SUPERSYMMETRY
The Standard Model of particle physics does a great job of explaining how the Universe is put together around us, but it doesn't explain everything.
The idea of supersymmetry fills in the holes of the Standard Model, and it is the only known mathematical symmetry that can be added to the symmetries of Einstein's theory of Relativity without producing equations inconsistent with the known Universe.
There are two types of the most basic particles known to man. Fermions are the particles primarily responsible for providing mass and bosons are the particles responsible for the force interactions in the Universe.
Supersymmetry says every single fermion and boson has one or more superpartners, such that the superpartner of any fermion is a boson and vice versa. However, known particles don't have the theoretical properties of superpartner. This means that for every known particle, there is a currently-unknown particle that is its superpartner.
Superpartners have identical interactions with other particles and identical masses.
Despite the fact that we haven't discovered these superpartner particles, that hasn't stopped particle physicists from naming them. For bosons, photon has a photino, gluons
have gluinos, Higgs have Higgsinos and so on. Fermions
complicated names.
These superpartners don't exist in the world as we know it, and
presence at this point would highly complicate the world of chemistry. For
superpartner for an electron, a selectron, with the same charge and mass,
it would mean considering atoms with electrons as well as atoms with
would throw the periodic table into chaos as it would mean countless
So what is the point of all this then, if supersymmetry can't exist in
adding it to Einstein's symmetries and set up a naming system?
According to theory, supersymmetry does exist, it is
Calculations have shown that if the superpartners
extremely heavy, too heavy for scientists to
However, the Large Hadron Collider at CERN in
calculations, to produce superpartners.
Researchers at the massive international
Links: https://profmattstrassler.com/articles-and-posts/some-speculative-theoretical-ideas-for-the-lhc/supersymmetry/supersymmetry-what-is
http://home.cern/about/physics/supersymmetry

Standard Model Ötesi

Süpersimetri

Cem Salih Ün
cemsalihun@uludag.edu.tr

July 10, 2024

Contents

1 Giriş

Standard Model (SM), ortayaq atıldığından bu yana birbirinden farklı ve oldukça hassas bir şekilde yapılan deneylerle büyük ölçüde doğrulanmasına rağmen, yine de ancak belirli enerji seviyelerine kadar geçerli olabilecek efektif bir teori olarak ele alınmaktadır. Bu yaklaşımın arkasında; nötrino kütleleri ve karışımları, karanlık madde gibi deneysel olarak da öngörülen bazı olgulara yanıt verememesi kadar, SM'in teorik olarak dolduramadığı bazı boşluklar da yatmaktadır. Bu teorik problemlerin bazıları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

1. Parçacık kütleleri, karışımları, SM ayar simetrisi altındaki yüklerini ve etkileşim sabitlerini ifade eden parametrelerin, neden deneylerle ölçülen değerlerde olduğuna dair SM herhangi bir açıklama getirememektedir. Başka bir deyişle, deneysel veriler bu parametreler için belirli bir değeri işaret etse de, SM içim bu parametreler bağımsız değişkenler olarak ele alınırlar.

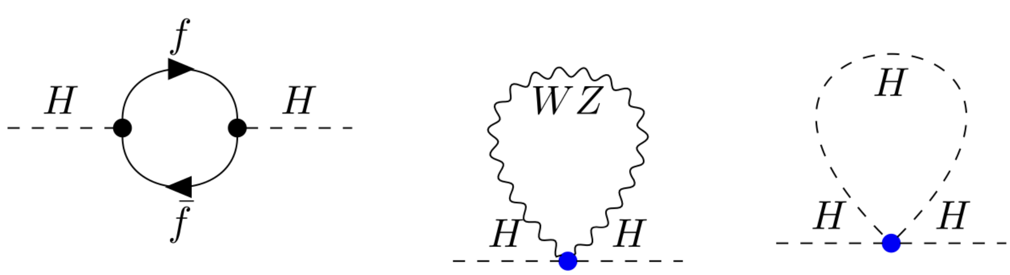
2. Her ne kadar parçacıkların etkileşimlerini doğru bir şekilde tarifleyen bir ayar simetri grubuna sahip olsa da, bu simetri grubu ampirik olarak oluşturulmuştur ve bununla ilgili bazı sorulara SM'in herhangi bir açıklaması bulunmamaktadır. Örneğin, güçlü ve zayif etkileşimler yapısal olarak benzer simetri gruplarına dayandırılarak ele alınsa da, bu etkileşimlerin neden farklı özellikler gösteridiği SM tarafından bilinmemektedir. $SU(3)_C$ ayar grubuna göre güçlü etkileşime giren parçacıklar asimptotik özgürlük

gibi özellikler gösterirken, $SU(2)_L$ simetri grubuna göre tanımlanan zayıf etkileşimlerin sağ elli ve sol elli parçacıklara göre neden farklı etkileşim özellikleri (kiralite) gösterdiği bilinmemektedir.

