

Introducing Cosmology and General Relativity at high school level

Alice Gasparini – Andreas Müller

UniGE – Collège de Genève

SPS Annual Meeting
September 13 2024



SwissMAP

The Mathematics of Physics
National Centre of Competence in Research



**UNIVERSITÉ
DE GENÈVE**

FACULTÉ DES SCIENCES

Didactique de la physique

Course of 8 chapters

- theory (book, 2018 & 2023 in FR; 2024 in IT; EN planned for 2025)
- exercises & activities with corrections

<https://nccr-swissmap.ch/school-teachers-children/general-relativity>

<https://physalice.ch/cosmologie/>



Table des matières

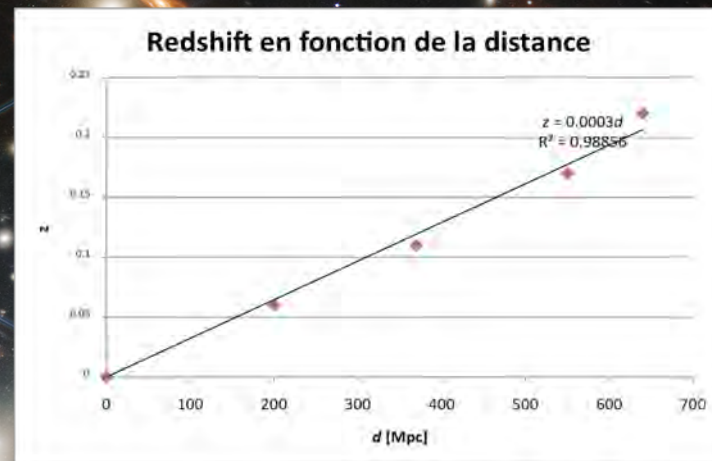
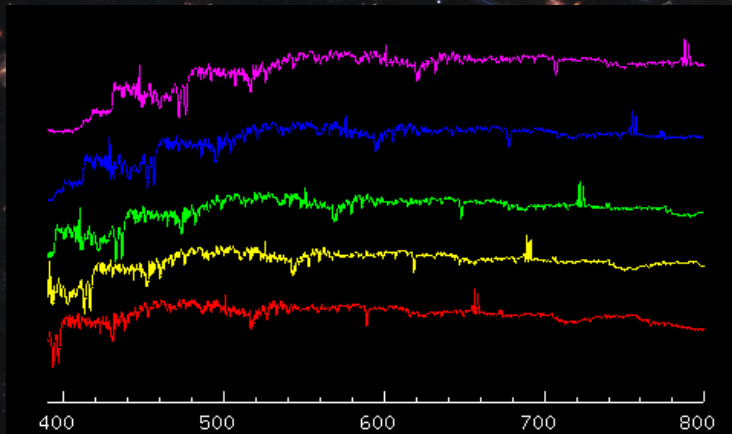
- 1 Grandeurs
- 2 Expansion
- 3 Bases de relativité générale
- 4 Lentilles gravitationnelles
- 5 Trous noirs
- 6 Equations cosmologiques
- 7 Chronologie du Big Bang
- 8 Ondes gravitationnelles

- ➔ Ideal for a **physics optional course** (2h/week), starting from senior high school
- ➔ **Toolbox** for many others teaching contexts (punctual activities)
- ➔ Complete intro for **any interested learner** with a good scientific background



Scales, expansion, redshift and distances (ch. 1 and 2)

- Find Hubble-Lemaître law by comparing nearby galaxies spectra



- Compare the rate of the expansion's speed at different scales

$$H_0 = 70 \text{ km/s / Mpc} = \dots / \text{km} = \dots / \text{Gpc}$$

- Difference between

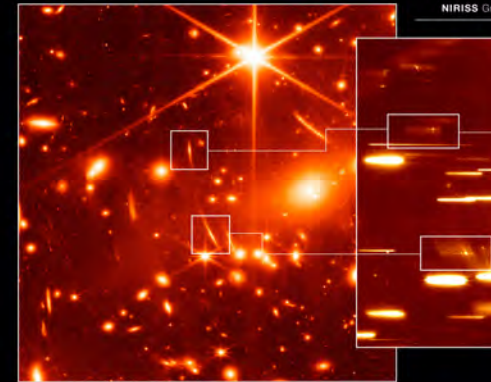
- Doppler effect and cosmological redshift
- Hubble radius ($z < 1$) and horizon ($z < \infty$)

