

# Nötrino Fiziği

# Nötrino nedir?



The Standard Model of Particle Physics

2.4 MeV $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ u up	1.27 GeV $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ c charm	171.2 GeV $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$ t top	0 0 1 Y photon
4.8 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ d down	104 MeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ s strange	4.2 GeV $-\frac{1}{3}$ $\frac{1}{2}$ b bottom	0 0 1 g gluon
<2.2 eV 0 $\frac{1}{2}$ $\nu_e$ electron neutrino	<0.17 MeV 0 $\frac{1}{2}$ $\nu_\mu$ muon neutrino	<15.5 MeV 0 $\frac{1}{2}$ $\nu_\tau$ tau neutrino	91.2 GeV 0 1 Z weak force
0.511 MeV -1 $\frac{1}{2}$ e electron	105.7 MeV -1 $\frac{1}{2}$ $\mu$ muon	1.777 GeV -1 $\frac{1}{2}$ $\tau$ tau	80.4 GeV $\pm 1$ 1 W weak force

Quarks

Leptons

Bosons (Forces)

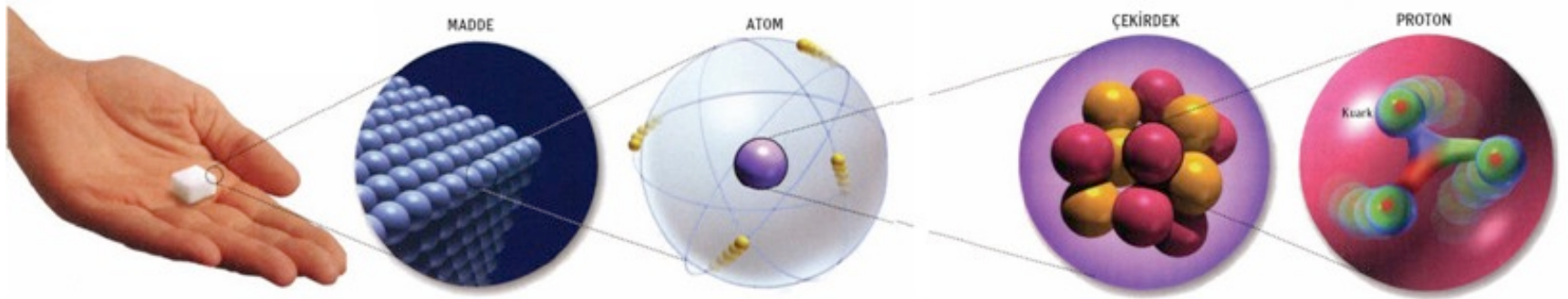
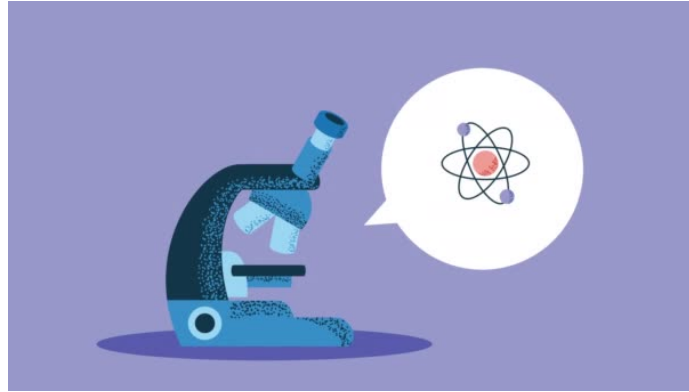
- Nötrino: “küçük nötral” E. Fermi
- Elektron’dan çok daha hafif  
$$m_\nu < 10^{-6} m_e$$

- SM’ e göre
  - spin  $\frac{1}{2}$
  - nötral
  - lepton ailesinden
  - sadece zayıf etkileşim yapar

# Maddenin yapıtaşı

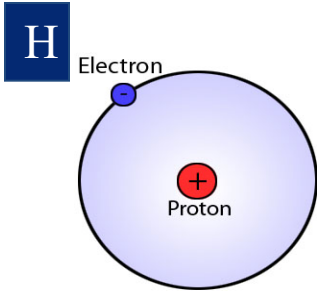
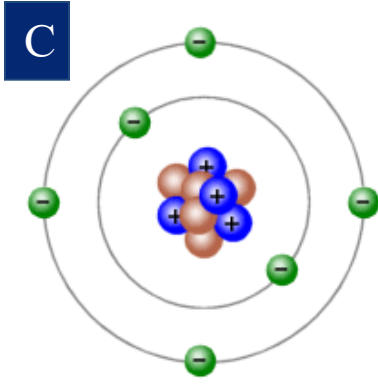
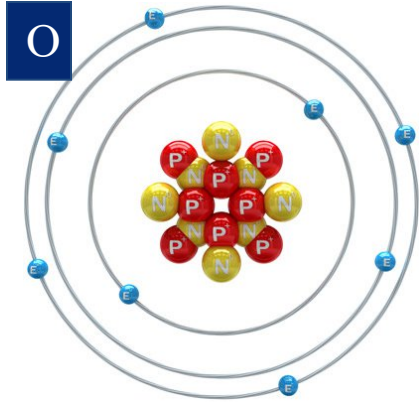
- Madde: Proton, nötron ve elektron'dan oluşmaktadır.

100,000,000 kere büyütürsek

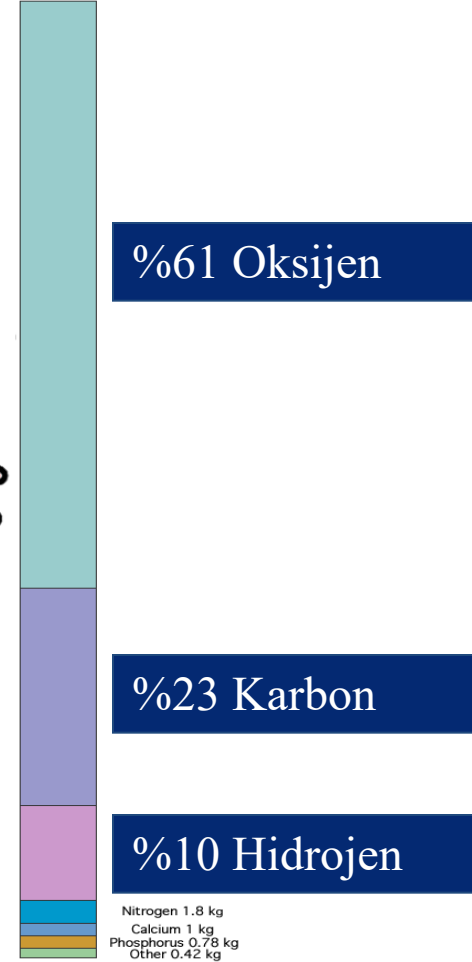
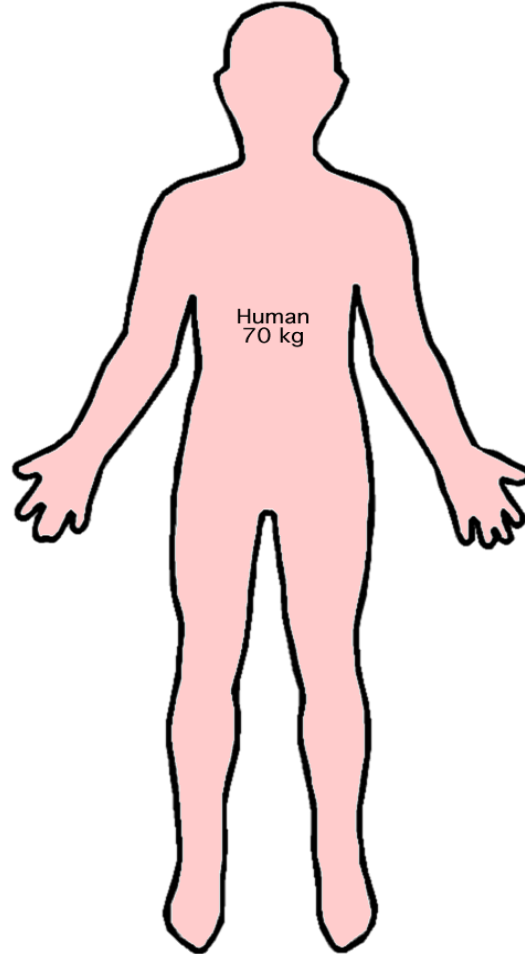




# Maddenin yapıtaşı



Vücudumuz  $\sim 7 \times 10^{27}$  atom'dan oluşmakta

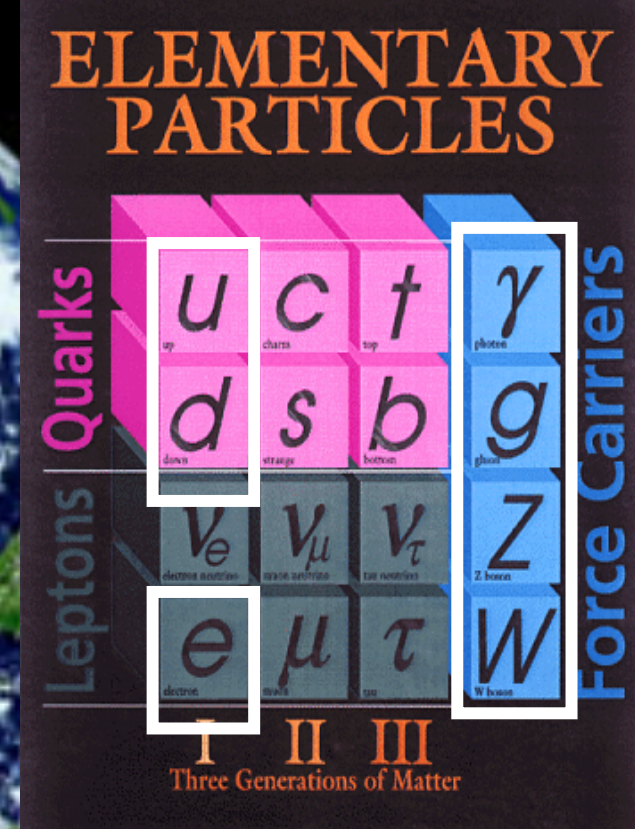


Others are made up of: potassium, sulphur, sodium, chlorine, magnesium, iron, fluorine, zinc, silicon, rubidium, strontium, bromine, lead, copper, aluminium, cadmium, cerium, barium, iodine, tin, titanium, boron, nickel, selenium, chromium, manganese, arsenic, lithium, cesium, mercury, germanium, molybdenum, cobalt, antimony, silver, niobium, zirconium, lanthanum, gallium, tellurium, yttrium, bismuth, thallium, indium, gold, scandium, tantalum, vanadium, thorium, uranium, samarium, beryllium, tungsten

\* Based on data from: Emsley, John, The Elements, 3rd ed., Clarendon Press, Oxford, 1998



# Maddenin yapısı



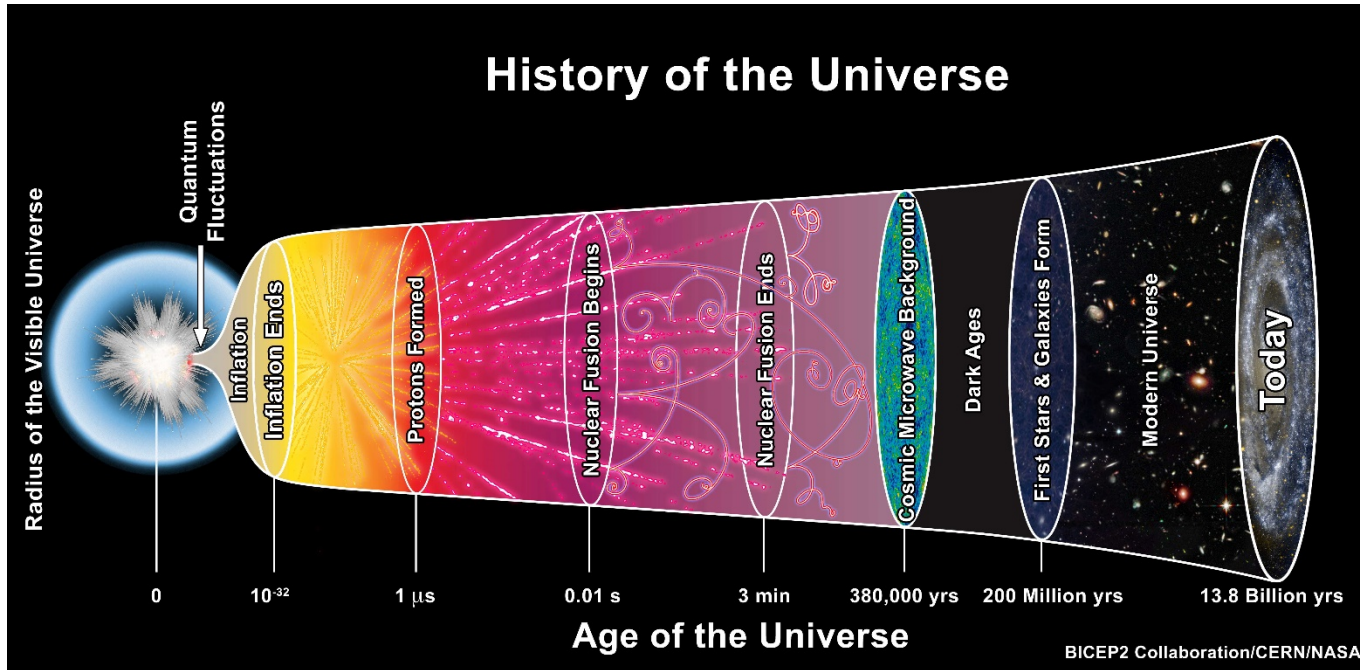
# Yaşadığımız Evren

- Yaşadığımız evrende her elektron'a, nötron'a ve proton'a karşılık  $\sim 1,000,000,000$  nötrino içermekte.



# Evrenin hafızası

- Büyük patlamadan (“Big Bang”) kalan nötrino miktarı
- $\sim 100,000,000$  nötrino/m<sup>3</sup>

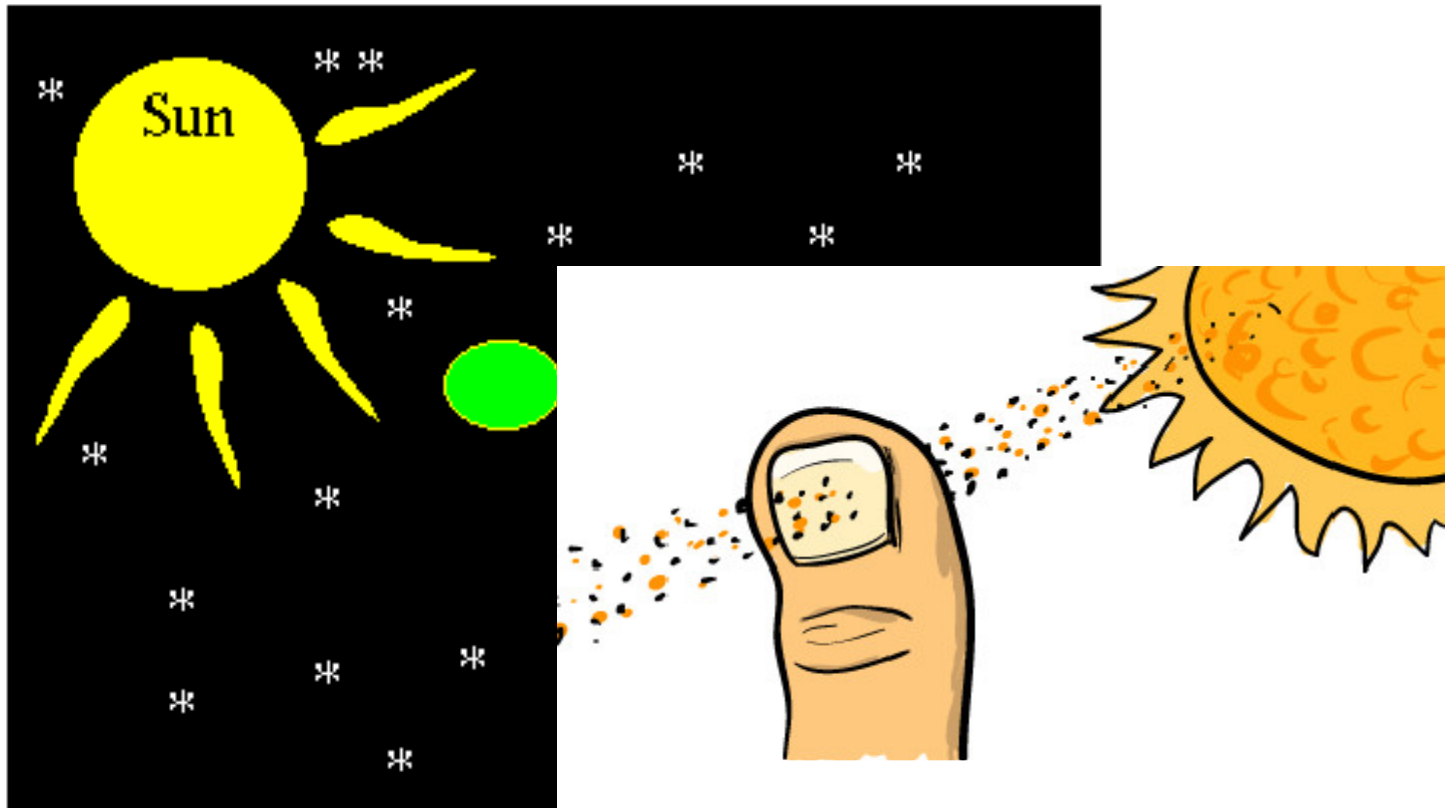


<https://cerncourier.com/a/relic-neutrinos-a-challenge-for-the-next-millennium/>



# Ne kadar çok?

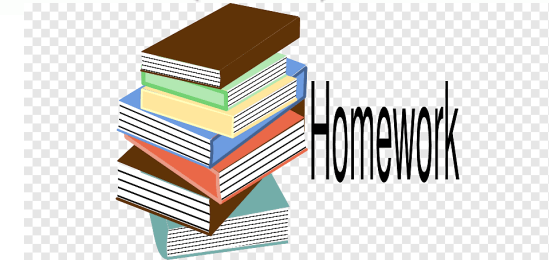
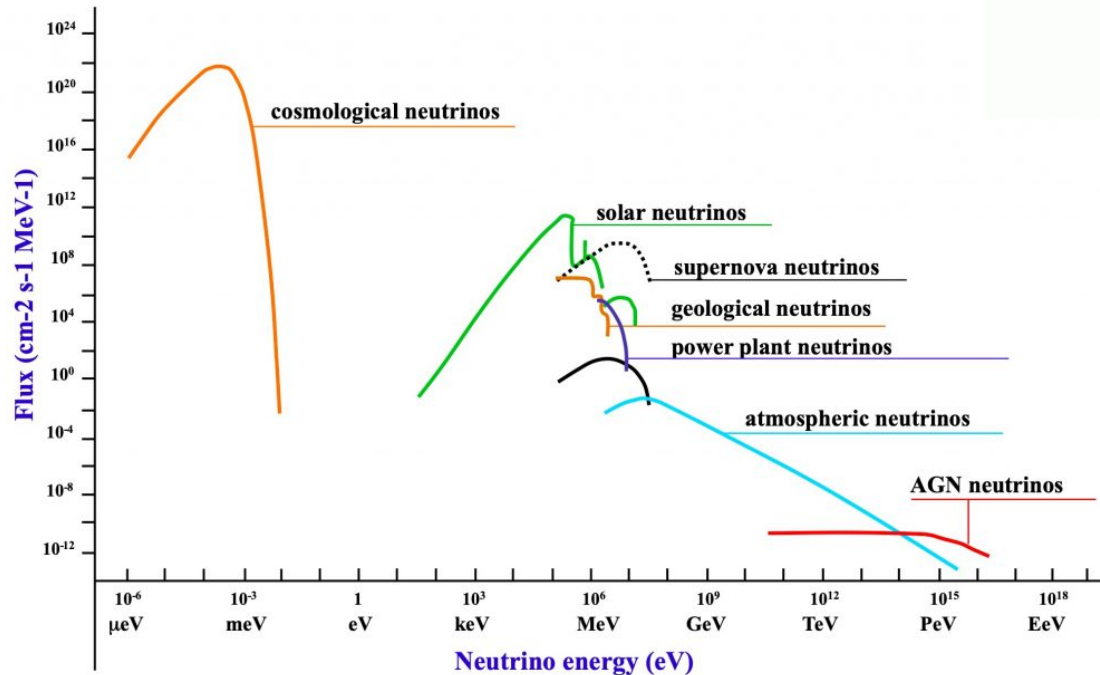
- Her saniyede içimizden 100,000,000,000,000 Güneş nötrinosu içimizden geçmekte.



