

# CHAPITRE II :

## Les interférences lumineuses

## Interférence de deux ondes

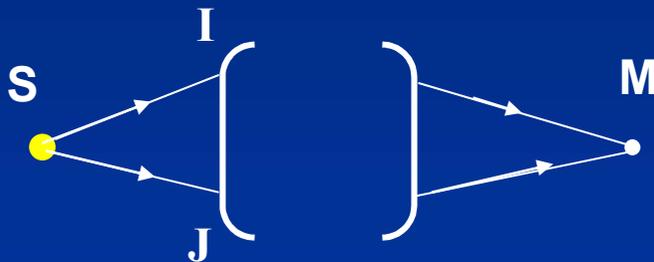
$$\vec{E}_1 = E_1 \cos(\omega t - \varphi_1) \vec{u}$$

$$\vec{E}_2 = E_2 \cos(\omega t - \varphi_2) \vec{u}$$



$$I = I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}_{\text{terme d'interférence}}$$

## Cas de deux ondes issues d'une même source



$$\varphi_1 = k(SIM)$$

$$\varphi_2 = k(SJM)$$



$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$



$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k((SJM) - (SIM)) = k\delta = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$$

# I. Définitions

- Champ d'interférence

Zone de recouvrement des faisceaux issus des sources

- Frangé d'interférence

Ensemble de points d'égale intensité

- Franges brillantes

Franges d'intensité maximale

$$\delta = m\lambda \quad m \in \mathbb{Z}$$

- Franges sombres

Franges d'intensité minimale

$$\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

- Interfrange

Distance entre deux **franges voisines** de **même nature**

- Ordre d'interférence

$$p = \frac{\delta}{\lambda}$$

- Visibilité (ou contraste) des franges

$$v = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

## II. Conditions d'interférence

### II.1. Condition fondamentale

$$\begin{aligned}\langle I \rangle &= \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2 \langle \sqrt{I_1 I_2} \rangle \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle \\ &= I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle = I_1 + I_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle I \rangle &= \langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + 2 \langle \sqrt{I_1 I_2} \rangle \langle \cos(\varphi_2 - \varphi_1) \rangle \\ &= I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)\end{aligned}$$

Deux sources différentes :  
déphasage variable  
(sources incohérentes)  
**Pas d'interférence**

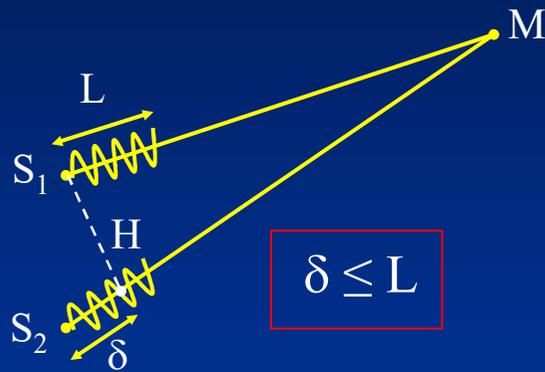
Déphasage ne varie pas  
dans le temps  
(sources cohérentes)  
**Il y a interférence**

**Condition fondamentale** réalisée à l'aide d'un  
système optique appelé **dispositif interférentiel**

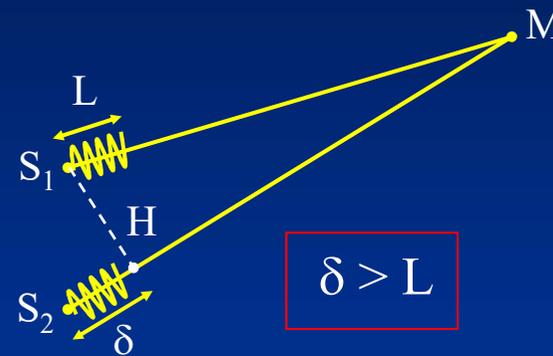


## II.2. Autres conditions

- Longueur de cohérence de la source:



Interférence en M



Pas d'interférence en M

Effet de la cohérence temporelle de la source

- **Pouvoir de résolution du récepteur:**

$$\alpha_{\min} = \frac{i_{\min}}{d_m} \approx 1' \Rightarrow i_{\min} \approx 0.07 \text{ mm}$$