Examples of activities

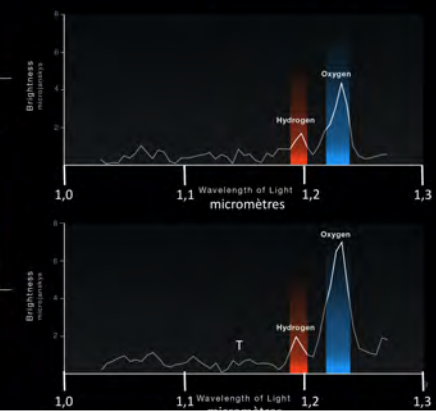
GALAXY CLUSTER SMACS 0723

WEBB SPECTRA CONFIRM TWO ARCS ARE THE SAME GALAXY

NIRISS Imaging



NIRISS Wide Field Slitless Spectroscopy



DISTANT GALAXY BEHIND SMACS 0723

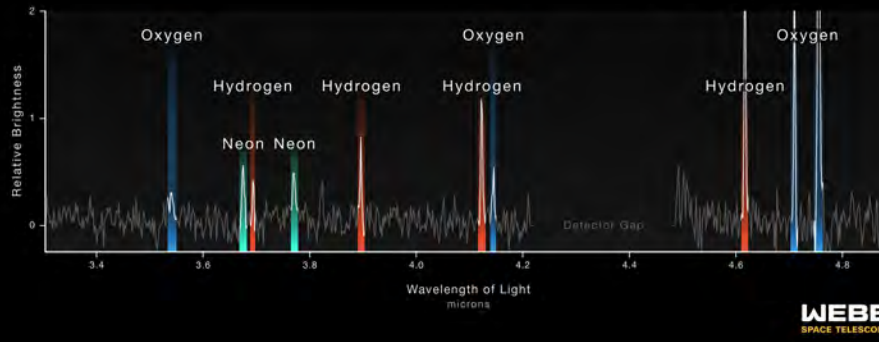
WEBB SPECTRUM SHOWCASES GALAXY'S COMPOSITION

NIRCam Imaging



13.1 billion years

NIRSpec Microshutter Array Spectroscopy



WEBB SPACE TELESCOPE

c) En lisant dans le graphique la valeur de la longueur d'onde observée pour la ligne de l'oxygène OIII, émise il y a environ 13,1 milliards d'années par cette source lointaine, calculer son redshift.

On peut lire sur le graphique $\lambda_0 = 4,75 \mu\text{m}$ et on sait que $\lambda = 0,5007 \mu\text{m}$, donc

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = \frac{4,75 - 0,5007}{0,5007} = 8,49 \approx 9.$$

d) Vérifier que la réponse trouvée au point c) est cohérente avec le temps de traversée de la lumière annoncé dans la figure, en comparant le résultat avec les valeurs du tableau sur le site <http://lcoqt.net/spacebook/redshift>.

Dans le tableau $z = 8$ correspond à un temps de traversée de la lumière de 13,014 milliards d'années et $z = 9$ correspond à 13,110 milliards d'années. Donc nous avons trouvé un résultat cohérent avec 13,1 milliards d'années, annoncé dans la figure.

b) En lisant dans le graphique la valeur de la longueur d'onde observée pour la ligne de l'oxygène OIII, calculer son redshift.

On peut lire sur le graphique $\lambda_0 = 1,2 \mu\text{m}$ et on sait que $\lambda = 0,486 \mu\text{m}$ donc

$$\Rightarrow z = \frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda} = \frac{1,2 - 0,486}{0,486} = 1,5$$

c) Est-ce que cette source se trouve à l'intérieur du rayon de Hubble? Pourquoi? Expliquer sa réponse par les formules.

