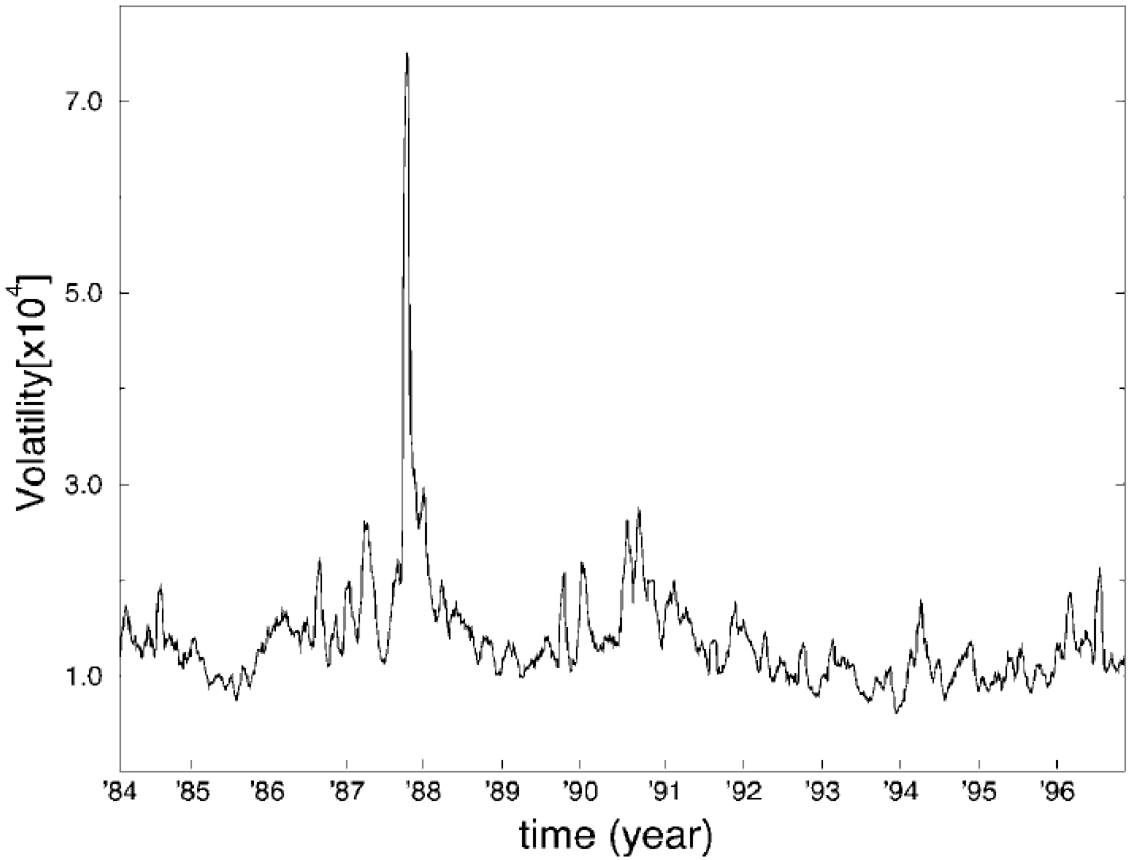
Options
in
real markets

Novák Tamás

MATE KRC, Gyöngyös, Hungary

2025.01.10.



Mi az opció és milyen fajtái vannak

- **Az opció egy származtatott termék, ami az alaptermék „kontrollálására" alkalmas**
- **Az alaptermék szinte bármi lehet: részvény, index, ETF, árutermék (olaj, arany, …)**
- **Lehívás szempontjából kétfajta opció létezik:**
  - **Amerikai: lejárat előtt bármikor lehívható**
  - **Európai: csak lejáratkor hívható le**

Mit kontrollál az opció?