Oeil normal :  $d_m = 25 \text{ cm}$

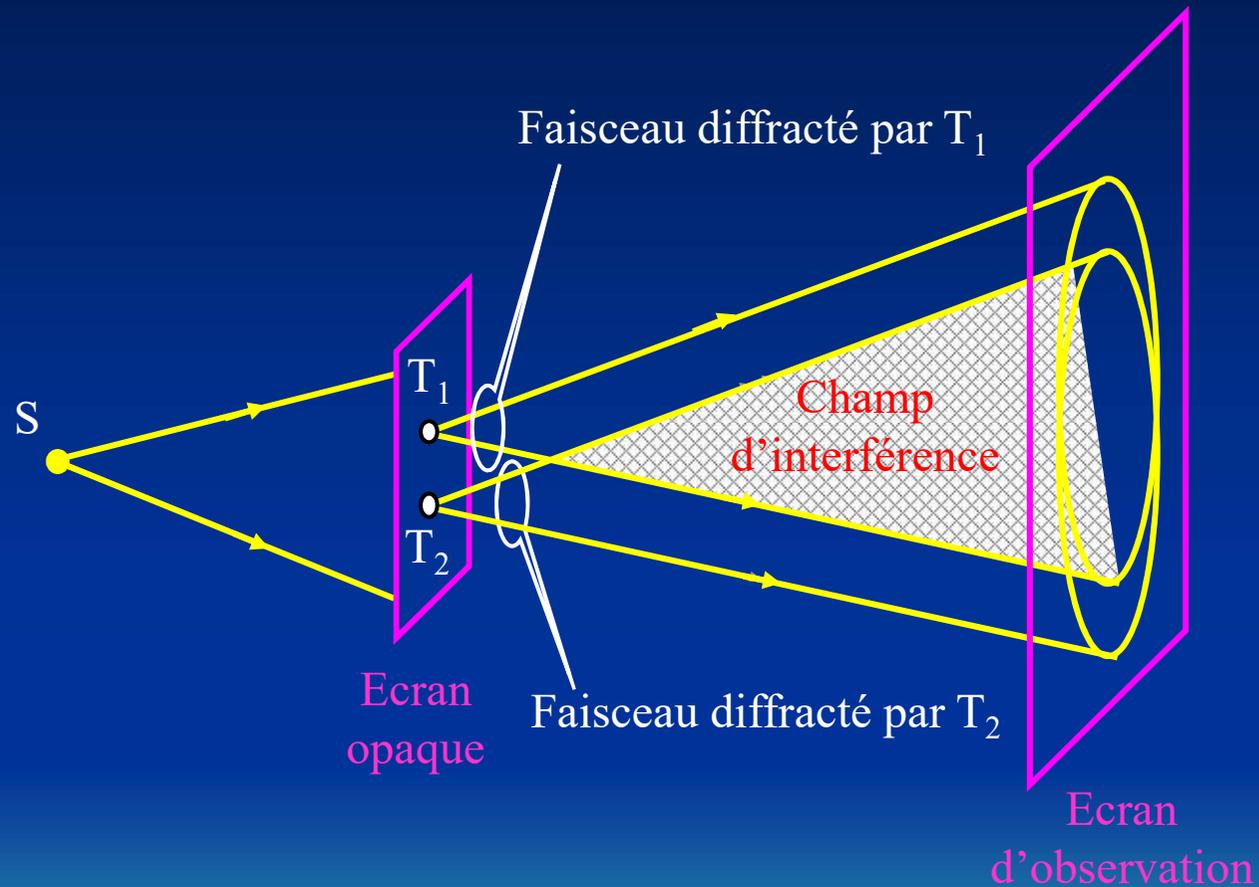
### III. Interférences non localisées

- La figure d'interférence **n'est pas localisée** sur une **surface**
- Le champ d'interférences est **un volume** de l'espace

