

## Hızlandırıcı Fiziği

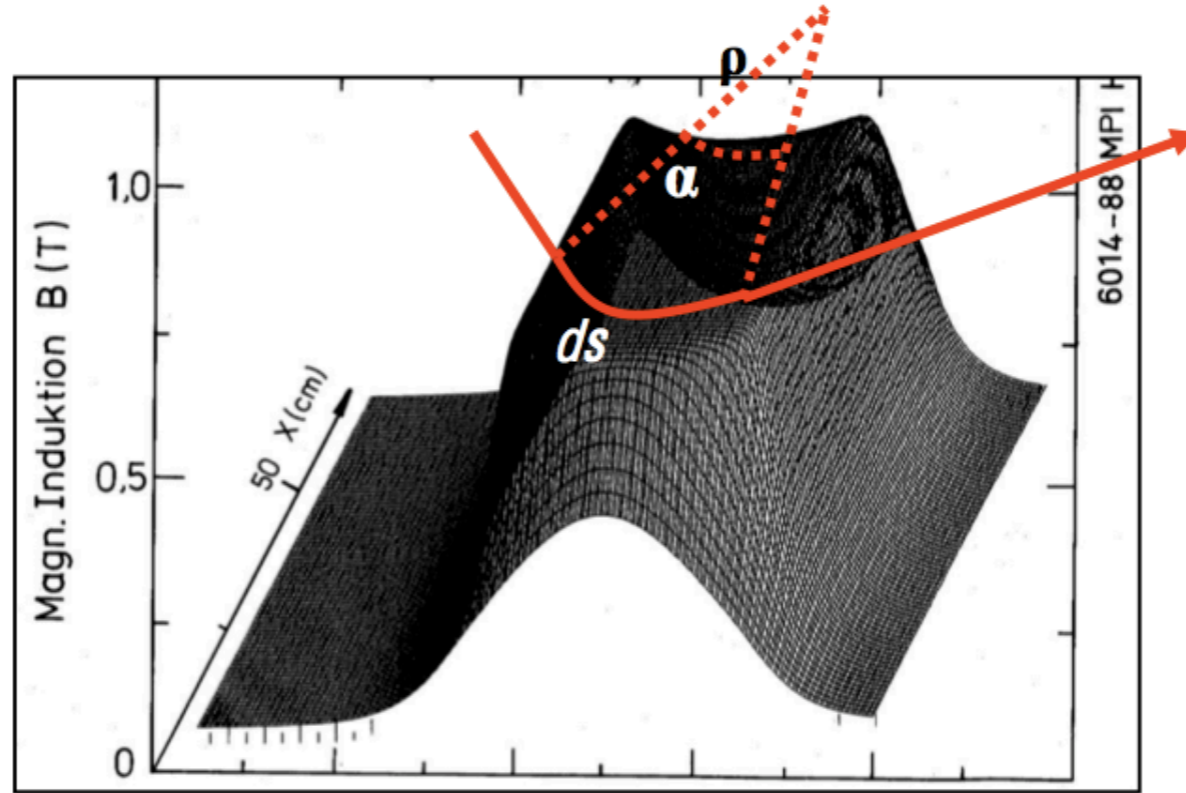
### Enine Demet Dinamiği II

Öznur METE

CERN, Accelerators Beam Transfer Group

[oznur.mete@cern.ch](mailto:oznur.mete@cern.ch)

# Örgü Tasarımı ile ilgili bazı ipuçları



Bir depolama halkası dipole magnetinin magnetik alan haritası.

$$\alpha = \frac{ds}{\rho} \approx \frac{dl}{\rho}$$

$$\alpha = \frac{B * dl}{B * \rho}$$

$$\alpha = \frac{\int B dl}{B * \rho} = 2\pi \rightarrow \int B dl = 2\pi * \frac{p}{q}$$

bir halkanın bütünü için

## Dairesel Yörünge

Halka tipli bir hızlandırıcıda parçacıkları dairesel bir yörüngede tutabilmek için iki-kutuplu (dipole) magnetler kullanılır.

