

Elektrozayıf Teori

O.Cakir (AU)

TBAE TPF'24

ÖDEVLER

1) Kütleli spin-1 parçacıklar için polarizasyon tamlik bağıntısını

$$\sum_{s=1,2,3} \epsilon_{\mu}^{(s)} \epsilon_{\nu}^{(s)*} = -g_{\mu\nu} + p_{\mu} p_{\nu} / M^2$$

doğrulayınız. (Not: z eksenini parçacığın üçlü momentum yönü seçiniz, üç ortogonal polarizasyon vektörü $(\epsilon_{\mu}^{(1)}, \epsilon_{\mu}^{(2)}, \epsilon_{\mu}^{(3)})$ tanımlayınız, bunlar $p^{\mu} \epsilon_{\mu} = 0$ ve $\epsilon_{\mu} \epsilon^{\mu} = -1$ koşullarını sağlar).

2) Realistik olmayan bir teoride bir skaler reel alan için Lagrangian aşağıdaki gibi veriliyor

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_{\mu} \phi) (\partial^{\mu} \phi) + e^{-(\alpha \phi)^2}$$

α reel bir sabit olmak üzere bu Lagrangian, parçacığın kütlelerini ve etkileşme terimlerini içerir mi? Nasıl?

ODEVLER

- 3)** Elektrozayıf teoride chiral spinörlerle ilgili olarak aşağıdaki ifadeler veriliyor: Parçacığa karşı gelen sol-elli spinör $u_L(p)$, sağ-elli spinör de $u_R(p)$ olsun. Anti-parçacığa karşı gelen sol-elli spinör $v_L(p)$ ve sağ-elli spinör $v_R(p)$ olsun. Bu chiral spinörlerden mümkün olan yüklü akım (j_μ^\pm) ve yüksüz akım (j_μ^0) terimlerini yazınız. Bunlardan hangileri W-bozonu ile hangileri Z bozonu ile, ve hangileri foton ile bağlaşım yapar? Sadeleştirme için projeksiyon operatörleri ($P_{L/R}$) kullanabilirsiniz.
- 4)** Z bozunun muon ve anti-muon'a bozunumu için bozunma genişliğini hesaplayınız. Buradan Z bozunun toplam genişliğini yaklaşık hesapla tahmin ediniz. PDG de verilen sonuç ile karşılaştırınız. (Yol gösterme: Z bozunumu için Feynman diyagramı çiziniz, Feynman kuralları takip ederek Genlik ifadesini yazınız, Trace ifadelerini hesaplayınız, Kinematik bağıntıları ve Fermi altın kuralı kullanarak bozunma genişliğini yazınız).
- 5)** Higgs bozunun temel parçacıklarla etkileşmelerini göz önüne alarak hangi kanallarda yüksek dallanma oranı elde edilebileceğini nitel olarak ifade ediniz.

+

ÇÖZÜMLER

C1) Polarizasyon tamlik bağıntısı $\sum_{s=1,2,3} \epsilon_{\mu}^{(s)} \epsilon_{\nu}^{(s)*} = -g_{\mu\nu} + p_{\mu} p_{\nu} / M^2$.

Momentum $p^{\mu} \equiv (p^0, 0, 0, |\vec{p}|)$, $(p^0)^2 - \vec{p}^2 = M^2$; polarizasyon vektörleri $\epsilon_{\mu}^{(1)} = (0, 1, 0, 0)$, $\epsilon_{\mu}^{(2)} = (0, 0, 1, 0)$, $\epsilon_{\mu}^{(3)} = (a, 0, 0, b)$. Birinci koşulu uygulayalım $\epsilon_{\mu}^{(3)} p^{\mu} = ap^0 + b|\vec{p}| = 0$, buradan $b = -ap^0 / |\vec{p}|$. Dörtlü polarizasyon vektörleri $\epsilon_{\mu}^{(3)} \epsilon^{\mu(3)} = a^2 - b^2$ verir. Momentum cinsinden ifade edersek $\epsilon_{\mu}^{(3)} \epsilon^{\mu(3)} = (a^2 / |\vec{p}|^2)(\vec{p}^2 - p^{02}) = (a^2 / |\vec{p}|^2)(-M^2) = -1$, buradan $a = |\vec{p}| / M$, $b = -p^0 / M$, $\epsilon_{\mu}^{(3)} = (|\vec{p}| / M, 0, 0, -p^0 / M)$ elde edilir.