#### III.1. Etude d'un dispositif à interférences non localisées (division du front d'onde)

Les trous d'Young

# 1. Le dispositif et le champ d'interférence

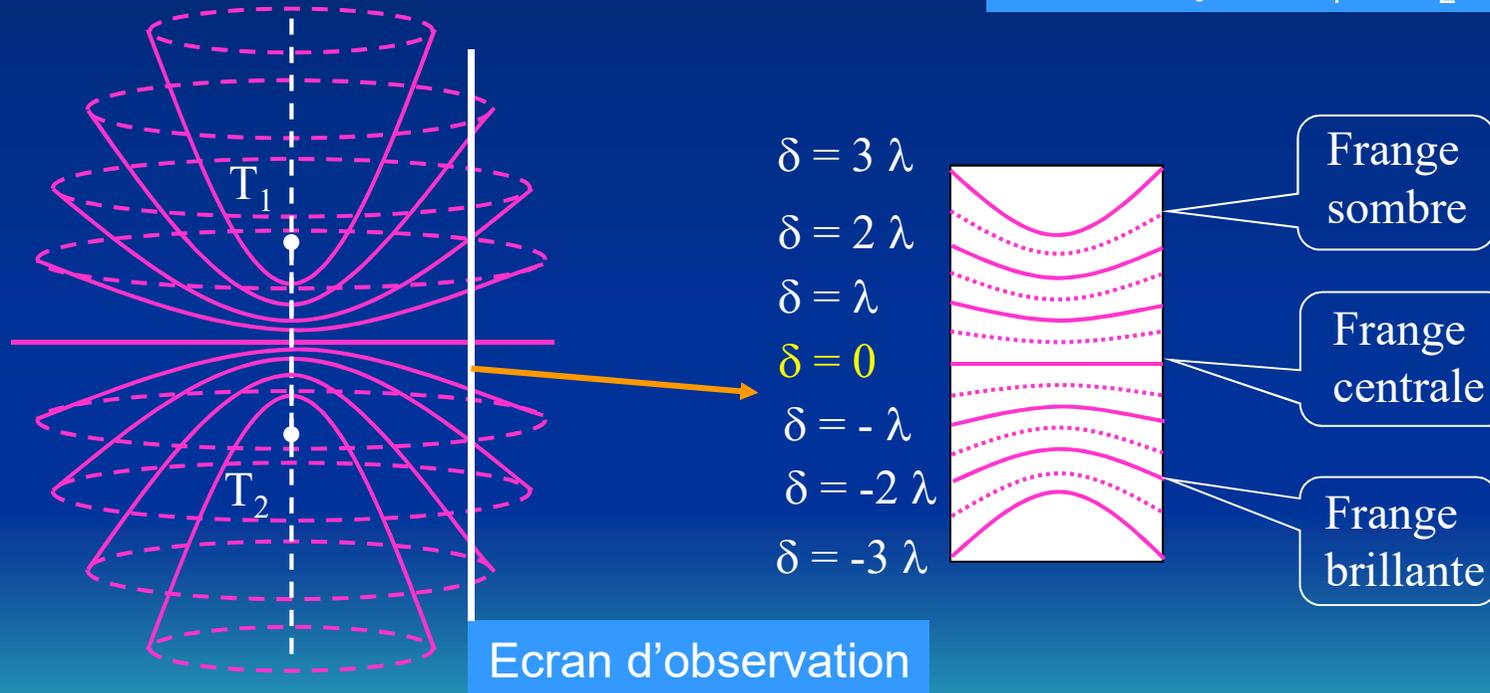


## 2. Forme des franges d'interférence

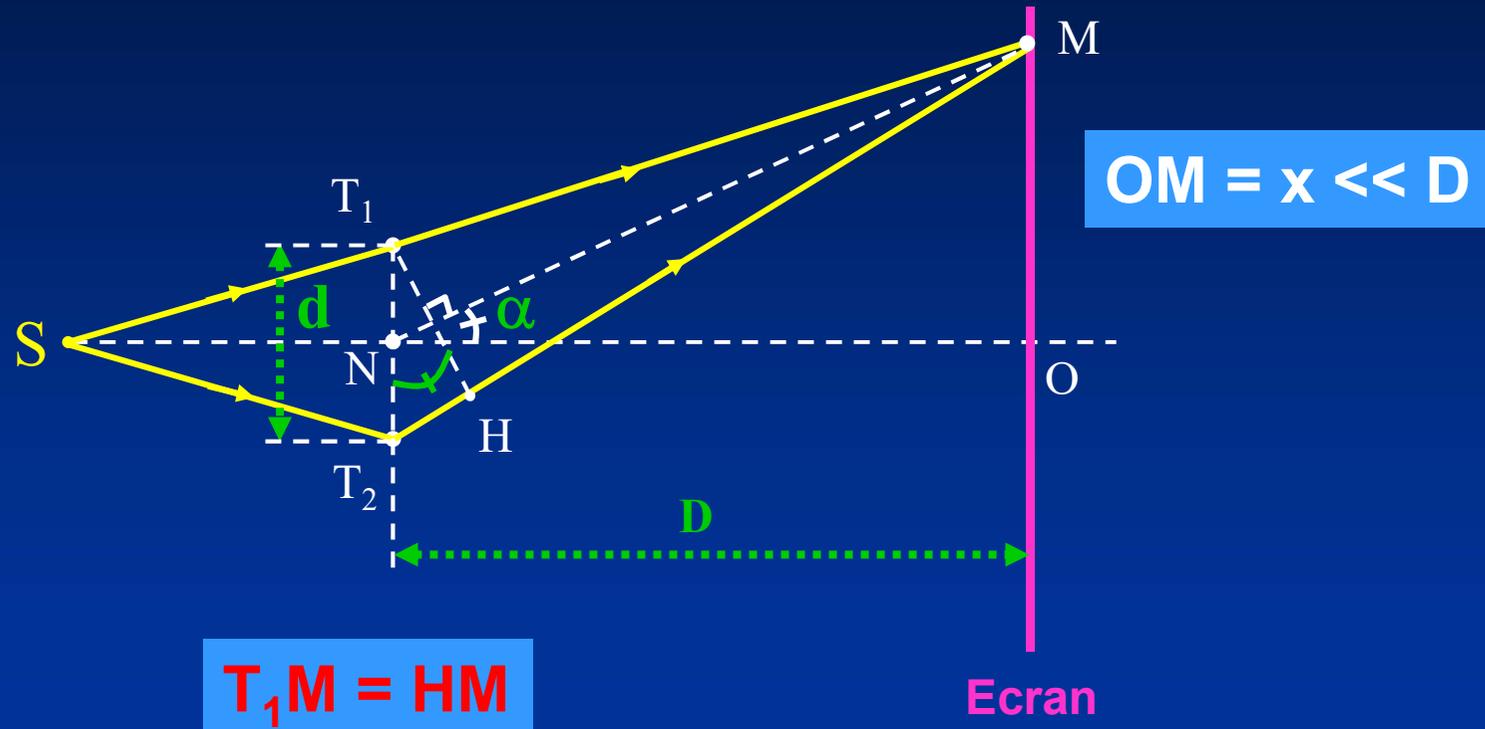
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) = Cste \Rightarrow \delta = T_2 M - T_1 M = Cste$$

hyperboloïdes de foyers  $T_1$  et  $T_2$

Equation d'hyperboloïdes  
de foyers  $T_1$  et  $T_2$



### 3. Calcul de l'interfrange



$$\delta = (ST_2M) - (ST_1M) = ST_2 + T_2M - ST_1 - T_1M = T_2M - T_1M = T_2H$$

OM  $\ll$  D



$\alpha$  petit



$$\text{tg} \alpha \approx \sin \alpha = \frac{T_2 H}{T_1 T_2} = \frac{\delta}{d} \Rightarrow \delta = d \sin \alpha \approx d \text{tg} \alpha = d \frac{x}{D}$$

Franges brillantes



$$\delta = d \frac{x}{D} = m \lambda \Rightarrow x(m) = m \frac{\lambda D}{d}$$

Franges sombres



$$\delta = d \frac{x}{D} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \Rightarrow x(m) = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{d}$$