Temel olarak, dairesel bir hızlandırıcıda geometriyi dipole magnetler belirler.

$$\int B ds = N * B_0 * l_{eff} = 2\pi \frac{p}{q}$$

$l_{eff}$  -> magnetin etkin uzunluğu,  $N$  -> magnet sayısı

**Örnek: LHC Dipoles...**

$$N = 1232$$

$$l = 15m$$

$$q = +1e$$

$$\int B dl = NlB = 2\pi p/e$$

$$B \approx \frac{2\pi 7000 * 10^9 eV}{e * 1232 * 15m * 3 * 10^8 m/s} = 8.3 Tesla$$

Periyodik örgü hücreleri için transfer matrisi

$$(1) \quad \sin(a + b) = \sin(a) * \cos(b) + \cos(a) * \sin(b) \quad \cos(a + b) = \cos(a) * \cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

$$(2) \quad x(s) = \sqrt{\epsilon} \sqrt{\beta_s} (\cos \psi_s \cos \phi - \sin \psi_s \sin \phi)$$

$$x'(s) = -\frac{\sqrt{\epsilon}}{\beta_s} (\alpha_s \cos \psi_s \cos \phi - \alpha_s \sin \psi_s \sin \phi + \sin \psi_s \cos \phi + \cos \psi_s \sin \phi)$$

$$(3) \text{ Başlangıçta, } x(0) = x_0, \psi(0) = 0 \quad \cos \phi = \frac{x_0}{\sqrt{\epsilon \beta_0}} \quad \sin \phi = -\frac{1}{\epsilon} (x'_0 \sqrt{\beta_0} + \frac{\alpha_0 x_0}{\sqrt{\beta_0}})$$

$$(4) \quad x(s) = \sqrt{\frac{\beta_s}{\beta_0}} (\cos \psi_s + \alpha_0 \sin \psi_s) x_0 + (\sqrt{\beta_s \beta_0} \sin \psi_s) x'_0$$

$$x'(s) = \frac{1}{\sqrt{\beta_s \beta_0}} ((\alpha_0 - \alpha_s) \cos \psi_s - (1 + \alpha_0 \alpha_s) \sin \psi_s) x_0 + \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta_s}} (\cos \psi_s - \alpha_s \sin \psi_s) x'_0$$

$$(5) \quad M = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_s}{\beta_0}} (\cos \psi_s + \alpha_0 \sin \psi_s) & (\sqrt{\beta_s \beta_0} \sin \psi_s) \\ \frac{1}{\sqrt{\beta_s \beta_0}} ((\alpha_0 - \alpha_s) \cos \psi_s - (1 + \alpha_0 \alpha_s) \sin \psi_s) & \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta_s}} (\cos \psi_s - \alpha_s \sin \psi_s) \end{pmatrix}$$

## Periyodik örgü için iletim matrisinin bulunması

$$M = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_s}{\beta_0}}(\cos\psi_s + \alpha_0\sin\psi_s) & (\sqrt{\beta_s\beta_0}\sin\psi_s) \\ \frac{1}{\sqrt{\beta_s\beta_0}}((\alpha_0 - \alpha_s)\cos\psi_s - (1 + \alpha_0\alpha_s)\sin\psi_s) & \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta_s}}(\cos\psi_s - \alpha_s\sin\psi_s) \end{pmatrix}$$

Periyodik örgüde bir devir sonunda Twiss parametreleri başlangıçtaki değerlerini alacaktır.

$$\beta_s = \beta_{s+L} \quad \alpha_s = \alpha_{s+L} \quad \gamma_s = \gamma_{s+L} \quad \longrightarrow \quad \beta_0 = \beta_s, \alpha_0 = \alpha_s,$$

$$M(1,1) \quad \cos\psi_{turn} + \alpha_s\sin\psi_{turn}$$

$$M(1,2) \quad \beta_s\sin\psi_{turn}$$

$$M(2,1) \quad -\frac{(1 + \alpha_s^2)}{\beta_s}\sin\psi_{turn}$$

$$M(2,2) \quad \cos\psi_{turn} - \alpha_s\sin\psi_{turn}$$

$$M(s) = \begin{pmatrix} \cos\psi_{turn} + \alpha_s\sin\psi_{turn} & \beta_s\sin\psi_{turn} \\ -\gamma_s\sin\psi_{turn} & \cos\psi_{turn} - \alpha_s\sin\psi_{turn} \end{pmatrix}$$