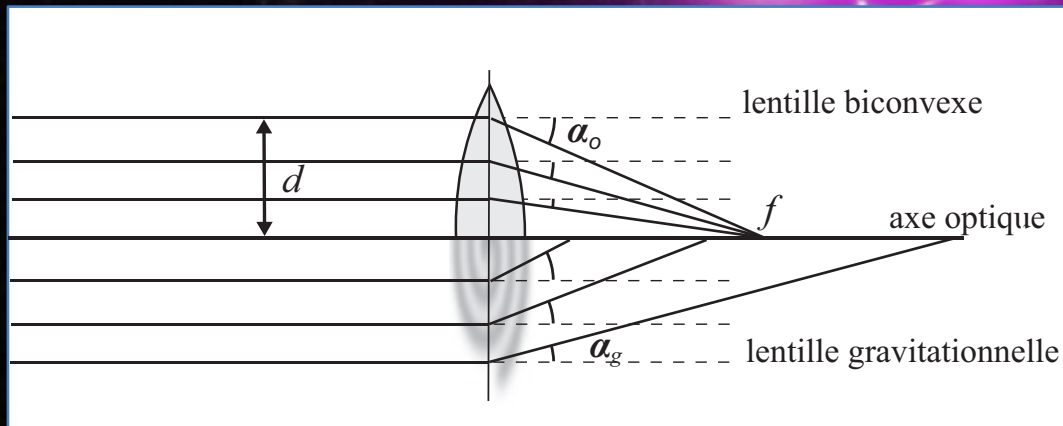
Non, car le rayon de Hubble est le rayon délimitant la zone autour de nous avec $z < 1 \iff v > c$, c'est à dire tout point à distance d tel que

$$z = \frac{v}{c} < 1 \iff v = H_0 \cdot d < c \iff d < \frac{c}{H_0} = r_H$$

de cette source dépasse 1.

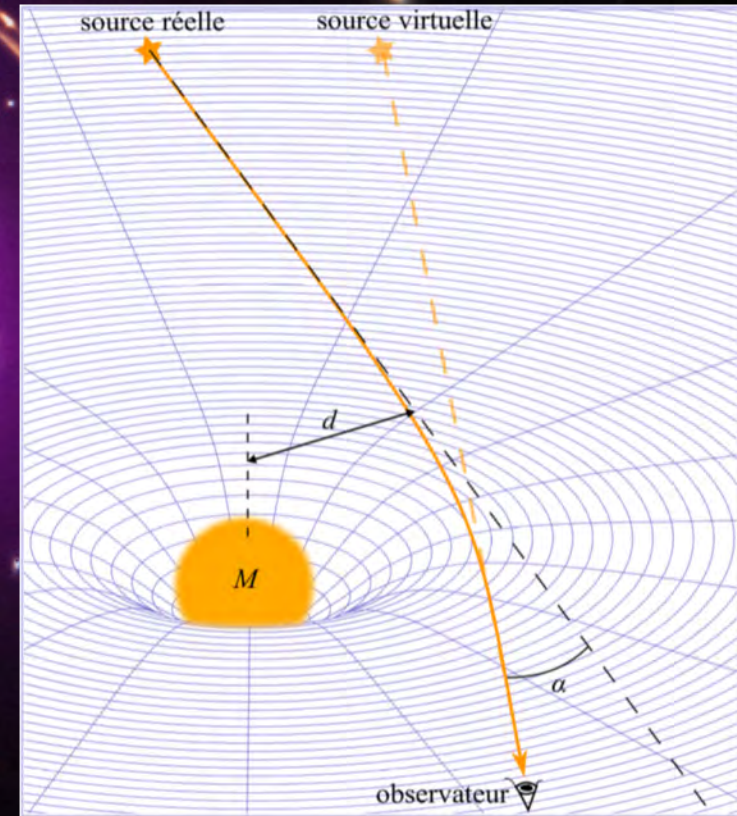


- Deflection angle
 - Parallel geodetics behaviour
 - Dimension analysis
 - Newtonian derivation (factor $\frac{1}{2}$)



$$\alpha \propto \frac{GM}{c^2 d}$$

- How to demonstrate this $1/d$ behaviour ?