# Nötrino-madde etkileşimi

- Güneşten gelen nötrinoların madde ile etkileşme olasılığı çok küçük, nötrinolar zararsız!

$$\begin{aligned}\sigma_{\nu n \rightarrow \nu n}(E) &= \frac{G_F^2 E_\nu^2 (\hbar c)^2}{\pi} (1 + 3g_A^2) \\ &\approx 9.3 \cdot 10^{-48} \text{ m}^2 \left( \frac{E_\nu}{1 \text{ MeV}} \right)^2 \\ \sigma_{\nu p \rightarrow \nu p}(E) &= \frac{G_F^2 E_\nu^2 (\hbar c)^2}{4\pi} ((16\xi^2 - 8\xi + 1)(1 + 3g_A^2)) \\ &\approx 6.0 \cdot 10^{-50} \text{ m}^2 \left( \frac{E_\nu}{1 \text{ MeV}} \right)^2\end{aligned}$$



## Ödev I

Ortalama 80 yıl yaşayan bir insanın vücudunda kaç kere nötrino ile etkileşimi gerçekleşir.

$$\Phi_{\text{atm}} = 1 \text{ nötrino/cm}^2 \cdot \text{s and } \langle E \rangle = 1 \text{ GeV}$$



# Dikkat! nötrino çıkabilir

## NEUTRINO FACTORIES

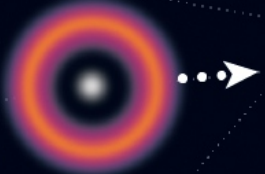
Neutrinos are everywhere, generated by a variety of processes

Fusion of hydrogen nuclei to form helium in the Sun.



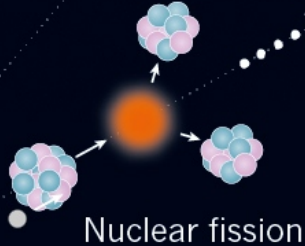
Sun

Supernovae and collisions between cosmic rays and air particles in Earth's atmosphere.



Supernovae

Particle accelerators smashing protons into a target and fission from the radioactive decay of elements inside nuclear reactors.



Nuclear fission



© nature

Su



Tritium - Naturally 1-7 Bq/L

Muz



Potassium - 40 100-150 Bq/L

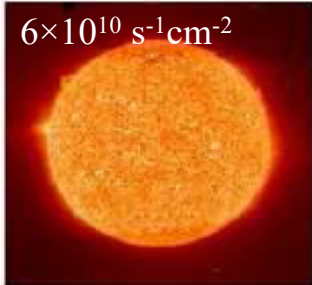
Sebze



Carbon - 14 200-300 Bq/L



# Nötrinolar her yerde!!



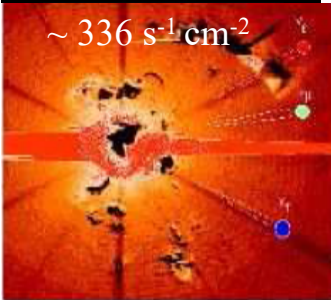
Güneş



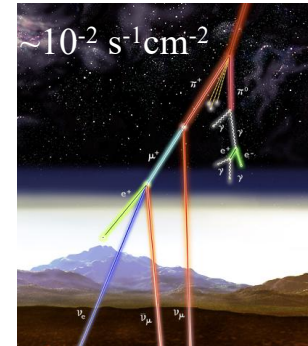
Süpernova



Dünya



Büyük Patlama



Atmosfer

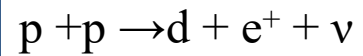
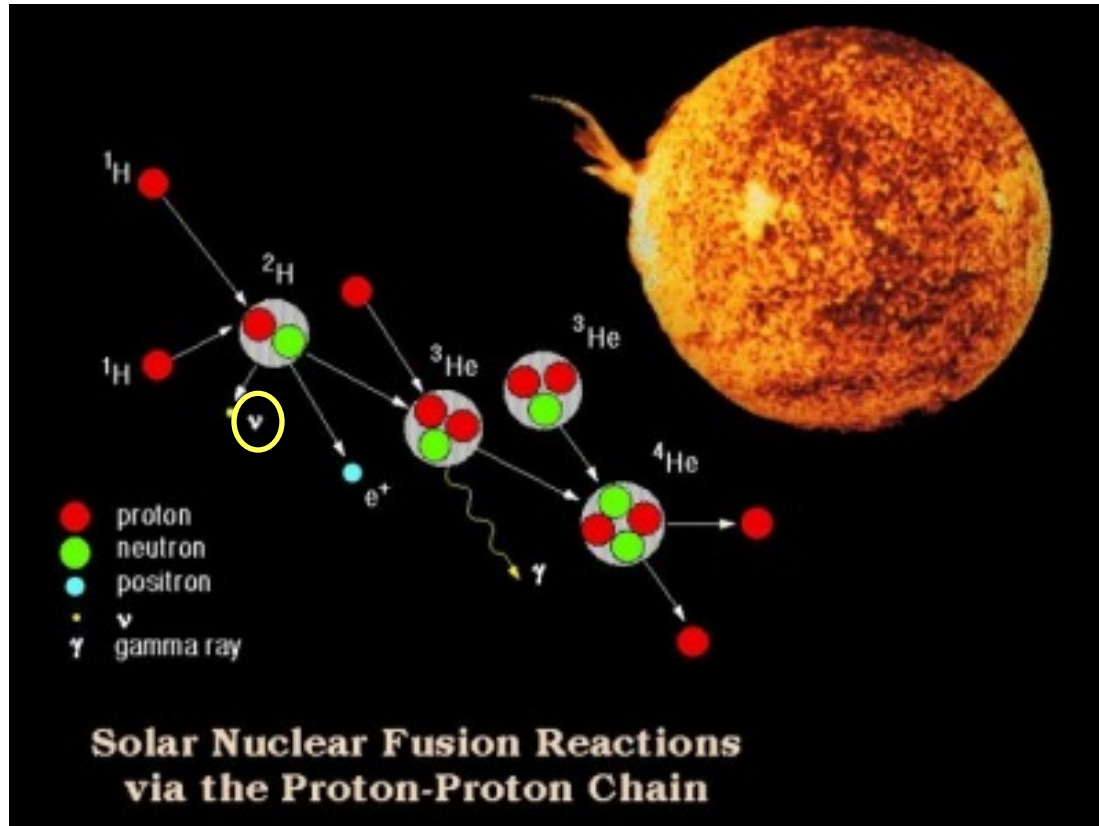


Reaktör

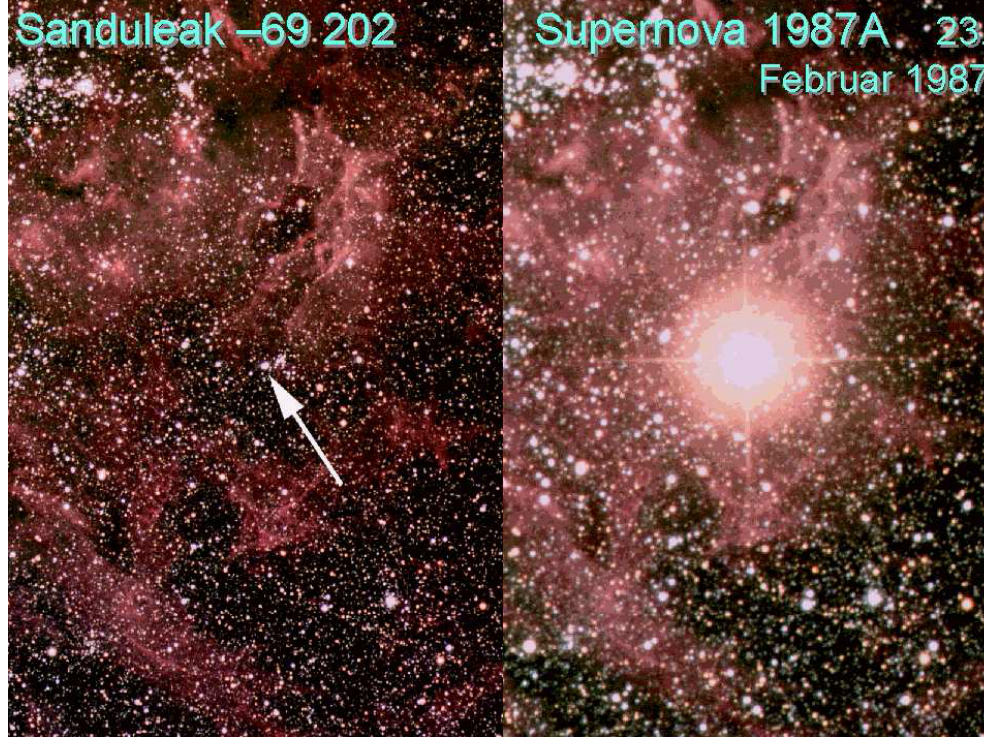


Hızlandırıcılar

# Nötrinoların Önemi



# Nötrinoların Önemi



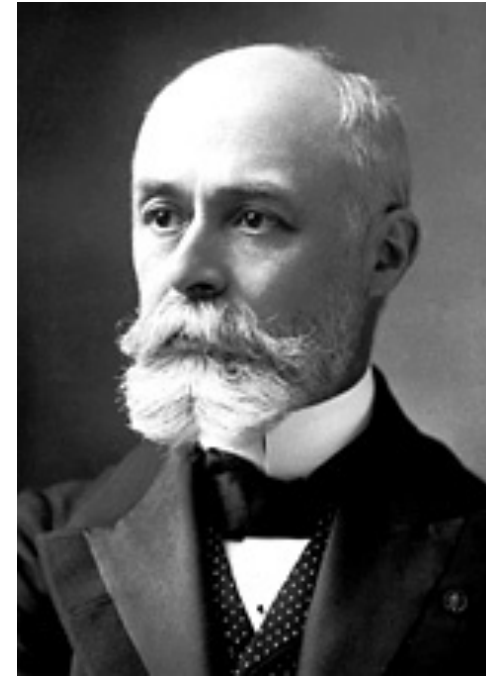
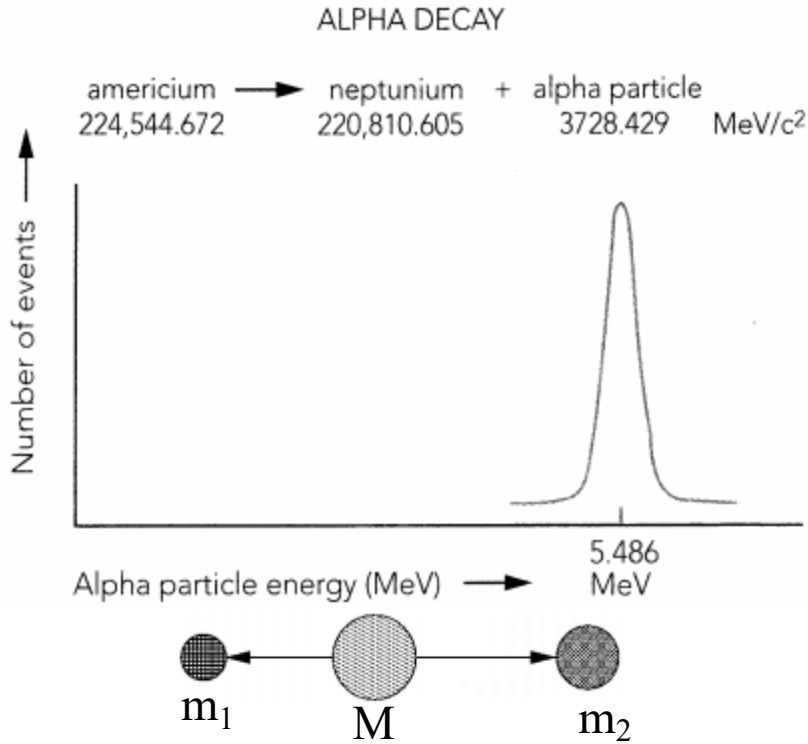
- Süpernova patlamasında açığa çıkan enerji Güneş'in toplam enerjisinden 1000 kat daha fazla!
- Açığa çıkan enerjinin %98'ni nötrinolar oluşturuyor!



# Nötrinoların Önemi

- **Parçacık fiziği** : Standard Model ötesi fiziğin işaret fişegi, yeni modeller...
- **Nükleer fizik**: nükleer yapıyı incelemek için gerekliler.
- **Kozmoloji**: karanlık madde problemi, baryon asimetrisi, nükleosentez.
- **Astrofizik**: termonükleer reaksiyonlar..

# Radyoaktivitenin Keşfi



Henri Becquerel

Fizik Nobel Ödülü (1903)



$$Q = T_\alpha + T_{\text{Np}}$$

$$T_\alpha = 4-9 \text{ MeV}$$

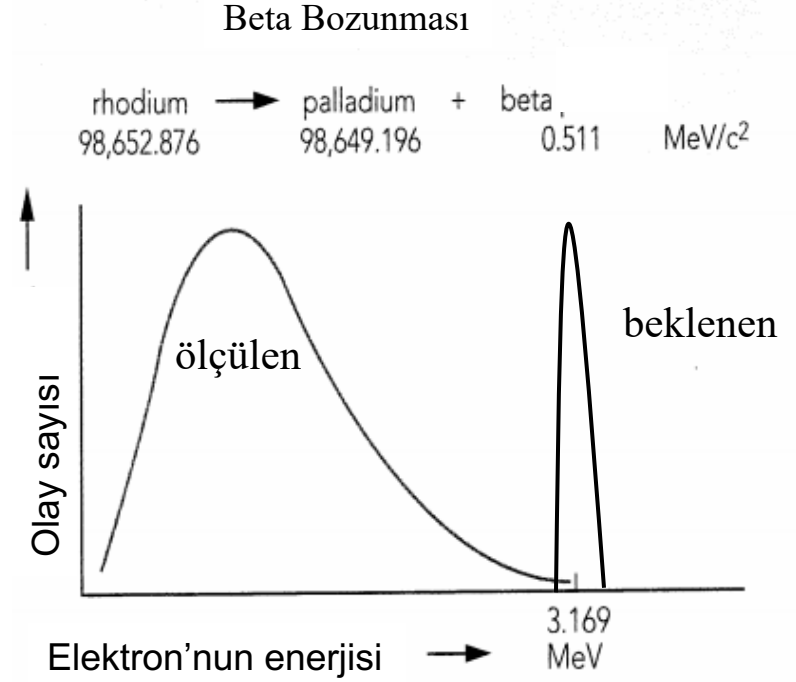
$$T_\alpha = Q \left( \frac{m_{\text{Np}}}{m_{\text{Np}} + m_\alpha} \right)$$

# Beta Bozunması



E. Rutherford  
Kimya Nobel Ödülü (1908)

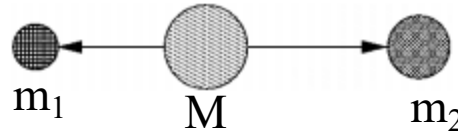
J. Chadwick  
Fizik Nobel Ödülü (1935)



$$Q = T_{\beta} + T_{\text{Pd}}$$

$$T_{\beta} = Q \left( \frac{m_{\text{Pd}}}{m_{\text{Pd}} + m_{\beta}} \right)$$

$$T_{\beta} = 3.169 \text{ MeV}$$



J. Chadwick, Verhandlungen der deutschen Physikalischen Gesellschaft 16 (1914) 383

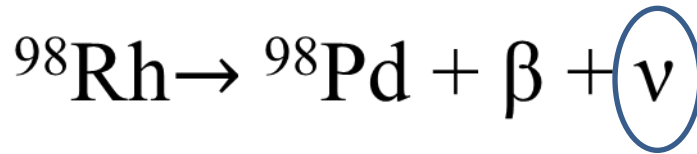
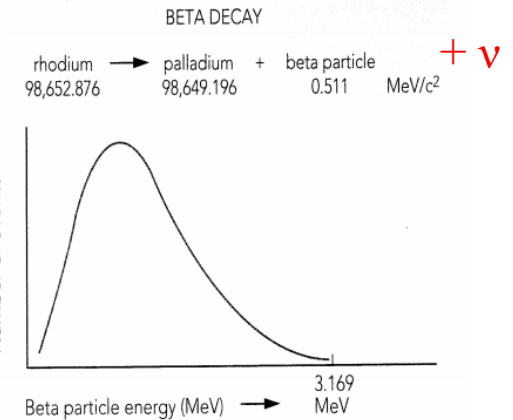
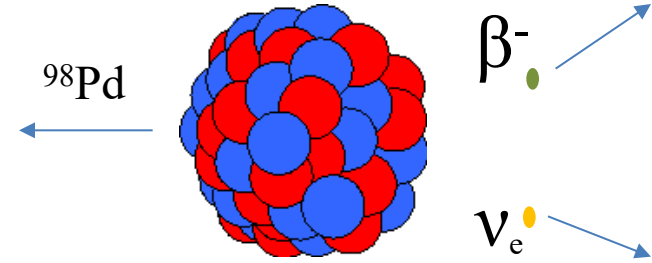
- Elektronun enerjisi beklenilenin aksine sabit değil!
  - Enerji nereye gidiyor veya enerji korunmuyor mu?
  - spin  $\frac{1}{2} \neq \text{spin } \frac{1}{2} + \text{spin } \frac{1}{2}$

# Pauli problemi çözdü !

4th December 1930

Dear Radioactive Ladies and Gentlemen,

As the bearer of these lines, to whom I graciously ask you to listen, will explain to you in more detail, how because of the "wrong" statistics of the N and  $\text{Li}^6$  nuclei and the continuous beta spectrum, I have hit upon a desperate remedy to save the "exchange theorem" of statistics and the law of conservation of energy. Namely, the possibility that there could exist in the nuclei electrically neutral particles, that I wish to call neutrons, which have spin 1/2 and obey the exclusion principle and which further differ from light quanta in that they do not travel with the velocity of light. The mass of the neutrons should be of the same order of magnitude as the electron mass and in any event not larger than 0.01 proton masses. The continuous beta spectrum would then become understandable by the assumption that in beta decay a neutron is emitted in addition to the electron such that the sum of the energies of the neutron and the electron is constant...



Pauli'in önerdiği parçacık

- yüksüz
- spin  $\frac{1}{2}$
- kütlesi protonun kütlesinin %1 den küçük

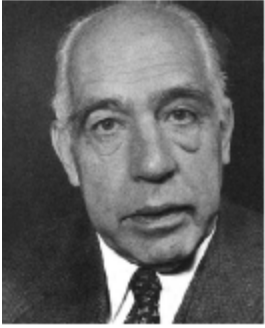
▪ Bulunması imkansız bir parçacık ileri sürerek korkunç bir hata yaptım...



Fizik Nobel Ödülü (1945)



# Farklı fikirler...



In 1929

Niels Bohr : Enerji her zaman korunmayabilir....

