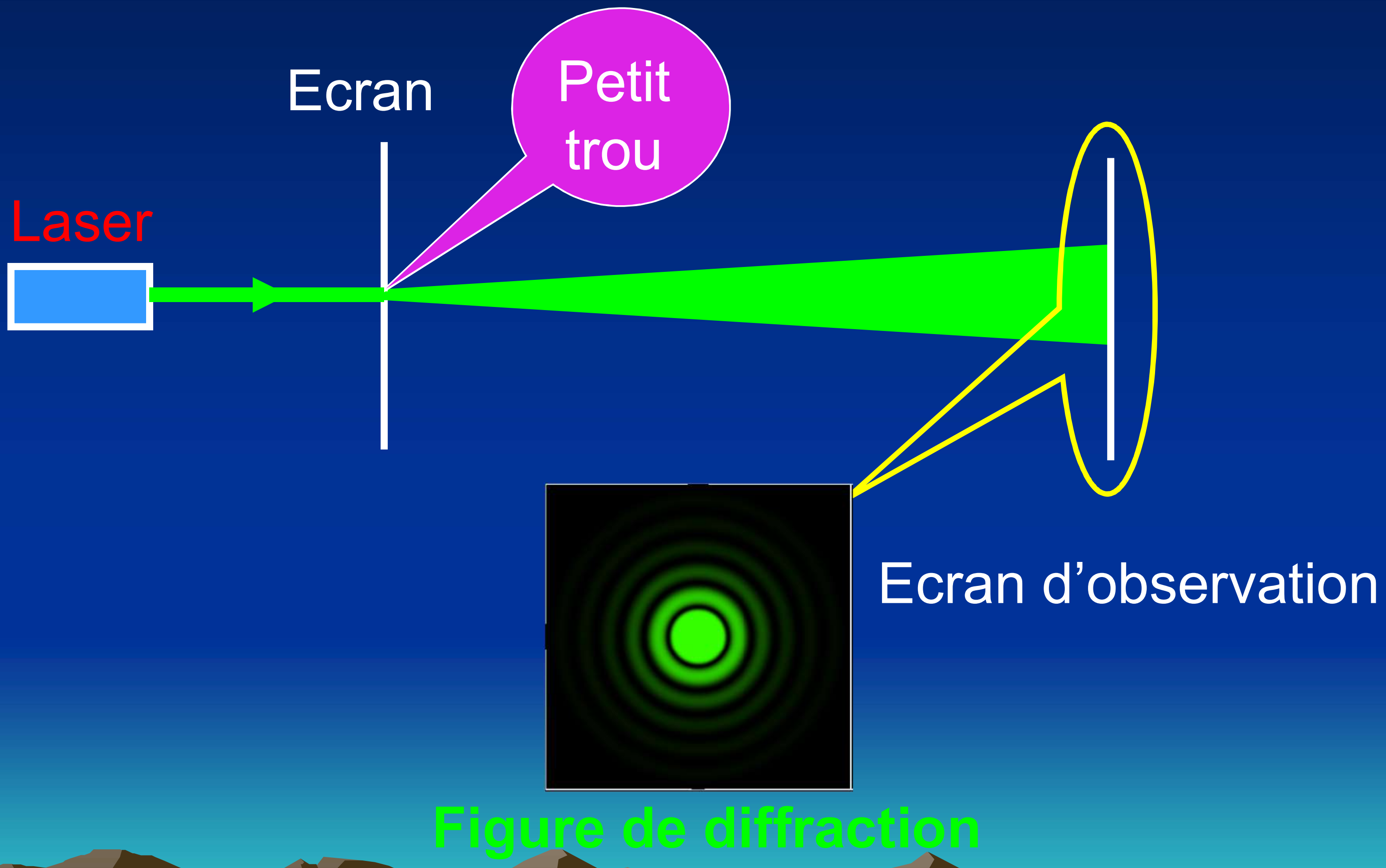
CHAPITRE III :