3. Kütleçekimin parçacıklar tarafından neredeyse hiç hissedilmemesine karşı neden kütleli olduklarını oldukça hassas bir şekilde açıklayabilen Higgs mekanizması her ne kadar bu konudaki bilgilerini bir hayli derinleştirmişse de, ilk ortaya atılışı itibariyle keyfilikler içermektedir. Örneğin elektrozayıf simetrinin kırılabilmesi için Higgs dubletinin kütle kare teriminin neden negatif olması gerektiği ve buna sebep olabilecek fiziksel süreçler SM için belirsizdir.

Yukarıda SM'in teorik problemlerine verilen örnekler daha da arttırılabilir. Ancak bu problemlerin en önemlileri arasında Higgs alanı ve Higgs mekanizması gelmektedir. Yukarıda verilen örneklerin dışında, SM Higgs bozonunun kütlesini kararlı ve sonlu bir değerde tutamaz. Her ne kadar, Higgs öz etkileşim sabiti (λ), vakum beklenen değeri (v) ve Yukawa etkileşim sabitleri için deneylerden elde edilen sonlu değerler kullanılsa da, pertürbasyon teorisinin ele alınmasıyla Higgs kütlesinın karesi SM'in geçerli olabileceği enerji skalasının (Λ) karesiyle orantılı katkılar alır ($\delta m_h^2 \propto \Lambda^2$). Eğer SM temel bir teori olarak ele alınabilirse Λ'nın Büyük Birleşim Skalasına ($\Lambda \simeq M_{\mathrm{GUT}} \simeq 10^{15} - 10^{16}$ GeV) ya da kütleçekimin de diğer etkileşimlere karşılaştırılabilir etkilere sahip olduğu Planck skalasına ($\Lambda \simeq M_{\mathrm{Planck}} \simeq 10^{19}$ GeV) eşit olması beklenir. SM'in belirli bir enerji skalasına kadar geçerli efektif bir teori olarak ele alınmasının arkasındaki en güçlü sebeplerden biri Higgs bozonu kütlesine pertürbasyon teorisinden gelen bu kuadratik katkılardır.

1.1 Radyatif Katkılar ve İnce Ayar



(a) Top Kuark (b) Ayar Alanları (c) Higgs Bozon

Figure 1: Higgs Bozonu kütlesine katkı yapan diyagramlar

Şekil 1 Higgs bozonu kütlesine Λ^2 ile orantılı katkıda bulunan bazı katkıları temsil eden diyagramları göstermektedir. Halka diyagramlarının hesaplanması sonucunda Higgs bozonu kütlesine yaptıkları katkılar yaklaşık oalrak aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\begin{aligned} \text{Top Kuark}: &\quad \simeq -\frac{3}{8\pi^2} y_t^2 \Lambda^2 \\ \text{AyarAlanları}: &\quad \simeq \frac{1}{16\pi^2} g^2 \Lambda^2 \\ \text{HiggsBozonu}: &\quad \simeq \frac{1}{16\pi^2} \lambda \Lambda^2 \end{aligned} \tag{1}$$

Daha önce de değinildiği gibi, eğer SM temel bir teori olarak ele alınırsa, Higgs bozonu kütle karesi $10^{30} - 10^{38}$ GeV^2 mertebesinde bir katkı alacağından SM, deneylerde yaklaşık olarak 125 GeV olarak gözlenen sonlu Higgs bozonu kütlesini açıklayamaz. SM'in temel bir teori olduğunda Higgz bozonu kütlesine gelen katkıların sonsuz olmasının nedeni elektrozayıf simetrinin kırıldığı enerji skalası ile Büyük Birleşim ya da Planck sakalası arasında oldukça büyük bir fark olmasındadır. Elektrozayıf simetri 100 GeV civarında kırılırken, eğer ara enerji skalalarında yeni bir fizik yoksa, mevcut parçacık fenomenolojisi yaklaşık olarak $10^{16} - 10^{19}$ GeV enerji mertebesine kadar SM tarafından açıklanabilmelidir. İlgili enerji skalaları arasında böyle büyük bir fark olmasından dolayı, Higgs bozonu kütlesine genel bu sonsuz katkılara "hiyerarşi problemi" denir.