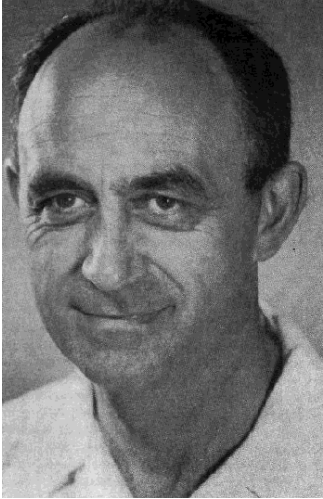


Sir Arthur Eddington:

In an ordinary way I might say that I do not believe in neutrinos.  
*Dare I say that experimental physicists will not have sufficient ingenuity to make neutrinos.*

# Nötrinoyu nasıl gözlemleriz?

Nötrino (reaktör veya Güneş den) kurşun içinde etkileşim yapmadan  $\sim 1$  ışık-yılı ( $\sim 10^{13}$  km) gidebilir.



E.Fermi 1933:  
Beta bozumunun teorisi

Bethe & Peierls 1934:  
“... this implies that one evidently never will be able to detect Neutrinos.”

ANCAK

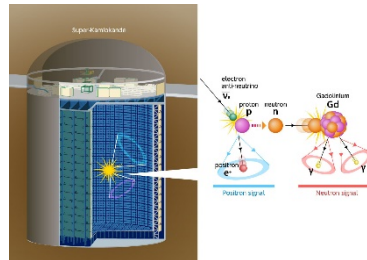
Prensipite, nötrino etkileşimlerini tespit etmek kolay;  
 $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$  **sonra**  $\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n$



1- Yoğun nötrino hüzmesi



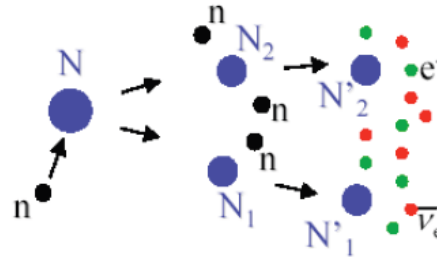
2- Ağır detektör



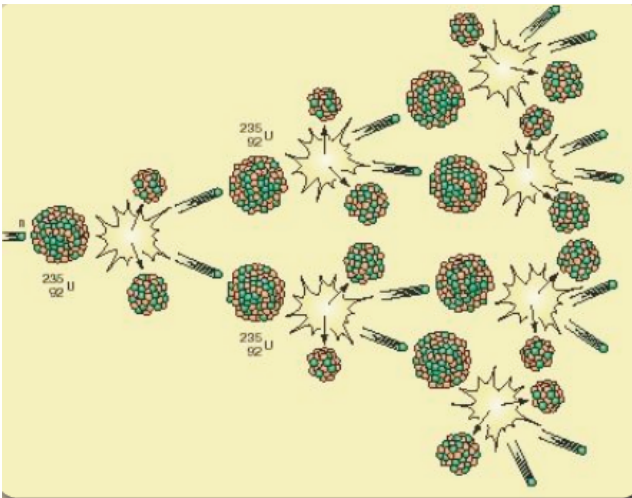
3- Uzun veri alımı



# Uygun yer: Nükleer reaktör



Fizyon başına çıkan enerji  
ve nötrino sayısı:  
200 Mev/fizyon  
6  $\nu_e$ /fizyon



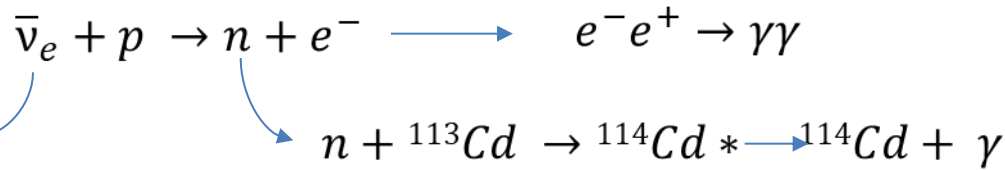
$$\bar{\nu} \text{ production rate} = \frac{6P_t}{200 \text{ MeV} \times \underbrace{1.6 \times 10^{-13}}_{\text{conversion factor MeV} \rightarrow \text{J}}} = 1.87 \times 10^{11} P_t \bar{\nu}/s$$

$P_t$ : reactor thermal power [W]

**For a typical reactor:  $P_t = 3 \times 10^9 \text{ W} \Rightarrow 5.6 \times 10^{20} \bar{\nu} / s$  (isotropic)**  
**Continuous  $\bar{\nu}$  energy spectrum – average energy  $\sim 3 \text{ MeV}$**

# Reines & Cowan (1950-1956)

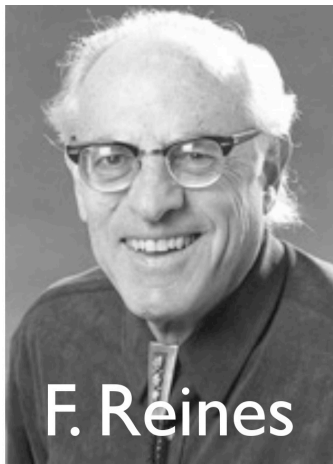
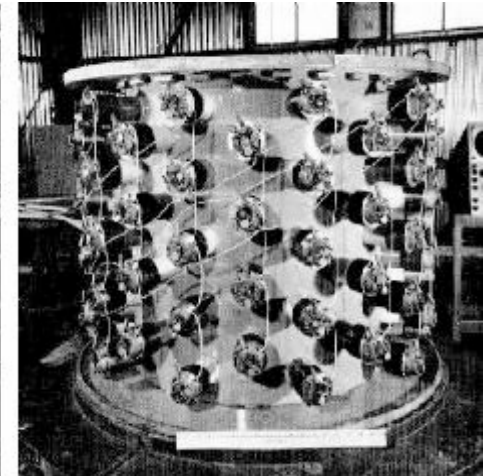
Ters beta bozunumu :



Detektör:  
liquid scintillator

reaktörden

Savannah River (South Carolina)  
Los Alamos National Laboratory



F. Reines

1995 Fizik Nobel Ödülü

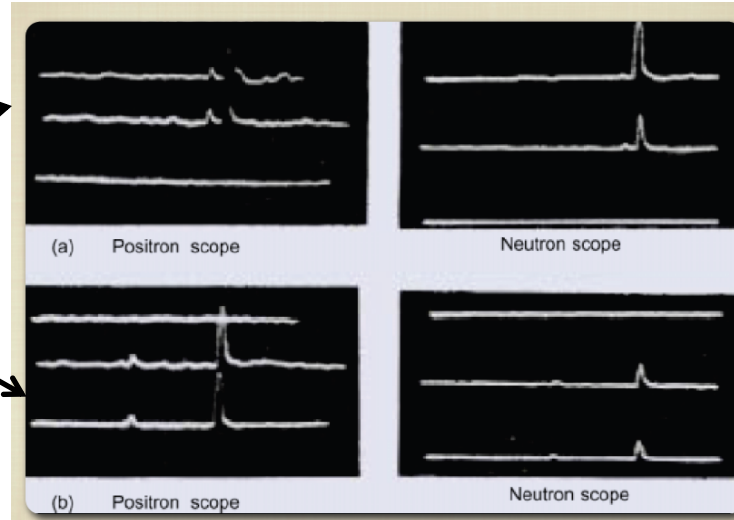
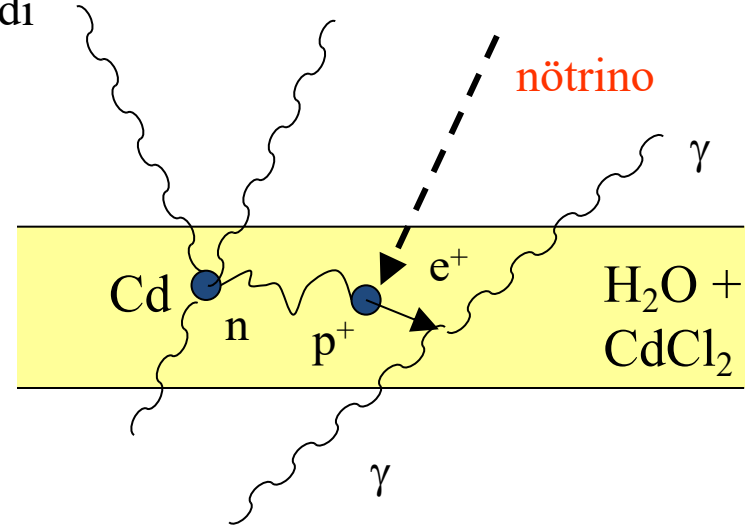
400 litre  $\text{H}_2\text{O}$  ve  $\text{CdCl}_2$



# Nötrinoların ilk kez gözlenmesi

- Savannah River' nükleer reaktöründen gelen anti-nötrinolar 'liquid scintillator' yardımıyla gözlemlendi (F.Reines, C.L. Cowan science 124 (1956) 103)

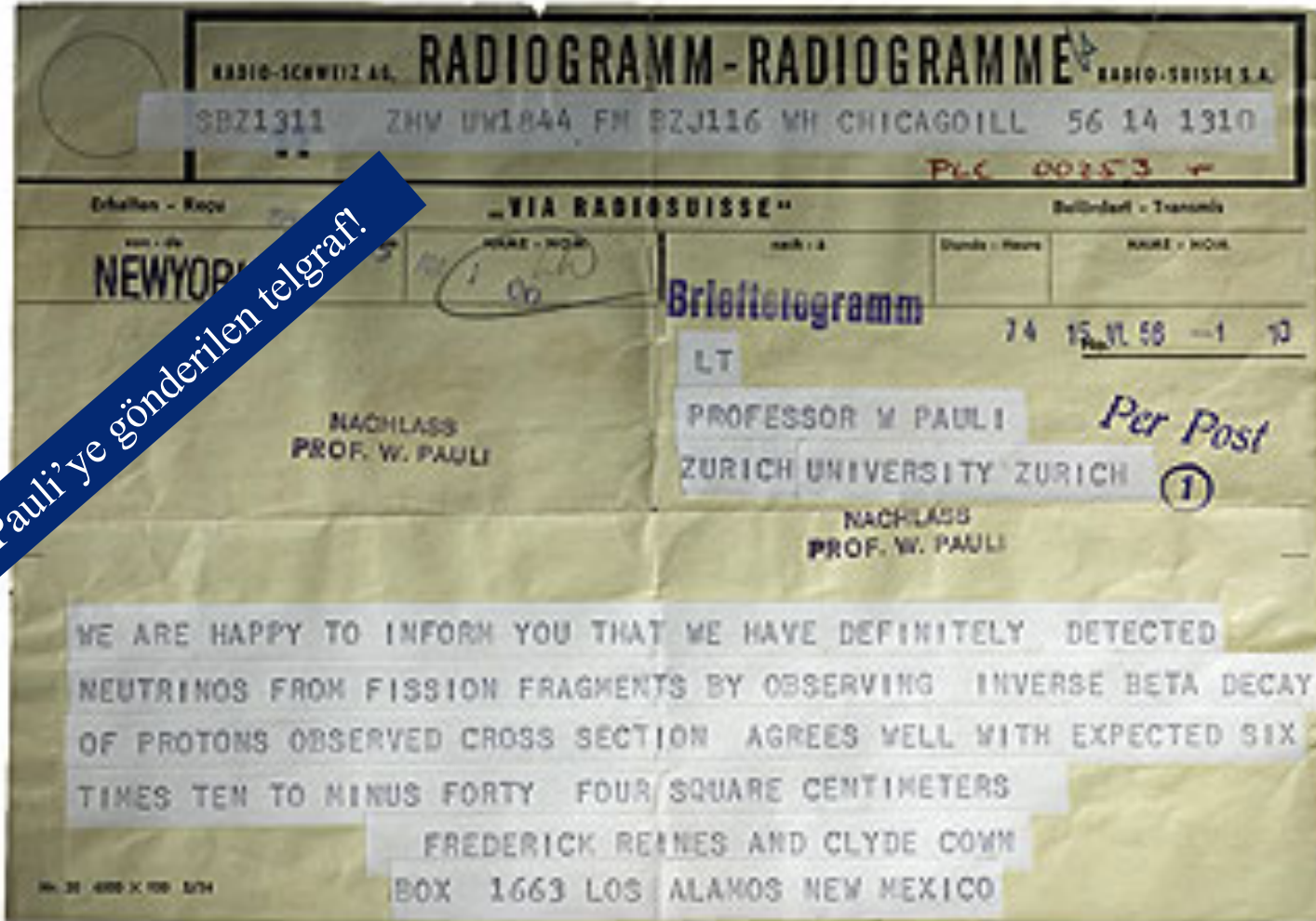
Etkileşimin imzası: *pozitron annihilation* sinyali ile *neutron capture* sinyali arasında 3-10  $\mu$ s var



~ 2.9 nötrino etkileşimi/saat

Reaktör kapatılınca sinyal ~ 0

# Nötrinoların ilk kez gözlenmesi



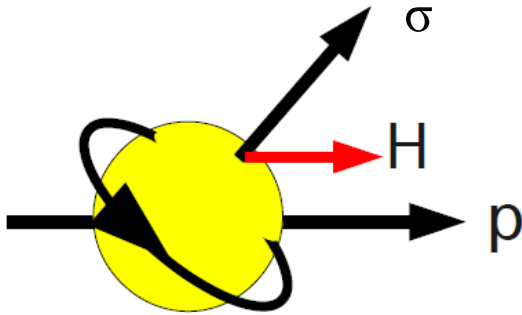
“Everything comes to him who knows how to wait.”  
-W. Pauli (1956)

# Nötrinolar "solak"

## Helicity vs Chirality("handedness")

Helicity : spinin momentum yönündeki iz düşümü

Chirality: Lorentz değişmez, özünde quantum özellik



$$\hat{H} = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}$$

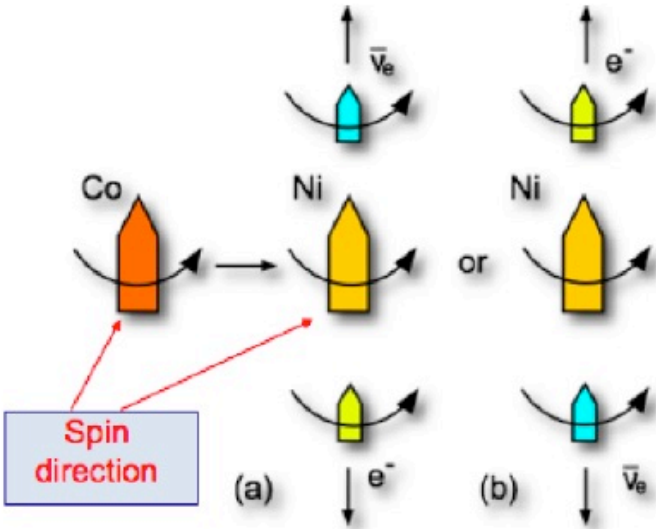
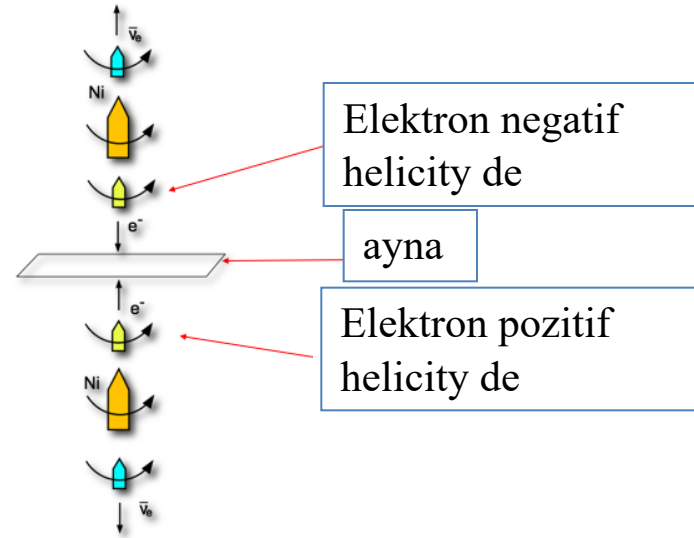
$$P_{L,R} = \frac{(1 \pm \gamma_5)}{2}$$

Kütlesiz parçacıklar için  
Helicity = Chirality

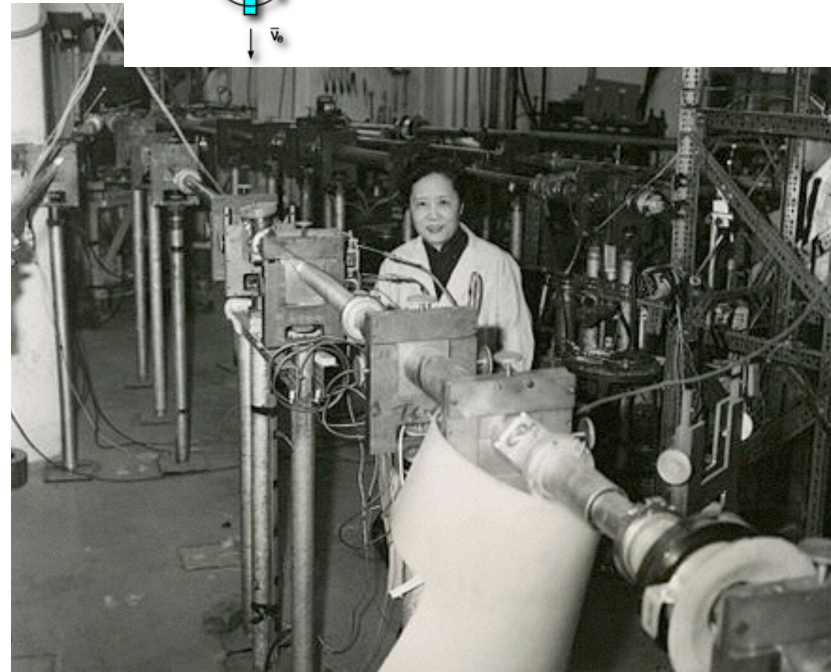
- Kütleli parçacıklar için Lorentz değişmezi değil.
- Kütleli parçacık negatif ve positif helicity de olabilir

# Nötrino varsa parity korunmuyor

- Lee ve Yang zayıf etkileşimlerde Parity'nin korunmayabileceğini ileri sürdüler.
- 1956'da Madam Wu, zayıf etkileşimlerde Parity'nin korunmadığını keşfetti.



Şayet Parity zayıf etkileşimlerde korunuyor olsaydı, a) ve b) aynı sayıda gözlemlenecekti. Ancak sadece a) gözlemlendi





# Nötrinolar "solak"

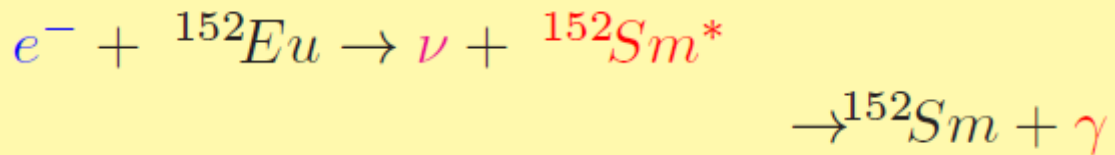
## Helicity of Neutrinos\*

M. GOLDHABER, L. GRODZINS, AND A. W. SUNYAR

*Brookhaven National Laboratory, Upton, New York*

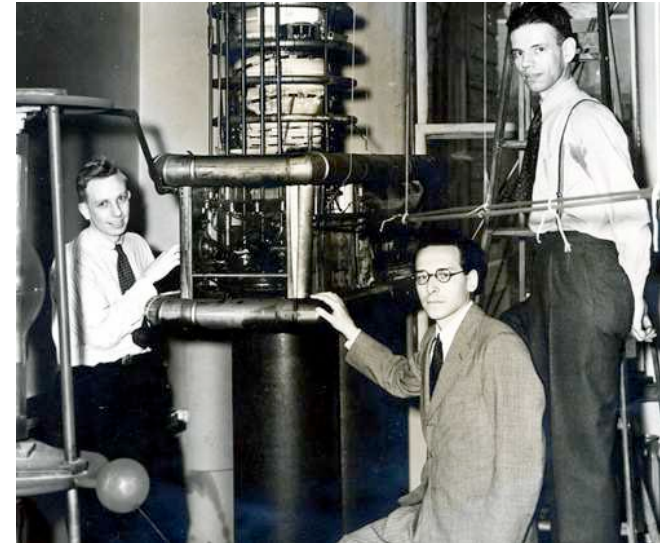
(Received December 11, 1957)

A COMBINED analysis of circular polarization and resonant scattering of  $\gamma$  rays following orbital electron capture measures the helicity of the neutrino. We have carried out such a measurement with Europium which decays by orbital electron capture. If we assume the most plausible spin-parity assignment for this isomer compatible with its decay scheme,<sup>1</sup>  $0^-$ , we find that the neutrino is "left-handed," i.e.,  $\sigma_\nu \cdot \hat{p}_\nu = -1$  (negative helicity).