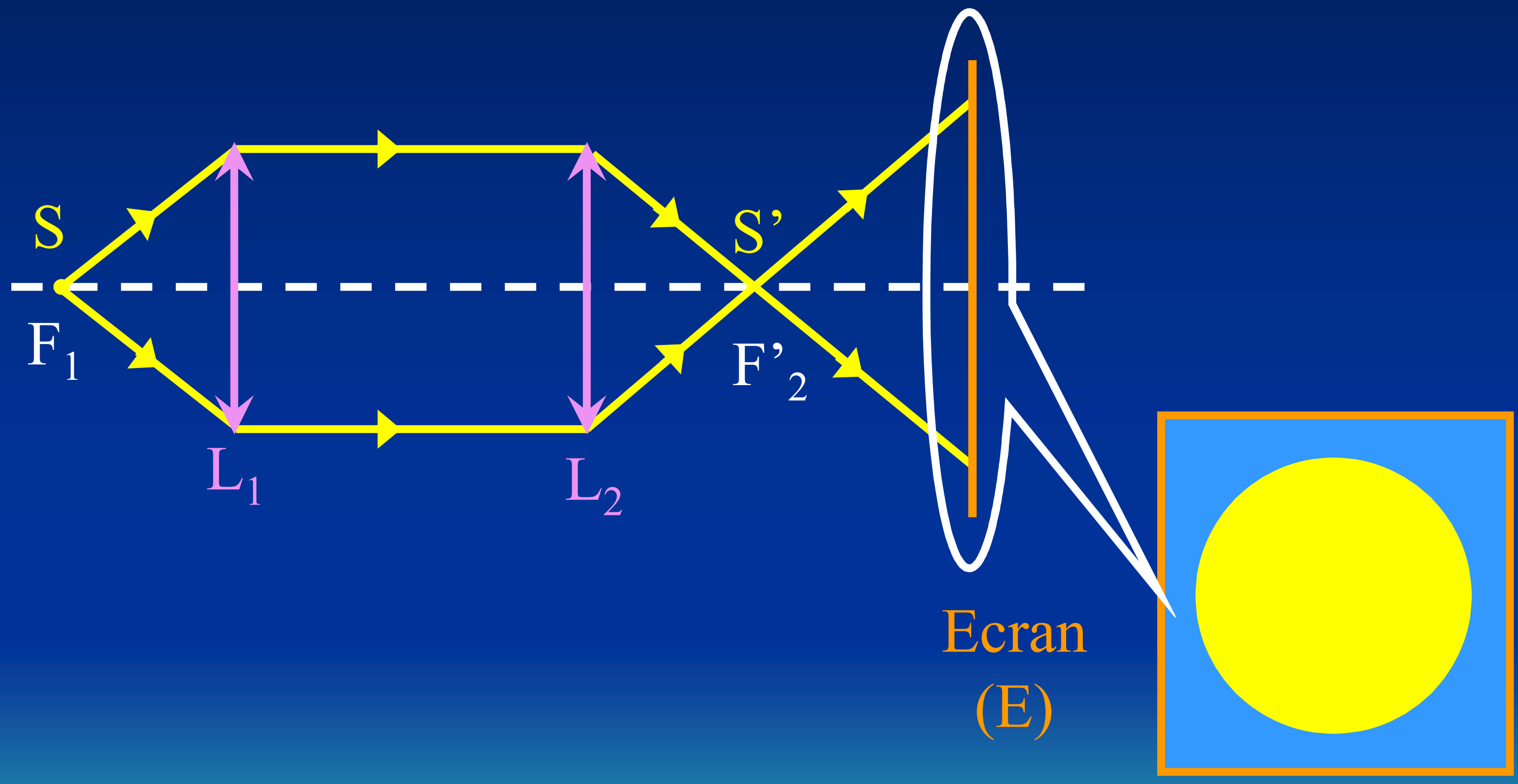
La diffraction de la lumière

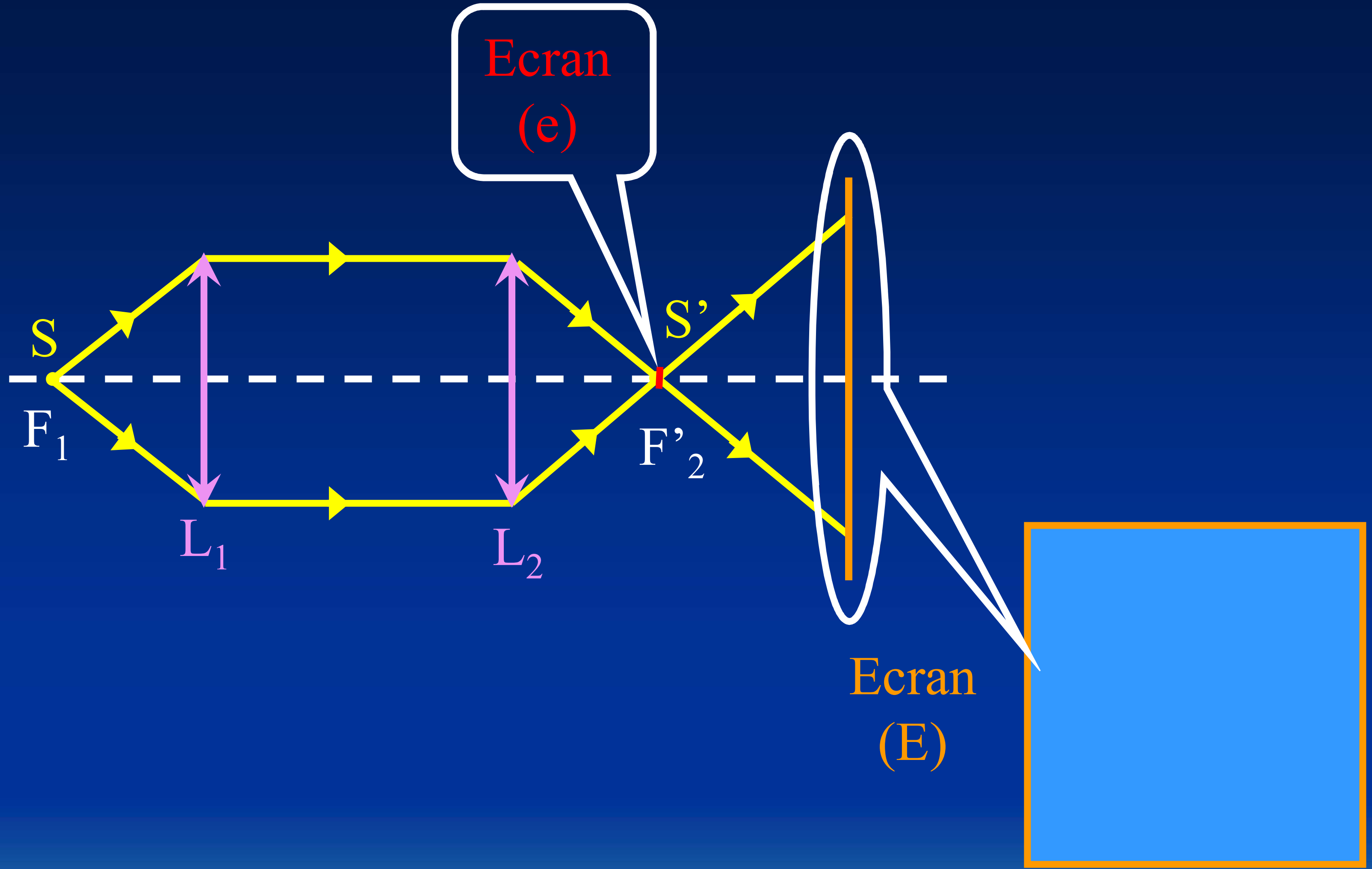
I. Introduction



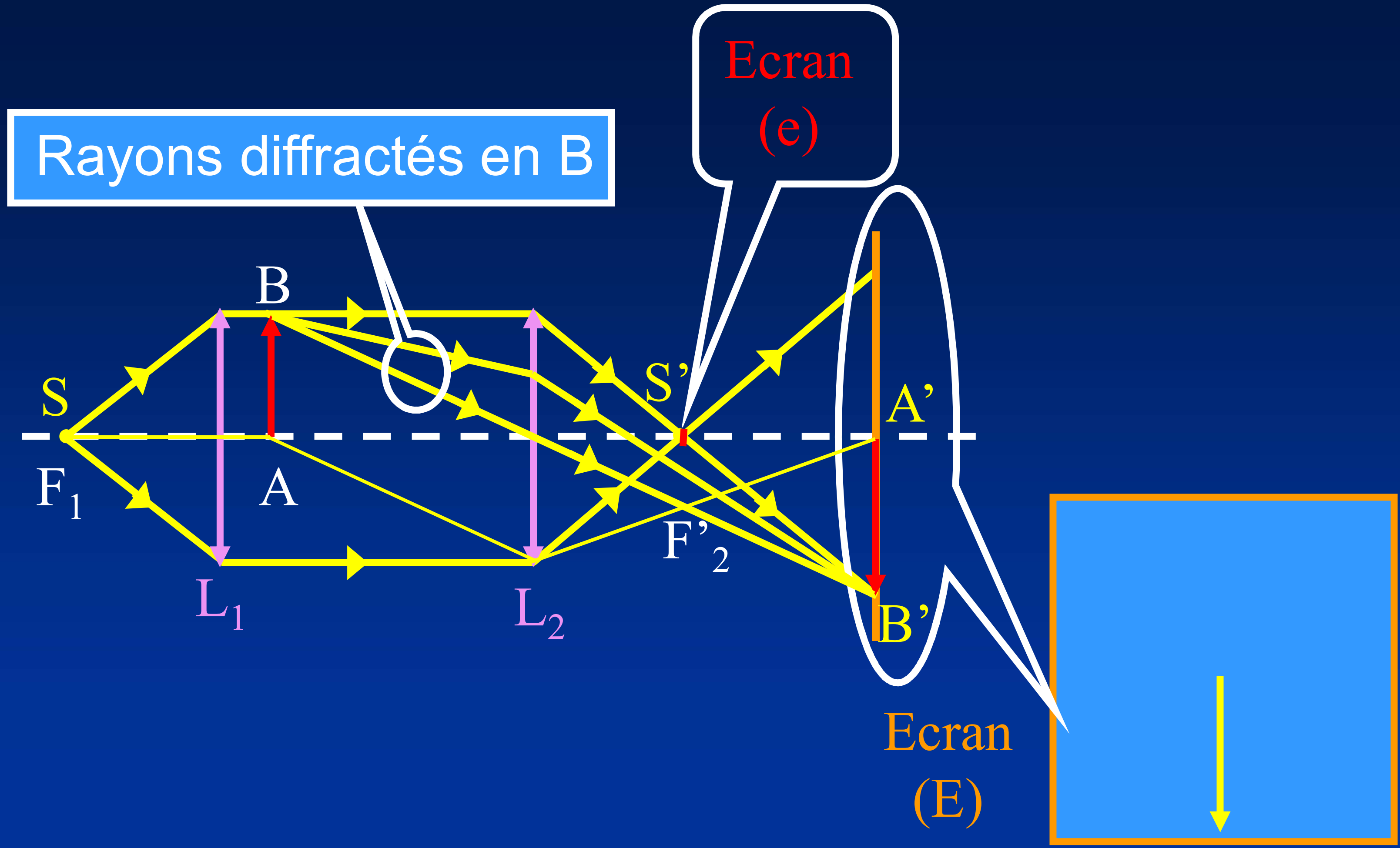
II. Mise en évidence de la diffraction

(expérience de strioscopie)





L'écran « e » masque tous les rayons issus de S'



Les rayons diffractés ne sont pas masqués par e et forment donc l'image A'B' de l'objet AB

III. Etude théorique de la diffraction par une ouverture

III. 1. Principe d'Huygens-Fresnel

Principe d'Huygens