Hiyerarşi problemine bir çözüm önermek adına iki farklı yaklaşım izlenilebilir. Bu yaklaşımlardan birinde Planck skalasının o kadar yüksek enerji seviyesinde olmadığı modeller geliştirilebilir. Ekstra boyutlar içeren modeller bu yaklaşıma iyi bir örnek teskil ederler. Bu modellerde indirgenmiş Planck skalası TeV mertebesine kadar inebilir ve bu da Denklem 1 ile verilen katkıların makul seviyelerde kalmasını sağlar. Diğer bir yaklaşım ise, SM'in simetrilerine yeni ayar grupları ekleyerek daha genil simetri grubuna sahip parçacık modelleri geliştirmektir. Bu yaklaşımda ekstra simetriler ara enerji skalalarında kırılır. Bu durumda SM bu ara enerji seviyelerine kadar olan eneri skalalarında geçerli olduğundan Denklem 1 ile verilen katkılar yeterince küçük elde edilir.

Her iki yaklaşımda da SM bir efektif teoriye dönüşür ve geçerli olduğu enerji skalasının ötesindeki fizik bu yaklaşımlarla kurulan modeller ile tarif edilmeye çalışılır. Bu sebeple bu modeller SM Ötesi (BSM) modeller olarak sınıflandırılırlar. Her ne kadar SM'in en önemli problemleri arasında sayılsa da, Hiyerarşi Problemi'nin bize gösterdiği iki önemli nokta vardır.

1. Denklem 1 ile verilen katkıların makul seviyelerde olması koşulu BSM modellerin tercihen hangi enerji skalalarından sonra geçerli olması gerektiği hakkında güçlü bir fikir verir. Nümerik uygulamalar, Hierarli probleminin etkili olmadığı modeller için BSM modellerin TeV mertebesinde enerj skalalarında geçerli olmasının güçlü bir motivasyon olacağını göstermiştir. Eğer SM 10 TeV'e kadar geçerli bir modelse ($\Lambda^2 = 10^8$ GeV), Denklem 1 ile verilen katkılar nümerik olarak aşağıdaki gibi bulunabilir:

$$
\begin{aligned}
\text{Top Kuark}: &\quad \simeq (2000\ \text{GeV})^2 \\
\text{AyarAlanları}: &\quad \simeq (700\ \text{GeV})^2 \\
\text{HiggsBozonu}: &\quad \simeq (500\ \text{GeV})^2
\end{aligned}
\tag{2}
$$

2. Yine Denklem 1 ve 2 ile elde edilen sonuçlar, fermiyonların Higgs bozonu kütlesine katkıları negatif iken bozonlardan gelen katkıların ise pozitif olduğunu göstermiştir. Bu durumda BSM modellere başvurmaksızınö eğer $y_t^2 \approx g^2 + \lambda$ gibi bir ilişki elde edilebilirse, Higgs bozonu kütlesine gelen katkıların, Λ skalası çok yüksek olsa dahi, birbirini ortadan kaldıracağı düşünülebilir. Böyle bir ilişkinin SM içine yerleştirilmesi bir "ince ayar" durumudur. Burada karşılaşılacak iki problemden bahsedilebilir.

   a) Daha önce bahsedildiği gibi y_t, g ve λ gibi parametreler SM için birbirinden bağımsız değişkenlerdir, bu durumda böyle bir ilişkiyi üretecek bir mekanizmaya ihtiyaç duyulur. Bu mekanizma doğal olarak, katkıları sağlayan parçacıkları birbiriyle ilişkilendiren bir simetrinin varlığı olarak ele alınabilir. Ancak SM böyle bir simetriye dair herhangi bir göstergeye sahip değildir.

   b) Yeni bir simetri eklenmesi durumunda karşılaşılacak bir diğer sorun ise, radyatif katkıların farklı spinli parçacıklardan gelmesi ve dolayısıyla önerilecek simetrinin reprezentasyonlarının farklı spinli parçacıklar ile oluşturulmasıdır. Ancak böyle bir simetri mümkün değildir (Coleman-Mandula, No-Go Teorem [1])