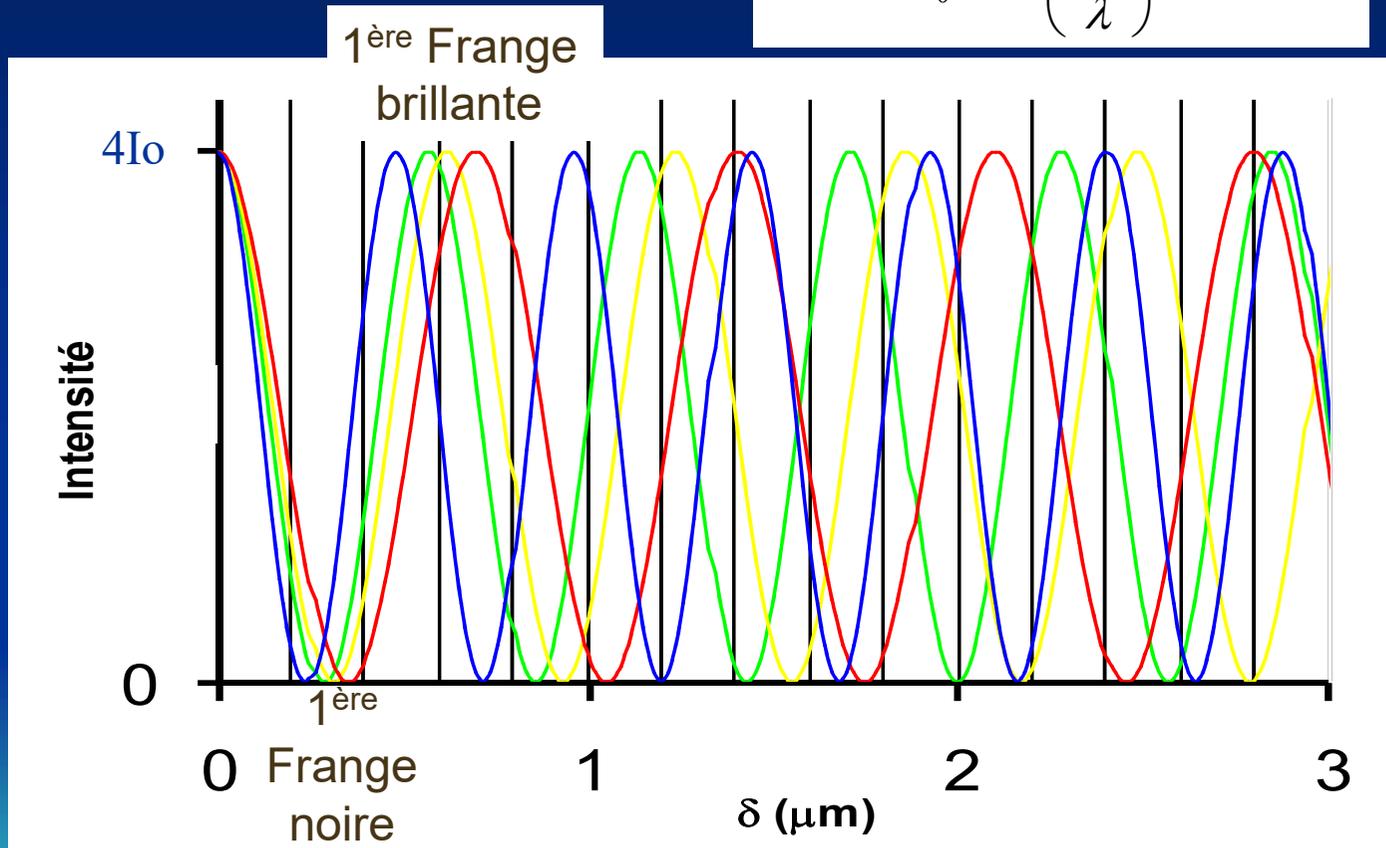


$$i = x(m+1) - x(m) = \frac{\lambda D}{d}$$

## 4. Figure d'interférence en lumière blanche

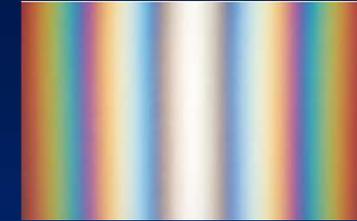
Chaque couleur donne son propre système de franges

$$I(\delta) = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0^2} \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)$$
$$= 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi\delta}{\lambda}\right)$$



La frange centrale ( $\delta = 0$ ) est blanche bordée de rouge

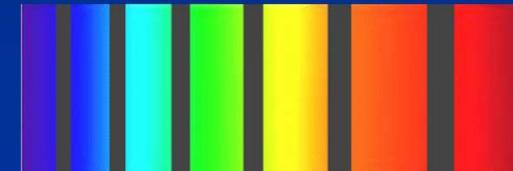
Les 2 premières franges noires sont bordées de rouge (du côté de la frange centrale) et de bleu (de l'autre côté)



Au delà des quelques premières franges, on obtient du blanc avec manque de quelques longueurs d'ondes (blanc d'ordre supérieur)

Présence de franges noires pour quelques longueurs d'onde

Spectre cannelé (avec des cannelures noires)

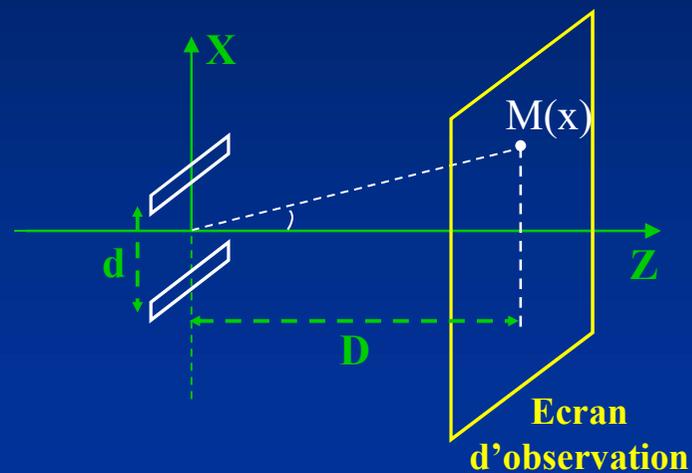


Positions des cannelures et longueurs d'ondes qui manquent à une position  $x$

$$\delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda = \frac{xd}{D} \Rightarrow x = \frac{\lambda D \left(m + \frac{1}{2}\right)}{d} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{xd}{D \left(m + \frac{1}{2}\right)}$$

## Remarques

- Dispositif des **fentes d'Young** : les 2 trous sont remplacées par **2 fentes parallèles**