- Integrate to find the corresponding optical lens profile

Puisque i est l'angle entre le rayon incident (vertical) et la normale à la courbe $y(x)$ au point P , la tangente à cette courbe en ce point est $y'(x) = dy/dx = -i(x)$. Remplacer l'expression obtenue au point d) pour $i(x)$ puis intégrer cette équation pour trouver le profil $y(x)$.

$$f'(x) \cong \frac{dy}{dx} = -i(x) = -\frac{4GM}{c^2(n-1) \cdot x}$$

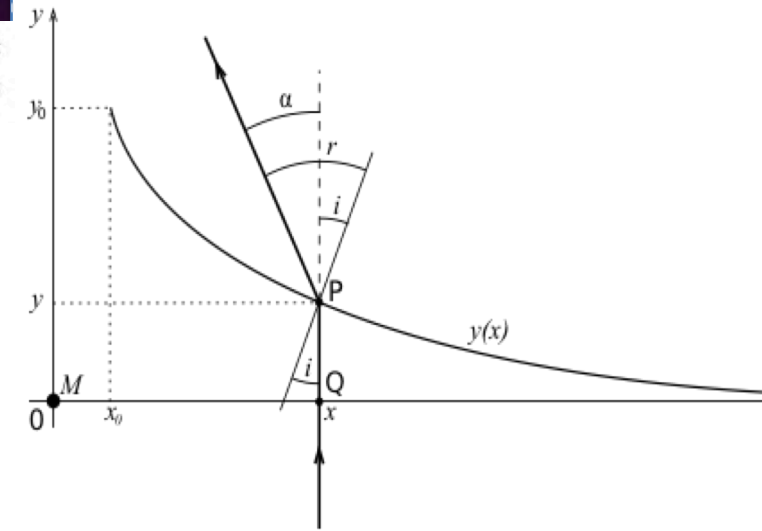
$$\Rightarrow y(x) \cong -\frac{4GM}{c^2(n-1)} \cdot \ln\left(\frac{x}{x_0}\right) + y(x_0)$$

$$\Rightarrow y(x) \cong \frac{4GM}{c^2(n-1)} \cdot \ln\left(\frac{x_0}{x}\right) + y_0$$

où $y_0 = y(x_0)$.

Donc le profil est proportionnel au logarithme de l'inverse de x :