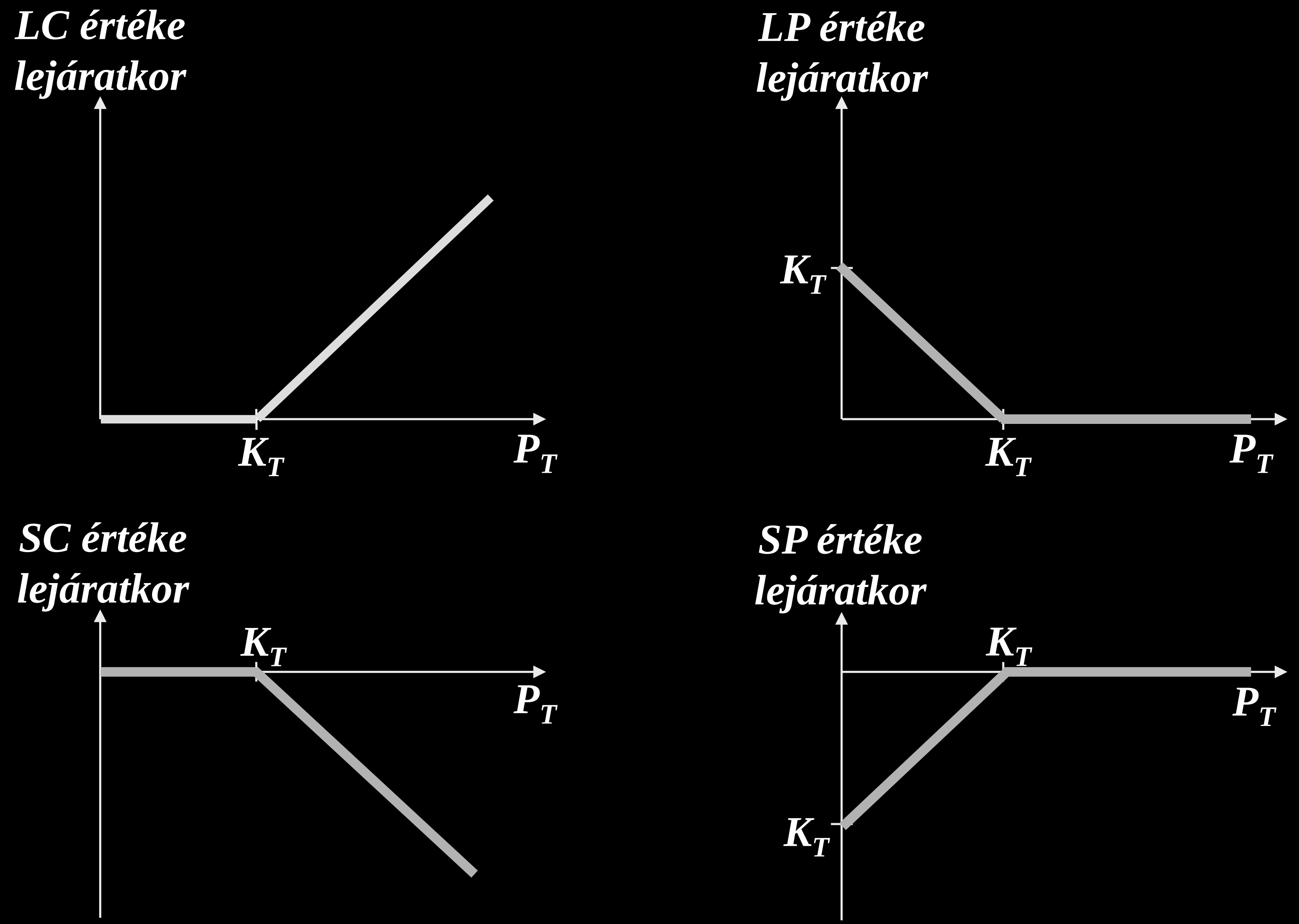
- **Opció vétel**
  - **<u>Jogosultság</u> az alaptermék vételére vagy eladására egy meghatározott időn belül egy meghatározott áron**
  - **Opciós prémiumot fizetünk érte**
  - **Pl. biztosítás házra, autóra -> lehívható, élhetsz a jogoddal**
- **Opció kiírás**
  - **<u>Kötelezettségvállalás</u> az alaptermék megvételére vagy eladására egy meghatározott időn belül egy meghatározott áron**
  - **Opciós prémiumot kapunk érte**
  - **Pl: biztosító, aki eladja a biztosítást -> ha lehívod kötelezettséget vállal**

Call vs. Put opció

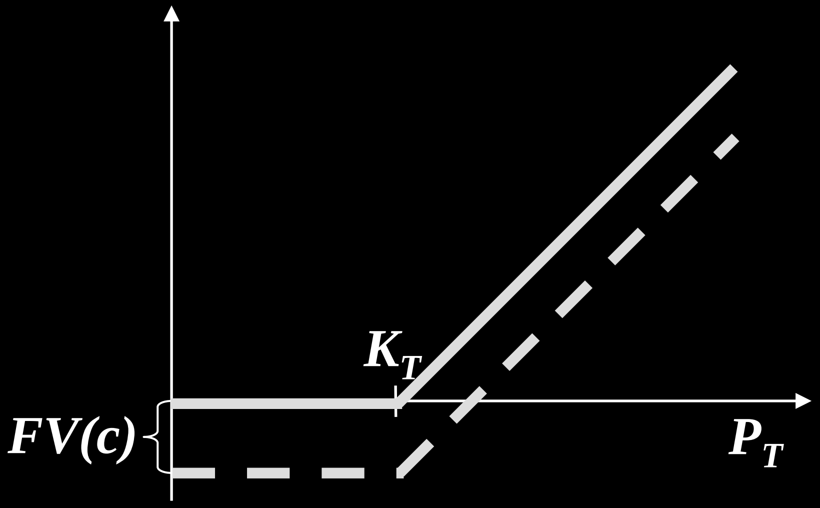
- Call opció – vételi opció
  - Vételi jog (long) / eladási kötelezettség (short)
  - Alaptermék emelkedésére / esésére játszik
  - Mint pl. a részvény vásárlása

- Put opció – eladási opció
  - Eladási jog (long) / vételi kötelezettség (short)
  - Alaptermék esésére / emelkedésére játszik
  - Mint pl. a részvényshortolása

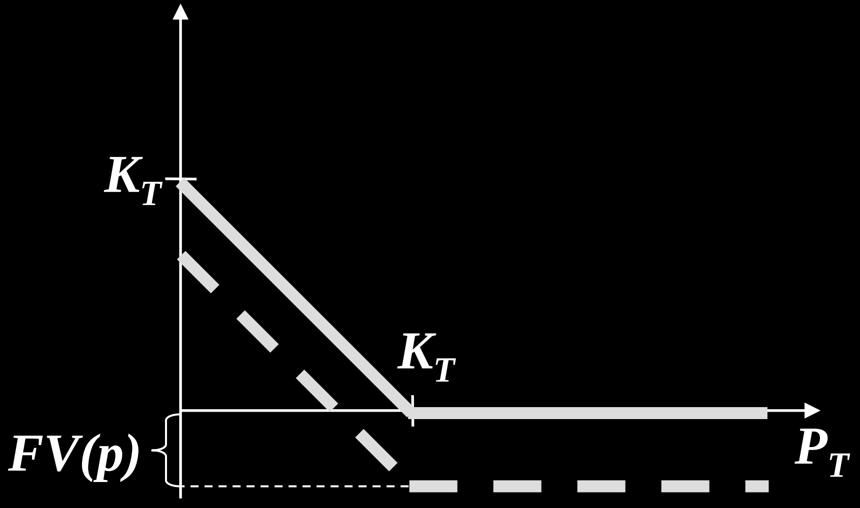
- Long Call = vehetek
  - Jogosultság az alaptermék adott áron (strike price) történő megvételére meghatározott időn belül
  - Alaptermék emelkedésére játszik
- Long Put = eladhatok
  - Jogosultság az alaptermék adott áron történő eladására meghatározott időn belül
  - Esésre játszik
- Short Call = el kell adnom
  - Kötelezettség az alaptermék adott áron történő eladására meghatározott időn belül
  - Esésre vagy oldalazásra játszik
- Short Put = vennem kell
  - Kötelezettség az alaptermék adott áron történő megvásárlására meghatározott időn belül
  - Emelkedésre vagy oldalazásra játszik