Tout élément ds atteint par une onde se comporte comme une source dite secondaire

Postulats de Fresnel

- **L'amplitude de l'onde émise par ds est proportionnelle à ds**
- **La phase de l'onde émise par ds est celle de l'onde source lorsqu'elle atteint ds**

III. 2. Diffractions de Fresnel et de Fraunhofer

Diffraction de Fresnel

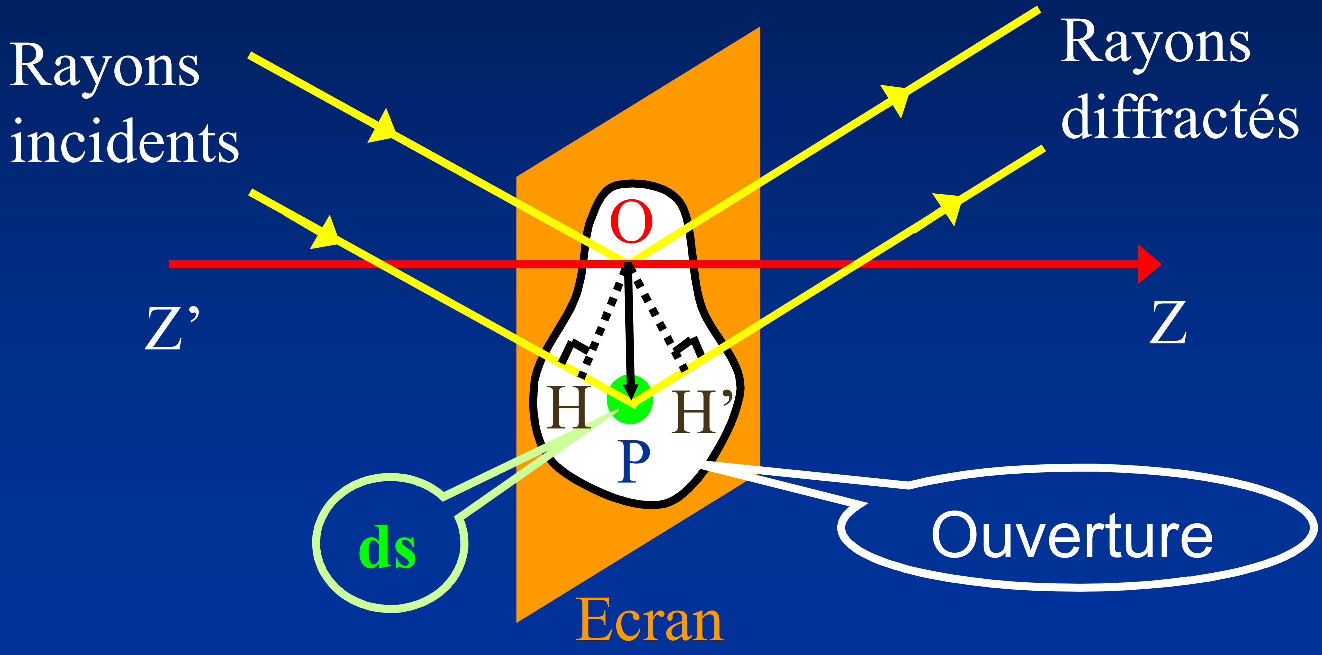
La source et/ou l'écran d'observation ne sont pas très éloignés de l'objet diffractant (calculs compliqués)