## Twiss parametrelerinin dönüşümü

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_s = M * \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_{s_0} \quad \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_0 = M^{-1} * \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_s$$

$$M = \begin{pmatrix} C & S \\ C' & S' \end{pmatrix}$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} S' & -S \\ -C' & C \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_0 &= S'x - Sx' \\ x'_0 &= -C'x + Cx' \end{aligned}$$

$$\epsilon = \text{constant}$$

**Liouville Theorem** →

$$\epsilon = \beta_s x'^2 + 2\alpha_s x x' + \gamma_s x^2$$

$$\epsilon = \beta_0 x_0'^2 + 2\alpha_0 x_0 x_0' + \gamma_0 x_0^2$$

►  $x_0$  ve  $x_0'$  ifadelerini eşitlikte yerlerine koyalım;  $x$  ve  $x'$  cinsinden düzenleyip katsayılarını karşılaştıralım.

$$\epsilon = \beta_0 (Cx' - C'x)^2 + 2\alpha_0 (S'x - Sx')(Cx' - C'x) + \gamma_0 (S'x - Sx')^2$$

$$\beta(s) = C^2\beta_0 - 2SC\alpha_0 + S^2\gamma_0$$

$$\alpha(s) = -CC'\beta_0 + (SC' + S'C)\alpha_0 - SS'\gamma_0$$

$$\gamma(s) = C'^2\beta_0 - sS'C'\alpha_0 + S'^2\gamma_0$$

$$\begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \\ \gamma \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} C^2 & -2SC & S^2 \\ -CC' & SC' + CS' & -SS' \\ C'^2 & -SS' & S'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \alpha_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix}$$

► Twiss parametrelerinin örgünün herhangi bir noktası için verilen değerleri ve iletim matrisi kullanılarak halkanın herhangi bir noktasındaki değerleri hesaplanabilir.

► Transfer matrisi örgü bileşenlerinin odaklama özellikleri ile verilir.



## Özetle...

Periyodik örgü hücreleri için iletim matrisi

$$M = \begin{pmatrix} \cos\mu + \alpha(s)\sin\mu & \beta(s)\sin\mu \\ -\gamma(s)\sin\mu & \cos\mu - \alpha(s)\sin\mu \end{pmatrix}$$

Kararlılık koşulu

$$\text{Trace}(M) < 2$$

Twiss parametreleri için iletim matrisi

$$\begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \\ \gamma \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} C^2 & -2SC & S^2 \\ -CC' & SC' + CS' & -SS' \\ C'^2 & -SS' & S'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \alpha_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix}$$

- ▶ İletim matrisi periyodik örgüler için basitleşiyor.
- ▶ Twiss parametreleri  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  halka üzerindeki konuma, "s", bağlıdır. Faz ilerlemesi,  $\mu$ , (phase advance) ise konumdan bağımsızdır.

--- Hatırlayalım: İnce Mercek Yaklaşımı ---

Bir odaklama magneti için odak uzaklığı:

$$f_Q = \frac{1}{k_Q l_Q} \quad f_Q = \frac{1}{k_Q l_Q} \gg l_Q \quad M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f_Q} & 1 \end{pmatrix}$$

Ayar: ( =  $2\pi$ 'ler cinsinden evre ilerlemesi )

$$Q := N * \frac{\mu}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} * \oint \frac{ds}{\beta(s)} \approx \frac{1}{2\pi} * \frac{2\pi \bar{R}}{\bar{\beta}} = \frac{\bar{R}}{\bar{\beta}} \quad \mu = \int_s^{s+L} \frac{dt}{\beta(t)}$$

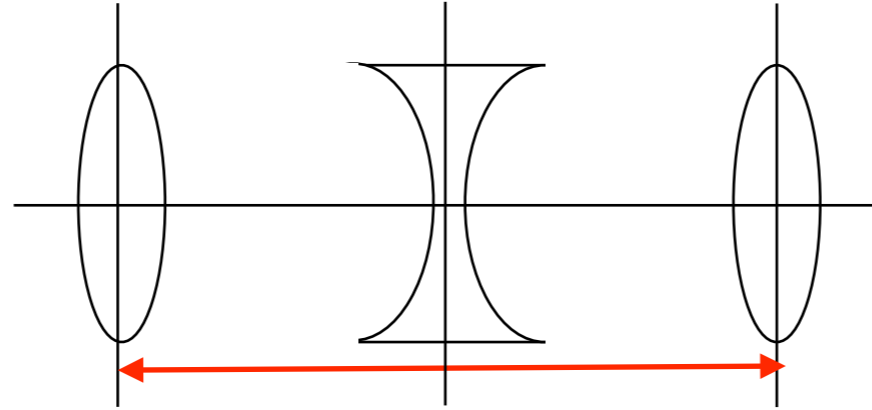
Kabaca bir yaklaşımla...