Açısal momentum korunumu:

$\nu$  helicity =  $\gamma$  helicity



Goldhaber nötrinonun negatif helicity sahip olduğunu fotonun helicity sini ölçerek buldu.

# Zayıf Etkileşim

Zayıf akımların V-A kuplajı

Zayıf akım

$$: J = \underbrace{-i \frac{g_W}{\sqrt{2}} \frac{1}{2}}_{\text{kuplaj}} \bar{\Psi} \underbrace{\gamma^\mu (1 - \gamma^5)}_{\text{V-A}} \Psi$$

- Sol-elli kiral parçacıklar ve sağ-elli karşıt-parçacıklar zayıf etkileşim yapabilir
- Nötrinolar madde ile zayıf (V-A) akım etkileşimleri yaparlar.
- Şayet nötrino kütleli olsaydı, **sol-elli** (kiral) nötrinolar **sol-helicity**ye sahip olacaktı; **sağ-elli** (kiral) nötrinolar ise **sağ-helicity**ye sahip olacaktı
- Kütleli nötrinolar sağ-elli helicityye sahip olabilirler (sağ-elli kiral olamazlar)
- Ancak kütle çok küçük olduğu için nötrinolar ağırlıklı olarak sol-helicityye sahip,  $\sim m/E$  ile orantılı olarak sağ-helicityde olabilirler

# Zayıf-yük etkileşimi

## Yüklü akım (CC) etkileşimleri

- yarı-elastik (Quasi-elastic) saçılma: hedef değişiyor ancak çekirdek parçalanmıyor

$$\nu_{\mu} + n \rightarrow \mu + n$$

- Koherant-Diffraktif saçılma: hedef değişmiyor

$$\nu + N \rightarrow \mu \pi$$

- Nükleer rezonans üretimi: hedef uyarılıyor ve bozunuyor

$$\nu_{\mu} + N \rightarrow \mu + \Delta^*, \Delta^* \rightarrow \pi + N$$

- Derin elastik olmayan saçılma; hedef parçalanıyor

$$\nu_{\mu} + q \rightarrow \mu + q$$

## Yüksüz akım (NC) etkileşimleri

- Elastik saçılma: hedef değişmiyor

$$\nu + n \rightarrow \nu + n$$

- Koherant-Diffraktif saçılma: hedef değişmiyor

$$\nu + N \rightarrow \nu \pi$$

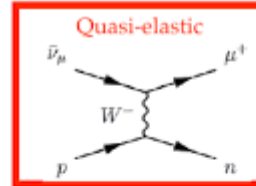
- Nükleer rezonans üretimi: hedef uyarılıyor ve bozunuyor

$$\nu + N \rightarrow \nu + \Delta^*, \Delta^* \rightarrow \pi + N$$

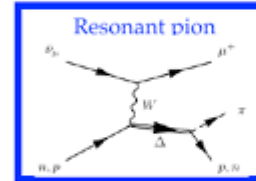
- Derin elastik olmayan saçılma; hedef parçalanıyor

$$\nu + q \rightarrow \nu + q$$

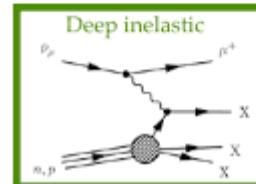
$Q^2$



QE

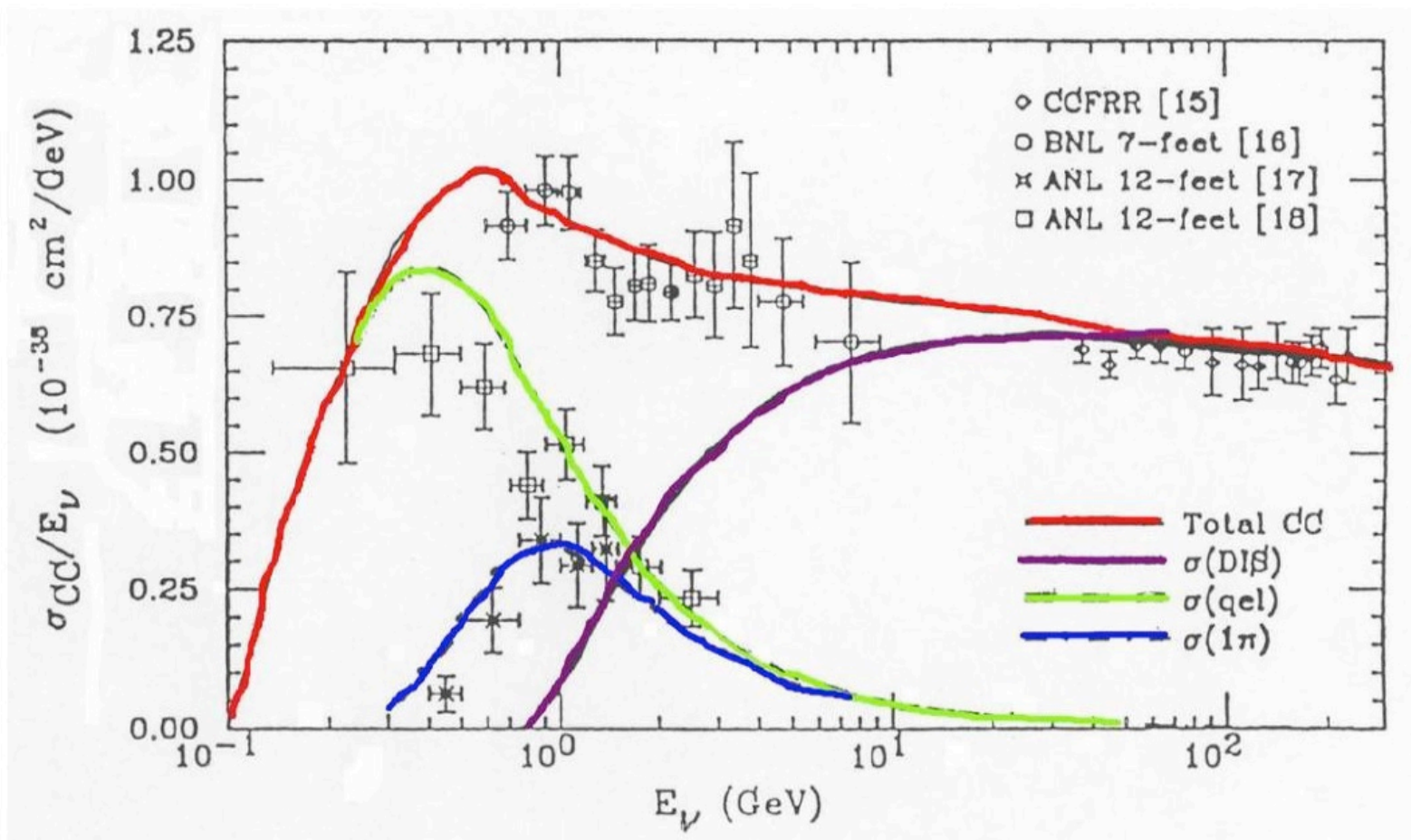


RES



DIS

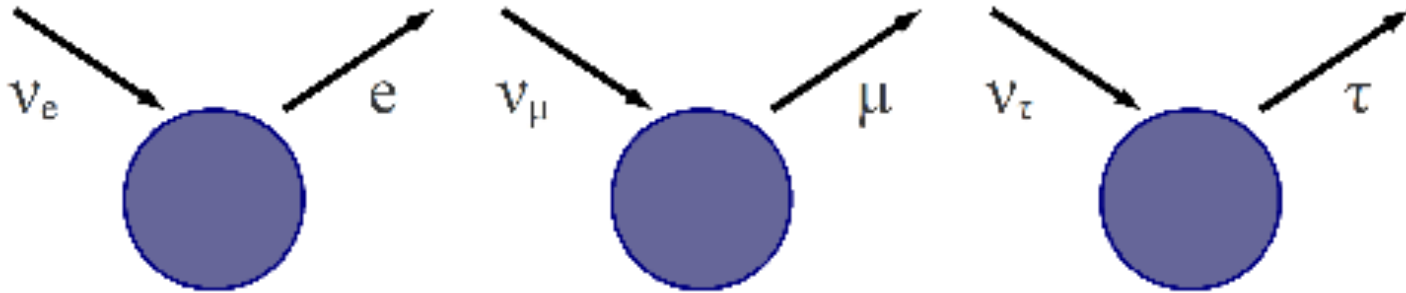
# Nötrino etkileşimleri





# Kaç çeşit nötrino?

- Nötrino madde etkileşimlerinde (Yüklü-Akım) nötrino ve yüklü lepton her zaman aynı çeşnide olmak zorunda.
- Şayet **elektron nötrino** madde ile etkileşirse **elektron** oluşur.
- Şayet **Müon nötrino** madde ile etkileşirse **Müon** oluşur.
- Şayet **tau nötrino** madde ile etkileşirse **tau** oluşur.

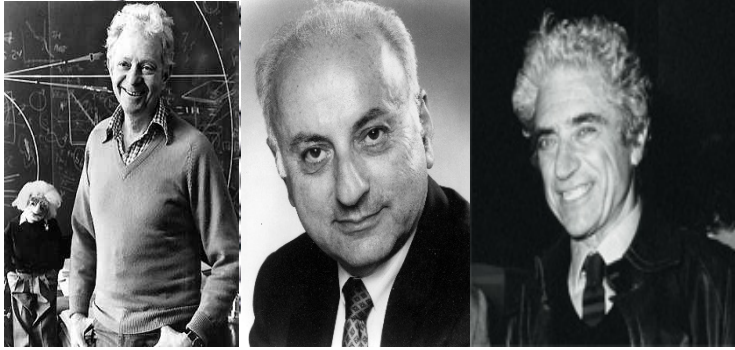
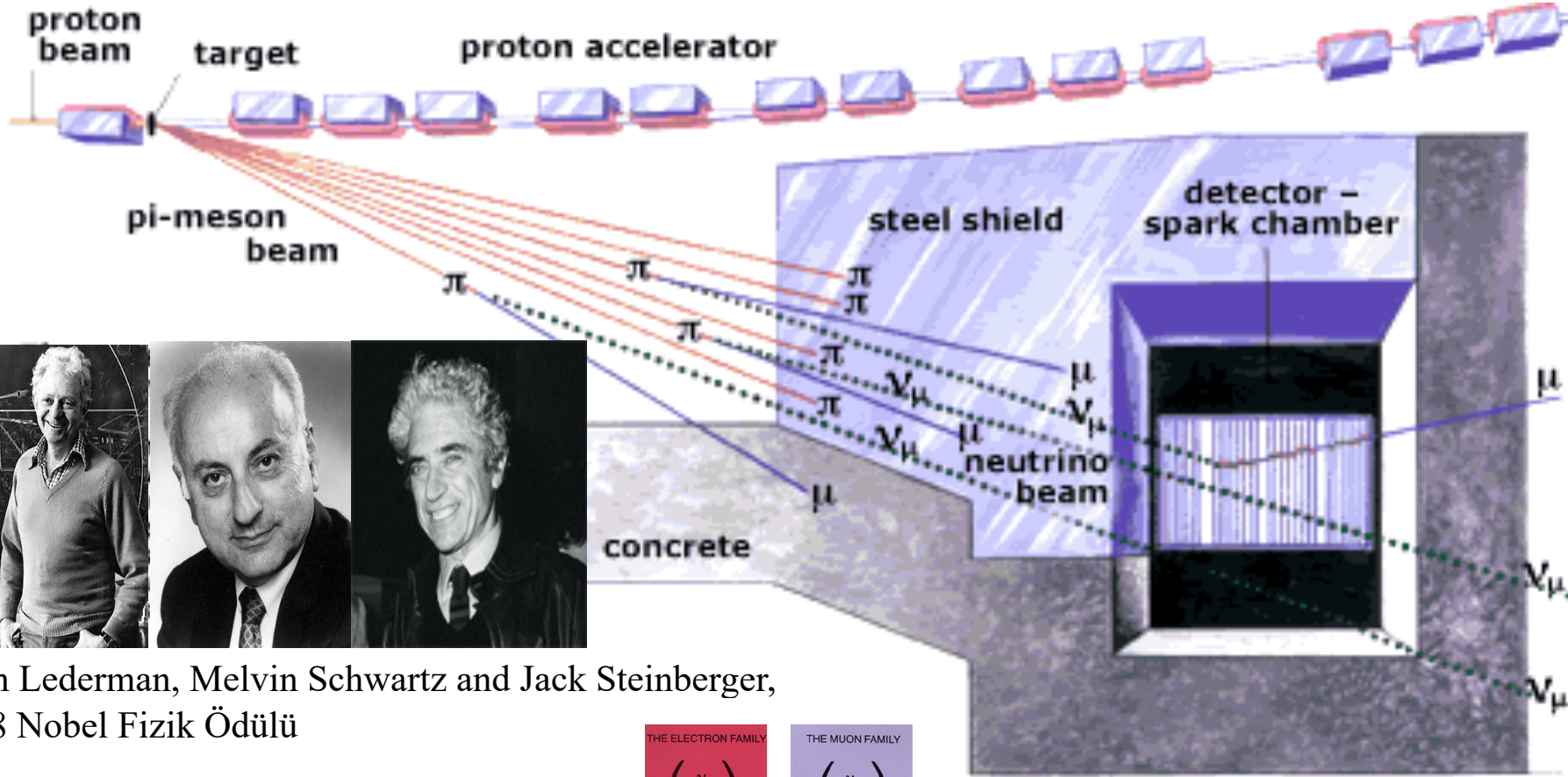


# Muon nötrinin keşfi

15 GeV/c Proton

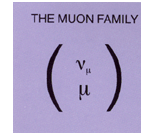
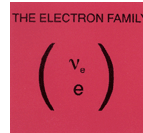
Alternating Gradient Synchrotron  
Brookhaven (1962)

Spark chamber



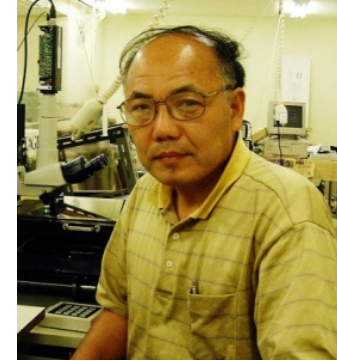
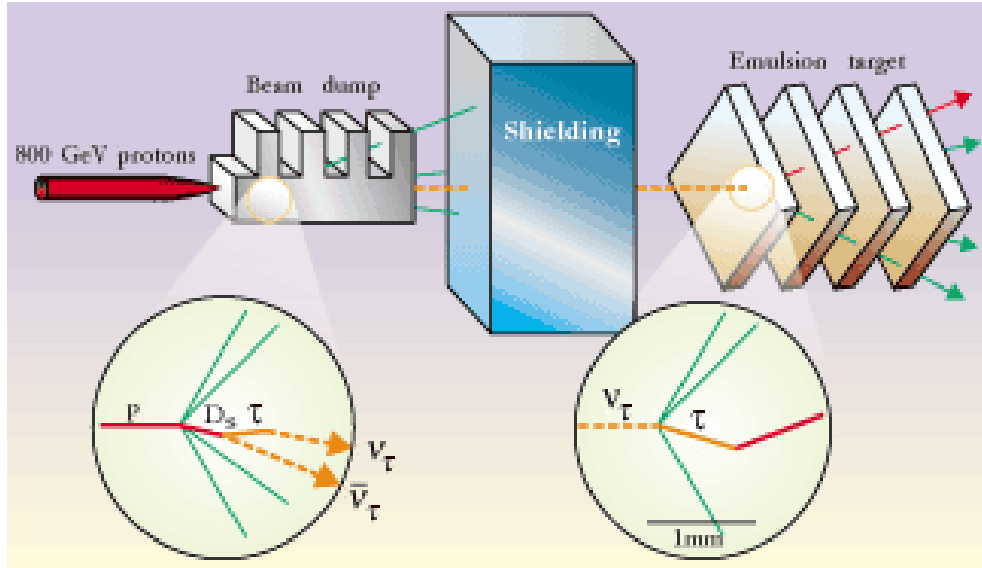
Leon Lederman, Melvin Schwartz and Jack Steinberger,  
1988 Nobel Fizik Ödülü

Sadece 34  $\nu_\mu$  etkileşimi gözlemladiler



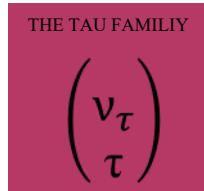
# Tau nötrinin keşfi

- DONUT (Direct Observation of the nu-Tau, E872) deneyi tau nötrino etkileşimlerini direkt gözlemlemek için tasarlandı.

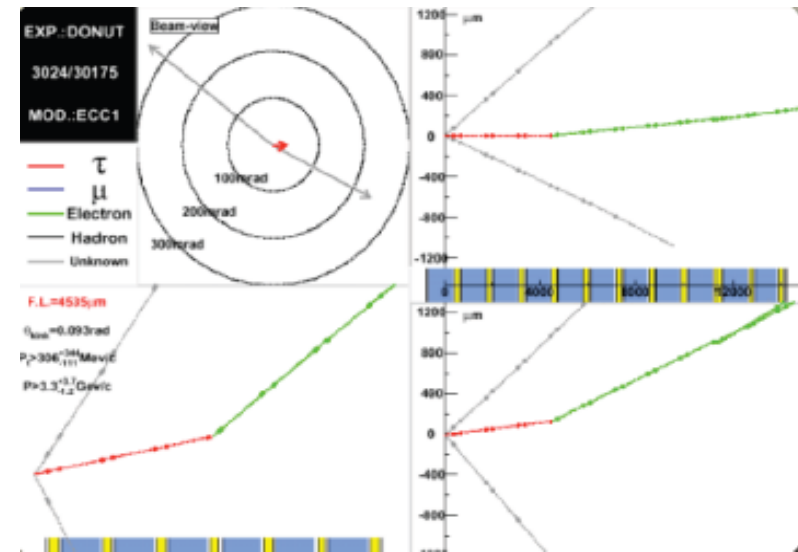


Kimio Niwa

1977'de **Martin Perl**  $\tau$  keşfetti.  
2000 yılında  $\nu_{\tau}$  keşfedildi.



- DONuT, 9  $\nu_{\tau}$  nötrino etkileşimi bulundu.