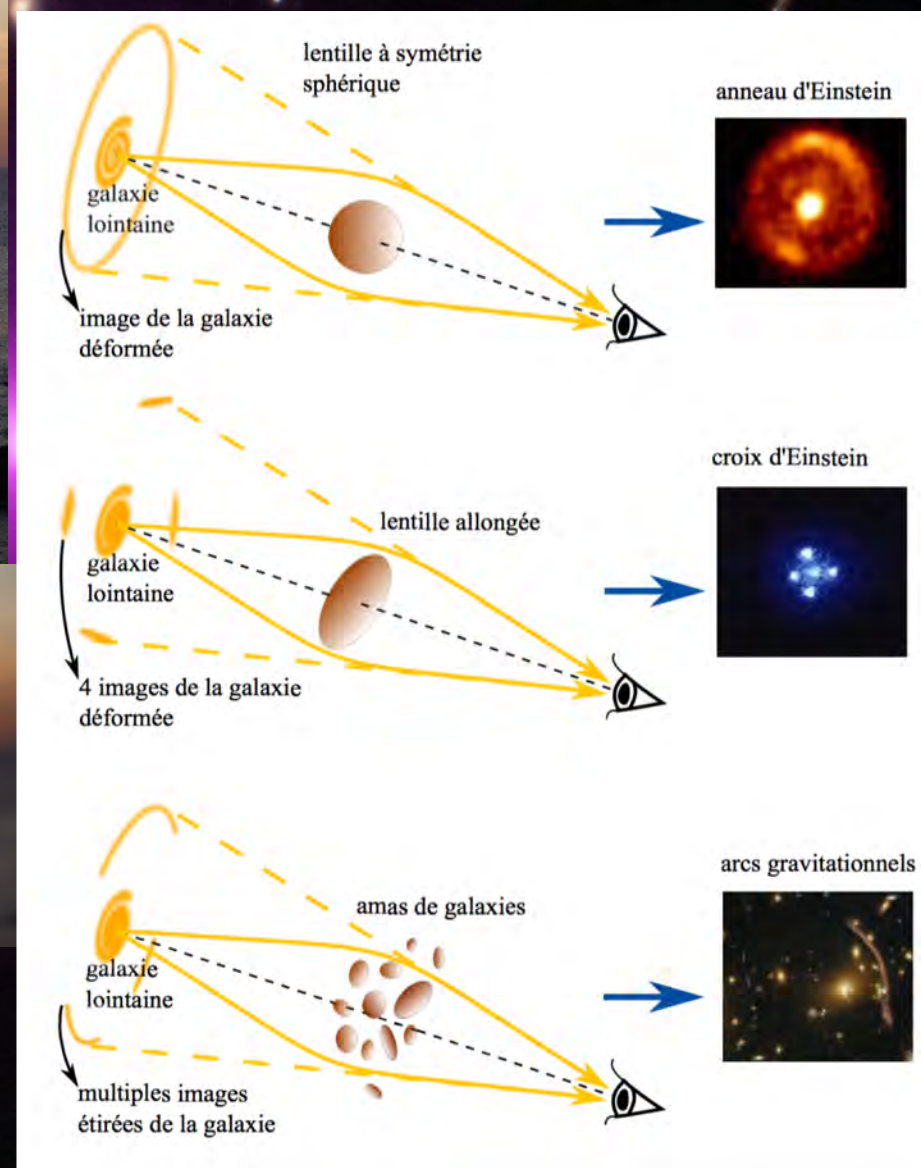
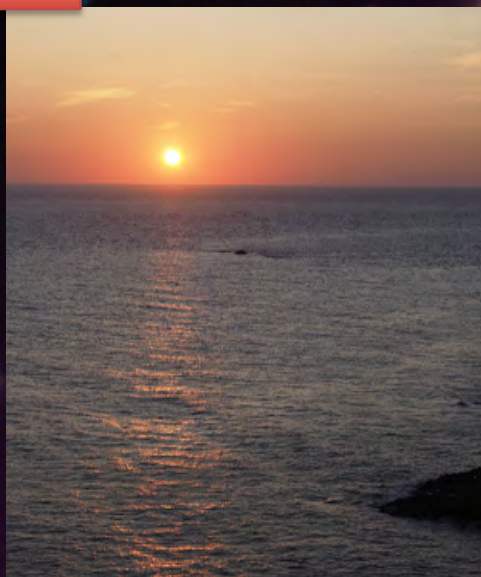
$$y(x) \propto \ln\left(\frac{1}{x}\right).$$



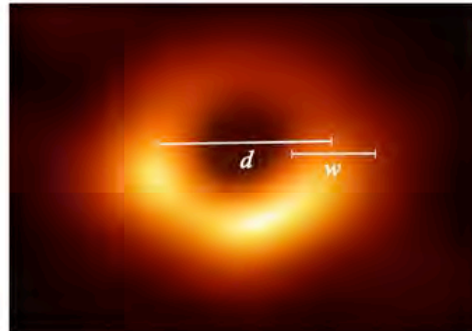
- Trigonometry + algebra to find M as a function of θ_{Einst}

$$\theta_{Einst} = \sqrt{\frac{4GM D_{SL}}{c^2 D_{SO} D_{LO}}}$$

Examples of activities



b) Expliquer pourquoi l'image du disque d'accrétion est un anneau, même si son axe de rotation ne pointe pas vers l'observateur. De quel phénomène s'agit-il ? (Faire un schéma si nécessaire.)



Crédit : Jifeng, L. *et al.*, Nature, Vol. 575, 618–621 (2019).

Pour les calculs qui suivent, utiliser les données ci-dessous :

Masse du trou noir : $M = 6,5 \cdot 10^9 M_{\odot}$

Distance entre la Terre et M87* : $D = 16,8 \text{ Mpc}$

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL LETTERS, 875:L1 (17pp), 2019 April 10

Table 1
Parameters of M87*

Parameter	Estimate
Ring diameter ^a d	$42 \pm 3 \mu\text{as}$
Ring width ^a	$< 20 \mu\text{as}$
Crescent contrast ^b	$> 10:1$
Axial ratio ^a	$< 4:3$
Orientation PA	$150^{\circ} - 200^{\circ}$ east of north
$\theta_g = GM/Dc^2$ ^c	$3.8 \pm 0.4 \mu\text{as}$
$\alpha = d/\theta_g$ ^d	$11^{+0.3}$
M^e	$(6.5 \pm 0.7) \times 10^9 M_{\odot}$
Parameter	Prior Estimate
D^e	$(16.8 \pm 0.8) \text{ Mpc}$
$M(\text{stars})^e$	$6.2^{+1.1}_{-0.6} \times 10^9 M_{\odot}$
$M(\text{gas})^e$	$3.5^{+0.9}_{-0.3} \times 10^9 M_{\odot}$

Notes.