LC értéke lejáratkor
K_T
P_T
LP értéke lejáratkor
K_T
K_T
P_T
SC értéke lejáratkor
K_T
P_T
SP értéke lejáratkor
K_T
P_T
K_T

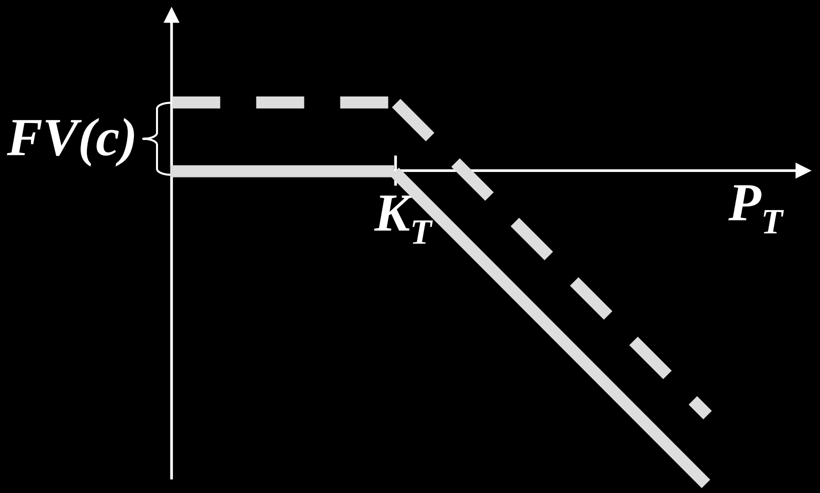
LC nyeresége



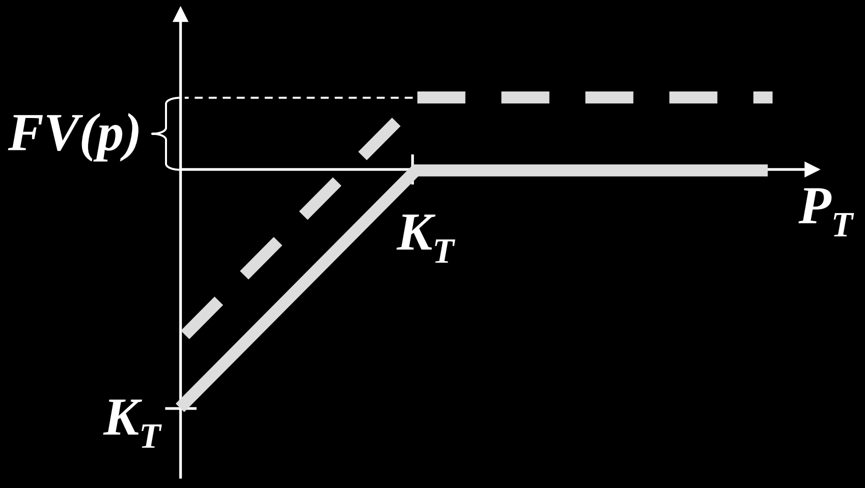
LP nyeresége



SC nyeresége