$$\bar{R}, \bar{\beta} \rightarrow \text{sırasıyla, ortalama yarıçap ve beta fonksiyonu} \quad Q = \frac{\bar{R}}{\bar{\beta}}$$

-.-.-.-.-

## Hatırlayalım: FODO Hücresi

-.-.-.-.-



$$M_{FODO} = M_{QF} * M_D * M_{QD} * M_D * M_{QF}$$

$$M_{QF} = \begin{pmatrix} \cos \sqrt{|K|}s & \frac{1}{\sqrt{|K|}} \sin \sqrt{|K|}s \\ -\sqrt{|K|} \sin \sqrt{|K|}s & \cos \sqrt{|K|}s \end{pmatrix}$$

$$M_D = \begin{pmatrix} 1 & l_d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

-.-.-.-.- FODO Hücresi -.-.-.-.-

İnce mercek yaklaşımı altında bir FODO hücresinin iletim matrisi:

$$M_{FODO} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{l^2}{2f^2} & 2l\left(1 - \frac{l}{2f}\right) \\ -\frac{l}{2f^2}\left(1 + \frac{l}{2f}\right) & 1 - \frac{l^2}{2f^2} \end{pmatrix}$$

Evre ilerlemesinin FODO parametreleri cinsinden ifade edilmesi:

$$\cos(\mu) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{l_d^2}{2\tilde{f}^2} + 1 - \frac{l_d^2}{2\tilde{f}^2} \right)$$

$$1 - 2\sin^2(\mu/2) = \left( 1 - \frac{l_d^2}{2\tilde{f}^2} \right)$$

$$\sin(\mu/2) = \frac{L_{Cell}}{4f}$$

Burada  $f$  yarım bir dört kutupluya ait odak uzaklığını vermektedir.

$$\tilde{f} = 2f$$

$$l_D = L_{Cell}/2$$



## FODO Hücresi



## Dört-kutuplu magnetlerin kuvveti ve magnet uzunlukları

$$K = \pm 0.54102 m^{-2}$$

$$l_q = 0.5 m$$

$$l_d = 2.5 m$$

$$M_{FODO} = \begin{pmatrix} 0.707 & 8.206 \\ -0.061 & 0.707 \end{pmatrix}$$

## FODO hücresinin kararlılığı

$$Trace(M_{FODO}) = 1.415 \rightarrow < 2$$

## Hücre başına evre ilerlemesi

$$M(s) = \begin{pmatrix} \cos\psi_{turn} + \alpha_s \sin\psi_{turn} & \beta_s \sin\psi_{turn} \\ -\gamma_s \sin\psi_{turn} & \cos\psi_{turn} - \alpha_s \sin\psi_{turn} \end{pmatrix}$$

$$\cos(\mu) = \frac{1}{2} * Trace(M_{FODO}) = 0.707$$

$$\mu = \arccos\left(\frac{1}{2} * Trace(M_{FODO})\right) = 45^\circ$$

## Alpha, beta fonksiyonları

$$\alpha = \frac{M(1,1) - \cos(\mu)}{\sin(\mu)} = 0 \quad \beta = \frac{M(1,2)}{\sin(\mu)} = 11.611 m$$

## Özetle...

FODO hücresi başına faz ilerlemesi  
(ince mercek yaklaşımı altında)

$$\sin \frac{\mu}{2} = \frac{L_{Cell}}{4f_Q}$$

FODO hücresi için kararlılık

$$f_Q > \frac{L_{Cell}}{4}$$

$L_{Cell}$  , FODO hücresinin uzunluğu

$f_Q$  , dört kutuplunun odak uzaklığı

$\mu$  , hücre başına evre ilerlemesi

## FODO hücrelerinde beta fonksiyonları

(ince mercek yaklaşımı altında)

Hatırlayalım...