2 Süpersimetri

Hiyerarşi probleminin gösterdiği en önemli şeylerden biri; Higgs bozonu kütlesine fermiyonlardan ve bozonlardan gelen ıraksak katkıların birbirleriyle ters işaretli olmasıdır. Eğer BSM model, her fermiyona uygun sayıda bozon ve benzer şekilde her bozona da uygun sayıda fermiyon alanlar eşlik edecek şekilde kurulabilirse, bu birbirleriyle eşlenen alanlardan Higgs bozonuna gelecek ıraksak katkılar birbirlerini ortadan kaldıracak şekilde elde edilebilir. Bu durumu bir transformasyon ile aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$
Q|\text{Bozon}\rangle = |\text{Fermiyon}\rangle\ , \quad Q|\text{Fermiyon}\rangle = |\text{Bozon}\rangle \tag{3}
$$

Denklem 3 ile verilen dönüşümlerin tutarlı olabilmesi için Q ile gösterilen süpersimetri üretecinin spinor bir yapıya sahip olması gerekir. Spinorlar ile gçsterilen operatörlerin kompleks olduğu düşünülürse, Q hermityen kompleks eşleniği $Q^\dagger$ de yine bir süpersimetri üretecidir. Fermiyon ve bozonların birbirlerinden çok farklı özelliklere sahip oldukları düşünüldüğünde süpersimetri dönüşümlerinin de ilginç bir yapıya sahip olduğu düşünülebilir. Süpersimetri

	ψ	ϕ		$\mathcal{F}$	
On-shell	2	Reel:	1	Reel:	1
		Kompleks:	2	Kompleks:	2
Off-Shell	4	Reel:	1	Reel:	1
		Kompleks:	2	Kompleks:	2

Table 1: Fermiyonik ve skaler alanların on-shell ve off-shell serbestlik dereceleri.

dönüşümleri altında bir modelin invaryant kalabilmesi için ilk akla gelen koşul, modelin sahip olduğu bozonik ve fermiyonik serbestlik derecelerinin birbirine eşit olması şartıdır. Buna örnek olması açısından basit bir model ele alırsak, süpersimetrik dönüşümler altında invaryant kalabilmesi için modelin skaler ve fermiyonik alanlara sahip olması gerekecektir. Ancak kütle kabuğunda fermiyon alanı ifade edecek olan spinorun serbestlik derecesinin 2 olduğu düşünülürse, bu fermiyona eşlik edecek skaler alanlar eğer gerçelse iki tane, kompleks ise bir tane olmalıdır. Belirleyici olan bu alanların sahip olduğu serbestlik derecesidir.

Öte yandan, eğer bir model bazı simetri dönüşümleri altında invaryant kalıyorsa, bu invaryansın pertürbasyon teorisinin her seviyesinde korunması beklenir. Bu durumda fermiyonik ve bozonik serbestlik derecelerinin kütle kabuğu dışında da birbirine eşit olması gerekmektedir. Skaler alanların serbestlik dereceleri kütle kabuğu dışında da değişmeden kalırken, fermiyonlar kütle kabuğu dışında 4 serbestlik derecesine sahiotirler ve bu durum, bir yukarıda yapılan skaler ve fermiyon alanlar arasındaki süpersimetrik eşleştirmeyi uygunsuz kılar. Bu durumda yeni skaler alanlara ihityaç duyulur.

Tablo 1 ile verilen serbestlik derecelerine yakından bakılırsa, ele alacağımız örnek modelin fermiyonik ve bozonik serbestlik dereceleri $\mathcal{F}$ alanının da eklenmesiyle kütle kabuğu dışında birbirine eşit olması sağlanmış olur. Ancak bu durumda da $\mathcal{F}$ alanının varlığı bu kez de kütle kabuğu üzerinde bu serbestlik derecelerinin birbirine eşit olamamasına neden olur. Bu problem $\mathcal{F}$ alanlarının kütle kabuğu üzerinde sıfıra eşit olmaları şartıyla ortadan kaldırılabilir. Euler-Lagrange denklemlerinden bilindiği üzere bir alana ait hareket denkleminin her koşulda $\mathcal{F} = 0$ çözümünü verebilmesi için, bu alana ait kinetik terimin, modele ait Lagrangian'da bulunmaması gerekir. Bir başka deyişle $\mathcal{F}$ gibi alanlar dinamik alanlar değillerdir ve bu yüzden "yardımcı (auxiliary) alanlar" olarak adlandırılırlar.