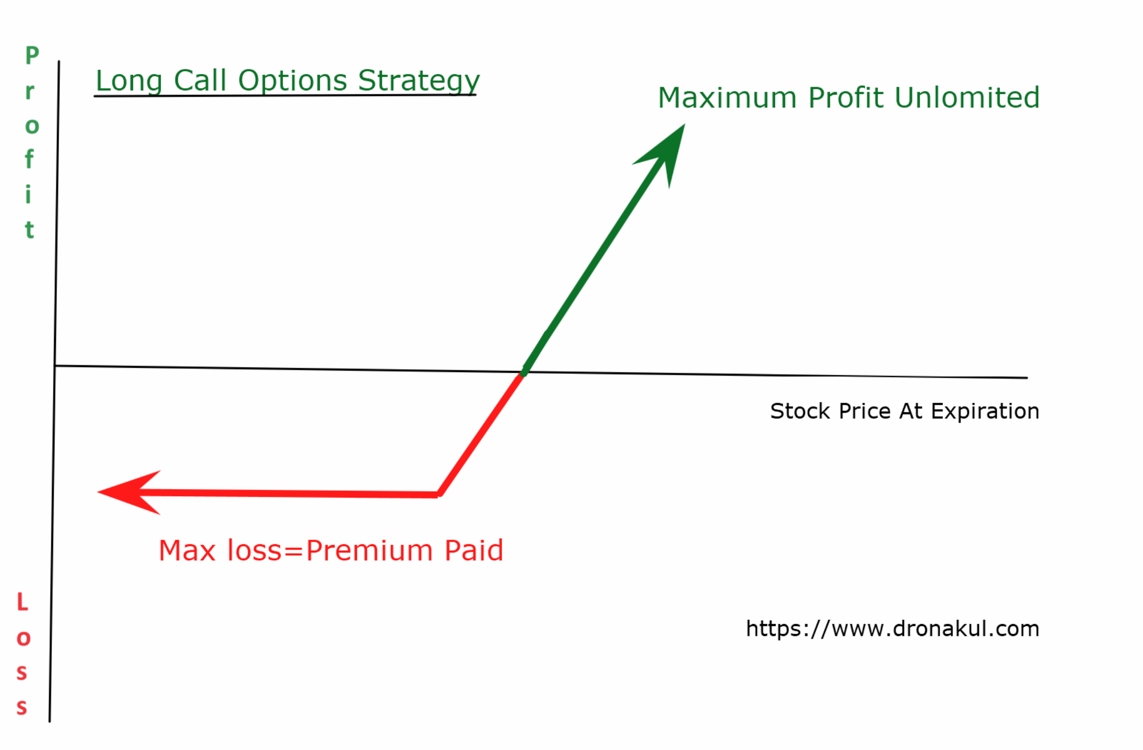


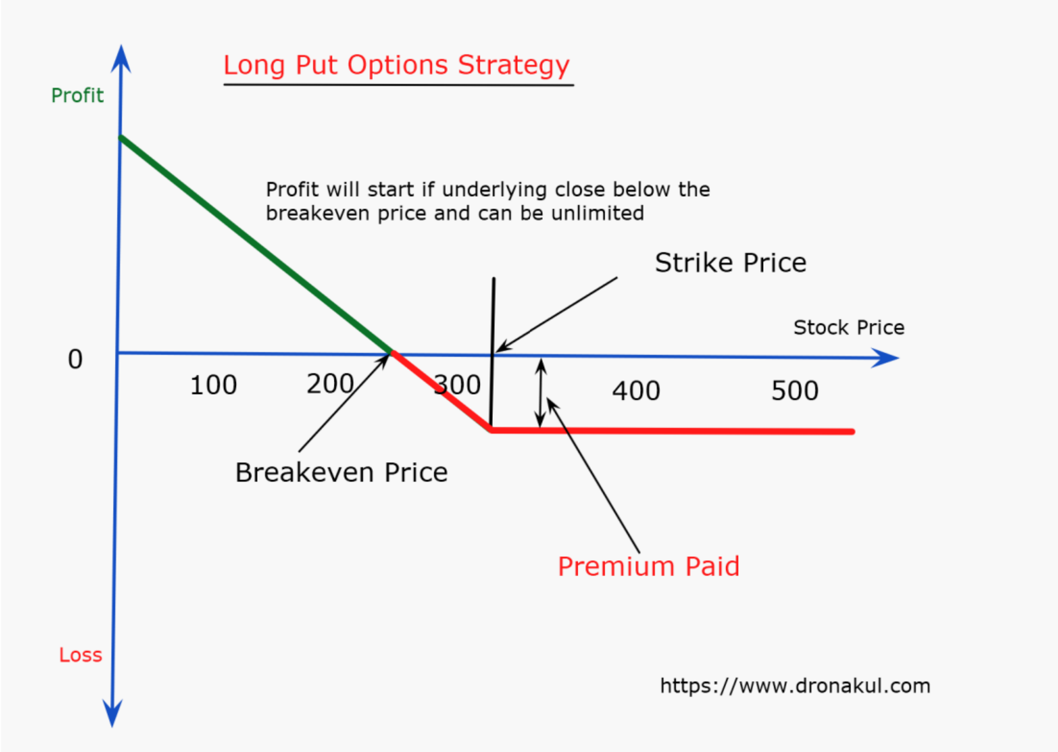
SP nyeresége



Long Call

Long Put





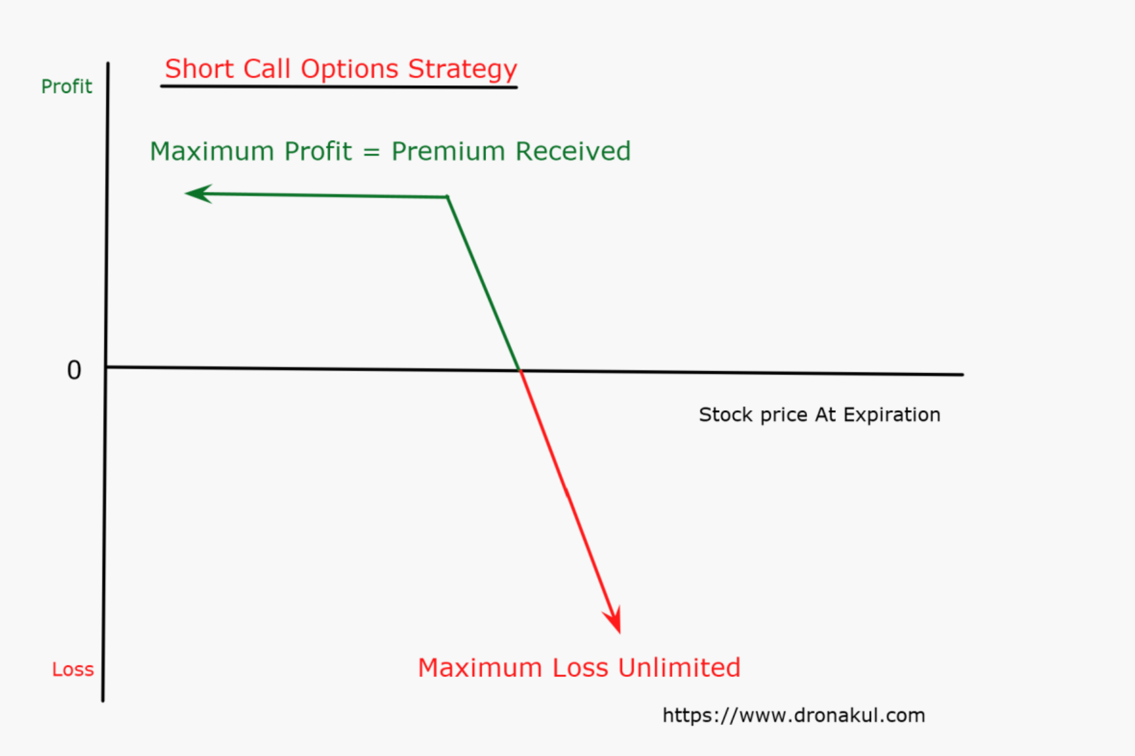
- **Long Cal**
  - **Mikor**
  - **Max.** **mium**
  - **Max.** **„csak"**