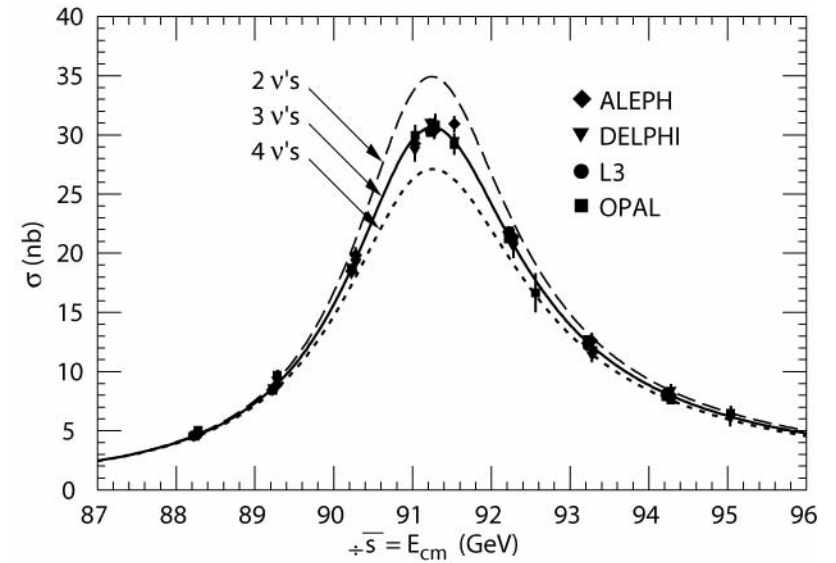


# Kaç çeşit nötrino var ?

3 aktif nötrino ( $m_\nu < 45$  GeV)

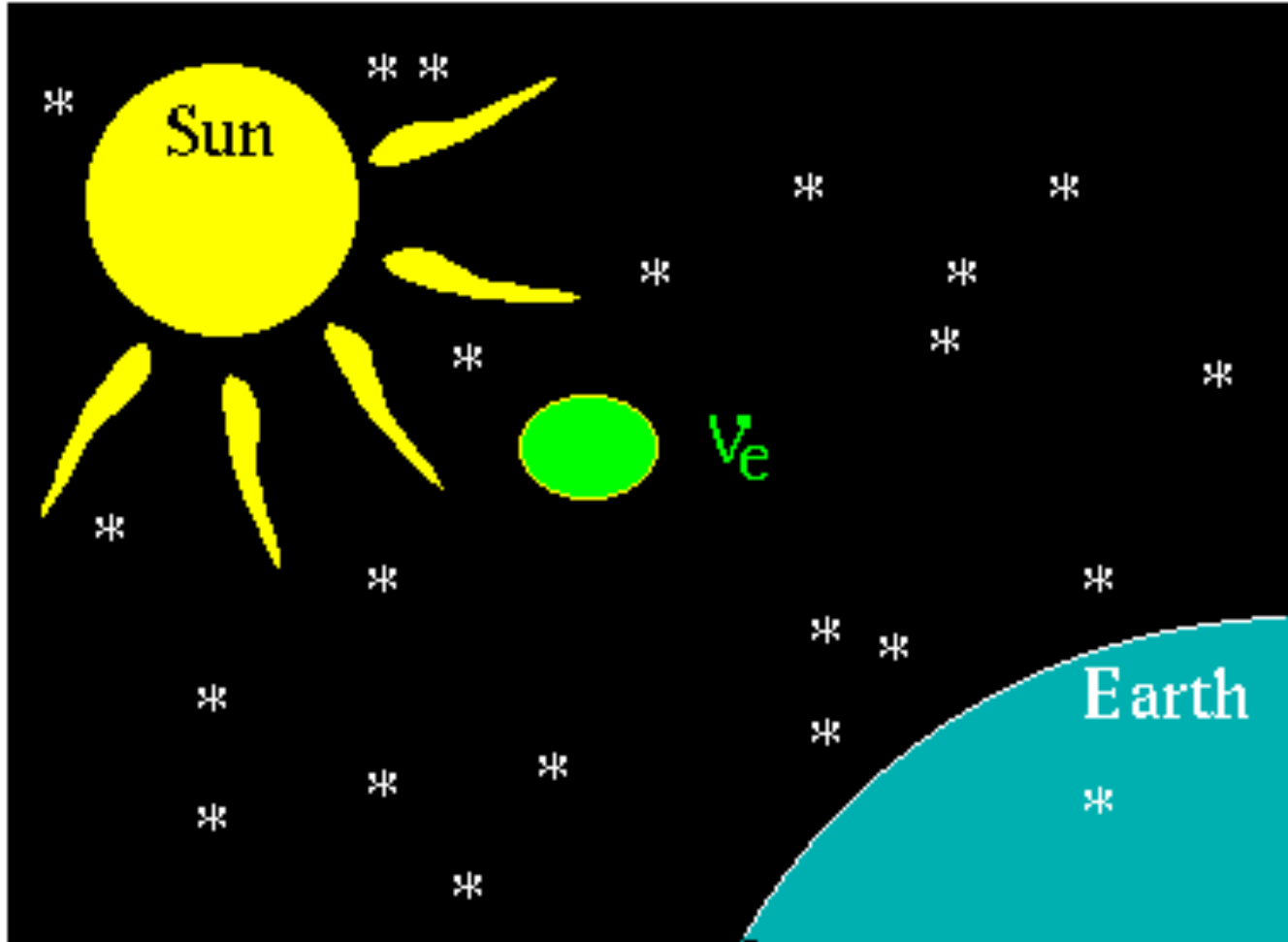


LEP deneylerinin ölçümleri





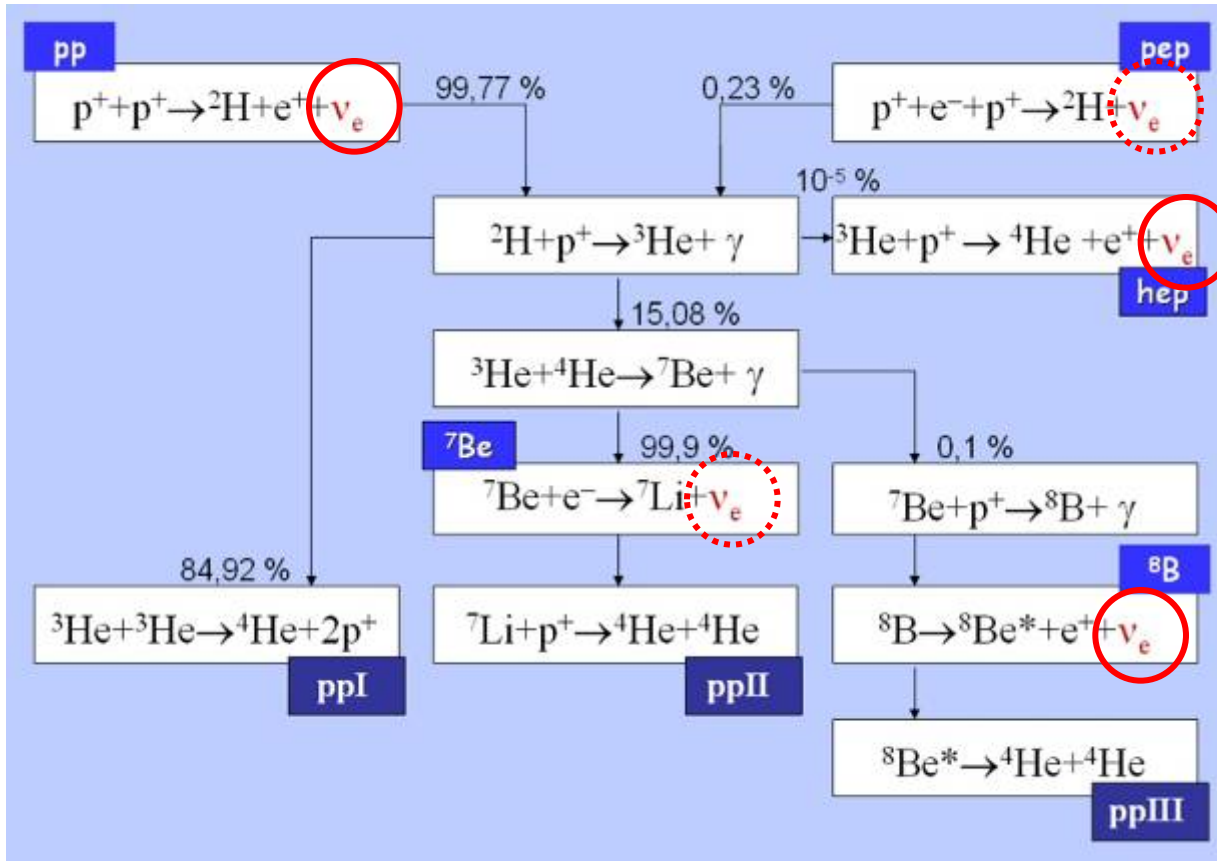
# Güneş nötrinolarının gözlemlenmesi



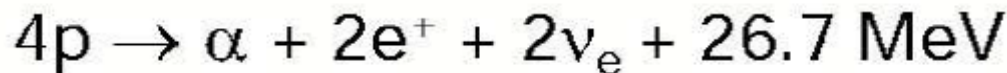
1968'de John Bahcall güneşten gelen nötrino akışını hesapladı

# Proton'dan Nötrino'ya

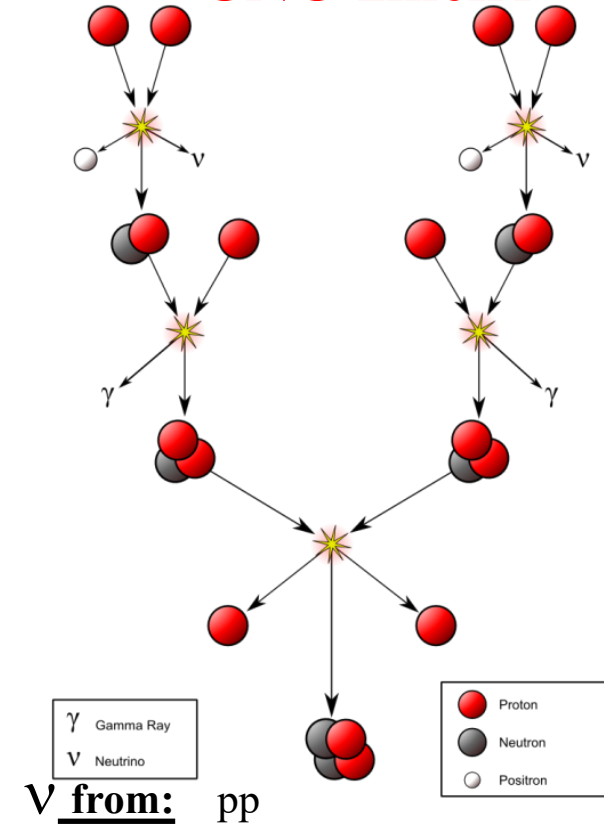
## pp zinciri



pep and <sup>7</sup>Be are Monochromatic  $\nu$ 's  
(2 bodies in the final state)



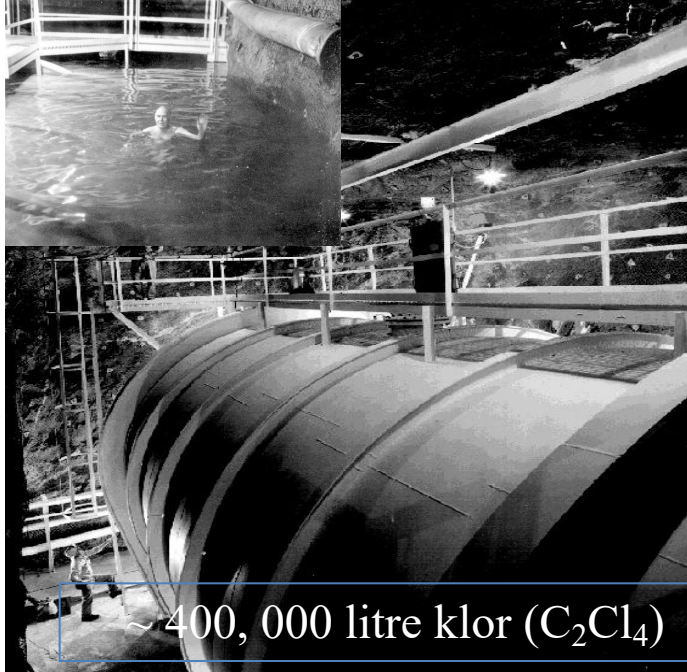
## CNO zinciri



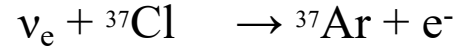
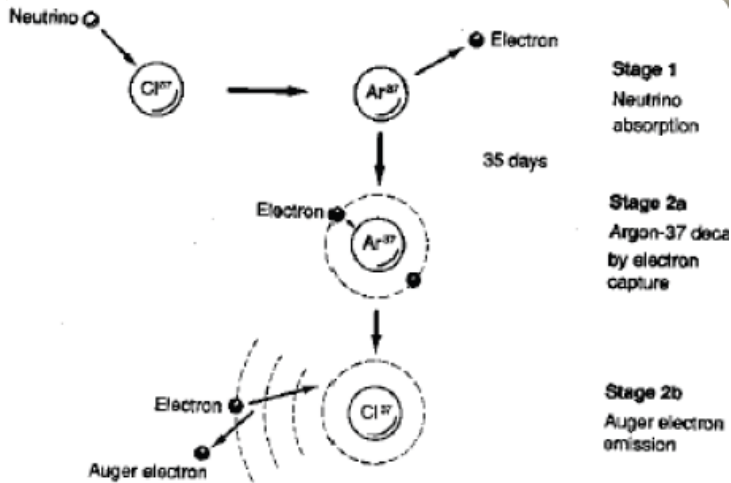
$\nu$  from: pp  
pep  
<sup>7</sup>Be  
<sup>8</sup>B  
hep

# Solar nötrinolar

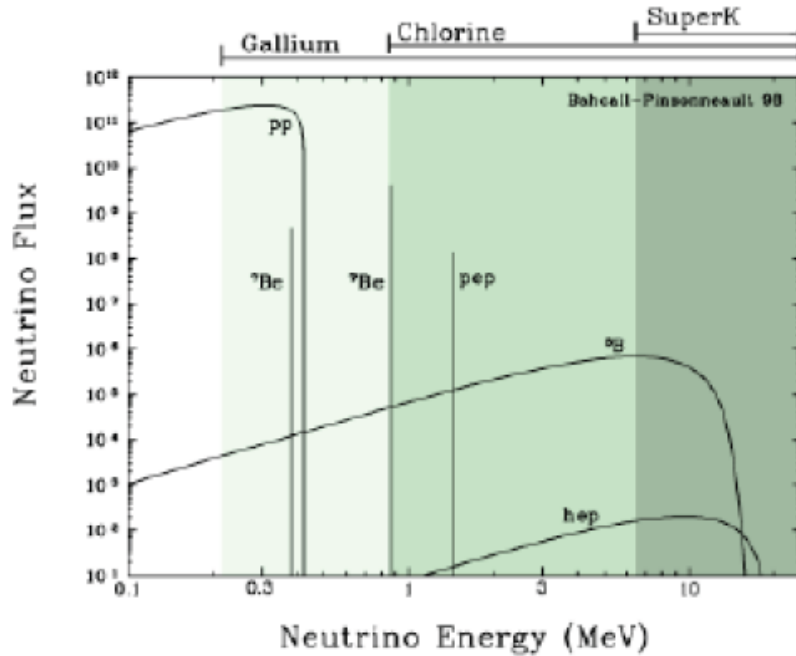
Ray Davis HomeStake madeninde solar nötrinoları 20 yıl (1969 -1989) gözlemledi.



John Norris Bahcall Standard Solar Model Nötrino akışını hesapladı.



# Solar nötrino problemi



Beklenen

8.2 SNU  $\pm 1.8$

Gözlemlenen

2.56 SNU  $\pm 0.23$

- Deneyde, öngörülen nötrinoların sadece 1/3 gözlemlendi

- Solar nötrino problemi
  - Davis belki nötrino akısını yanlış ölçtü.
  - Bahcall belki nötrino akısını yanlış hesapladı.
  - veya her ikisinde yanlış yaptı.

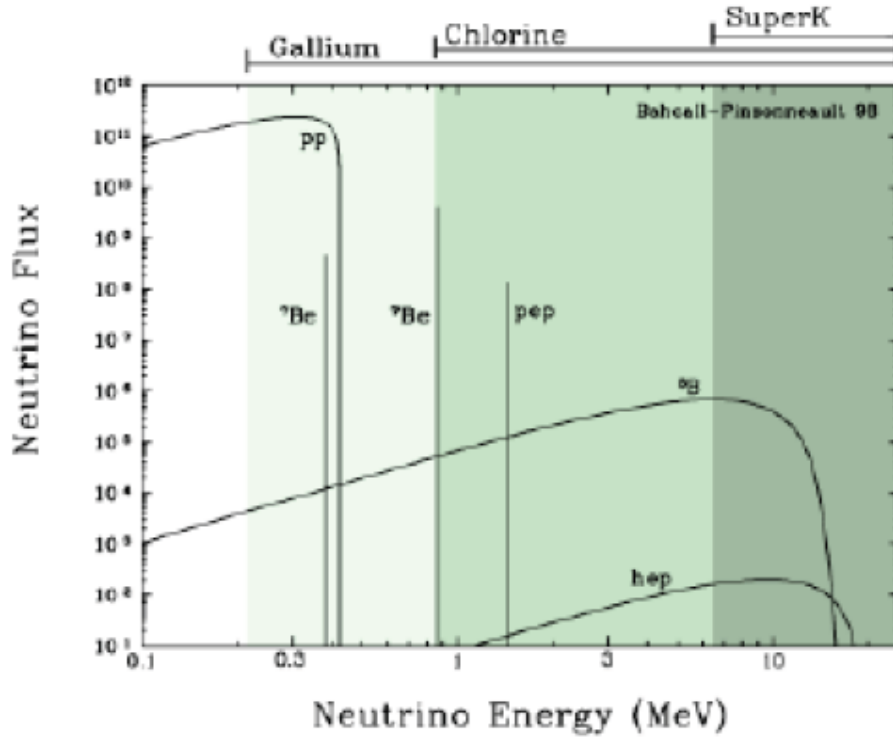


# Başka bir deney: Gallium

1991 and 1997 at the Laboratori Nazionali del Gran Sasso (LNGS).