Diffraction de Fraunhofer

La source et l'écran d'observation sont très éloignés de l'objet diffractant (calculs relativement simples)

Dans toute la suite on va s'intéresser au cas <u>relativement</u> simple : diffraction de Fraunhofer

III. 3. Diffraction par une ouverture plane



ds : élément de surface de l'ouverture

P : Centre de ds

O : Origine

Principe d'Huygens-Fresnel $\rightarrow$ $$\overline{dE} = Ads\, e^{-j\varphi}$$

$$\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi\left(\overline{HP} + \overline{PH'}\right)}{\lambda} = \frac{2\pi\left(\overrightarrow{OP}\vec{u} - \overrightarrow{OP}\vec{u}'\right)}{\lambda}$$

$$= \frac{2\pi\overrightarrow{OP}\left(\vec{u} - \vec{u}'\right)}{\lambda} = \frac{2\pi\,\vec{r}\left(\vec{u} - \vec{u}'\right)}{\lambda}$$

$\Downarrow$

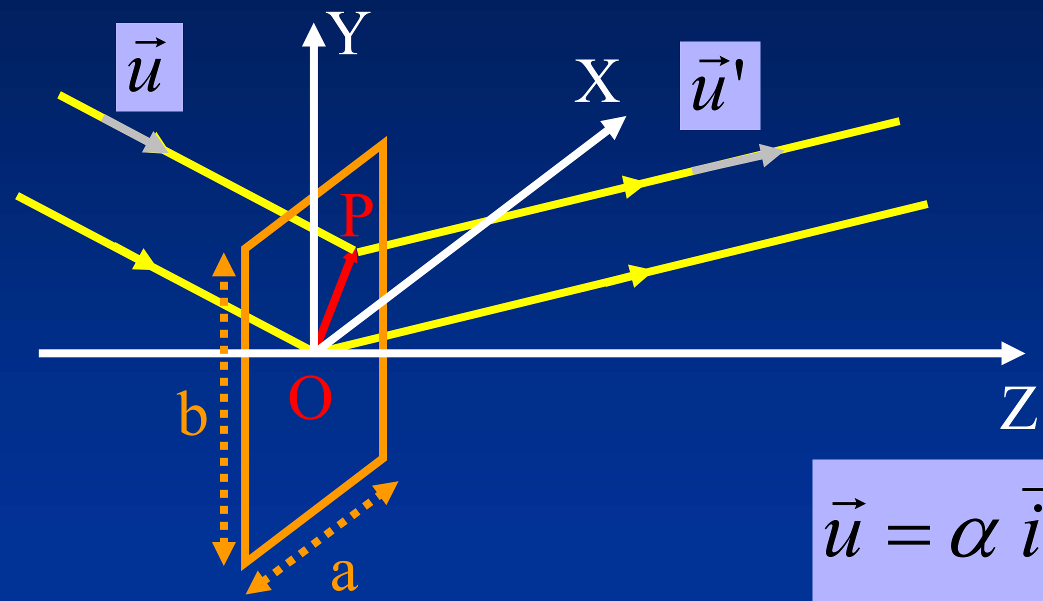
$$\overline{dE} = Ads\, e^{j\frac{2\pi\,\vec{r}\left(\vec{u}' - \vec{u}\right)}{\lambda}}$$

$$\overline{E} = \iint\limits_{ouverture} \overline{dE} = \iint\limits_{ouverture} Ads\, e^{j\frac{2\pi\, \vec{r}\left(\vec{u}'-\vec{u}\right)}{\lambda}} = A\overline{z}$$

$$avec \qquad \overline{z} = \iint\limits_{ouverture} e^{j\frac{2\pi\, \vec{r}\left(\vec{u}'-\vec{u}\right)}{\lambda}} ds$$

$$I = \overline{E}\ \overline{E}^{*} = A^{2}\overline{z}\ \overline{z}^{*}$$

III. 4. Diffraction par une ouverture rectangulaire



$$\vec{r} = \overrightarrow{OP} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

ds = dx dy

$$\vec{u} = \alpha\,\vec{i} + \beta\,\vec{j} + \gamma\,\vec{k}$$

$$\vec{u}' = \alpha'\,\vec{i} + \beta'\,\vec{j} + \gamma'\,\vec{k}$$

$$\bar{z} = \iint_{ouverture} e^{j\frac{2\pi\,\vec{r}\left(\vec{u}'-\vec{u}\right)}{\lambda}}\,ds$$

$$\vec{r}\left(\vec{u}'-\vec{u}\right) = x(\alpha'-\alpha) + y(\beta'-\beta)$$

$$\vec{r}(\vec{u}'-\vec{u}) = x(\alpha'-\alpha) + y(\beta'-\beta)$$

ds = dx dy

$$\bar{z} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\left(x(\alpha'-\alpha)+y(\beta'-\beta)\right)} dxdy$$

$$= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}\left(x(\alpha'-\alpha)+y(\beta'-\beta)\right)} dy \right) dx$$