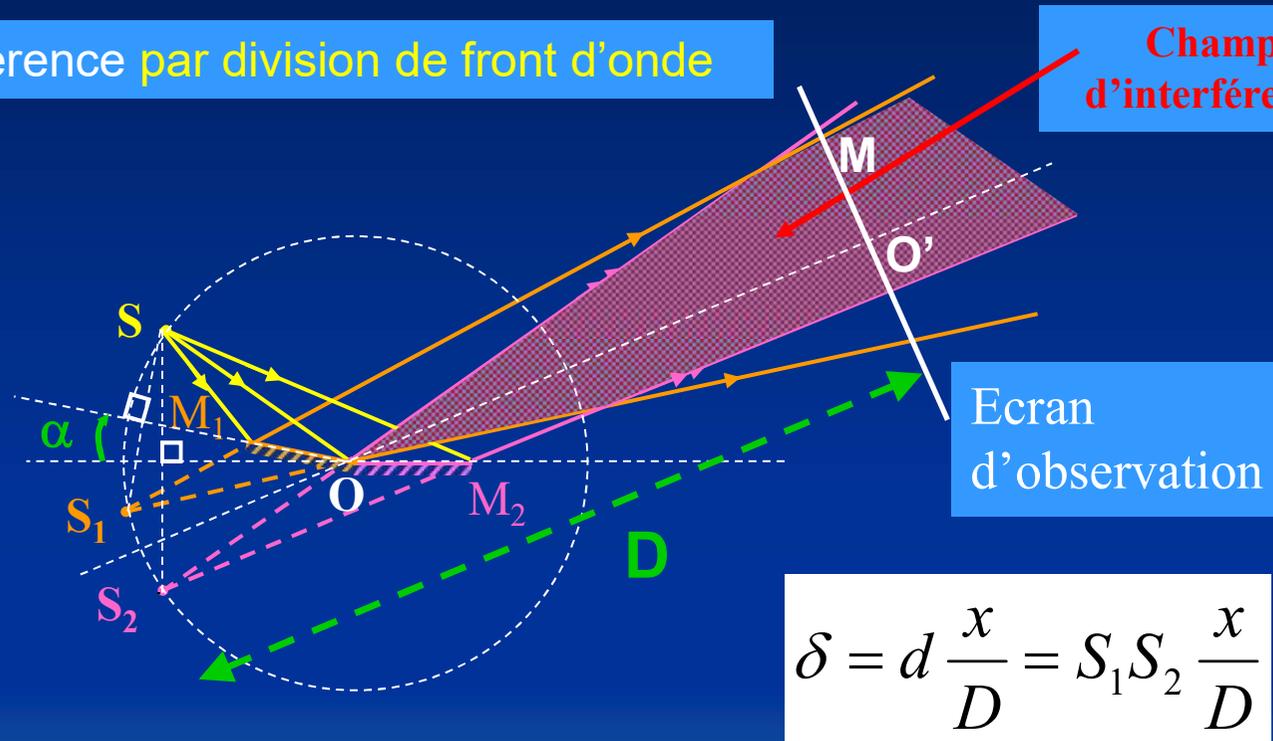
- Le dispositif des trous d'Young est un dispositif à **interférence par division de front d'onde**

### III.2. Autres dispositifs à interférences non localisées

## Miroirs de Fresnel

Interférence par division de front d'onde

Champ d'interférence



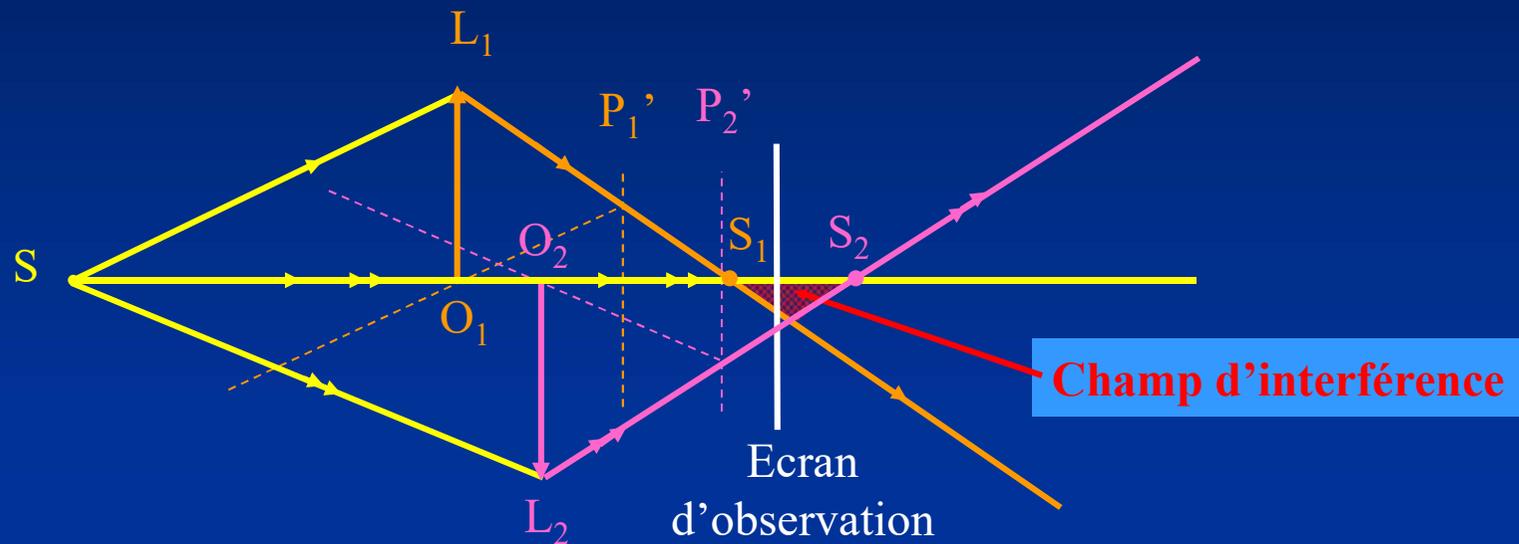
Ecran d'observation

$$\delta = d \frac{x}{D} = S_1 S_2 \frac{x}{D}$$

Figure d'interférence analogue à celle des trous d'Young

# Bilentille de Meslin

Interférence par division de front d'onde



$$\begin{aligned} \delta_g &= (SIM) - (SJM) = [(SIS_1) + S_1M] - [(SJS_2) - S_2M] \\ &= (SS_1) - (SS_2) + S_1M + S_2M = S_1M + S_2M - S_1S_2 \end{aligned}$$