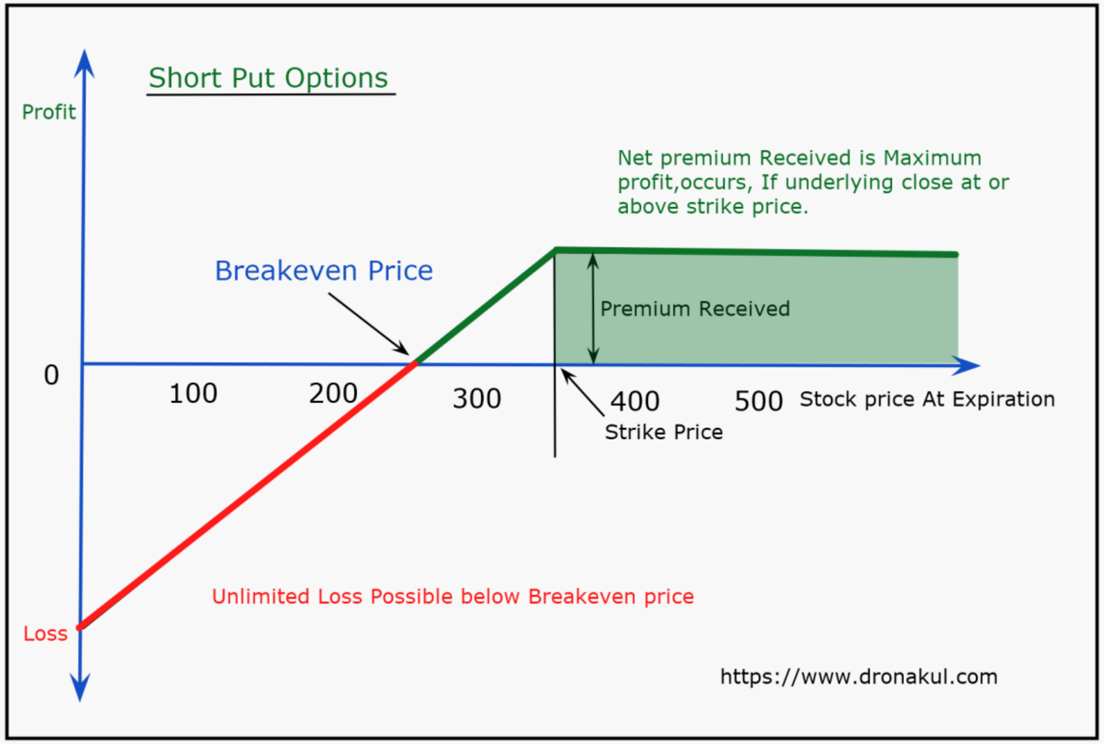
Az opciós jog birtokosa három dolgot tehet opciós jogával:

- **Lejáratkor élhet a jogával (lehívhatja az opciót);**
- **Eladhatja az éppen érvényes opciós díjnak megfelelő árfolyamon;**
- **Hagyhatja érvényesítetlenül lejárni jogosultságát.**

Short Call

Short Put





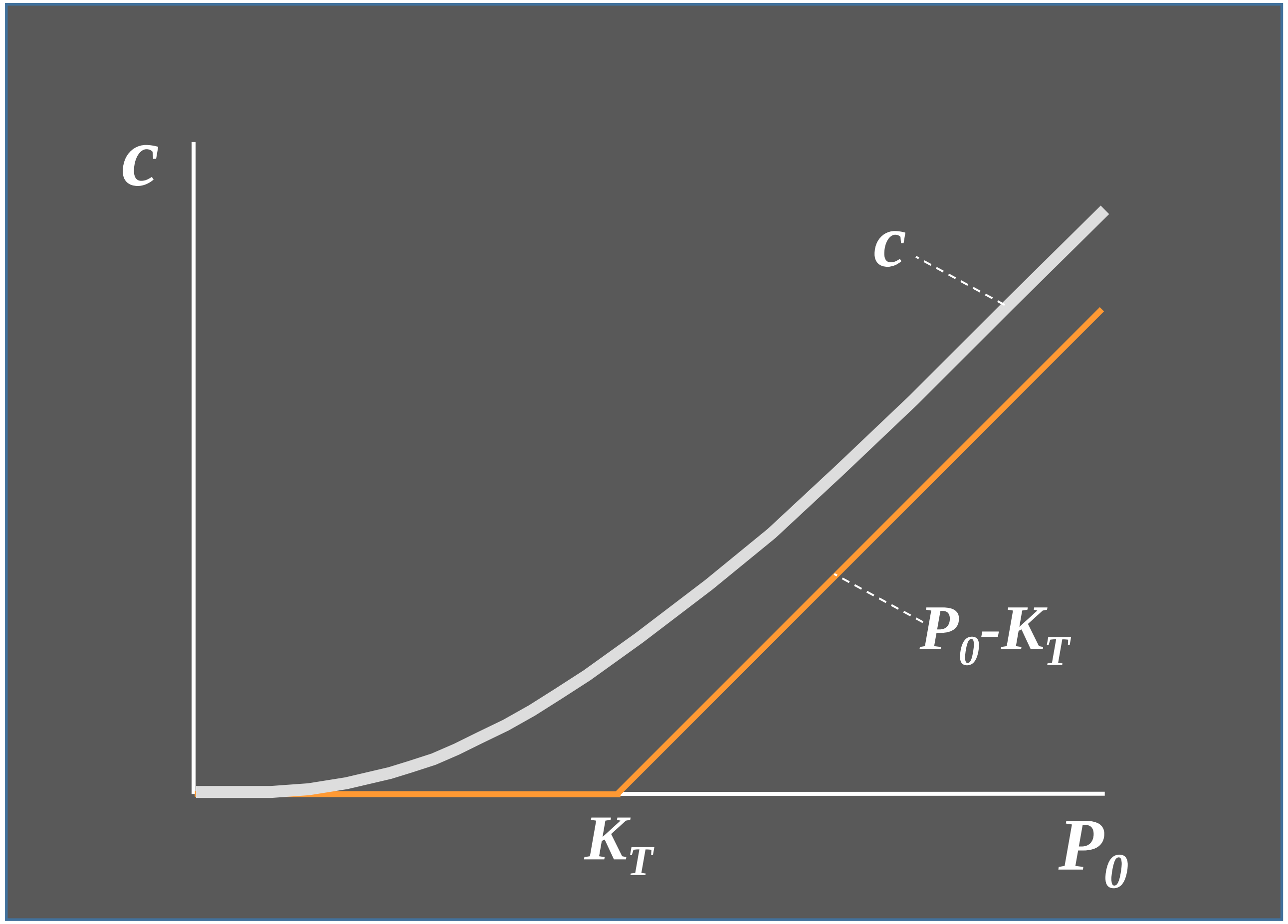
- **Short Call opció**
  - **Mikor: alaptermék esése**
  - **Max. kockázat: korlátlan**
  - **Max. profit: korlátozott, kapott prémium**