30.3 ton Gallium

$\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^-$ , günlük ortalama 0.75 nötrino etkileşimi



Beklenen

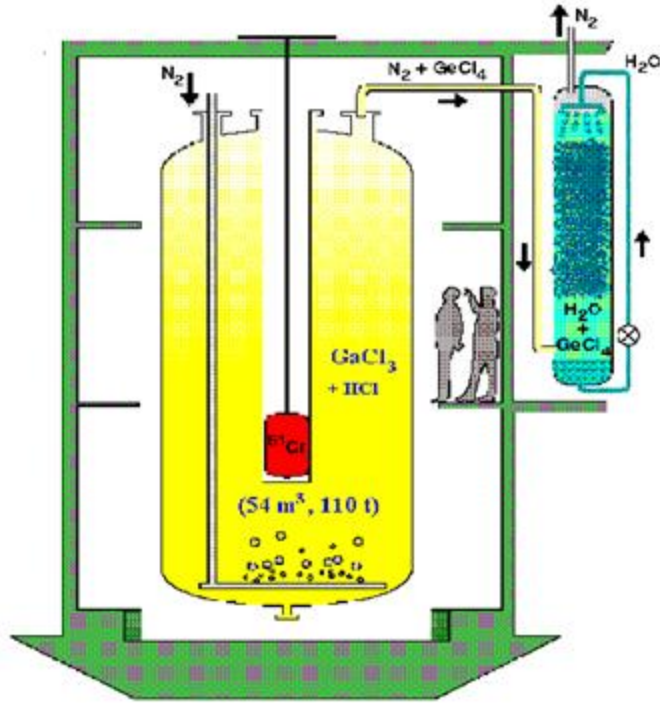
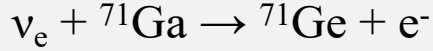
127 SNU  $\pm 12$

Gözlemlenen

68.1 SNU  $\pm 3.75$

# Başka bir deney: Sage

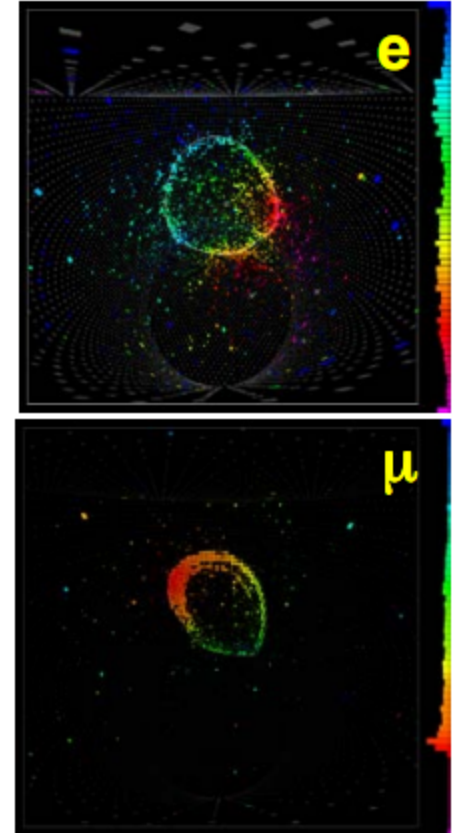
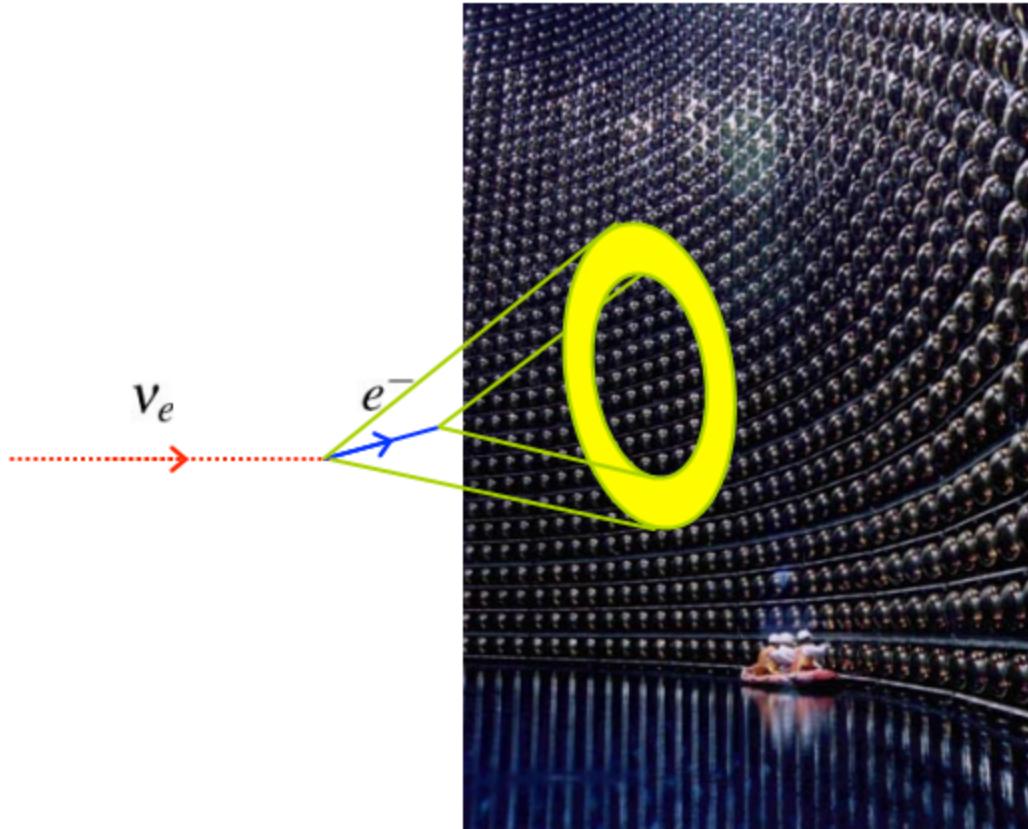
**SAGE** (*Soviet–American Gallium Experiment*) 1990 -2007.



- Belki kullanılan method (radiochemical) yanlış.

# Başka bir metod

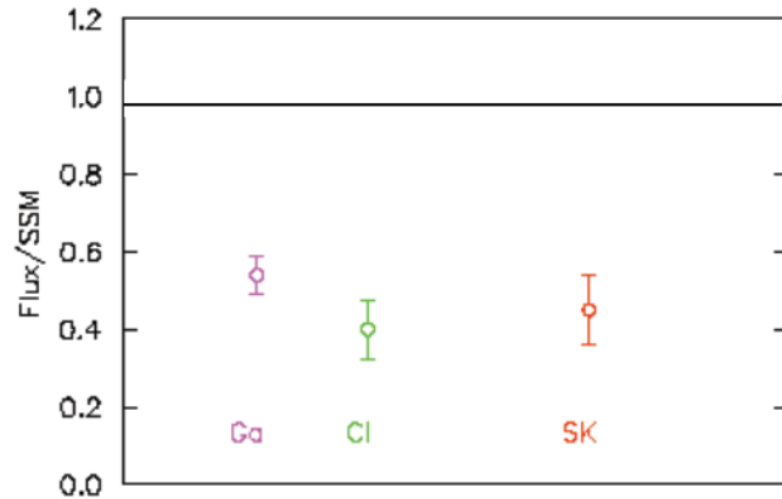
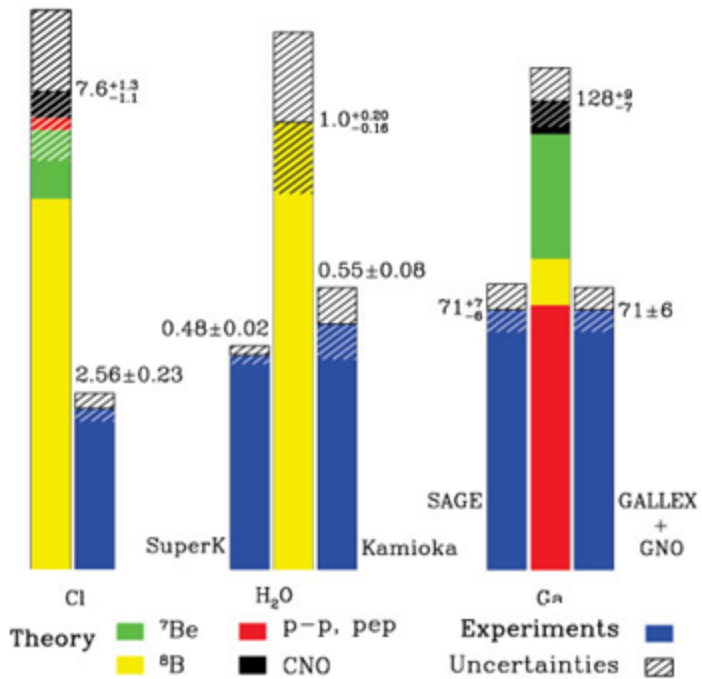
## ■ Cerenkov ışması



- Elektron ve müon birbirinden ayırt edilebilmekte.

# Solar nötrino problemi

Total Rates: Standard Model vs. Experiment  
Bahcall-Pinsonneault 2000



Deney	Reaksiyon	Göz. / Bek.
Homestake	$\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}\text{Ar} + e^-$	$0.34 \pm 0.03$
Super-K	$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$	$0.46 \pm 0.02$
SAGE	$\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^-$	$0.59 \pm 0.06$
Gallex+GNO	$\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow {}^{71}\text{Ge} + e^-$	$0.58 \pm 0.05$

1 SNU (Solar Neutrino Unit) = 1 capture/sec/ $10^{36}$  atoms



# Nötrino Salınımları



Bruno Pontecorvo

1956

İlk fikir Bruno Pontecorvo'dan  $\bar{K}^0 - K^0$  salınımlarından esinlenip  $\bar{\nu} - \nu$  salınlarını önerdi.

## Observation of Long-Lived Neutral $V$ Particles\*

K. LANDE, E. T. BOOTH, J. IMPEDUGLIA, AND L. M. LEDERMAN,  
*Columbia University, New York, New York*

AND

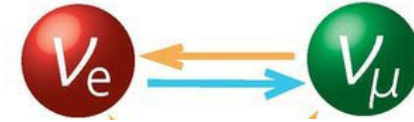
W. CHINOWSKY, *Brookhaven National Laboratory,  
Upton, New York*

(Received July 30, 1956)

At the present stage of the investigation one may only conclude that Table I, Fig. 2, and  $Q^*$  plots are consistent with a  $K^0$ -type particle undergoing three-body decay. In this case the mode  $\pi e \nu$  is probably prominent,<sup>9</sup> the mode  $\pi \mu \nu$  and perhaps other combinations may exist but are more difficult to establish, and  $\pi^+ \pi^- \pi^0$  is relatively rare. Although the Gell-Mann-Pais predictions (I) and (II) have been confirmed, long lifetime and "anomalous" decay mode are not sufficient to identify the observed particle with  $\theta_2^0$ . In particular,

## 1962 Maki, Nakagawa and Sakata

- Çeşni salınımı



- Zayıf yük öz durumları  $\nu_e, \nu_\mu$  kütle öz durumlarından (yayılm)  $\nu_1, \nu_2$  farklı



Ziro Maki

<http://dx.doi.org/10.1143/PTP.28.870>

# Nötrino karışımları

- Karışım Pontecorvo-Maki-Naganawa matriksi vasıtasıyla tanımlanır :

$$v_\alpha = \sum_i U_{\alpha i} v_i$$

$\alpha = e, \mu, \tau$  (çeşni alanı)  $i = 1, 2, 3$  (kütle alanı)

CC etkileşimlerinde  
ki alan

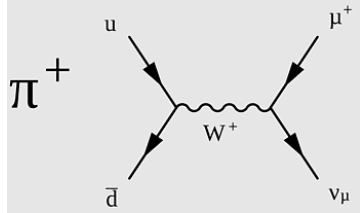
$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{-g}{\sqrt{2}} \sum_{k\alpha} (U_{\alpha k}^* \bar{\nu}_{kL} \gamma_\rho l_{\alpha L} W_\rho + h.c.)$$

Elektron CC etkileşimlerinde ki ortaya çıkan karşıt-nötrino kütle alanlarının karışımlarında oluşmaktadır.

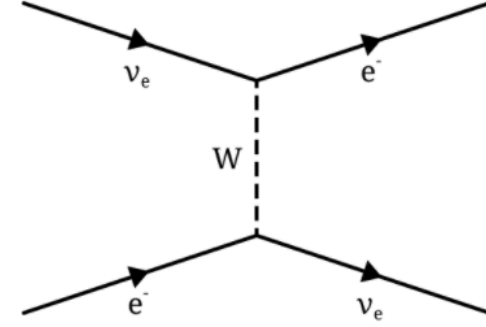
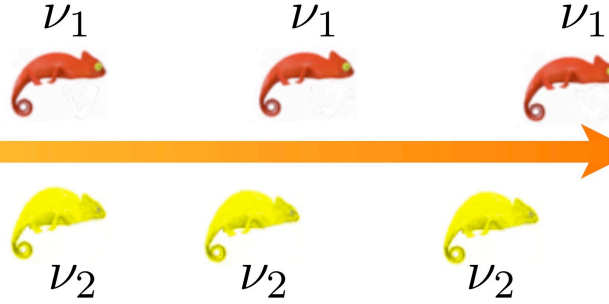
# Nötrino nasıl değişiyor?

Nötrino (çeşni durumu)  
demeti (üretim)

$$\pi \rightarrow \mu \nu_\mu$$



ilerleyen nötrino  
kütle öz durumunda



Algıçta etkileşen nötrino  
çeşni durumu ( $\nu_e$ )

Üretim noktasında kütle öz durumlarının süperpozisyonu

$$|\nu_\mu\rangle = U_{\mu 1}^* |\nu_1\rangle + U_{\mu 2}^* |\nu_2\rangle + U_{\mu 3}^* |\nu_3\rangle$$



# Nötrino nasıl değişiyor?

- İki çeşnili nötrino karışımı 1 açığa bağı, Dirac durumunda fiziksel faz yok, Majorana'da 1 faz var.

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

- Üçlü nötrino karışımı 3 açığa bağı, 1 Dirac fazı ve iki Majorana fazı var.

$$s_{23} = \sin\theta_{23}, s_{12} = \sin\theta_{12}, s_{13} = \sin\theta_{13}, c_{13} = \cos\theta_{13}, c_{12} = \cos\theta_{12}, c_{23} = \cos\theta_{23}$$

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_{21}/2} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_{31}/2} \end{pmatrix}$$

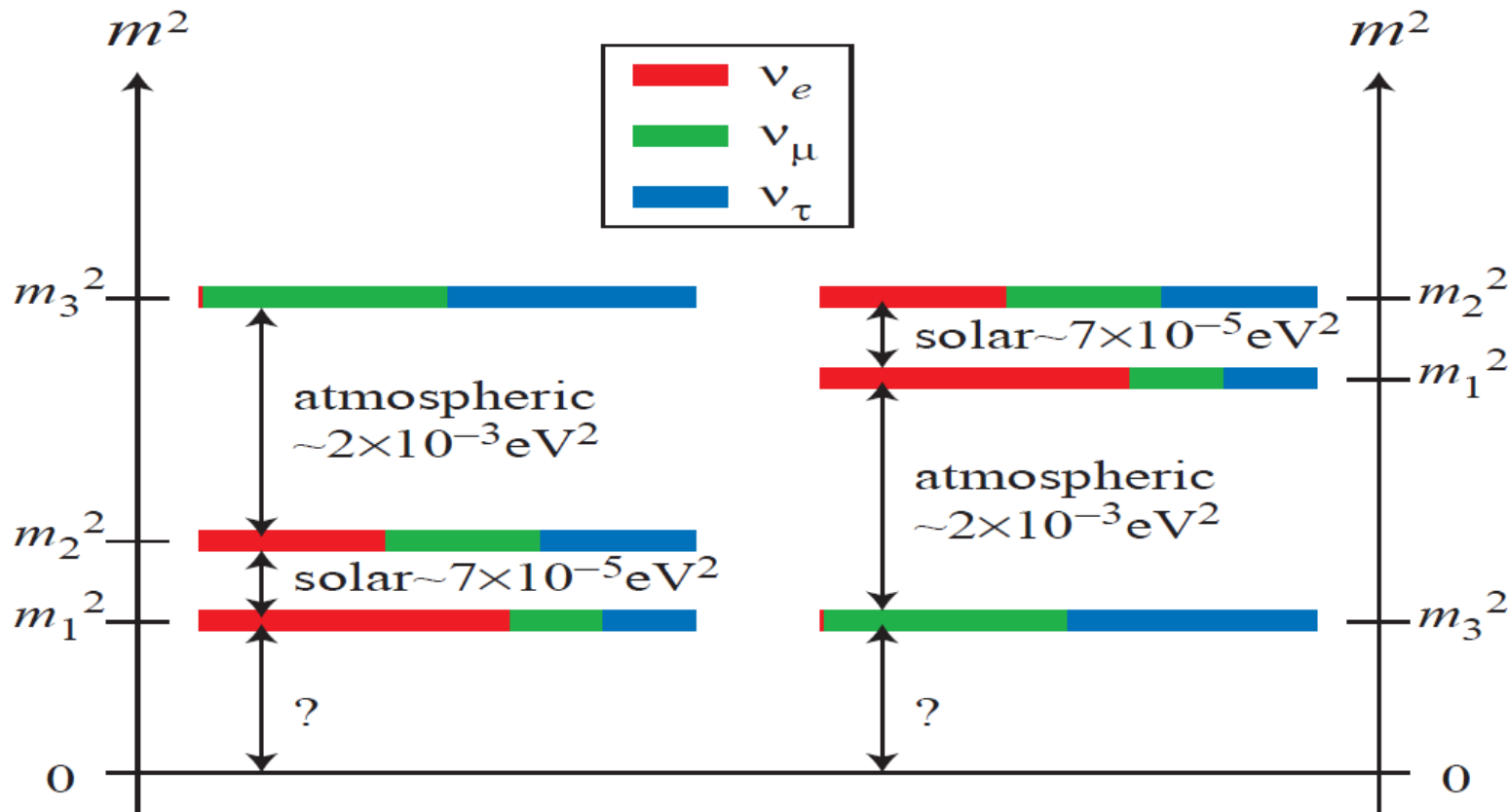
Dirac fazı

Majorana fazı



# Nötrino nasıl değişiyor?

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & e^{-i\delta_{\text{CP}}}s_{13} \\ -s_{12}c_{23} - e^{i\delta_{\text{CP}}}c_{12}s_{13}s_{23} & c_{12}c_{23} - e^{i\delta_{\text{CP}}}s_{12}s_{13}s_{23} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - e^{i\delta_{\text{CP}}}c_{12}s_{13}c_{23} & -c_{12}s_{23} - e^{i\delta_{\text{CP}}}s_{12}s_{13}c_{23} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}$$

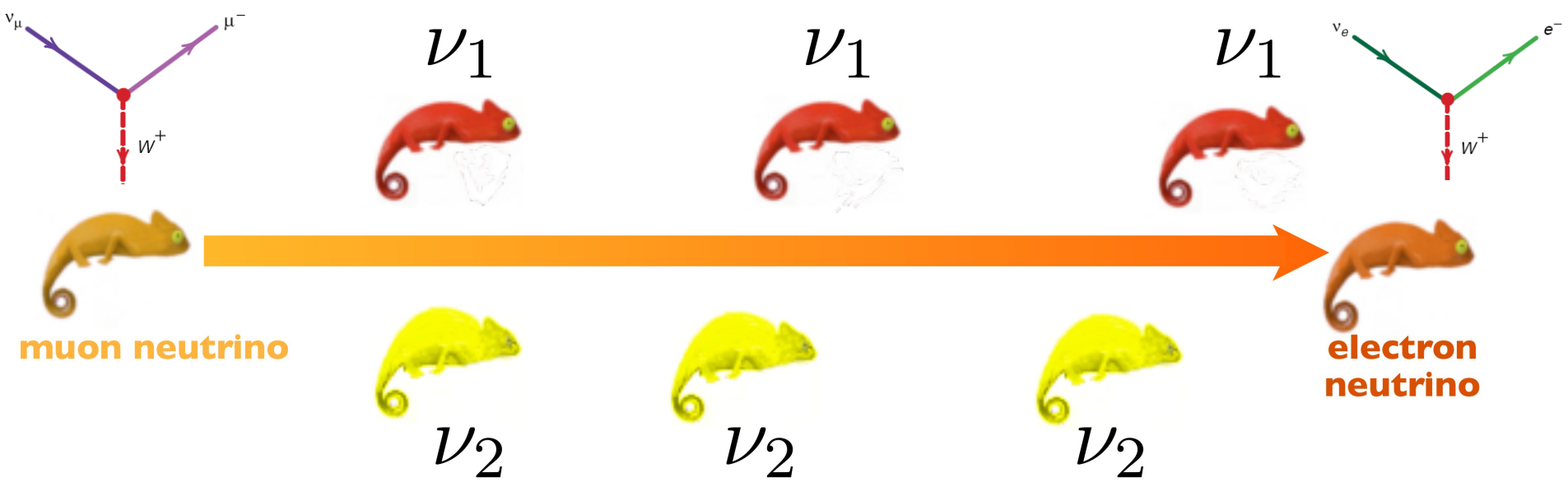


# Nötrino nasıl değişiyor?

- Anti-nötrino salımları ( $\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta$ ) için  $U \rightarrow U^*$
- CP korunumu durumunda  $U$  kompleks değil  $\delta = 0, \pi$
- CP bozunumu etkileri genellikle Jarlskog değişmesi cinsinden ifade edilir.

$$J \equiv \Im[U_{\mu 3} U_{e 2} U_{\mu 2}^* U_{e 3}^*] = \frac{1}{8} \sin 2\theta_{12} \sin 2\theta_{23} \sin 2\theta_{13} \cos \theta_{13} \sin \delta$$

# Nötrino nasıl değişiyor?



Üretim noktasında

$$|\nu_\mu\rangle = \sum_i U_{\mu i}^* |\nu_i\rangle$$

Yolculukta

$$\begin{aligned} \nu_1 &: e^{-iE_1 t} \\ \nu_2 &: e^{-iE_2 t} \\ \nu_3 &: e^{-iE_3 t} \end{aligned}$$

