SORULAR

① Verilen dönme dönüşümünün Öklidyen çizgi elemanını, $dl^2 = dx^2 + dy^2$, değişmez bıraktığını gösteriniz.

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

② Baz vektörlerinin dönüşüm kuralını kullanarak $\vec{V}$ vektörünün $(\tilde{x}, \tilde{y})$ koordinat sisteminde yazılmış bileşenlerini bulunuz.

$$\hat{e}_{\tilde{x}} = \hat{e}_x \cos\theta + \hat{e}_y \sin\theta$$

$$\hat{e}_{\tilde{y}} = -\hat{e}_x \sin\theta + \hat{e}_y \cos\theta$$

$$V^{\tilde{x}} = ? \quad , \quad V^{\tilde{y}} = ?$$

③ 2×2'lik A anti-simetrik matrisi verilmiştir.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\theta = 0$ noktası etrafında $e^{\theta A}$'yı ilk dört terime kadar Taylor serisine açınız. Sonra θ'nın kuvvetlerinin sonsuz seri toplamını türeterek $e^{\theta A}$ için genel formu elde ediniz.

4) 2x2'lik S simetrik matrisi verilmiştir.

$$S = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$\tau = 0$ noktası etrafında $e^{\tau S}$'i ilk dört terime kadar Taylor serisine açınız. Sonra τ'nın kuvvetlerinin sonsuz seri toplamını türeterek $e^{\tau S}$ için genel formu elde ediniz.

5) Aşağıda verilen Galileo dönüşümü için

$$t = \tilde{t}, \quad x = \tilde{x} + v\tilde{t}, \quad y = \tilde{y}$$

$\frac{\partial f}{\partial \tilde{t}}, \frac{\partial f}{\partial \tilde{x}}, \frac{\partial f}{\partial \tilde{y}}$ kısmi türevlerini $\frac{\partial f}{\partial t}, \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}$ cinsinden bulunuz.

6) Bir önceki sorudaki sonucu kullanarak, dalga denklemlerinin

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tilde{y}^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tilde{t}^2} = 0$$

aşağıdaki forma geldiğini gösteriniz.

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{2v}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0.$$

(7) Aşağıda verilen Lorentz dönüşümü altında dalga denkleminin, $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$, invaryant (değişmez) kaldığını gösteriniz.

$$\tau = \tilde{\tau}\cosh\xi + \tilde{x}\sinh\xi$$

$$x = \tilde{\tau}\sinh\xi + \tilde{x}\cosh\xi$$

$$y = \tilde{y}.$$

(8) Üç boyutta, (τ, x, y) koordinatlarında Minkowski metriği

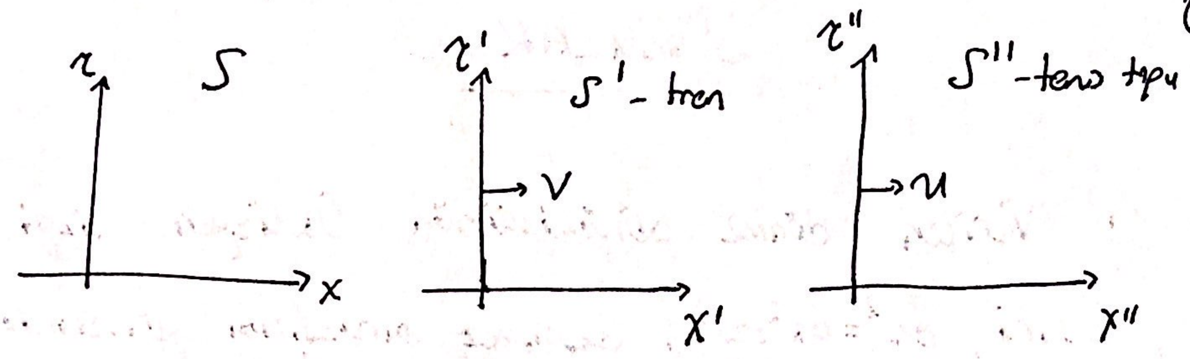
$$ds^2 = -d\tau^2 + dx^2 + dy^2$$

olarak yazılabilir. Bu metriği (u, v, y)-koordinatları için yeniden yazınız.

$$u = \tau + x$$

$$v = \tau - x$$

9



Tren istasyonunda sabit duran gözlemci düşünelim, S. Tren istasyonda duran gözlemciye göre v hızıyla x- yönünde hareket etmektedir. Trenin içindeki bir diğer kişi trene göre x-yönünde u hızıyla giden tenis topunu fırlatmıştır. Tren istasyonunda duran gözlemci için topun hızının

$$\beta_w = \frac{\beta_u+\beta_v}{1+\beta_u\beta_v}$$

olduğunu gösteriniz.