$$M = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\beta_s}{\beta_0}} (\cos\psi_s + \alpha_0 \sin\psi_s) & (\sqrt{\beta_s \beta_0} \sin\psi_s) \\ \frac{1}{\sqrt{\beta_s \beta_0}} ((\alpha_0 - \alpha_s) \cos\psi_s - (1 + \alpha_0 \alpha_s) \sin\psi_s) & \sqrt{\frac{\beta_0}{\beta_s}} (\cos\psi_s - \alpha_s \sin\psi_s) \end{pmatrix}$$

- ▶ FODO hücrelerindeki bir odaklayıcı (dağıtıcı) magnetin tam ekseninde  $\alpha = 0$ .
- ▶ Buna göre hücrenin ilk yarısı boyunca beta fonksiyonu  $\beta_{max}$ 'dan  $\beta_{min}$ 'a doğru evrilecektir.

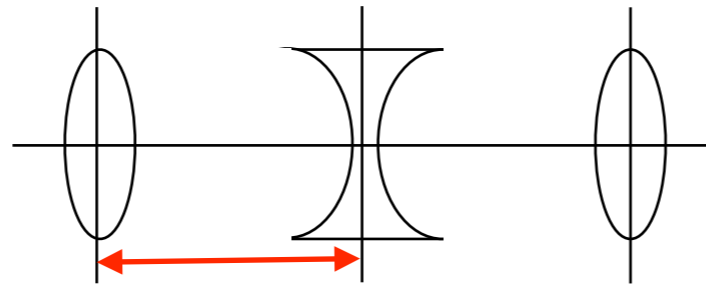
$$M = \begin{pmatrix} C & S \\ C' & S' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\tilde{\beta}}{\hat{\beta}}} \cos\mu/2 & (\sqrt{\tilde{\beta} \hat{\beta}} \sin\mu/2) \\ -\frac{1}{\sqrt{\hat{\beta} \tilde{\beta}}} \sin\mu/2 & \sqrt{\frac{\hat{\beta}}{\tilde{\beta}}} \cos\mu/2 \end{pmatrix}$$

[back...](#)

## FODO hücresinde beta fonksiyonları

(ince mercek yaklaşımı altında)

Bir FODO hücresinde odaklayıcı magnetten dağıtıcı magnete doğru ilerleyelim...



$$M = \begin{pmatrix} 1 - \frac{l_d}{2f} & l_d \\ -\frac{l_d}{4f^2} & 1 + \frac{l_d}{2f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C & S \\ C' & S' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{\hat{\beta}}{\check{\beta}}} \cos \mu/2 & (\sqrt{\check{\beta} \hat{\beta}} \sin \mu/2) \\ -\frac{1}{\sqrt{\hat{\beta} \check{\beta}}} \sin \mu/2 & \sqrt{\frac{\hat{\beta}}{\check{\beta}}} \cos \mu/2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{S'}{C} = \frac{\hat{\beta}}{\check{\beta}} = \frac{1 + \frac{l_d}{2f}}{1 - \frac{l_d}{2f}} = \frac{1 + \sin \mu/2}{1 - \sin \mu/2}$$

$$\frac{S}{C'} = \hat{\beta} \check{\beta} = 4f^2 = \frac{l_d^2}{\sin^2 \mu/2}$$

$$\hat{B} = \frac{(1 + \sin \frac{\mu}{2}) L_{Cell}}{\sin \mu}$$

$$\check{B} = \frac{(1 - \sin \frac{\mu}{2}) L_{Cell}}{\sin \mu}$$



Ek olarak...

**FoDo Hücresi için Dağılım ifadesi**

$$\hat{D} = \frac{l^2}{\rho} * \frac{1 + \frac{1}{2} \sin \frac{\mu}{2}}{\sin^2 \frac{\mu}{2}}$$

$$\check{D} = \frac{l^2}{\rho} * \frac{1 - \frac{1}{2} \sin \frac{\mu}{2}}{\sin^2 \frac{\mu}{2}}$$

**düşük dağılım:**  
zayıf dipoller  
geniş eğim açısı  
kısa hücreler  
güçlü odaklama

**Bir hücrenin renklilik ifadesi**

$$Q'_{total} = -\frac{1}{4\pi} \oint (K(s) - mD(s))\beta(s)ds$$

**düşük renklilik:**  
zayıf odaklama  
küçük  $\beta$

Bir süreliğine odaklamayı durdurursak Twiss parametrelerine ne olur?