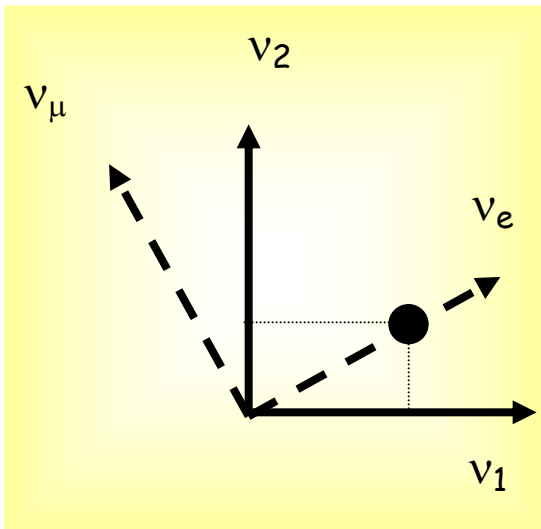
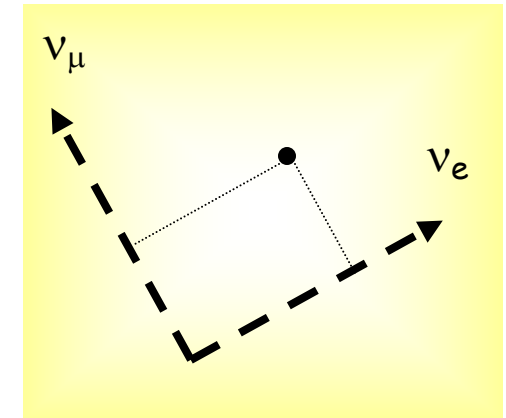
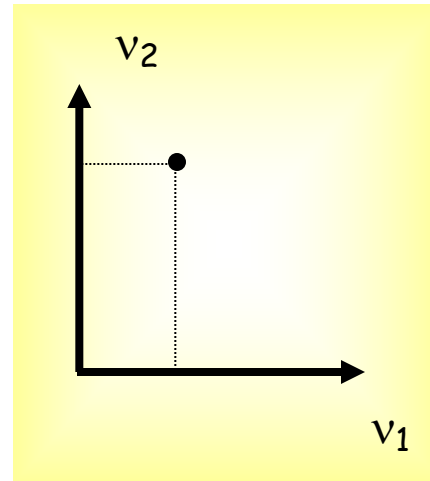
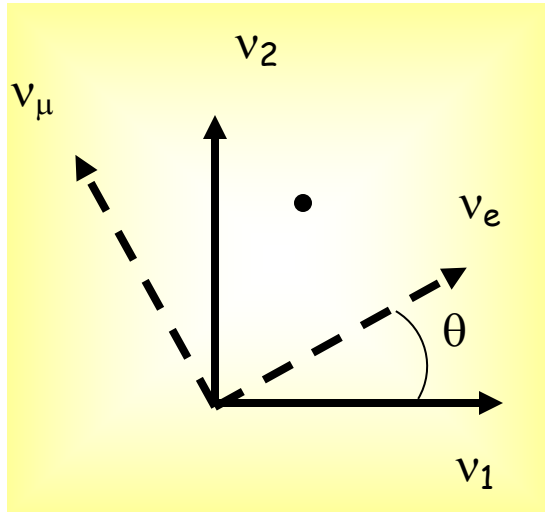
Etkileşim noktasında

Yeni  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  karışımı  $\nu_e$  'i oluşturuyor.

$$\langle \nu_e |$$

- Yolculukta, her bir kütle öz durumu farklı faza (hıza) sahip bu nötrinin çeşnisinin değişmesine neden oluyor.

# İki çeşnili nötrino salınımları



$$\begin{aligned} |v_e\rangle &= \cos\theta |v_1\rangle + \sin\theta |v_2\rangle \\ |v_\mu\rangle &= -\sin\theta |v_1\rangle + \cos\theta |v_2\rangle \end{aligned}$$

# İki çeşnili nötrino salınımları

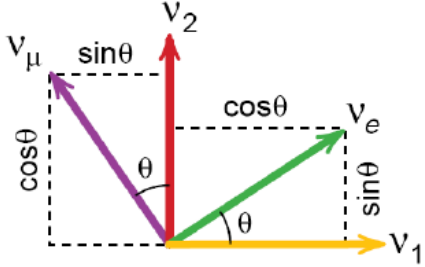
Kütle öz durumları



Çeşni öz durumları



Düzlemsel dalga  
ve aynı enerji yaklaşımı



$$U = \begin{pmatrix} U_{\alpha 1} & U_{\alpha 2} \\ U_{\beta 1} & U_{\beta 2} \end{pmatrix}$$

PDG notasyonu

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{k=1,2} U_{\alpha k} |\nu_k\rangle \quad \equiv \quad |\nu_\alpha\rangle = \sum_{k=1,2} U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle$$

$\nu_1, \nu_2$  zamana bağlı Schrodinger denkleminde göre yayılır

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\nu_i(x, t)\rangle = E |\nu_i(x, t)\rangle = -\frac{1}{2m_i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} |\nu_i(x, t)\rangle$$



# İki çeşnili nötrino salınımları

Schrodinger denkleminin çözümü

$$|\nu_k(x, t)\rangle = e^{-i(E_k t - p_k x)} |\nu_k(0, 0)\rangle = e^{-i\phi_k} |\nu_k(0, 0)\rangle$$

Her hangi bir uzay-zaman (x,t) da çeşni öz durumu

$$|\nu_\alpha(x, t)\rangle = \sum_{k=1,2} U_{\alpha k} |\nu_k(x, t)\rangle = \sum_{k=1,2} U_{\alpha k} e^{-i\phi_k} |\nu_k(0, 0)\rangle$$

Karışım matriksini ters çevirdiğimizde

$$|\nu_k(0, 0)\rangle = \sum_{\gamma} U_{\gamma k}^* |\nu_\gamma(0, 0)\rangle$$

$$|\nu_\alpha(x, t)\rangle = \sum_{k=1,2} U_{\alpha k} e^{-i\phi_k} \sum_{\gamma} U_{\gamma k}^* |\nu_\gamma(0, 0)\rangle = \sum_{\gamma} \sum_k U_{\gamma k}^* e^{-i\phi_k} U_{\alpha k} |\nu_\gamma(0, 0)\rangle$$

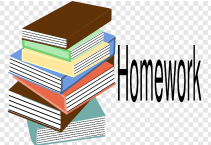
# İki çeşnili nötrino salınımları

$$|\nu_\alpha(x, t)\rangle = \sum_{k=1,2} U_{\alpha k} e^{-i\phi_k} \sum_{\gamma} U_{\gamma k}^* |\nu_\gamma(0, 0)\rangle = \sum_{\gamma} \sum_k U_{\gamma k}^* e^{-i\phi_k} U_{\alpha k} |\nu_\gamma(0, 0)\rangle$$

Saf  $\alpha$  çeşnisinin  $t$  zaman sonra  $\beta$  ya dönüşme genliği

$$\begin{aligned} A(\nu_\alpha(0, 0) \rightarrow \nu_\beta(x, t)) &= \langle \nu_\beta(x, t) | \nu_\alpha(0, 0) \rangle \\ &= \sum_{\gamma} \sum_k U_{\gamma k} e^{i\phi_k} U_{\beta k}^* \langle \nu_\gamma(0, 0) | \nu_\alpha(0, 0) \rangle \\ &= \sum_k U_{\alpha k} e^{i\phi_k} U_{\beta k}^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha) &= |A(\nu_\beta(0, 0) \rightarrow \nu_\alpha(x, t))|^2 = \left| \sum_k U_{\alpha k} e^{i\phi_k} U_{\beta k}^* \right|^2 \\ &= \sum_k U_{\alpha k} e^{i\phi_k} U_{\beta k}^* \sum_j U_{\alpha j}^* e^{-i\phi_j} U_{\beta j} \\ &= \sum_j \sum_k U_{\alpha k} U_{\beta k}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i(\phi_j - \phi_k)} \end{aligned}$$



Ödev II

Boşukta 3 çeşni durumu için salınım olasılığını hesaplayın.

# İki çeşnili nötrino salınımları

$$\begin{pmatrix} |\nu_\alpha(x, t)\rangle \\ |\nu_\beta(x, t)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_1(x, t)\rangle \\ |\nu_2(x, t)\rangle \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} |\nu_\alpha(x, t)\rangle \\ |\nu_\beta(x, t)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-i\phi_1} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_\alpha(0, 0)\rangle \\ |\nu_\beta(0, 0)\rangle \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} |\nu_\alpha(x, t)\rangle \\ |\nu_\beta(x, t)\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 e^{-i\phi_1} + s^2 e^{-i\phi_2} & -c s e^{-i\phi_1} + s c e^{-i\phi_2} \\ -c s e^{-i\phi_1} + s c e^{-i\phi_2} & s^2 e^{-i\phi_1} + c^2 e^{-i\phi_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\nu_\alpha(0, 0)\rangle \\ |\nu_\beta(0, 0)\rangle \end{pmatrix}$$

Salınım genliği

$$\begin{aligned} \langle \nu_\beta(x, t) | \nu_\alpha(0, 0) \rangle &= (\cos\theta \sin\theta (e^{i\phi_2} - e^{i\phi_1}) \langle \nu_\alpha(0, 0) | \\ &\quad + (\sin^2\theta e^{i\phi_1} + \cos^2\theta e^{i\phi_2}) \langle \nu_\beta(0, 0) |) | \nu_\alpha(0, 0) \rangle \end{aligned}$$

$$\langle \nu_\beta(x, t) | \nu_\alpha(0, 0) \rangle = \cos\theta \sin\theta (e^{i\phi_2} - e^{i\phi_1})$$

# İki çeşnili nötrino salınımları

Salınım olasılığı; saf  $\nu_\alpha$  nötrino çeşnisinde  $\nu_\beta$  bulunma olasılığı

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= | \langle \nu_\beta(x, t) | \nu_\alpha(0, 0) \rangle |^2 \\ &= \cos^2 \theta \sin^2 \theta | (e^{i\phi_2} - e^{i\phi_1}) |^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |(e^{i\phi_2} - e^{i\phi_1})|^2 &= (e^{i\phi_2} - e^{i\phi_1})(e^{-i\phi_2} - e^{-i\phi_1}) \\ &= 2 - (e^{i(\phi_2 - \phi_1)} + e^{-i(\phi_2 - \phi_1)}) \\ &= 2(1 - (e^{i(\phi_2 - \phi_1)} + e^{-i(\phi_2 - \phi_1)})/2) \\ &= 2(1 - \cos(\phi_2 - \phi_1)) \end{aligned}$$

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = 2\cos^2 \theta \sin^2 \theta (1 - \cos(\phi_2 - \phi_1))$$

# İki çeşnili nötrino salınımları

Salınım olasılığı; saf  $\nu_\alpha$  nötrino çeşnisinde  $\nu_\beta$  bulunma olasılığı

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = 2\cos^2\theta\sin^2\theta(1 - \cos(\phi_2 - \phi_1))$$

$$\cos\theta\sin\theta = \frac{1}{2}\sin(2\theta) \text{ and } 2\sin^2(\theta) = 1 - \cos(2\theta).$$

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2(2\theta)\sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)$$

$$\phi_i = E_i t - p_i x$$

$$\phi_2 - \phi_1 = (E_2 - E_1)t - (p_2 - p_1)x$$



# İki çeşnili nötrino salınımları

Nötrino relativistik

$$p_i = \sqrt{E_i^2 - m_i^2} = E_i \sqrt{1 - \frac{m_i^2}{E_i^2}} \approx E_i \left(1 - \frac{m_i^2}{E_i^2}\right)$$

$E_1 = E_2 = E$ . Kütle öz durumları aynı enerjide

$$\phi_2 - \phi_1 = \frac{\Delta m^2 L}{2E}$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E_\nu}\right)$$

$$\Delta m^2 = m_1^2 - m_2^2$$

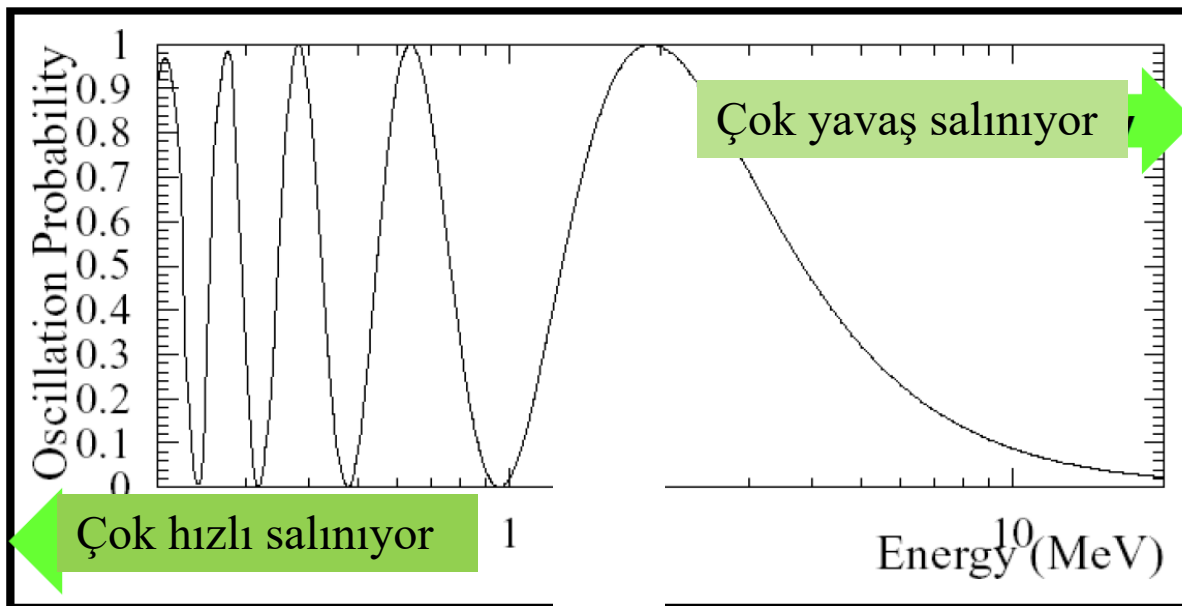
# İki çeşnili nötrino salınımları

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E_\nu}\right)$$

Şayet h ve c gerçek sayısal değerlerini kullanıp

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{E_\nu}\right)$$

Birimler: E(GeV), L(km) ve  $\Delta m^2(\text{eV}^2)$



# Birmler...

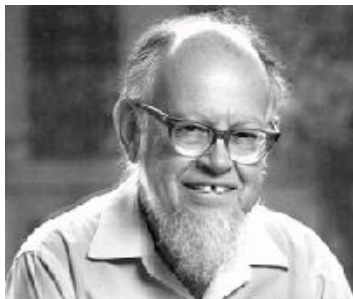
	Natural units	Realistic units
Phase factors	$\exp(-iE_{1,2}t)$	$\exp\left(-i\frac{E_{1,2}}{\hbar}t\right)$
Energies and momentum	$E_{1,2} = \sqrt{p^2 + m_{1,2}^2}$	$E_{1,2} = \sqrt{p^2c^2 + m_{1,2}^2c^4}$
Energy difference	$\Delta E = \frac{\Delta m^2}{2E}$	$\Delta E = \frac{\Delta m^2c^3}{2p} = \frac{\Delta m^2c^4}{2E}$
Time and distance	$t = L$	$t = \frac{L}{c}$
Oscillation argument	$\frac{1}{2}\Delta Et = \frac{\Delta m^2L}{4E}$	$\frac{1}{2}\frac{\Delta E}{\hbar}t = \frac{c^3}{\hbar} \cdot \frac{\Delta m^2L}{4E}$

$$\frac{c^3}{4\hbar} \Rightarrow \frac{1}{4 \times 0.1973} = 1.267 \approx 1.27$$

# Nötrino salınımlarına madde etkisi

Işık madde içinde yayılırken ileri chorent saçılmadan dolayı bir kırılma indisi oluşur. Benzer durum nötrino içinde gerçekleşir.

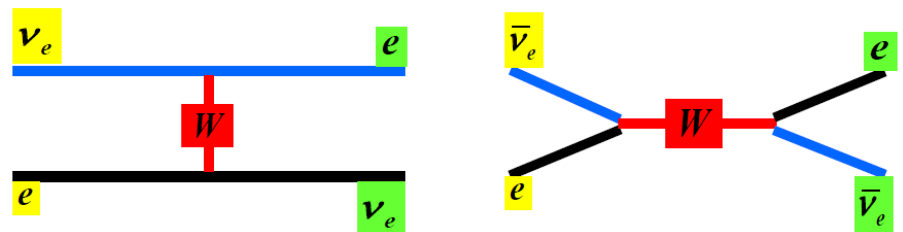
Nötrino madde içerisinden geçerken, her nötrino çeşni için Yüksü-Akım (NC) etkileşiminden kaynaklı bir kırılma indisi oluşur. Ancak elektron ve karşıt-elektron nötrinolar madde ile Yüklü-Akım ekileşimlerinde yaptıkları için farklı bir indis elektron nötrino durumunda oluşur. Bu kırılma indisi elektron nötrino için ilave bir faz oluşumuna neden olur. Bu yeni faz salınım olasılığını değiştir. Bu etkiye MSW (Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein) etkisi denir.



Wolfenstein,



Mikheyev & Smirnov



$$n_{nc} = 1 + \frac{2\pi N_e}{p^2} f_{nc}$$

$$n_{cc} = \frac{\sqrt{2} G_F N_e}{p}$$

Güneşin çekirdeğindeki madde etkisi salınım olasılığı artırıyor.

$$\nu_\mu : \exp[ipx(n_{nc} - 1)]$$

$$\nu_e : \exp[ipx(n_{nc} + n_{cc} - 1)]$$

# Madde içinde nötrino salınımları

Nötrino salınımları gerçekleşmesi için kütle öz durum dalga paketlerinin arasında bir faz farkının olması gerekir. Bu fark, nötrinonun kütlelerinin bir birinden farklı olması sonucunda da farklı hızlarda yayılım yapmalarından kaynaklanır. Şayet nötrino madde içinde yayılım yapıyorsa toplam enerjisi  $E+V$  olacaktır. Potansiyel nötrino çeşidine bağlı olarak değişir. Bu durum faz farkının değişmesine neden olur (madde etkisi)

Zamana bağlı kütle öz durumları

$$|\nu_i(x, t)\rangle = e^{-i(E_i t - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x})} |\nu_i(0, 0)\rangle$$

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$



# Madde içinde nötrino salınımları

Ortak fazın  $e^{-ipx}$  nötrino salınımlarına bir etkisi yok

$$|\nu_i(x, t)\rangle = e^{-i(E_i t - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x})} |\nu_i(0, 0)\rangle$$

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2p}$$

Vakumda Hamiltoniyen operatörü

$$H = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

# Madde içinde nötrino salınımları

Çeşni öz durumları cinsinden

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U^\dagger i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = H U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix}$$

Sol taraftan U ile çarpınca

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = U H U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix}$$

$$H_f = U H U^\dagger = \frac{(m_1^2 + m_2^2)}{2E} \mathbf{1} + \frac{\Delta m^2}{2E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

# Madde içinde nötrino salınımları

Çeşni öz durumları cinsinden

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = \left[ H_0 + \frac{\Delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix}$$

$$\left( \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} \right) \mathbf{1} \equiv H_0.$$

Nötrino sıfırdan farklı potansiyel içerisinde yayılım yaparsa

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = (H_f + V) \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix}$$

# Madde içinde nötrino salınımları

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = \left[ H_0 + \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta + V_\alpha & \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta + V_\beta \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix}$$

Sabit bir potansiyel ekleyip veya çıkarabiliriz. Sabit faz salınım olasılığını değiştirmez (genliğin karesi  $\rightarrow$  salınım olasılığı)

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix} = \left[ H_0 + \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta + (V_\alpha - V_\beta) & \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix}$$

İlave potansiyel fark kütle öz durumlarını değiştirdi.

$$E^2 - p^2 = m_i^2$$

$$(E + V)^2 - p^2 \approx m_i^2 + 2EV$$

# Madde içinde nötrino salınımları

$$(E + V)^2 - p^2 \approx m_i^2 + 2EV$$

Bu durumda nötrinin etkin kütlesi

$$m'_i = \sqrt{m_i^2 + 2EV}$$

nötrinin özdeğerleri değişti

$$V_\alpha - V_\beta = 2\sqrt{2}G_F EN_e$$

$G_F$  Fermi sabiti,  $E$  enerji ve  $N_e$  elektron yoğunluğu

# Madde içinde nötrino salınımları

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U^\dagger i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix}$$

$$= U^\dagger \left[ H_0 + \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta + (V_\alpha - V_\beta) & \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_\alpha \\ \nu_\beta \end{pmatrix}$$

$$= (U^\dagger \left[ H_0 + \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta \end{pmatrix} \right] U + U^\dagger \begin{pmatrix} V_\alpha - V_\beta & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} U) \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2E} \left[ \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta V \cos^2 \theta & \Delta V \cos \theta \sin \theta \\ \Delta V \cos \theta \sin \theta & \Delta V \sin^2 \theta \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$



# Madde içinde nötrino salınımları

$$i\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = \left[ \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 + \Delta V \cos^2\theta & \Delta V \cos\theta \sin\theta \\ \Delta V \cos\theta \sin\theta & m_2^2 + \Delta V \sin^2\theta \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

$$\Delta V \equiv V_\alpha - V_\beta$$

Kütle matriksi artık diagonal değil, kütle öz durumları Hamiltonun öz durumları değil. Matriksi diagonal yaptıktan sonra kütle özdeğerleri

$$m_{1m,2m}^2 = \frac{1}{2} [(m_1^2 + m_2^2 + \Delta V) \pm \sqrt{(\Delta V - \Delta m^2 \cos 2\theta)^2 + (\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta}]$$

$$\Delta m_m^2 = m_{1m}^2 - m_{2m}^2 = \Delta m^2 \sqrt{(\Delta V / \Delta m^2 - \cos 2\theta)^2 + \sin^2 2\theta}$$

# Madde içinde nötrino salınımları

Karışım açısı ise

$$\sin 2\theta_m = \frac{\sin 2\theta}{\sqrt{(\Delta V / \Delta m^2 - \cos 2\theta)^2 + \sin^2 2\theta}}$$

$$P_m(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta_m) \sin^2\left(1.27 \Delta m_m^2 \frac{L}{E}\right)$$

# Madde içinde nötrino salınımlarının sonuçları

- Şayet  $\Delta V = \Delta m_m^2 = \Delta m^2 \quad \sin^2 2\theta_m = \sin^2 2\theta$ .
- Şayet madde çok yoğun ise  $\Delta V \rightarrow \infty \quad \sin^2 2\theta_m \rightarrow 0$  salınım olmuyor.
- Kütle farkı işaret değiştirirse  $\Delta m^2 \rightarrow -\Delta m^2$  paydadaki  $(\Delta V / \Delta m^2 - \cos 2\theta)$  terim farklı değer alıyor. Madde etkisi ile kütle farkının işaretini bulabiliriz.