- **Short Put opció**
  - **Mikor: alaptermék emelkedése, oldalazás**
  - **Max. kockázat: korlátlan 0-ig**
  - **Max. profit: korlátozott, kapott prémium**

Opciók értéke lejárat előtt

- **A lejáratkori opcióértékek egyszerűen megadhatók, de a fő kérdés a lejárat előtti érték, árfolyam.**
- **Ez csak bonyolult összefüggésekkel adható meg, így a témát leegyszerűsítve tárgyaljuk.**
- **Miért bonyolult?**
  - **Az opció kockázata (volatilitás) folyamatosan változik.**
- **Megoldás: Black-Scholes-formula**
  - **Az alap-formula a lejáratig osztalékot nem fizető részvényre vonatkozó európai vételi opció értékét (*c*-t) adja meg, a többi opciós pozíció értékére ebből következtetünk majd.**

A Black-Scholes formula szerinti c-függvény jellege:



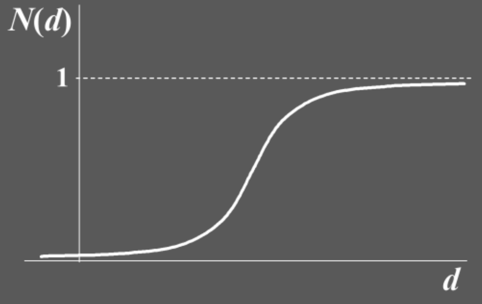
A Black-Scholes formula szerinti *c*-függvény képlete:

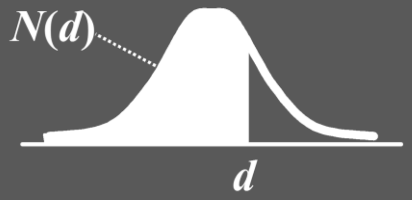
$$c = P_0 \cdot N(d_1) - K_0 \cdot N(d_2)$$

- **P_0 a részvény jelenlegi árfolyama**
- **K_0 az opció K_T kötési árfolyamának jelenértéke r_f kockázatmentes kamatlábbal diszkontálva**

$$K_0 \approx \frac{K_T}{(1+r_f)^T}$$

- **$N(d)$ a normális eloszlású valószínűségi változó eloszlásfüggvény-értéke *d*-nél**





A Black-Scholes formula szerinti *c*-függvény képlete:

$$c = P_0 \cdot N(d_1) - K_0 \cdot N(d_2)$$

$d_1 =$

Valamekkora valószínűséggel rendelkezünk P_0 értékű részvénnyel

Valamekkora valószínűséggel fizetünk K_0 –t érte

- **σ a részvény (az alaptermék) volatilitása, azaz a részvény időegység alatti relatív szórása, ami megegyezik az időegységre vonatkozó hozam szórásával.**

- **$N(d)$-k hozzávetőleg annak a valószínűségét adják, hogy P_T nagyobb lesz K_T -nél és az opciót lehívják.**

- **Mitől függ *c* értéke? Nézzük meg a képlet változóit!**

$$c = P_0 \cdot N(d_1) - K_0 \cdot N(d_2)$$

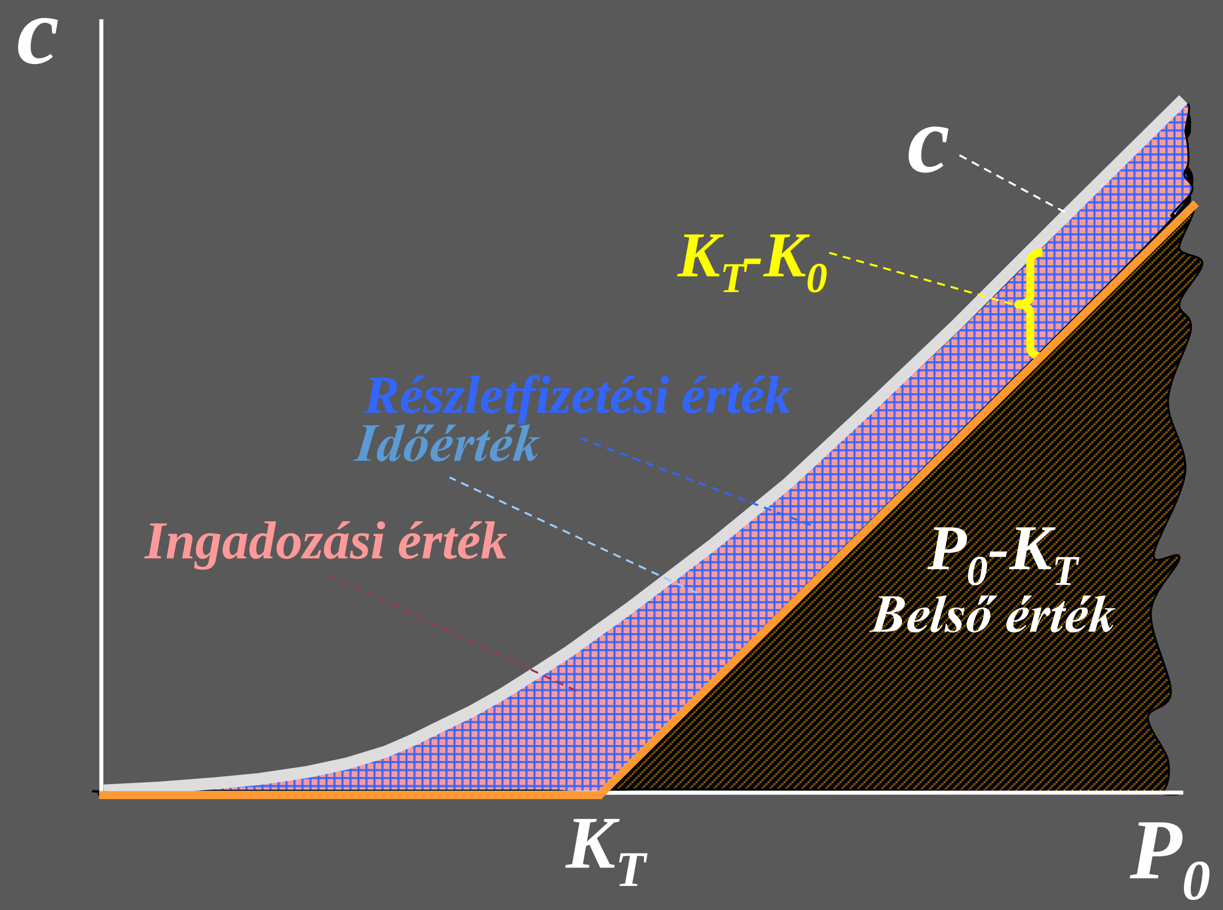
$$d_1 = \frac{\ln\left(P_0/K_T\right) + r_f T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{\sigma\sqrt{T}}{2} \qquad d_2 = \frac{\ln\left(P_0/K_T\right) + r_f T}{\sigma\sqrt{T}} - \frac{\sigma\sqrt{T}}{2} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Ha nő a	**akkor *c* értéke**
Részvényárfolyam (P_0)	**nő**
Kötési árfolyam (K_T)	**csökken**
Kamatláb (r_f)	**nő**
Lejáratig hátralévő idő (T)	**nő**
Részvény volatilitása (σ)	**nő**