$$= \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{j\frac{2\pi\, x}{\lambda}(\alpha'-\alpha)} dx \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j\frac{2\pi\, y}{\lambda}(\beta'-\beta)} dy$$

$$\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{j\frac{2\pi x}{\lambda}(\alpha'-\alpha)}dx = \left[\frac{e^{j\frac{2\pi x}{\lambda}(\alpha'-\alpha)}}{j\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha'-\alpha)}\right]_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} = \frac{e^{j\frac{\pi a}{\lambda}(\alpha'-\alpha)} - e^{-j\frac{\pi a}{\lambda}(\alpha'-\alpha)}}{j\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha'-\alpha)}$$

$$= a\,\frac{\sin\left(\frac{\pi\, a}{\lambda}(\alpha'-\alpha)\right)}{\frac{\pi\, a}{\lambda}(\alpha'-\alpha)}$$

$$\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{j\frac{2\pi y}{\lambda}(\beta'-\beta)}dy = b\,\frac{\sin\left(\frac{\pi\, b}{\lambda}(\beta'-\beta)\right)}{\frac{\pi\, b}{\lambda}(\beta'-\beta)}$$

$$\bar{z} = ab\left(\frac{\sin u}{u}\right)\left(\frac{\sin v}{v}\right) \quad avec: \quad u = \frac{\pi\, a}{\lambda}(\alpha'-\alpha) \;\; et \;\; v = \frac{\pi\, b}{\lambda}(\beta'-\beta)$$

$$I = A^2 \bar{z}\, \bar{z}^* = A^2 a^2 b^2 \left(\frac{\sin^2 u}{u^2}\right)\left(\frac{\sin^2 v}{v^2}\right)$$

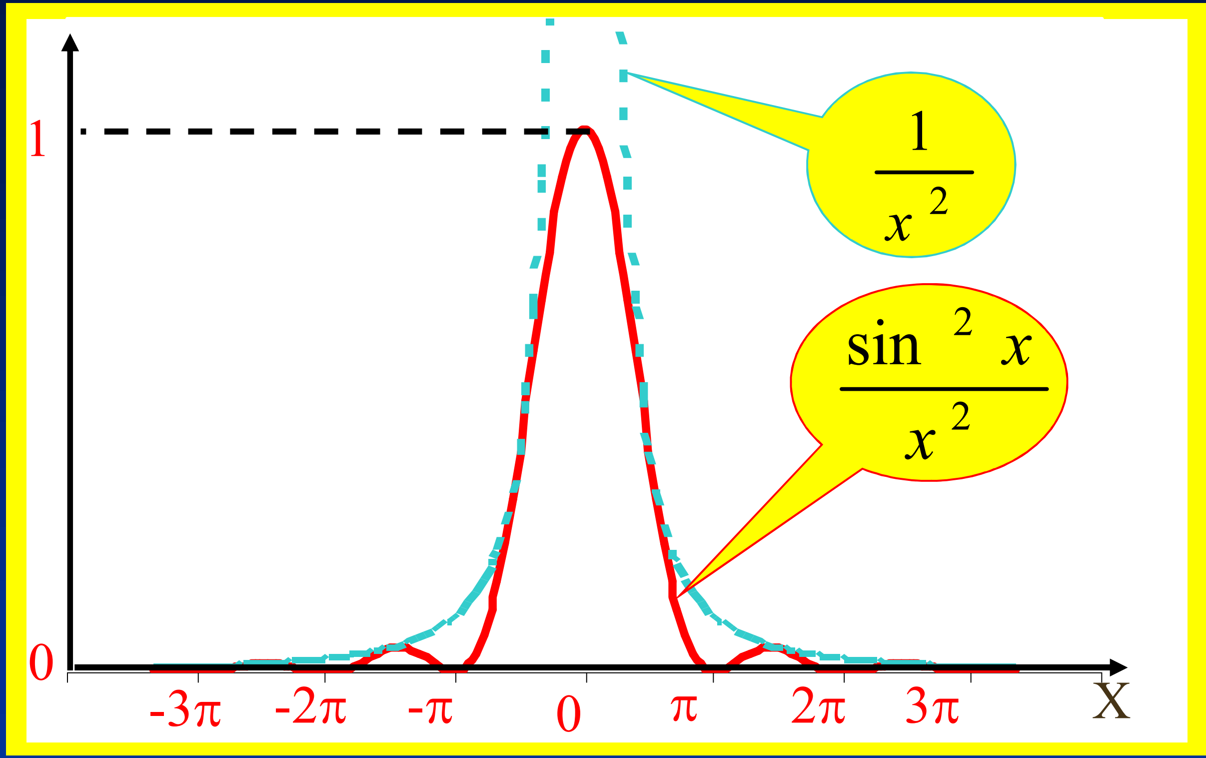
$$= I_0 \left(\frac{\sin^2 u}{u^2}\right)\left(\frac{\sin^2 v}{v^2}\right)$$

$$avec: \quad I_0 = A^2 a^2 b^2$$

Intensité de la tache centrale

$$u = v = 0 \Leftrightarrow (\alpha' = \alpha \quad et \quad \beta' = \beta) \Leftrightarrow \vec{u}' = \vec{u}$$

$$\alpha' = \alpha \quad et \quad \beta' = \beta$$ → **$I = I_0$ (maximum principal)**



x	$\pm 1.43\pi$	$\pm 2.46\pi$	$\pm 3.47\pi$	$\pm 4.48\pi$	$\pm 5.48\pi$	$\pm 6.49\pi$	$\pm 7.49\pi$
$\frac{\sin^2 x}{x^2}$	**0.047**	**0.016**	**0.008**	**0.005**	**0.003**	**0.0024**	**0.0018**

$$\left(u = 0 \quad et \quad v = \pm 1.43\pi\right) \quad ou \quad \left(v = 0 \quad et \quad u = \pm 1.43\pi\right)$$

$$\left(\alpha' = \alpha \quad et \quad \beta' = \beta \pm 1.43\frac{\lambda}{b}\right) \quad ou \quad \left(\beta' = \beta \quad et \quad \alpha' = \alpha \pm 1.43\frac{\lambda}{a}\right)$$