## Remarque importante

- Réflexion sur un **miroir**
- Réflexion sur un **dioptre** avec **indice du milieu d'incidence inférieur à l'indice du milieu d'émergence (réflexion vitreuse)**
- Passage par un **foyer** d'un système optique



Changement de phase de  $\pi$



Chemin optique **physique** :

$$\frac{\pi}{k} = \frac{\lambda\pi}{2\pi} = \frac{\lambda}{2}$$

Différence de marche **physique**  $\delta_p$



$$\delta = \delta_g + \delta_p$$

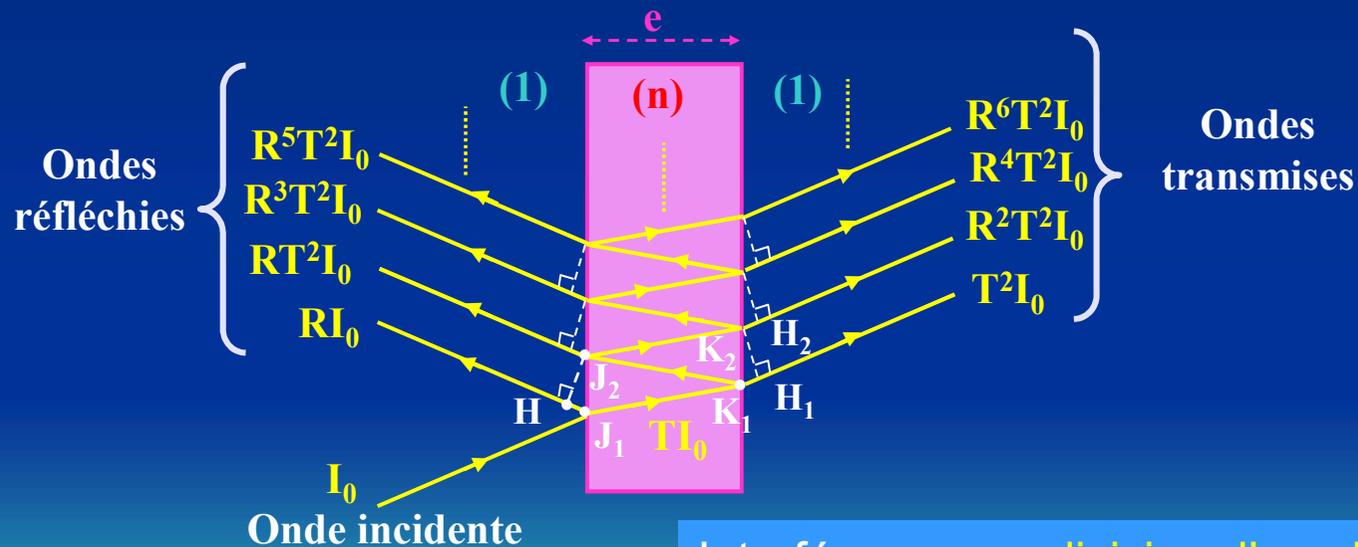
Différence de marche **géométrique**

# IV. Interférences localisées

Le champ d'interférence est **une surface** de l'espace  
La figure d'interférence est **localisée** sur cette surface

## IV.1. Etude d'un dispositif à interférences localisées

La lame à faces parallèles



Interférence par division d'amplitude

# 1. Calcul de l'intensité résultante

Onde transmise :

$$\begin{aligned}\bar{E}_t &= \sqrt{T^2 I_0} + \sqrt{R^2 T^2 I_0} e^{j\varphi} + \sqrt{R^4 T^2 I_0} e^{2j\varphi} + \dots + \sqrt{R^{2N} T^2 I_0} e^{Nj\varphi} \\ &= T \sqrt{I_0} \left( 1 + R e^{j\varphi} + R^2 e^{2j\varphi} + \dots + R^N e^{Nj\varphi} \right)\end{aligned}$$



$$\bar{E}_t = T \sqrt{I_0} \frac{1 - R^{N+1} e^{(N+1)j\varphi}}{1 - R e^{j\varphi}} = \frac{T \sqrt{I_0}}{1 - R e^{j\varphi}}$$

**R < 1 et N infini**



$$I_t = |\bar{E}_t|^2 = \bar{E}_t \bar{E}_t^* = \frac{T^2 I_0}{(1 - R e^{j\varphi})(1 - R e^{-j\varphi})} = \frac{T^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

Onde réfléchie :

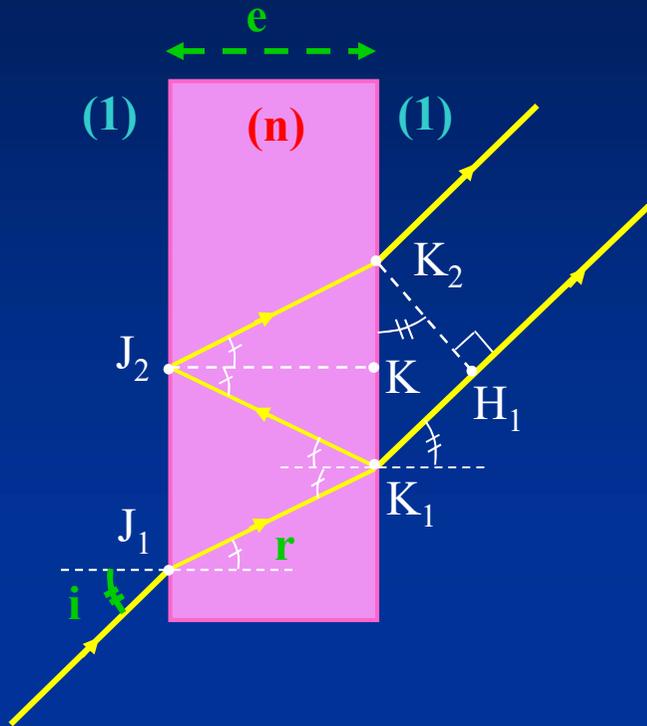
$$I_0 = I_t + I_r$$



$$I_r = I_0 - \frac{T^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} = \frac{I_0 + R^2 I_0 - 2R I_0 \cos \varphi - T^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