2.1 Wess-Zumino Model

Alanların süpersimetrik dönüşümlerini örnekleyebilmek için kompleks skaler alanlar ve bir fermiyon alan içeren basit bir model olan Wess-Zumino Lagrangiyen'ini el alalım. Kolaylık olması açısından başlangıçta bu alanları kütlesiz kabul edelim. Yardımcı alanların kinetik terimlerinin olmadığını da göz önüne alırsak böyle bir Lagrangiyen aşağıdaki gibi bir formda olacaktır:

$$\mathcal{L} = -\partial^{\mu}\phi\partial_{\mu}\phi^{\dagger} + i\psi^{\dagger}\bar{\sigma}^{\mu}\partial_{\mu}\psi + F^{\dagger}F \tag{4}$$

Bu alanların sonsuz küçük süpersimetrik dönüşümler altında aşağıdaki gibi dönüştüklerini kabul edersek

$$\begin{array}{lll|ll} \phi' & = Q\phi & = \phi + \delta\phi & \delta\phi & = \epsilon\psi \\ \psi' & = Q\psi & = \psi + \delta\psi & \delta\psi & = -i(\sigma^{\mu}\epsilon^{\dagger})\partial_{\mu}\phi + \epsilon F \\ F' & = QF & = F + \delta F & \delta F & = -i\epsilon^{\dagger}\bar{\sigma^{\mu}}\partial_{\mu}\psi \end{array} \tag{5}$$

Ödev 1: Denklem 4 ile verilen Lagrangiyen'deki alanlar için hareket denklemlerini elde ederek $\mathcal{F}$ alanının çözümünün sıfır olması gerektiğini gösteriniz.
Ödev 2: Denklem 4 ile verilen Lagrangiyen'in Denklem 5 ile tanımlanan dönüşümler altında invaryant olduğunu gösteriniz.

Denklem 5 ile ifade edilen dönüşümlerin alanların türevlerini de içermektedir. Alanların Forier dönüşümleri ele alınarak bu türev operatörleri uygulanırsa, dönüşüm özelliklerinin sol taraflarının 4-momentum operatörüne bağlı olacağı kolaylıkla görülebilir. Simetri dönüşümler ve gruplar açısından yaklaşıldığında ve 4-momentumun da Poincare grubunun öteleme dönüşümüne karşılık geken üreteci olduğu hatırlanırsa, süpersimetrik dönüşümlerin alanlara uygulanması durumunda bu alanların uzayzamanda bir öteleme dönüşümü de elde edilecektir.

Yukarıda elde edilen sonuç süpersimetrik dönüşümlerin bazı ilginç özellikleri görmek açısından oldukça önemlidir. Öncelikli daha önce tanımlandığı gibi süpersimetrik dönüşümler fermiyonları bozonlara ve bozonları da fermiyonlara çeviren dönüşümler olarak tanımlanırlar. Daha teknik bir ifadeyle, süpersimetrik dönüşümler alanların spinlerine etki ederek onları dönüştürürler. Bu açıdan süpersimetri parçacıklara ait bir iç simetri olarak ele alınabilir. Ancak, iki süersimetrik dönüşümün arka arkaya uuygulandığı durumda, parçacıkların sğin durumları yine eskisine dönse de, iki dönüşümün sonrasında elde edilen alanlar uzayzamanda ötelenirler. Alanların dönüşüm özelliklerinde ortaya çıkan öteleme üreteci 4-momentum ise bir dış simetri olan Poincare simetrisine ait bir üreteçtçir. Bu durum bize süpersimetrinin tam olarak bir iç simetri ya da bir dış simetri olmadığını ifade eder. Ancak iç ve dış simetrileri birbirine bağlayabilen bir simetri olarak ele alınabilir.

Yukarıdaki tartışma ilgili dönüşüm operatörleri arasındaki komütasyon ve antikomütasyon ilişkileriyle aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{array}{llll} \{Q, Q^{\dagger}\} & = -2\sigma^{\mu}P_{\mu}\ , & & \\ \{Q, Q\} & = 0\ , & \{Q^{\dagger}, Q^{\dagger}\} & = 0 \end{array} \tag{6}$$

Ayrıca, süpersimetri eğer modelin bir simetrisi ise aşağıdaki ilişkileri de sağlamalıdır.

$$[Q, P^\mu] = [Q^\dagger, P^\mu] = 0 \tag{7}$$

Ödev 3: Denklem 6 ve 7 ile verilen komütasyon ve anti-komütasyon ilişkilerini çıkarınız.