$I_1 = 0.047 I_0$ (Les 4 premiers maxima secondaires situés sur OX et OY)

$$\left(u = 0 \quad et \quad v = \pm 2.46\pi\right) \quad ou \quad \left(v = 0 \quad et \quad u = \pm 2.46\pi\right)$$

$$\left(\alpha' = \alpha \quad et \quad \beta' = \beta \pm 2.46\frac{\lambda}{b}\right) \quad ou \quad \left(\beta' = \beta \quad et \quad \alpha' = \alpha \pm 2.46\frac{\lambda}{a}\right)$$

$I_2 = 0.016 I_0$ (Les 4 seconds maxima secondaires situés sur OX et OY)

$$\left(u = 0 \quad et \quad v = \pm 3.47\pi; \quad \pm 4.48\pi; \quad \pm 5.48\pi; \quad \pm 6.49\pi\right)$$
$$ou \quad \left(v = 0 \quad et \quad u = \pm 3.47\pi; \quad \pm 4.48\pi; \quad \pm 5.48\pi; \quad \pm 6.49\pi\right)$$

$$\left(\alpha' = \alpha \quad et \quad \beta' = \beta \pm 3.47\frac{\lambda}{b}; \quad \beta \pm 4.48\frac{\lambda}{b}; \quad \beta \pm 5.48\frac{\lambda}{b}; \quad \beta \pm 6.49\frac{\lambda}{b}\right)$$
$$ou \quad \left(\beta' = \beta \quad et \quad \alpha' = \alpha \pm 3.47\frac{\lambda}{a}; \quad \alpha \pm 4.48\frac{\lambda}{a}; \quad \alpha \pm 5.48\frac{\lambda}{a}; \quad \alpha \pm 6.49\frac{\lambda}{a}\right)$$

$I_3 = 0.008I_0$, $I_4 = 0.005I_0$, $I_5 = 0.003I_0$ et $I_6 = 0.0024I_0$

Les 4x4 Maxima secondaires suivants situés sur OX et OY

$$\left(u = \pm 1.43\pi \quad et \quad v = \pm 1.43\pi\right)$$

$$\left(\alpha' = \alpha \pm 1.43\frac{\lambda}{a} \quad et \quad \beta' = \beta \pm 1.43\frac{\lambda}{b}\right)$$