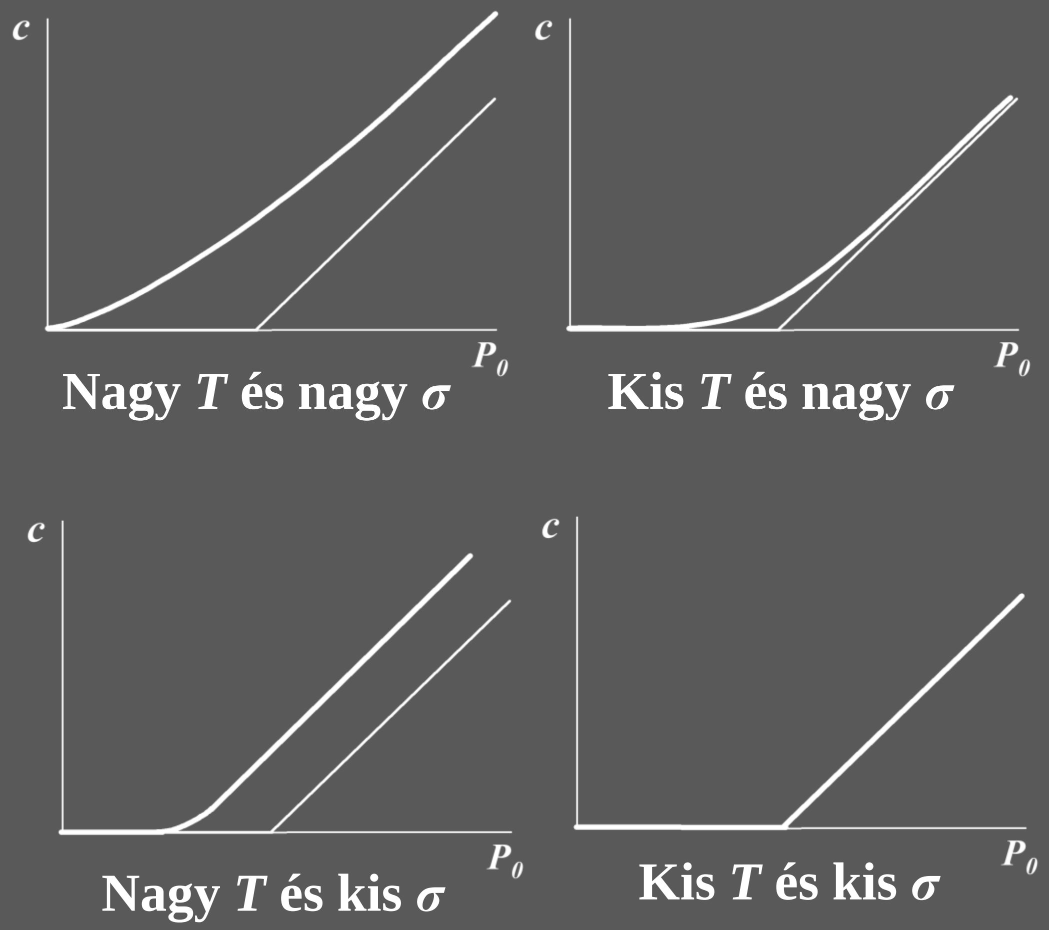
- **Indokoljuk meg az egyes változók hatásának okait!**
- **A kötési árfolyam hatása szinte nyilvánvaló, a többi tényező szerepének megértéséhez az opció értékét részértékekre bontjuk szét.**
  - **Belső érték**
  - **Ingadozási érték**
  - **Részletfizetési érték**

Időérték

Összegezzük a három értékforrást!



c értéke „ráérzésre”:



Az opció árát befolyásoló 7 tényező

- **Opció típusa: Call vagy Put**
- **Opció célára: (IAOTM)**
  - **ITM >ATM>OTM**
  - **Minél több valós értékkel rendelkezik, annál drágább**
- **Alaptermék árfolyamának változása**
- **Lejáratig hátralévő idő**
- **Volatilitás**
  - **Múltbéli volatilitás (Historical volatility)**
  - **Jövőbéli, várható volatilitás (Implied volatility)**
- **Jegybanki alapkamat**
- **Osztalék**

Mi a volatilitás?