$$\begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \\ \gamma \end{pmatrix}_s = \begin{pmatrix} C^2 & -2SC & S^2 \\ -CC' & SC' + S'C & -SS' \\ C'^2 & -2S'C' & S'^2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \\ \gamma \end{pmatrix}_0$$

$$M_{Drift} = \begin{pmatrix} C & S \\ C' & S' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\beta(s) = \beta_0 - 2\alpha_0 s + \gamma_0 s^2$$

$$\alpha(s) = \alpha_0 - \gamma_0 s$$

$$\gamma(s) = \gamma_0$$

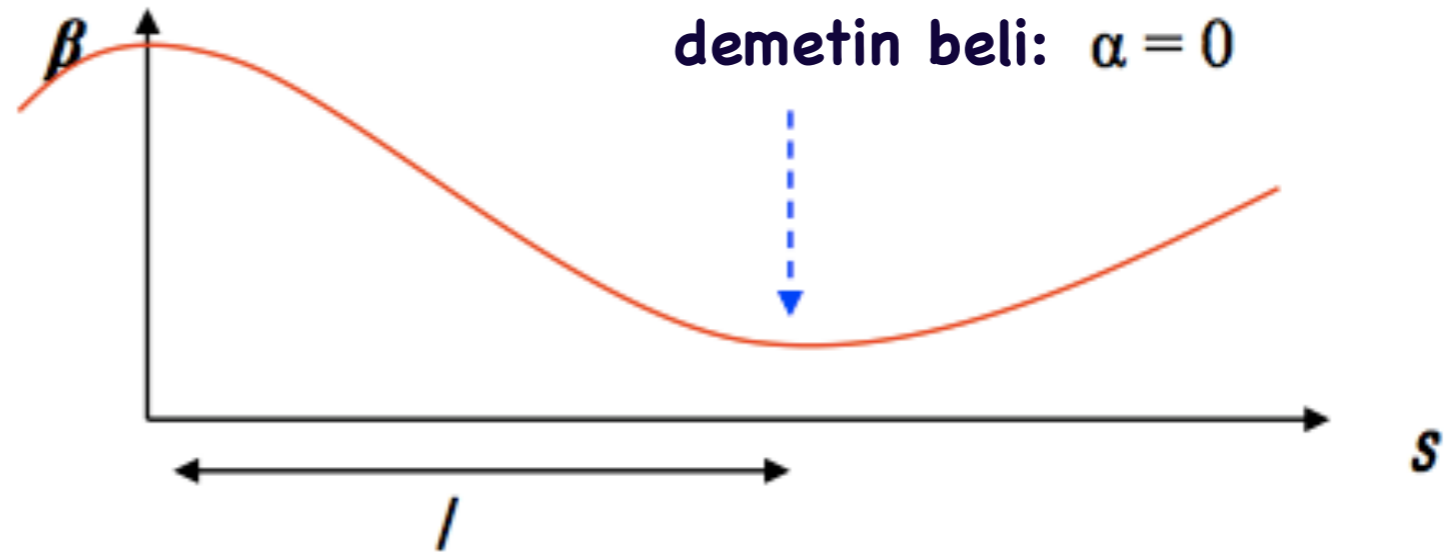
[back...](#)

Sürüklenme boşluğunda  $\beta$  fonksiyonu

$$\beta(s) = \beta_0 - 2\alpha_0 s + \gamma_0 s^2$$

$$\alpha(s) = \alpha_0 - \gamma_0 s$$

$$\gamma(s) = \gamma_0$$



## Demet belinin konumu

$$\beta(s) = \beta_0 + \frac{s^2}{\beta_0} \quad \beta(s) = \frac{1}{\gamma_0}$$

$$l = \frac{\alpha_0}{\gamma_0}$$

verilen  $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  parametreleri için,  $\beta_0 = l$  seçilirse  $\beta$  en küçük değerini sürüklenme boşluğunun sonunda en büyük değerini ise  $2l$ 'de alacaktır.