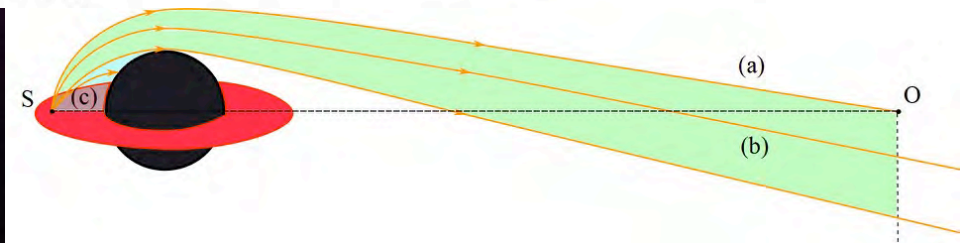
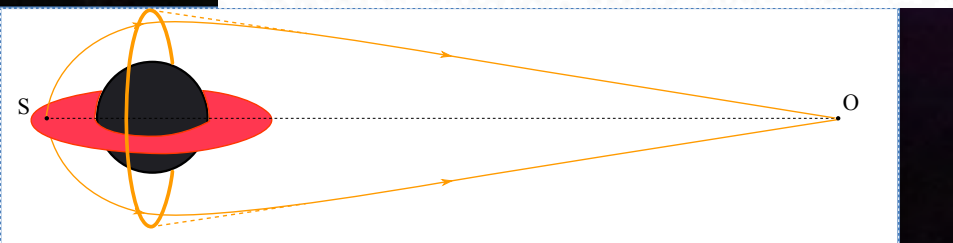
^a Derived from the image domain.

^b Derived from crescent model fitting.

^c The mass and systematic errors are averages of the three methods (geometric models, GRMHD models, and image domain ring extraction).

^d The exact value depends on the method used to extract d , which is reflected in the range given.

^e Rederived from likelihood distributions (Paper VI).



$$r_{\text{ombre}} = \theta_{\text{ombre}} \cdot D = 53 \cdot 10^{-12} \cdot 52 \cdot 10^{22} = 28 \cdot 10^{12} \text{ m} > r_S$$

$$\Rightarrow \frac{r_{\text{ombre}}}{r_S} = \frac{28 \cdot 10^{12} \text{ m}}{19 \cdot 10^{12} \text{ m}} = 1,5 .$$

More examples of activities

- CMB power spectrum and curvature of the universe (ch. 2)
- Equivalence principle, inertia and gravitation for Einstein vs. Newton (ch. 3)
- Primordial nucleosynthesis and abundance of light elements (ch. 7)
- Fusion temperature and tunneling (ch. 7)
- Gravitational radiation (ch. 8)
 - Comparing quadrupole (GW) vs. dipole (EMW) emission
 - Why only astrophysical masses can produce such waves ?
 - Why relativistic sources are needed for detection ? (BH or NS)
 - Why are these waves so important in the nowadays physics ?
 - Relation M_{source} / frequency / detector's size
 - + all the exercises you can do with waves (traditional curriculum)





<https://nccr-swissmap.ch/school-teachers-children/general-relativity>
<https://physalice.ch/cosmologie/>

Science is
 competitive,
 aggressive,
 demanding.
 It is also
 imaginative,
 inspiring,
 uplifting.



—VERA
 RUBIN



Thank you

alice.gasparini@unige.ch



**UNIVERSITÉ
 DE GENÈVE**

FACULTÉ DES SCIENCES

Didactique de la physique



SwissMAP

The Mathematics of Physics
 National Centre of Competence in Research