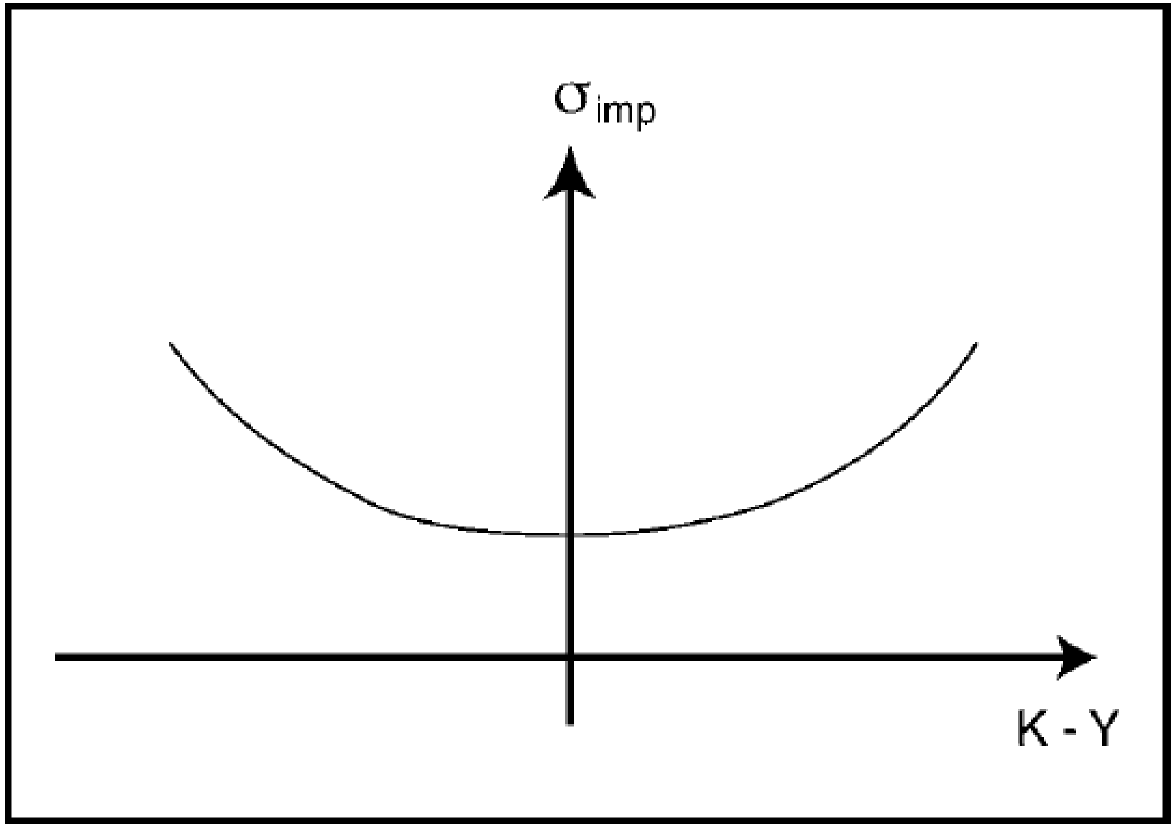
- Az alaptermék mozgásának mértéke (%)
- Folyamatos változásban van
- Opciós piacon kétféle létezik
  - Historical (statistical) volatility (HV)
    - Megtörtént, múltbéli mozgás mértéke
    - Folyamatosan változik, általában évesített
  - Implied volatility (IV)
    - Jövőben, elvárt volatilitás mértéke (beárazott)
    - Kereslet, kínálat is befolyásolja
    - Pl. Black-Scholes algoritmusból számítható (Nobel díj, 1997-ben)

Implied volatility

- **Az opció árából származtatott %-os érték..**
- **A 7 paraméterből 6 értéke fix, ismert.**
- **Egyedül a volatilitás értéke bizonytalan.**
- **Black-Scholes algoritmusba betáplálva a 6 fix értéket és a jelenlegi piaci árat, megkapjuk az IV értékét.**
- **Az alaptermék jövőbeni volatilitásának várakozását is mutathatja**
- **Önmagában keveset mond, össze kell hasonlítani a HV-vel és önmagával a múltban; IV/HV arány fontos.**
- **Soha nem az elmozdulás irányát adja, hanem annak nagyságát feltételezi.**

Implied volatility

The value of σ_{imp} is obtained by using the market values of $C(Y, t)$ and by solving numerically the equation



), (15.1)

where now the ti ... d

(15.2)

and

(15.3)

Extension of the Black-Scholes model

option pricing with stochastic interest rate [4, 120];
option pricing with a jump-diffusion/pure-jump stochastic process of stock price [13, 121];
option pricing with a stochastic volatility [71, 72]; and
option pricing with non-Gaussian distributions of log prices [7, 21] and with a truncated Lévy distribution [118].

[118] A. Matacz, 'Financial Modeling on Option Theory with the Truncated Lévy Process', Working Paper, School of Mathematics and Statistics, University of Sydney, Report 97-28 (1997).

we find the call option price is given by

$$C(S_0, E, t) \simeq S_0 - \frac{1}{2}Ee^{-rt} + \frac{Ee^{-rt}}{\pi}\int_0^\infty dk\, \hat{T}_g(k,t)\left(\frac{\sin kx_e - k\cos kx_e}{k(1+k^2)}\right), \quad \lambda_x^2 \gg 1 \quad (4.11)$$

The Black-Scholes result is recovered from (4.11) by writing

$$\hat{T}_g(k,t) = \exp(-\sigma^2 tk^2/2)$$

We then obtain the Black-Scholes option pricing formula [14]

$$C(S_0, E, t) = S_0 N(d) - Ee^{-rt}N(d - \sqrt{\sigma^2 t}) \quad (4.18)$$