- $\sum_s \epsilon_0^{(s)} \epsilon_0^{(s)*} = a^2 = |\vec{p}|^2 / M^2 = -g_{00} + p_0 p_0 / M^2 = -1 + (p^0)^2 / M^2 = |\vec{p}|^2 / M^2$
- $\sum_s \epsilon_3^{(s)} \epsilon_3^{(s)*} = b^2 = p_0^2 / M^2 = -g_{33} + p_3 p_3 / M^2 = 1 + |\vec{p}|^2 / M^2 = (p^0)^2 / M^2$
- $\sum_s \epsilon_1^{(s)} \epsilon_1^{(s)*} = 1 = -g_{11} + p_1 p_1 / M^2 = 1$; $\sum_s \epsilon_2^{(s)} \epsilon_2^{(s)*} = 1 = -g_{22} + p_2 p_2 / M^2 = 1$
- $\sum_s \epsilon_0^{(s)} \epsilon_3^{(s)*} = \sum_s \epsilon_3^{(s)} \epsilon_0^{(s)*} = ab = -p_0 |\vec{p}| / M^2 = -g_{03} + p_0 p_3 / M^2 = -p_0 |\vec{p}| / M^2$

Böylece doğrulanmış olur.

ÇÖZÜMLER

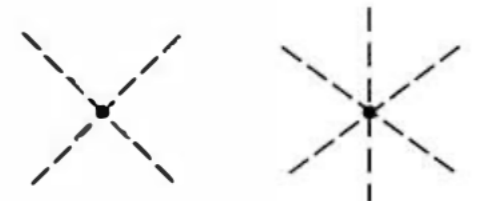
C2) Lagrangian aşağıdaki gibi veriliyor

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + e^{-(\alpha\phi)^2}$$

Üstel terimi seriye açarsak ($\alpha < 1$ varsayalım, kuadratik ve kuartik terimleri alalım)

$$e^{-(\alpha\phi)^2} = 1 - \alpha^2\phi^2 + \frac{1}{2}\alpha^4\phi^4 - \frac{1}{6}\alpha^6\phi^6 + \dots$$

Lagrangian'da üstel terimin açılımındaki ilk terimde sabit sayının (1) alan denklemlerinde bir etkisi yoktur. Böylece ikinci terimde α^2 skaler alan karesinin çarpanı olarak geldiğinden kütle terimi olarak yorumlanabilir, $\alpha^2 = (1/2)m^2$, böylece $m = \sqrt{2}\alpha$. Diğer terimler dörtlü (ϕ^4) ve altılı (ϕ^6) skaler etkileşmeleri tanımlayabilir.



ÇÖZÜMLER

C3) Elektrozayıf teoride chiral spinörlerle ilgili ifadeler veriliyor. Bu chiral spinörlerden mümkün olan yüklü akım ve yüksüz akım terimlerini yazalım. İzospin ve hiperyük konfigürasyonunu bulalım.

Yüklü akım (sadece sol-el bağlaşım):

$$j_{\mu}^{+} = \bar{d}_L \gamma_{\mu} u_L \text{ ve } \bar{e}_L \gamma_{\mu} \nu_L \text{ (birinci aile için yazılmış, diğer ailelere de uygulanabilir)}$$

$$j_{\mu}^{-} = \bar{u}_L \gamma_{\mu} d_L \text{ ve } \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} e_L \text{ (//)}$$

Örneğin, j_{μ}^{-} yüklü akımı kuarklar için kontrol edelim:

$$Q = -2/3 - 1/3 = -1$$

$$I_3 = -1/2 - 1/2 = -1 \text{ (köşede } W^{+} \text{ ile bağlaşım yapmalı)}$$

$$Y = \frac{2}{2I + 1} \sum_{I_3=-I}^I Q(I_3) = 2/3 - 1/3 = 1/3$$

PROJEKSİYON OPERATÖRLER

$$P_L = (1 - \gamma^5)/2$$

$$P_R = (1 + \gamma^5)/2$$

$$P_{L/R}^2 = P_{L/R}$$

$$P_L P_R = P_R P_L = 0$$

$$j_{\mu}^{-} = \bar{u}_L \gamma_{\mu} d_L = \bar{u} [(1 + \gamma^5)/2] \gamma^{\mu} [(1 - \gamma^5)/2] d = \bar{u} \gamma^{\mu} [(1 - \gamma^5)/2] d = \bar{u} \gamma^{\mu} P_L d$$

ÇÖZÜMLER

Yüksüz akım (hem sol-el hem de sağ-el bağlaşım):

$$j_{\mu}^0 = \bar{u}_L \gamma_{\mu} u_L, \bar{d}_L \gamma_{\mu} d_L, \bar{u}_R \gamma_{\mu} u_R, \bar{d}_R \gamma_{\mu} d_R, \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} \nu_L, \bar{e}_L \gamma_{\mu} e_L, \bar{e}_R \gamma_{\mu} e_R$$

Bunlardan hangileri fotonla, hangileri Z bozonu ile bağlaşım yapar, bakalım.