Güneş nötrinoları çekirdek çok yoğun olduğu için çekirdek içinde salınım yapmazlar, çekirdek ile boşluk arası bir bölgede salınım gerçekleşir elektron nötrino muon nötrinoya dönüşür.

# Nötrino salınımlarının sonuçları

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \left| \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i \frac{\Delta m_{i1}^2}{2E} L} \right|^2$$

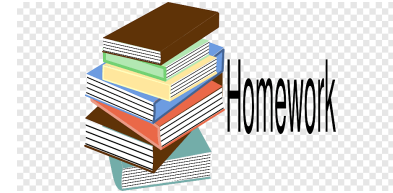
- Nötrino kütleli olmalı ve kütleler bir birinden farklı olmalı (kütle öz durumları farklı fazlarda yayılmalı)
- Nötrino karışımı olmalı; çeşni öz durumları kütle öz durumlarının karışımı olmalı
- Nötrino salımlarında toplam lepton sayısı korunur
- Ancak çeşni lepton sayısı korunmaz
- Nötrino salınımları Majorana fazına bağlı değildir

- CPT korunumu  $\rightarrow P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = P(\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_\alpha)$
- CP ihlali  $\rightarrow P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta)$ ,  $U \neq U^*$ ,  $\delta = 0, \pi$

# Nötrino salınımlarının sonuçları

Ödev III

$$\frac{\Delta m_{i1}^2}{4E} L = 1.27 \frac{\Delta m_{i1}^2 [\text{eV}^2]}{E [\text{GeV}]} L [\text{km}]$$



- Nötrino salınım deneyleri : Görünür kanal

$$\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta} \quad \alpha \neq \beta$$

- Görünür olmayan (disappearance mode)

$$\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\alpha}$$

- Toplam salınım olasılığı bir olmalı

$$\sum_{\beta} P(\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}, t) = 1.$$

# Nötrino salınımlarındaki paradoks !

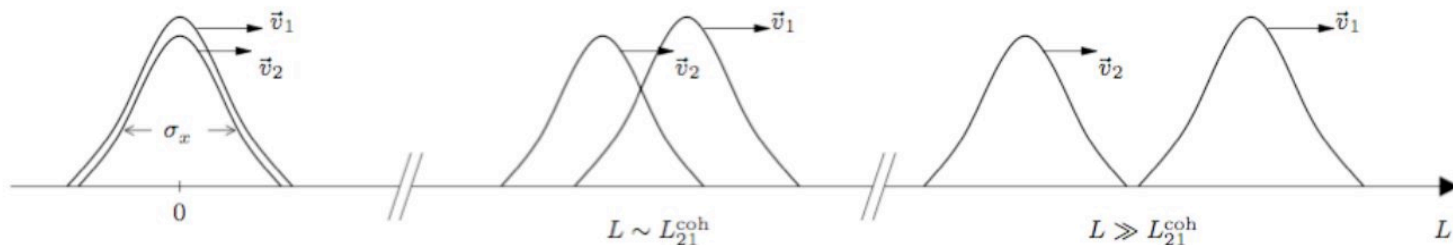
## Enerji-momentum korunumu

İkili bozunumda  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$  da enerji korunumu:

$$E_\pi = E_\mu + E_1 \quad E_1 = \sqrt{p^2 + m_1^2}$$

$$E_\pi = E_\mu + E_2 \quad E_2 = \sqrt{p^2 + m_2^2}$$

Bu iki durum bir biri ile tutarlı değil! Ancak pion'un ilk başta lokalize olması enerji-momentum da belirsizliğe neden oluyor. Bu durum nötrino eşfazlı (coherence) olmasına izin veriyor!





# Çözüm: Dalga paketi yaklaşımı

- Nötrino salınımlarını hesaplarken, nötrinin, sabit momentumlu düzlemsel dalga ile tanımladığını kabul ettik (plane wave approach).

## Ancak

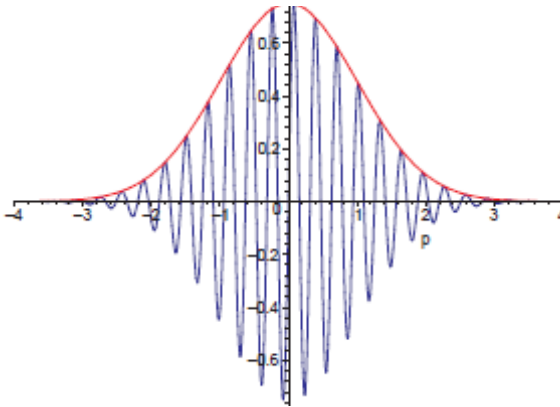
- Nötrinin üretildiği (kaynak) ve tespit (detektör) edildiği nokta arasındaki mesafenin uzak olması momentumda bir yayılmaya yol açacağından, dalga paketi yaklaşımın daha doğru bir yaklaşım olacaktır (wave-paket approach)
- Dalga paketinin bileşenleri  $v_1$   $v_2$   $v_3$  farklı hızlarda yayılacaktır (kütleleri farklı olduğu için). Şayet nötrinolar çok uzun mesafeler kat ederse *chorence* bozulacak ve salınım gözlemlenmeyecek!

# Çözüm: Dalga paketi yaklaşımı

Kuantum mekaniksel bir nesneyi betimlemek için dalga paketi kullanırız. Dalga paketleri düzlemsel dalgaların süperpozisyonu olarak tanımlanır (ortalama değeri  $p_0$ ,  $\sigma_0$ ). Yapıcı girişim  $x_0 \pm \sigma_0$  aralığında gerçekleşir. Bu aralığın dışında yapıcı girişim olmaz.

Serbest yayılım yapan nötrinoyu betimleyen dalga paketi

$$\Psi(\vec{x}, t) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} f(\vec{p} - \vec{p}_0) e^{i\vec{p}\vec{x} - iE(p)t}$$



$$f(\vec{p} - \vec{p}_0) = \frac{1}{(2\pi\sigma_p^2)^{3/4}} \exp\left\{-\frac{(\vec{p} - \vec{p}_0)^2}{4\sigma_p^2}\right\}$$

$$\langle \vec{p}^2 \rangle - \langle \vec{p} \rangle^2 = \sigma_p^2.$$

# Çözüm: Dalga paketi yaklaşımı

Zamanla değişen nötrino durumu

$$|\nu_a(\mathbf{x}, t)\rangle = \sum_i U_{ai}^* \Psi_i(\mathbf{x}, t) |\nu_i\rangle$$

Kütle öz durumunu betimleyen dalga fonksiyonunu

$$\Psi_i(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} f_i^S(\mathbf{p} - \mathbf{p}_i) e^{i\mathbf{p}\mathbf{x} - iE_i(p)t}$$

$f^S(p - p_i)$  momentum dağılımı,  $p_i$  ortalama momentum. S: kaynaktaki nötrinoyu betimliyor

# Çözüm: Dalga paketi yaklaşımı

Küçük kütle yaklaşımı (Taylor serisi açılımı)

$$E_i(p) = E_i(p_i) + \left. \frac{\partial E_i(p)}{\partial p^j} \right|_{\mathbf{p}_i} (p - p_i)^j + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 E_i(p)}{\partial p^j \partial p^k} \right|_{\mathbf{p}_i} (p - p_i)^j (p - p_i)^k + \dots$$

$$\mathbf{v}_{gi} = \left. \frac{\partial E_i}{\partial \mathbf{p}} \right|_{\mathbf{p}_i} = \left. \frac{\mathbf{p}}{E_i} \right|_{\mathbf{p}_i}$$

$$\Psi_i(\mathbf{x}, t) \simeq e^{i\mathbf{p}_i \mathbf{x} - iE_i(p_i)t} g_i^S(\mathbf{x} - \mathbf{v}_{gi}t)$$

*Shape faktörü*

$$g_i^S(\mathbf{x} - \mathbf{v}_{gi}t) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^{3/2}} f_i^S(\mathbf{p}) e^{i\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{v}_{gi}t)}$$

Dalga paketi şeklini değiştirmeden grup hızıyla yayılım yapar

# Çözüm: Dalga paketi yaklaşımı

Detektörde görülen nötrinolar

$$|\nu_b(\mathbf{x} - \mathbf{L})\rangle = \sum_i U_{bi}^* \Psi_i^D(\mathbf{x} - \mathbf{L}) |\nu_i\rangle$$

$$\Psi_i^D(\mathbf{x} - \mathbf{L}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}} f_i^D(\mathbf{p} - \mathbf{p}'_i) e^{i\mathbf{p}(\mathbf{x} - \mathbf{L})}$$

Salınım genliği

$$\mathcal{A}_{ab}(\mathbf{L}, t) = \int d^3x \langle \nu_b(\mathbf{x} - \mathbf{L}) | \nu_a(\mathbf{x}, t) \rangle$$

# Çözüm: Dalga paketi yaklaşımı

$$P_{ab}(L) = \int_{-\infty}^{\infty} dt |\mathcal{A}_{ab}(L, t)|^2 = \sum_{i,j} U_{ai}^* U_{bi} U_{aj} U_{bj}^* I_{ij}(L)$$

$$I_{ij}(L) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dt G_i(L - v_{gi}t) \times G_j^*(L - v_{gj}t) e^{-i\Delta\phi_{ij}(L,t)}$$

$$\Delta\phi_{ij}(L, t) = (E_i - E_j)t - (p_i - p_j)L = \Delta E_{ij}t - \Delta p_{ij}L$$

Faz farkı

$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial p} \Delta p + \frac{\partial E}{\partial m^2} \Delta m^2 = v_g \Delta p + \frac{1}{2E} \Delta m^2$$

$$\Delta\phi = \frac{\Delta m^2}{2E} t - (L - v_g t) \Delta p$$



# Çözüm: Dalga paketi yaklaşımı

$$P_{ab}(L) = \sum_{i,j} U_{ai}^* U_{bi} U_{aj} U_{bj}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m^2}{2p} L\right) \times \int_{-\infty}^{\infty} dt G_i(L - v_{gi}t) G_j^*(L - v_{gj}t) \exp\left(i \frac{1}{v_g} \Delta E (L - v_g t)\right)$$

Etkin Shape faktörü

$$G_i(L - v_{gi}t) = \int_{-\infty}^{\infty} dp f_i^S(p) f_i^{D*}(p + \delta_i) e^{ip(L - v_{gi}t)}$$

$$\delta_i = p_i - p'_i$$

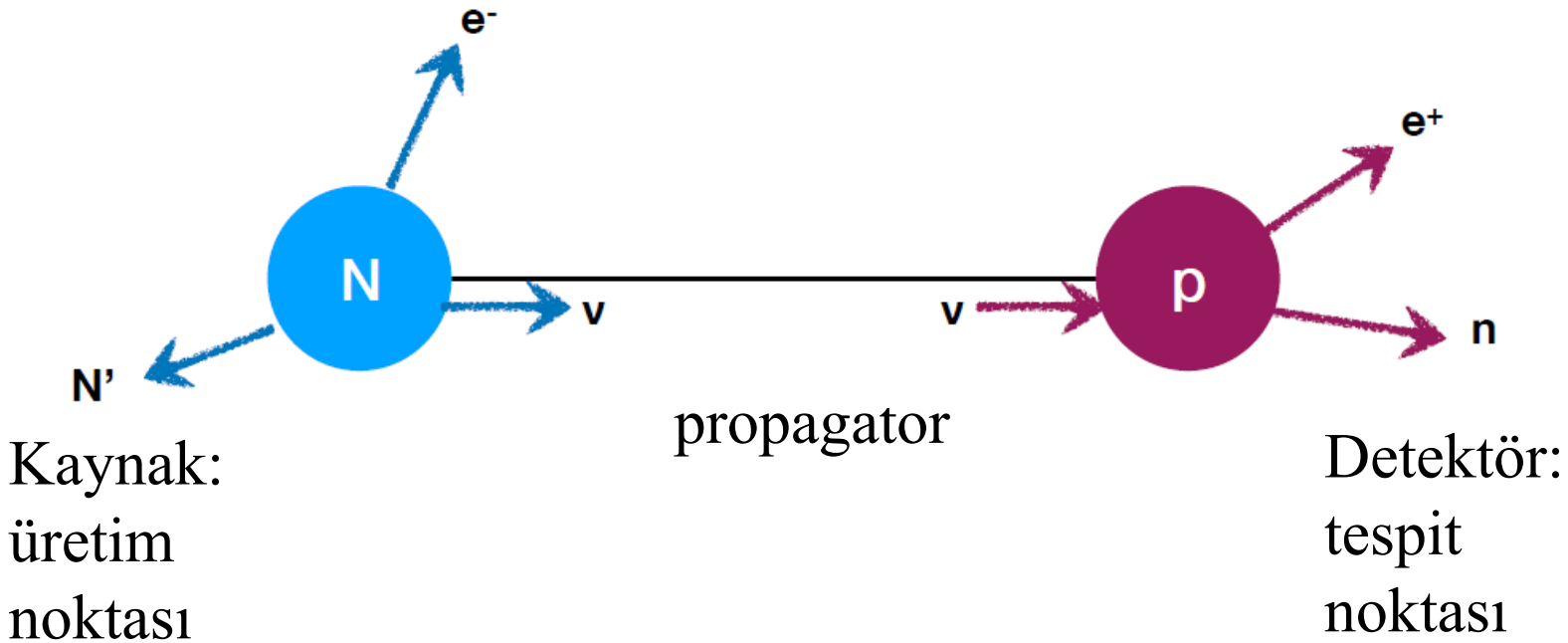
# Çözüm: Dalga paketi yaklaşımı

Standart formül

$$P_{ab}(L) = \delta_{ab} - 4 \sum_{i < j} \operatorname{Re}[U_{\alpha i}^* U_{bi} U_{aj} U_{bj}^*] \sin^2 \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) + 2 \sum_{i < j} \operatorname{Im}[U_{\alpha i}^* U_{bi} U_{aj} U_{bj}^*] \sin \left( \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right)$$

# Çözüm: Kuantum alan teorisi

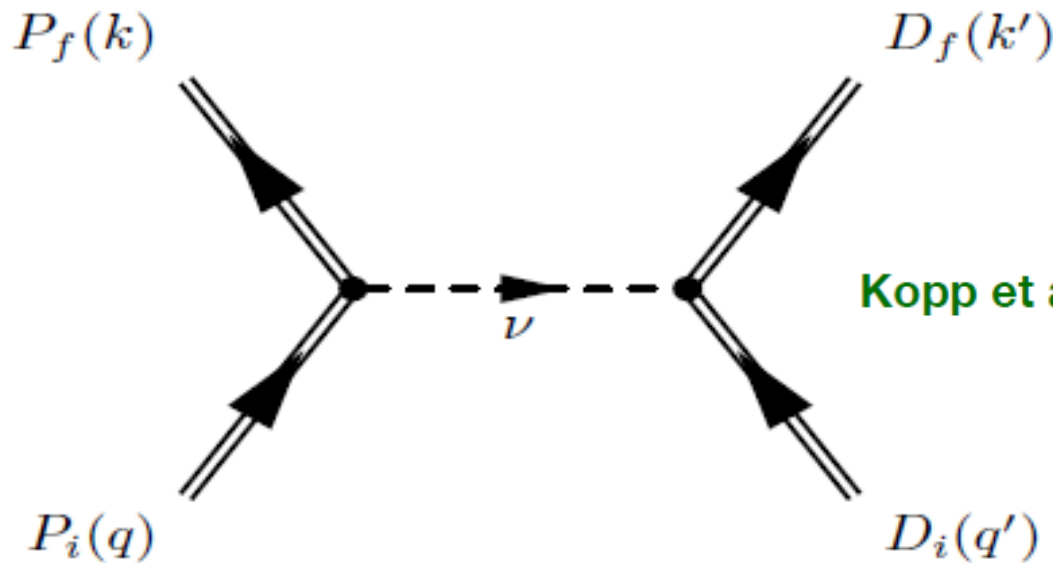
Kuantum alan yaklaşımı, nötrino salınım olasılığını hesaplamak için kullanılabilir



$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = \frac{\sum_{k,l=1}^3 \exp\left(-i \frac{L(m_k^2 - m_l^2)}{2E_\nu}\right) \int d\Pi'_P \mathcal{M}_k^P \bar{\mathcal{M}}_l^P \int d\Pi_D \mathcal{M}_k^D \bar{\mathcal{M}}_l^D}{\int d\Pi'_P \sum_{k=1}^3 |\mathcal{M}_k^P|^2 \int d\Pi_D \sum_{l=1}^3 |\mathcal{M}_l^D|^2}$$

# Çözüm: Kuantum alan teorisi

Kuantum alan yaklaşımı ile nötrino salınım olasılığını hesaplayabiliriz.



$$P_{\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e} = \frac{\sum_{k,l=1}^3 \exp\left(-i \frac{L(m_k^2 - m_l^2)}{2E_\nu}\right) [U + \epsilon_L U]_{ek} [U + \epsilon_L U]_{el}^* [U + \epsilon_L U]_{ek}^* [U + \epsilon_L U]_{el}^*}{\sum_k [U + \epsilon_L U]_{ek} [U + \epsilon_L U]_{ek}^* \sum_l [U + \epsilon_L U]_{el}^* [U + \epsilon_L U]_{el}}$$