$$= \frac{I_0 + R^2 I_0 - 2R I_0 \cos \varphi - (1 - R)^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi} = 2R I_0 \frac{1 - \cos \varphi}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

## 2. Calcul du déphasage $\varphi$



$$\delta = (K_1 J_2 K_2) - (K_1 H_1) = 2nK_1 J_2 - K_1 H_1$$

$$\cos r = \frac{e}{K_1 J_2} \Rightarrow K_1 J_2 = \frac{e}{\cos r}$$

$$\begin{aligned} K_1 H_1 &= K_1 K_2 \sin i = 2K K_1 \sin i = 2e \operatorname{tgr} \sin i \\ &= 2e \operatorname{tgr} n \sin r = \frac{2ne \sin^2 r}{\cos r} \end{aligned}$$

$$\delta = \frac{2ne}{\cos r} (1 - \sin^2 r) = 2ne \cos r = 2ne \sqrt{1 - \sin^2 r}$$

$$= 2ne \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = 2e \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{4\pi e}{\lambda} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

### 3. Forme des franges d'interférence

$$I = Cste \Rightarrow \delta = Cste \Rightarrow i = Cste$$

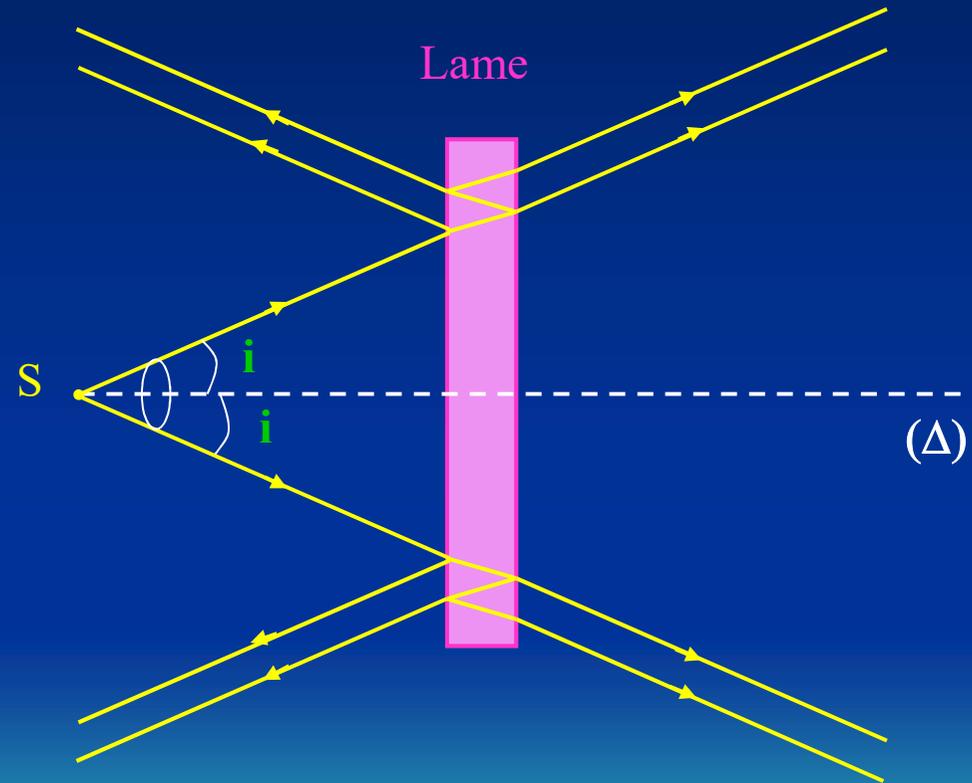
Franges d'égalé inclinaison



Cône de sommet S et de demi-angle au sommet  $i$



Franges circulaires (anneaux) centrées sur  $(\Delta)$



## Remarques

$$i = 0 \Rightarrow p = p_{\max} = p_0 = \frac{\delta_{\max}}{\lambda} = \frac{2ne}{\lambda}$$

Si  $p_0$  est entier, la tache centrale est brillante (par transmission) et sombre (par réflexion)

$$I_t = \frac{T^2 I_0}{1 + R^2 - 2R \cos \varphi}$$

$$I_0 = I_t + I_r \Rightarrow I_r = I_0 - I_t$$

Les deux figures d'interférence, par transmission et par réflexion, sont complémentaires : pour  $i$  donné, si la frange est brillante par transmission alors la frange correspondante par réflexion est sombre