Kuarkların yükü olduğundan ve leptonların yükü olduğundan foton bu parçacıklarla etkileşim yapar. Fotonun saf vektör bağlaşımı olduğundan sol-el ve sağ-el bağlaşımları şiddeti aynıdır. Ancak Z bozonun fermiyonlara farklı oranlarda “V-A” bağlaşımları vardır.

$$Aff\bar{f} \text{ bağlaşımı: } -ig_e q \gamma^{\mu}$$

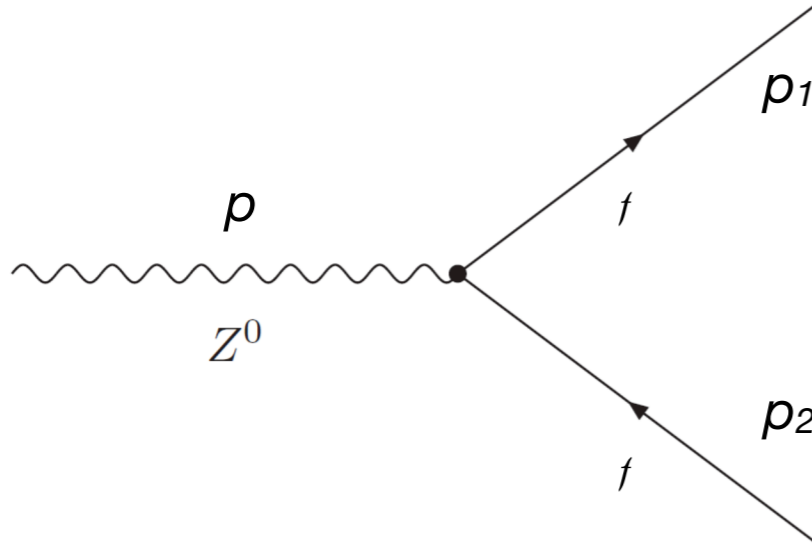
$$Zff\bar{f} \text{ bağlaşımı: } -i(g_z/2) \gamma^{\mu} (c_V^f - c_A^f \gamma^5)$$

Böylece çözüm tamamlanmış olur.

f	c_V^f	c_A^f
$\nu_e, \nu_{\mu}, \nu_{\tau}$	1/2	1/2
e, μ, τ	$-1/2 + 2s_w^2$	-1/2
u, c, t	$1/2 - (4/3)s_w^2$	1/2
d, s, b	$-1/2 + (2/3)s_w^2$	-1/2

ÇÖZÜMLER

C4) Z bozonu fermiyonlara bozunma diyagramı. Bozunma kanalları ve karşılık gelen bozunma genişliği ve dallanma oranı için bir tablo verilmiştir.



$$M_{ff} = -i(g_Z/2)\bar{u}(p_1)\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)v(p_2)\epsilon_\mu(p)$$

Bağlaşım sabiti

Giden parçacık spinörü

Köşe faktörü

Giden anti-parçacık spinörü

Gelen parçacık polarizasyon vektörü

f	c_V^f	c_A^f
ν_e, ν_μ, ν_τ	1/2	1/2
e, μ, τ	$-1/2 + 2s_W^2$	-1/2
u, c, t	$1/2 - (4/3)s_W^2$	1/2
d, s, b	$-1/2 + (2/3)s_W^2$	-1/2

$$|M|^2 = MM^* = (g_Z^2/4)\text{Tr}[\Gamma^{\mu\mu'}]\epsilon_\mu(p)\epsilon_{\mu'}^*(p)$$

$$\text{Tr}[\gamma^\mu(c_V^f - c_A^f\gamma^5)(\not{p}_2)\gamma^{\mu'}(c_V^f - c_A^f\gamma^5)\not{p}_1]$$

$$: 4[(c_V^f)^2 + (c_A^f)^2][p_1^\mu p_2^{\mu'} + p_1^{\mu'} p_2^\mu - g^{\mu\mu'}(p_1 \cdot p_2)]$$

$$\sum \epsilon_\mu(p)\epsilon_{\mu'}^*(p) = -g_{\mu\mu'} + p_\mu p_{\mu'}/m_Z^2$$

$$\Gamma_{ff} = \frac{\langle |M_{ff}|^2 \rangle}{16\pi m_Z} \text{ (bozunma genişliği)}$$