$I_7 = 0.0022I_0$

4 Maxima secondaires suivants (situés sur les diagonales)

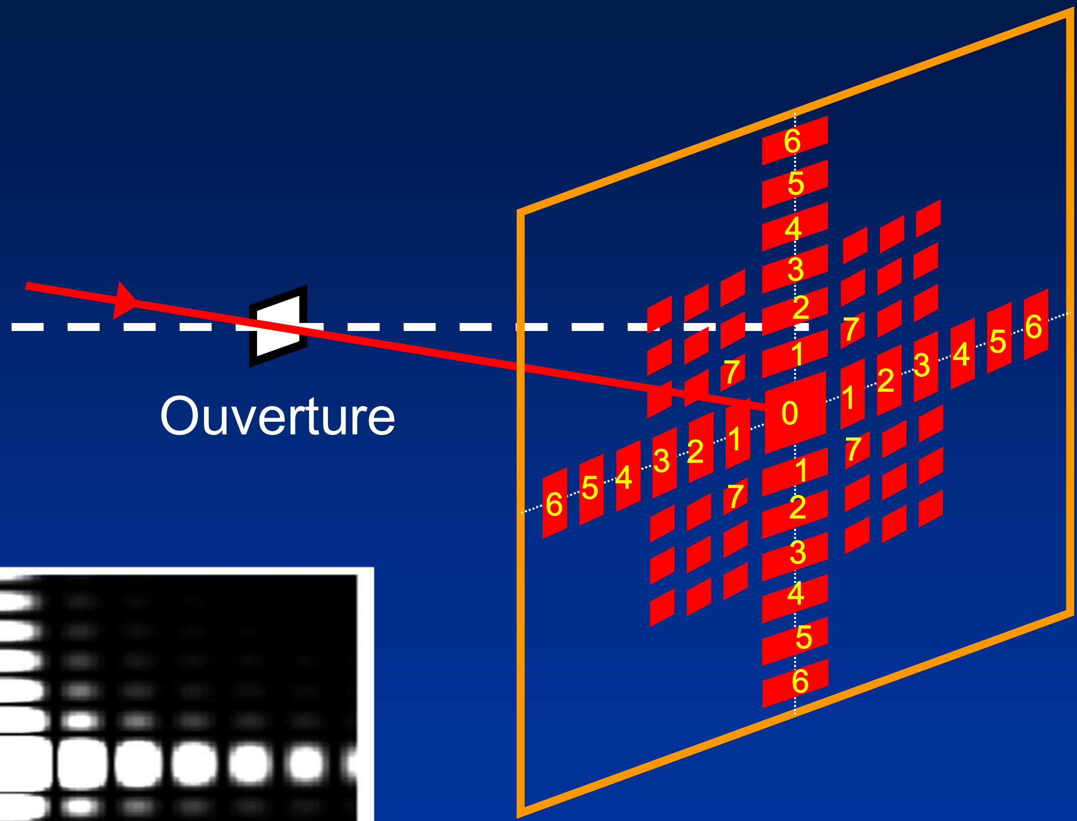


Figure de diffraction

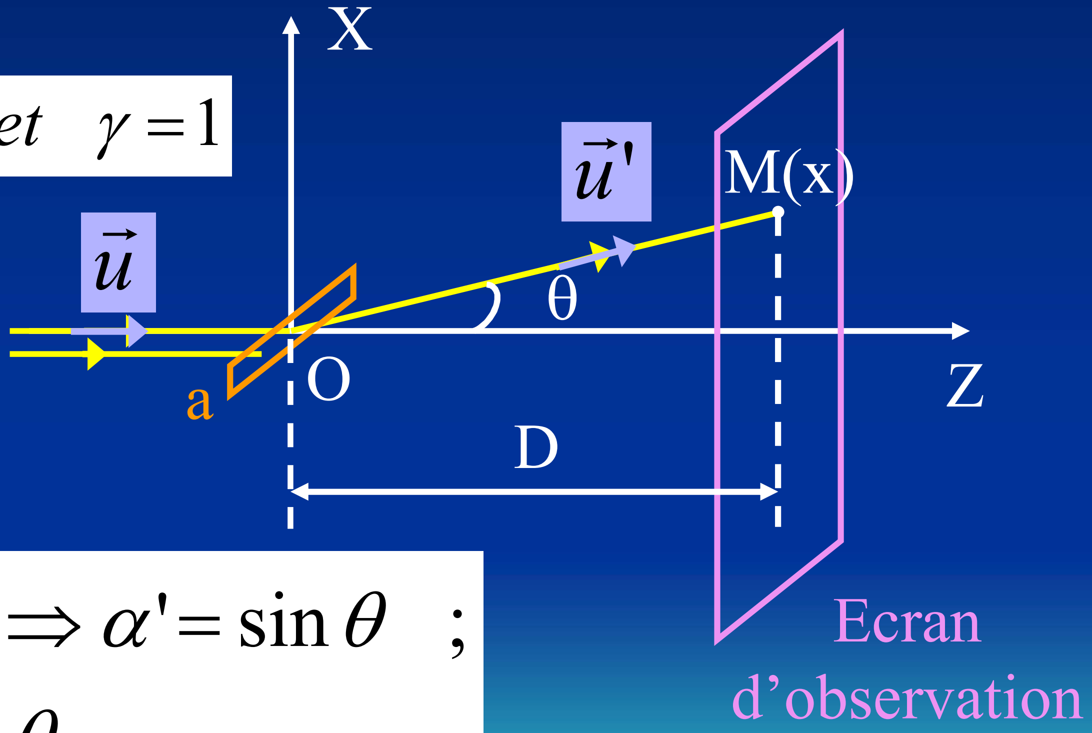
Photo de la figure de diffraction
par une ouverture rectangulaire

III. 5. Diffraction par une fente rectangulaire

$$\left(b \succ\succ \lambda \;\Rightarrow\; \beta' = \beta \pm Cste\frac{\lambda}{b} \approx \beta \right)$$

Diffraction négligeable dans la direction OY

$$\vec{u} = \vec{e}_z \Rightarrow \alpha = 0 \;;\; \beta = 0 \quad et \quad \gamma = 1$$



$$\vec{u}' = \sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{k} \Rightarrow \alpha' = \sin\theta \quad ;$$

$$\beta' = 0 \quad et \quad \gamma' = \cos\theta$$

$$I = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}\frac{\sin^2 v}{v^2} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\, a}{\lambda}(\alpha'-\alpha)\right)}{\left(\frac{\pi\, a}{\lambda}(\alpha'-\alpha)\right)^2}\frac{\sin^2\left(\frac{\pi\, b}{\lambda}(\beta'-\beta)\right)}{\left(\frac{\pi\, b}{\lambda}(\beta'-\beta)\right)^2}$$

$$\approx I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\, a}{\lambda}(\sin\theta)\right)}{\left(\frac{\pi\, a}{\lambda}(\sin\theta)\right)^2}$$

$$\frac{\sin^2 x}{x^2} \quad \textit{décroit rapidement}$$

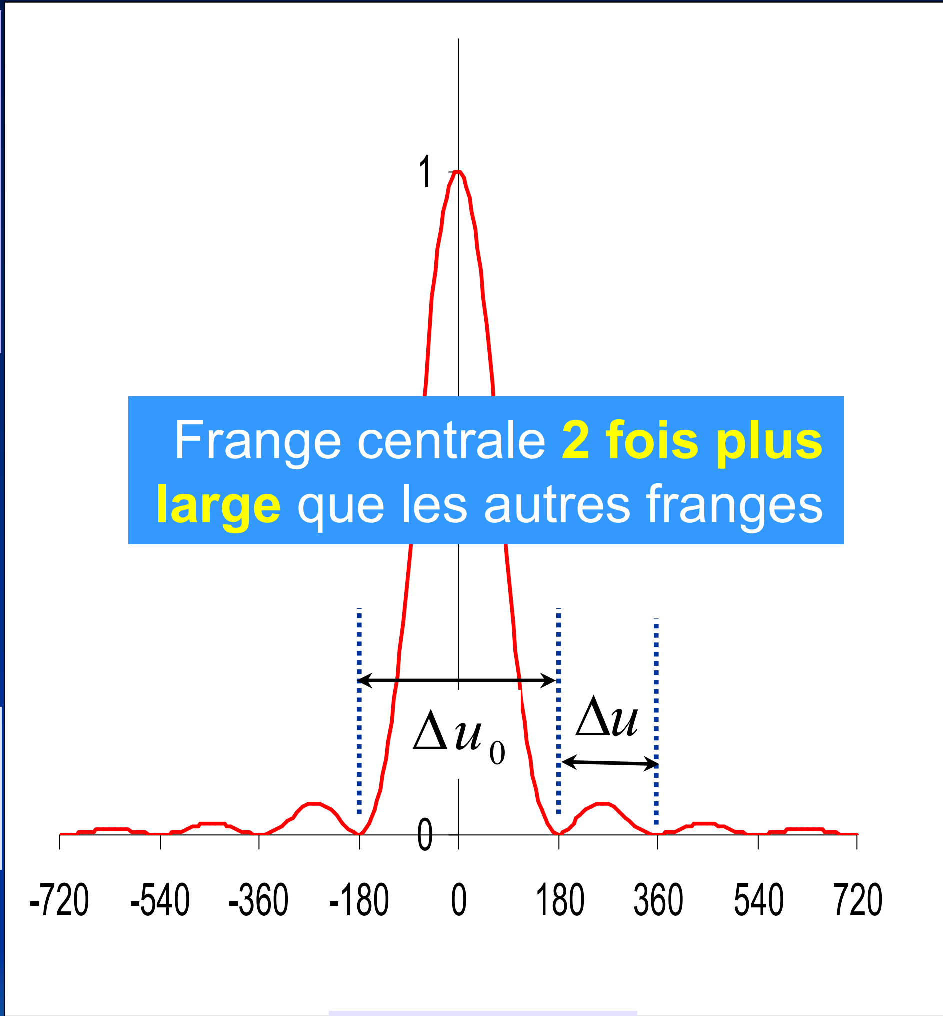
θ petit

$$I = I(\theta) \approx I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\, a}{\lambda}\theta\right)}{\left(\frac{\pi\, a}{\lambda}\theta\right)^2} \approx I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\, ax}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi\, ax}{\lambda D}\right)^2}$$