## 4. Interférence en lumière blanche : (couleurs des lames minces)

- Si  $e \approx \lambda$

$$p_0 = \frac{2ne}{\lambda} \approx 2n \approx 3$$

Les **anneaux sont moins serrés**

Les anneaux de couleurs différentes deviennent observables

La lame paraît **colorée par transmission et par réflexion**

- Si  $e \gg \lambda$

$$p_0 = \frac{2ne}{\lambda} \gg 2n \approx 3$$

Les **anneaux deviennent trop serrés**

Pas possible d'observer les anneaux de **couleurs différentes**

## 5. Applications :

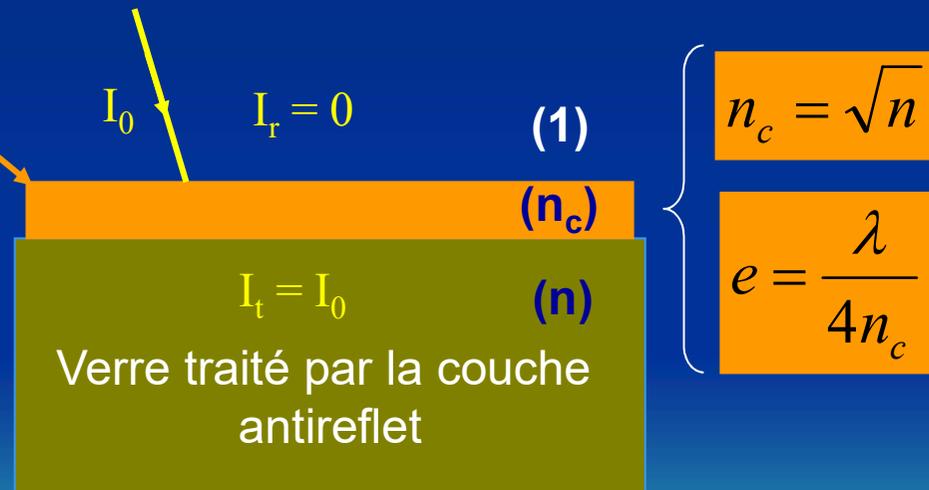
Couches minces transparentes sur verres de lunettes



Couches **antireflet**

$$R_1 = \left( \frac{n_c - 1}{n_c + 1} \right)^2 \quad T_1 = 1 - R_1$$

$$R_2 = \left( \frac{n - n_c}{n + n_c} \right)^2 \quad T_2 = 1 - R_2$$



$$I_t = \frac{T_1 T_2 I_0}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \varphi}$$

$$\cos \varphi = 1 \text{ et } T_1 T_2 = 1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \Rightarrow I_t = I_0 \Leftrightarrow I_r = 0$$

$$T_1 T_2 = 1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \Rightarrow (1 - R_1)(1 - R_2) = 1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2}$$

$$\Leftrightarrow R_1 + R_2 = 2\sqrt{R_1 R_2} \Leftrightarrow R_1 = R_2 \Leftrightarrow \left( \frac{n_c - 1}{n_c + 1} \right)^2 = \left( \frac{n - n_c}{n + n_c} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{n_c - 1}{n_c + 1} = \pm \frac{n - n_c}{n + n_c} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} n_c = \sqrt{n} \\ \cancel{n = 1} \end{array} \right.$$

$$\cos \varphi = 1 \Leftrightarrow \varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = 2m\pi \Leftrightarrow \delta = m\lambda \quad (m \text{ entier})$$

$$n_c = \sqrt{n} < n \Rightarrow \delta_p = \frac{\lambda}{2}$$

En incidence quasi-normale :

$$\delta = \delta_g + \delta_p = 2n_c e + \frac{\lambda}{2}$$

Soit :

$$\delta = 2n_c e + \frac{\lambda}{2} = m\lambda \Rightarrow e = \frac{m - \frac{1}{2}}{2n_c} \lambda$$

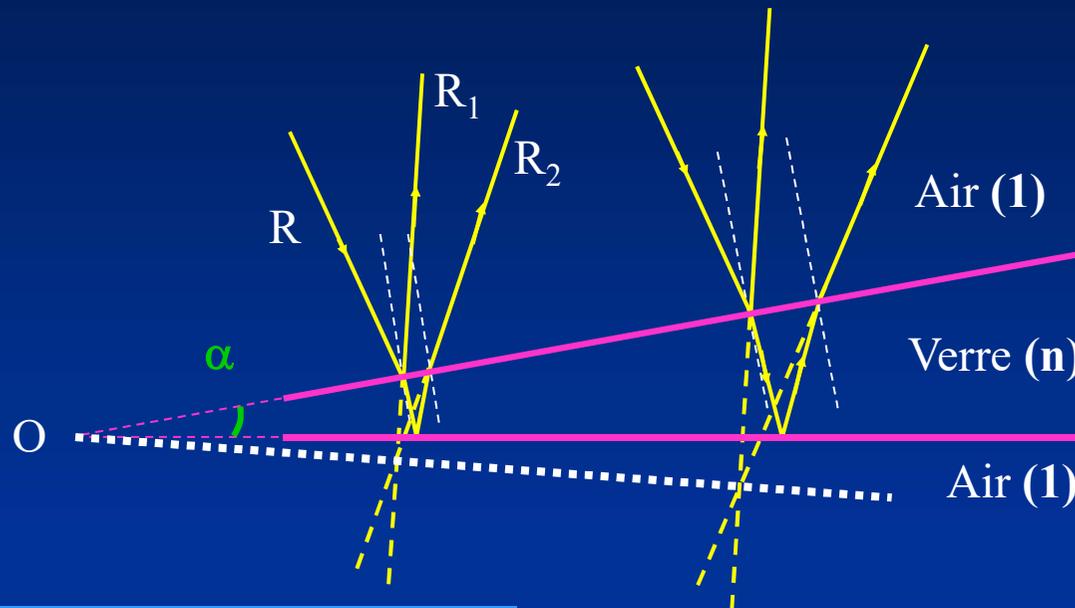
La plus petite épaisseur :

$$e = \frac{\lambda}{4n_c}$$



## IV.2. Autres dispositifs à interférences localisées

Lame coin (ou coin de verre)



$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = 2n\alpha x + \frac{\lambda}{2}$$

$\alpha$  petit

$e$  varie en fonction de  $x$  (distance par rapport à  $O$ )