Z-Bozonu	Kanal	Toplam	Dallanma
$\nu_e\nu_e, \nu_\mu\nu_\mu, \nu_\tau\nu_\tau$	$\Gamma_{\nu\nu}$	$3\Gamma_{\nu\nu}$	$\Gamma_{\nu\nu}/\Gamma_T$
$ee, \mu\mu, \tau\tau$	Γ_{ee}	$3\Gamma_{ee}$	Γ_{ee}/Γ_T
uu, cc	Γ_{uu}	$2\Gamma_{uu}$	Γ_{uu}/Γ_T
dd, ss, bb	Γ_{dd}	$2\Gamma_{dd}$	Γ_{dd}/Γ_T

ÇÖZÜMLER

C5) Higgs bozonun temel parçacıklarla etkileşmelerini göz önüne alarak hangi kanallarda yüksek dallanma oranı elde edilebileceğini nitel olarak ifade edelim.

Kanal	Yüksek(Y)/Düşük(D)
bb	Y
cc	Y
$\tau\tau$	Y
WW*	Y
ZZ*	Y
gg	Y
$\gamma\gamma$	D
Z γ	D
uu, dd, ss	D
ee, $\mu\mu$	D
VV	D

Higgs bozonu fermiyonların kütlesi ile orantılı şekilde etkileşir. O nedenle kütlesi büyük olan fermiyonları bozunma olasılığı yüksek olan sıraya yazdık. Kütlesi küçük olan fermiyonları ve ilmek süreçleri ile oluşanları genelde sıranın alt kısmına yazdık. Higgs bozonun kütlesi 125 GeV civarında ölçülmüştür. Durgun halde üst kuark çifti oluşturacak şekilde bir enerjisi yoktur, onun için tt kanalı gösterilmemiştir.

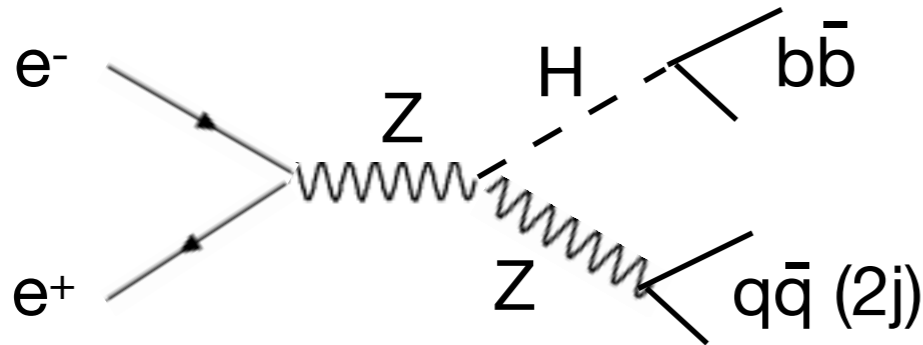
PDG2024

H DECAY MODES	Fraction (Γ_i/Γ)	Confidence level	p (MeV/c)
WW*	(25.7 \pm 2.5) %		–
ZZ*	(2.80 \pm 0.30) %		–
$\gamma\gamma$	(2.50 \pm 0.20) $\times 10^{-3}$		62600
$b\bar{b}$	(53 \pm 8) %		–
e^+e^-	< 3.0 $\times 10^{-4}$	95%	62600
$\mu^+\mu^-$	(2.6 \pm 1.3) $\times 10^{-4}$		62600
$\tau^+\tau^-$	(6.0 $^{+0.8}_{-0.7}$) %		62575
Z γ	(3.4 \pm 1.1) $\times 10^{-3}$		29392

S6/C6

S6) Elektron-pozitron çarpıştırıcısında ZH üretimi için ağaç seviyesi mümkün süreci yazınız, sürecin Feynman diyagramını çiziniz. ZH için en baskın bozunum kanalı nedir? Bu kanalda gözlenecek sinyalin ne olacağını yazınız.

C6) Sürecin Feynman diyagramı aşağıda gösterilmiştir (*).



Z Bozunma (BR) - PDG24
Z \rightarrow e⁺e⁻ : 84 MeV (%3.4)
Z \rightarrow $\nu\nu$: 500 MeV (%20)
Z \rightarrow qq : 1740 MeV (%70)
Z \rightarrow hepsi : 2.5 GeV

Dallanma Oranı - PDG24

H \rightarrow bb : (%53)

H \rightarrow WW* : (%25.7)

H \rightarrow tau tau : (%6)

H \rightarrow ZZ* : (%2.8)

- Higgs bozonun baskın bozunması H \rightarrow bb, Z bozonun baskın bozunması ise Z \rightarrow qq, böylece bozunmalardan sonra sinyal (2b+2j) olacaktır.

[*].physics/0411006 [physics.data-an]