Pour $\lambda = 0{,}6\mu m$ et $a = 0{,}1 mm$;
le 10^{eme} Min est à $\theta = 3{,}4°$

$$I = I(x) \approx I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\, ax}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi\, ax}{\lambda D}\right)^2} = I_0 \frac{\sin^2 u}{u^2}$$

$$u = \frac{\pi\, ax}{\lambda D}$$



Largeur de la frange centrale

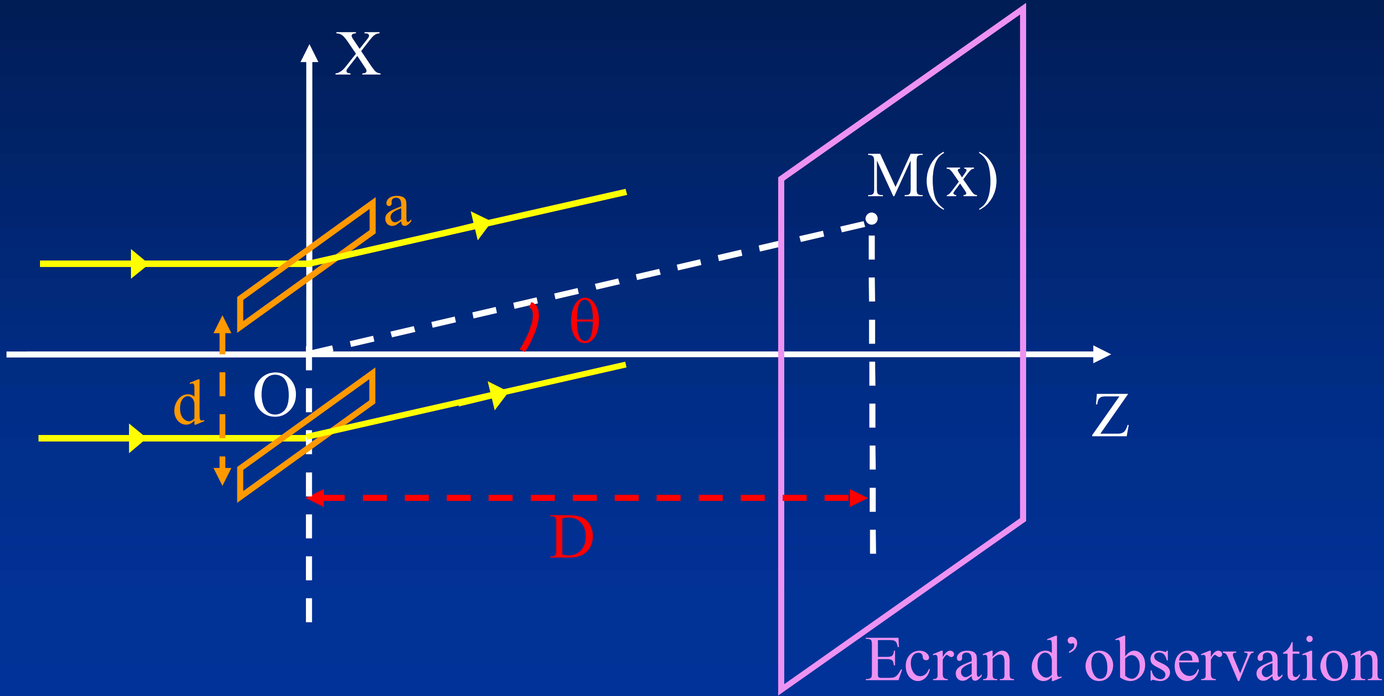
$$\Delta u_0 = \frac{\pi\, a\Delta x_0}{\lambda D} = 2\pi \Rightarrow \Delta x_0 = 2\frac{\lambda D}{a}$$

Largeur des autres franges

$$\Delta u = \frac{\pi\, a\Delta x}{\lambda D} = \pi \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda D}{a}$$

$$x_n = n\frac{\lambda D}{a}$$

III. 6. Diffraction par deux fentes (Fentes d'Young)



L'amplitude des ondes diffractées par chacune des deux fentes

$$A = \sqrt{I(\theta)} \approx \sqrt{I_0}\,\frac{\sin\left(\dfrac{\pi\, a\theta}{\lambda}\right)}{\dfrac{\pi\, a\theta}{\lambda}} \approx \sqrt{I_0}\,\frac{\sin\left(\dfrac{\pi\, ax}{\lambda D}\right)}{\dfrac{\pi\, ax}{\lambda D}}$$

Déphasage entre les ondes diffractées par les deux fentes dans une direction θ donnée

$$\varphi = \frac{2\pi\,\delta}{\lambda} = \frac{2\pi\,d\sin\theta}{\lambda} \approx \frac{2\pi\,\theta d}{\lambda} \approx \frac{2\pi\,xd}{\lambda D}$$

$$I = A^2 + A^2 + 2\sqrt{A^2A^2}\cos\varphi = 2A^2\left(1+\cos\left(\frac{2\pi\,xd}{\lambda D}\right)\right)$$

$$I = 4A^2\cos^2\left(\frac{\pi\,xd}{\lambda D}\right) = 4I_0\,\frac{\sin^2\left(\frac{\pi\,ax}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi\,ax}{\lambda D}\right)^2}\cos^2\left(\frac{\pi\,xd}{\lambda D}\right)$$

Terme de diffraction

Terme d’interférence

$$d \succ a \Rightarrow \frac{\lambda D}{d} \prec \frac{\lambda D}{a}$$