2.2 Süpersimetrik Etkileşimler

Bir önceki bölümde birbirleriyle etkileşmeyen serbest skaler ve fermiyon alanlarından oluşan basit bir modeli ele alarak ilgili alanların süpersimetrik dönüşümlerini elde edildi. Her ne kadar süpersimetrik dönüşümlerin özelliklerine dair önemli çıkarımların yapılmasına yardımcı olsa da, parçacıklar üzerşne kurulan bir modelin gerçeçi olabilmesi için, modele ait Lagrangiyen'in bu alanlar arasında uygun etkileşimleri de barındırması gerekir. Ayrıca elde edilecek etkileşim terimlerinin renormalize edilebilir olması için de kütle boyutları 4 ya da daha küçük olmalıdır.

Süpersimeri dönüşümleri altında invaryant kalma koşulu ile birlikte aşağıdaki gibi bir etkileşim Lagrangiyen'ini ele alalım:

$$\mathcal{L}_{\rm int} = \left(-\frac{1}{2}W^{ij}\psi_i\psi_j + W^i\mathcal{F}_i\right) + \text{c.c.} \tag{8}$$

Burada W süper potansiyel olarak adlandırılır ve sadece skaler alanların ve onların kompleks eşleniklerinin bir polinomu olarak kabul edilebilir. i,j indisleri de süper potansiyelin ϕ_i, ϕ_j skaler alanlarına göre türevlerini göstermektedir. Denklem 8 ile verilen etkileşim Lagrangiyen'ini belirlemek için W super potansiyelinin yapsını belirlemek yeterli olacaktır. Renormalize edilebilir olması için Lagrangiyen'de bulunan her terimin kütle boyutu 4'e eşit olmalıdır. Spinor alanların kğtle boyutunun 3/2 olduğu düşünülürse $\psi_i\psi_j$ ifadesinin toplam kütle boyutu 3'e eşit olacağından W^{ij} teriminin kitle boyutu 1 olmalıdır. Ancak bu ifade super potansiyelin skaler alanlara göre iknci türevi olduğundan ve skaler alanların da kütle boyutunun 1 olduğundan W ile gösterilen super potansiyelin kütle boyutu 3'e eşit olmalıdır.

Dolayısıyla renormalize edilebilir bir teoride super potansiyeldeki terimler en fazla 3 adet skaler alan içerebilirler. Bu terimlerin neler olabileceğini belirlemek için etkileşim Lagrangiyen'inin varyasyonu alınarak Euler-Lagrange denklemleri elde edilmeli ve bu denklemler sıfıra eşitlenmelidir. Denklem 8'te bulunan terimler farklı alanlara bağlı olduğundan, skaler alanın varyasyonuna göre Euler-Lagrange denklemleri elde edilirken, her terim birbirinden bağımsız olarak ele alınabilir ve her terimin varyasyonu kendi içinde sıfıra eşit olmalıdır. Buna göre,

$$
\begin{aligned}
\delta\mathcal{L}_{\text{spinor}} &= \left[-\frac{1}{2}\frac{\delta W^{ij}}{\delta\phi_k}\delta\phi_k\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}\frac{\delta W^{ij}}{\delta\phi^*}\delta\phi^*\psi_i\psi_k\right] \\
&= \left[-\frac{1}{2}\frac{\delta W^{ij}}{\delta\phi_k}(\epsilon\psi_k)\psi_i\psi_j - \frac{1}{2}\frac{\delta W^{ij}}{\delta\phi^*}(\epsilon^\dagger\psi_k^\dagger)\psi_i\psi_k\right] \qquad (9) \\
&= 0
\end{aligned}
$$

Yukarıda elde edilen hareket denkleminde her iki terim birbirinden farklı alanlar içerdiğinden birbirlerini sıfırlayamazlar. Bu nedenle her bir terimin kendisi sıfıra eşit olmalıdır. İlk terim sadece fermiyon alanlardan oluştuğundan Fierz özdeşliği ile doğrudan sıfıra eşit olur:

$$(\epsilon\psi_k)\psi_i\psi_j + (\epsilon\psi_j)\psi_k\psi_i + (\epsilon\psi_i)\psi_j\psi_k = 0 \qquad (10)$$

