \prod_{a>b} \int_{k'_{ab}} \prod_{j>k} I_{jk}$$

mit den Faktoren

$$I(\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_2, \mathbf{k}) = \int_r \exp(a_1(r)\mathbf{L}_1 \cdot \mathbf{L}_2 + a_2(r)\mathbf{L}_1^T \pi_{\parallel} \mathbf{L}_2 + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$$

Deren numerisches ausrechnen das Projekt meines Teams innerhalb der Arbeitsgruppe ist.

Bildquellen

[1] https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/
 [2] <https://www.tng-project.org/media/>
 [3] https://en.wikipedia.org/wiki/Matter_power_spectrum