Ancak ikinci terim spinor alanın hermitik eşleniğini içermektedir ve ilk terimin aksine ikinci terimdeki spinor alanların farklı kombşnasyonları sıfıra eşit bir bağıntı sağlamaz. İkinci terimin sıfır olabilmesinin tek yolu $\delta W^{ij}/\delta\phi_k$ ifadesinin sıfıra eşit olmasıdır. Bu sonuç super potansiyelin skaler alanın kompleks eşleniğinden bağımsız bir polinom olması gerektiğini gösterir. Genel bir şekilde ifade edilirse, süpersimetrik dönüşümler altında invaryant kalan bir Lagrangiyen'de süper potansiyel aynı anda hem bir skaler alana hem de onun kompleks eşleniğine bağlı olamaz. Bu koşula "**holomorfi koşulu**" denir. W^{ij} teriminin kütle boyutunun 1 olması gerektiğinden hareketle aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$W^{ij} \equiv \frac{\delta W}{\delta^2\phi_i\delta\phi_i} = M^{ij} + y^{ijk}\phi_k \Rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2}M^{ij}\phi_i\phi_j + \frac{1}{6}y^{ijk}\phi_i\phi_j\phi_k} \qquad (11)$$

Denklem 8 ifadesindeli ikinci terimin de skaler alana göre varyasyonu alınırarak elde edilen Euler-Lagrange denklemi sıfıra eşitlenirse, kolaylıkla $W_i = -\mathcal{F}_i$ ve $\mathcal{F}^{*i} = -W^i$ olması gerektiği bulunabilir. Böylelikle dinamik olmayan yardımcı $\mathcal{F}$ alanları da elenmiş olur. Lagrangiyen'in skaler olması gerektiği düşünülürse süper potansiyelin kendisi doğrudan Lagrangiyen'i oluşturamaz ancak süpersimetrik modellerde skaler potansiyel süper potansiyel ile kurularak etkileşimli alanlar içeren süpersimetrik bir model kurulmuş olur. Bu modellerde skaler potansiyel aşağıdaki gibi elde edilir:

$$V(\phi,\phi^*) = W^i W_i^* = \mathcal{F}^{i*}\mathcal{F}_i \qquad (12)$$

Bu bölümde her ne kadar birbirleriyle etkileşen alanların süpersimetrik bir modelini kurmuş olsak da unutulmamalıdır ki bu etkileşimler henüz ayar etkileşimlerini içermemektedir. Dolayısıyla ele aldığımız bu basit model ayar etkileşimlerine sahip olmayan bir etkileşimli alan teorisidir. Kurulan modelin gerçekçi olabilmesi için SM'in ayar alanları için de süper simetrik eşlenikler tanımlanmalı ve süpersimetrik dönüşümler altında invaryant kalan bir Lagrangiyen kurularak

Alan		spin 0	spin 1/2	$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$
squark, quark	Q	$(\tilde{u}_L\ \tilde{d}_L)$	$(u_L\ d_L)$	$(\mathbf{3}, \mathbf{2}\frac{1}{6})$
(×3 aile)	$\bar{u}$	$\tilde{u}^*_R$	$u^\dagger_R$	$(\overline{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3})$
	$\bar{d}$	$\tilde{d}^*_R$	$d^\dagger_R$	$(\overline{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \frac{1}{3})$
slepton, lepton	L	$(\tilde{\nu}\ \tilde{e}_L)$	$(\nu\ e_L)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2} - \frac{1}{2})$
(×3 aile)	$\bar{e}$	$\tilde{e}^*_R$	$e^\dagger_R$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 1)$
Higgs, higgsino	H_u	$(H^+_u\ \ H^0_u)$	$(\tilde{H}^+_u\ \tilde{H}^0_u)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2}\frac{1}{2})$
	H_d	$(H^0_d H^-_d)$	$(\tilde{H}^0_d\ \tilde{H}^-_d)$	$(\mathbf{1}, \mathbf{2} - \frac{1}{2})$

Table 2: Minimal Süpersimetrik Standard Model'i oluşturan alanlar.

modele eklenmelidir. Ancak süpersimetrik ayar etkileşimleri bu yaz okulunun kapsamını biraz aştığından burada ele alınmayacaktır.

2.3 Minimal Supersymmetrik Standard Model

Bölüm 2.2'de tartıştığımız ve yapısını belirlediğimiz süper potansiyel her ne kadar Lagrangiyen'in kendisini doğrudan vermese de, etkileşimli parçacık modellerinin süpersimetrik hale getirilmesinde oldukça temel bir rol oynar. Modelin önerdiği etkileşim mekanizmalarını belirlediği gibi, bir modeli diğerlerinden ayırt edecek olan skaler potansiyelin oluşturulması için de yine süper potansiyelin modele uygun bir şekilde oluşturulmasını sağlar. Süpersimetri, BSM modeller oluşturmak konusunda oldukça güçlü motivasyonları olan yaklaşımları olan yaklaşımlar arasındadır ve doğal olarak pek çok deney tarafından doğrulanmış olan SM'in süpersimetrik bir model haline getirilmesi de ilk akla gelen adımlardan biri olacaktır.

Tablo 2.3'de SM parçacıkları ve onların süpersimetrik eşlenikleri verilmiştir. SM'in minimal bir şekilde süpersimetrik hale getirilmesiyle oluşturulan modele Minimal Süpersimetrik Model (MSSM) adı verilir. MSSM SM ile aynı ayar grubuna sahiptir ve parçacıklar ile onların süpersimetrik eşleniklerinin etkileşim doğası yine SM tarafından tanımlandığı gibidir. Bu açıdan MSSM, SM'de karşılaşılan (kütlesiz nötrinolar, CP kırılımı gibi) bazı problemleri yine çözümsüz bıraksa da bu problemlerin çözümü için uygun bir çerçeve sunar. MSSM'in özellikle 70'li yıllardan sonra yoğun bir ilgi görmesinin altında yatan en büyük sebeplerden biri hiyerarşi problemini bir çözüm sunmasıdır. Daha önce Bölüm 1.1'de vurgulandığı gibi Higgs bozonu kütlesine fermiyonlardan ve bozonlardan gelen ıraksak katkılar birbirleriyle ters işaretlidir ve süpersimetrik bir modelde her bir fermiyona uygun sayıda bir skaler eşlik ettiğinden, bu alanlardan gelen katkılar birbirlerine eşit ancak ters işaretli olacağından birbirini sıfırlarlar.

Denklem 11 ile elde edilen süper potansiyel formunu SM için uygularsak MSSM için süper potansiyel ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$W_{\mathrm{MSSM}} = \tilde{\bar{u}} y_u \tilde{Q} H_u + \tilde{\bar{d}} y_d \tilde{Q} H_d + \tilde{\bar{e}} y_e \tilde{L} H_d \tag{13}$$

Denklem 8 ile önerilen etkileşim mekanizması MSSM süper potansiyeli kullanılarak elde edilirse Higgs alanı ile top quark ve onun süpersimetrik eşleniği stop arasında aşağıdaki gibi etkileşim terimleri elde edilir:

$$\mathcal{L}_{Ht\tilde{t}} = y_t \bar{t} H_u Q_3 + y_t^2 H_u^\dagger H_u \tilde{t} \tilde{t}^* \tag{14}$$

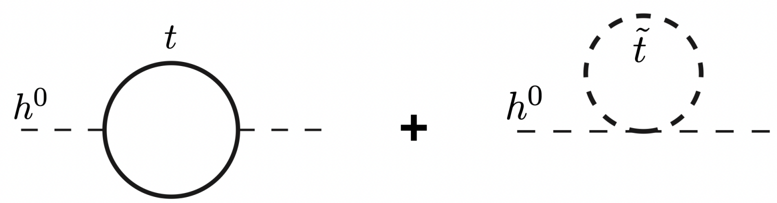


Figure 2: Higgs bozonu kütlesine ıraksak katkılarda bulunan top quark (sol) ve stop quark (sağ) içeren diyagramlar

Bu etkileşim terimlerinden Higgs bozonuna gelen radyatif katkılar Şekil 2 ile gösterilmiştir. Burada gösterilen her iki diyagramda ıraksak katkılara neden olurlar; ancak top kuarktan gelen katkı ile stop kuarktan gelen katkı birbirleriyle ters işaretlidir ve süpersimetrinin kırılmamış bir simetri olduğu durumlarda her iki katkı niceliksel olarak birbirine tam olarak eşittir. Dolayısıyla her iki diyagramdan gelen katkıların toplamı sıfıra eşit olur.

MSSM ile ilgili diğer detaylar [2] makalesinin 6. ve 8. bölümlerinden yararlanılarak anlatılacaktır. Ayrıca süersimetrik dönüşümler ve MSSM ile ilgili bir başka kapsamlı kaynak da yine [3] olarak kayhakçada listelenmiştir.

References

[1] S.R. Coleman and J. Mandula, *All Possible Symmetries of the S Matrix*, *Phys. Rev.* **159** (1967) 1251.

[2] S.P. Martin, *A Supersymmetry primer*, *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* **18** (1998) 1 [hep-ph/9709356].

[3] H. Baer and X. Tata, *Weak Scale Supersymmetry : From Superfields to Scattering Events*, Oxford University Press (2007), 10.1017/9781009289801.