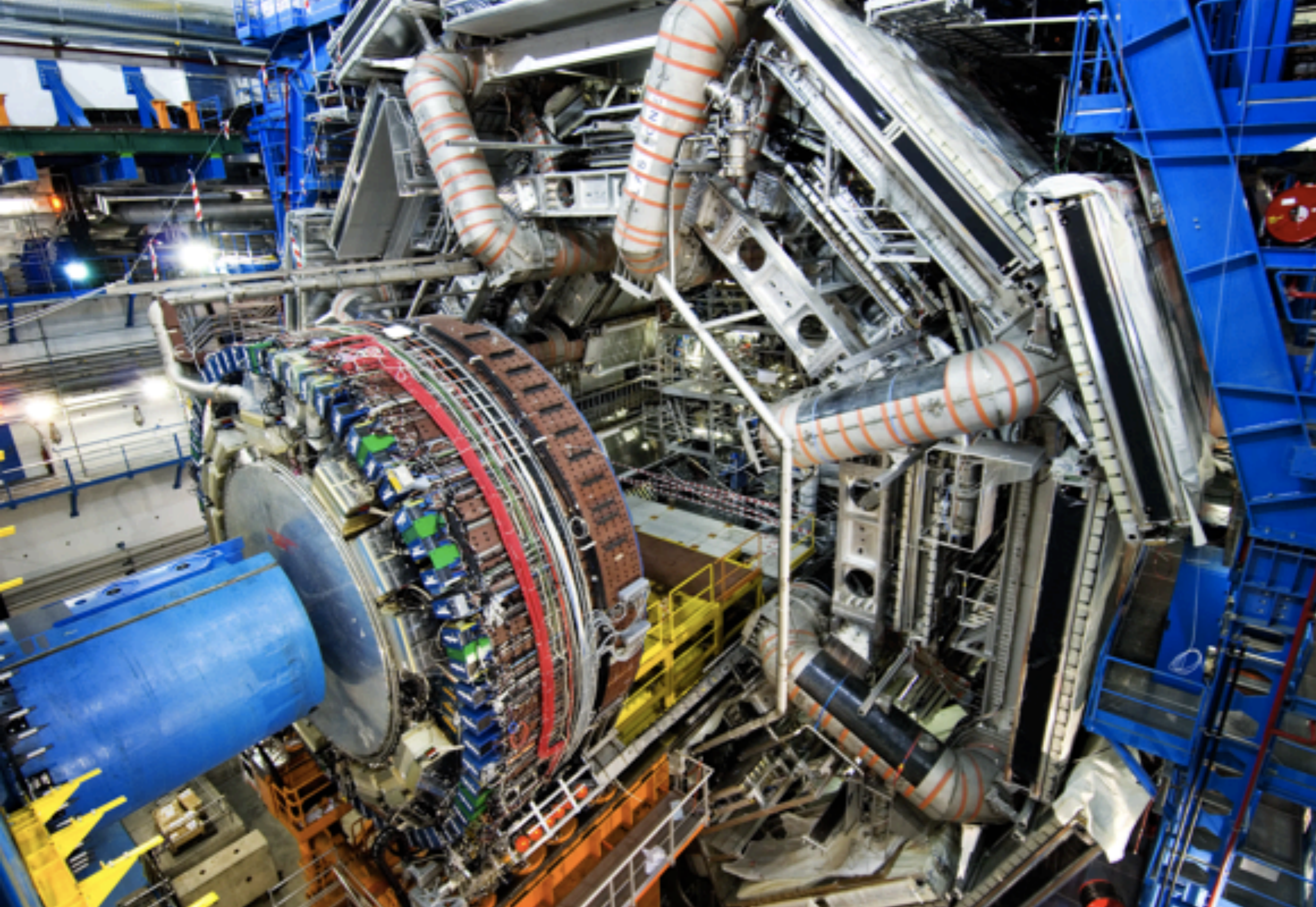
## Özetle...

- ▶ Bir görelî yüklü parçacık demeti için depolama halkası "yayı" genellikle düzenli tekrarlayan tekli magnet öğelerinden oluşur. Örnek: FODO örgüsü.
- ▶ Yayıdaki demet parametreleri için birincil bir öngörüü bu bölgedeki dört kutuplulardaki değerlerinden edinebiliriz.

## Bundan sonra...

Küçük bir ayrıntı!

**Ara eklentiler (Insertions)!!**



Ufak  $\beta$ 'lı ara eklentiler

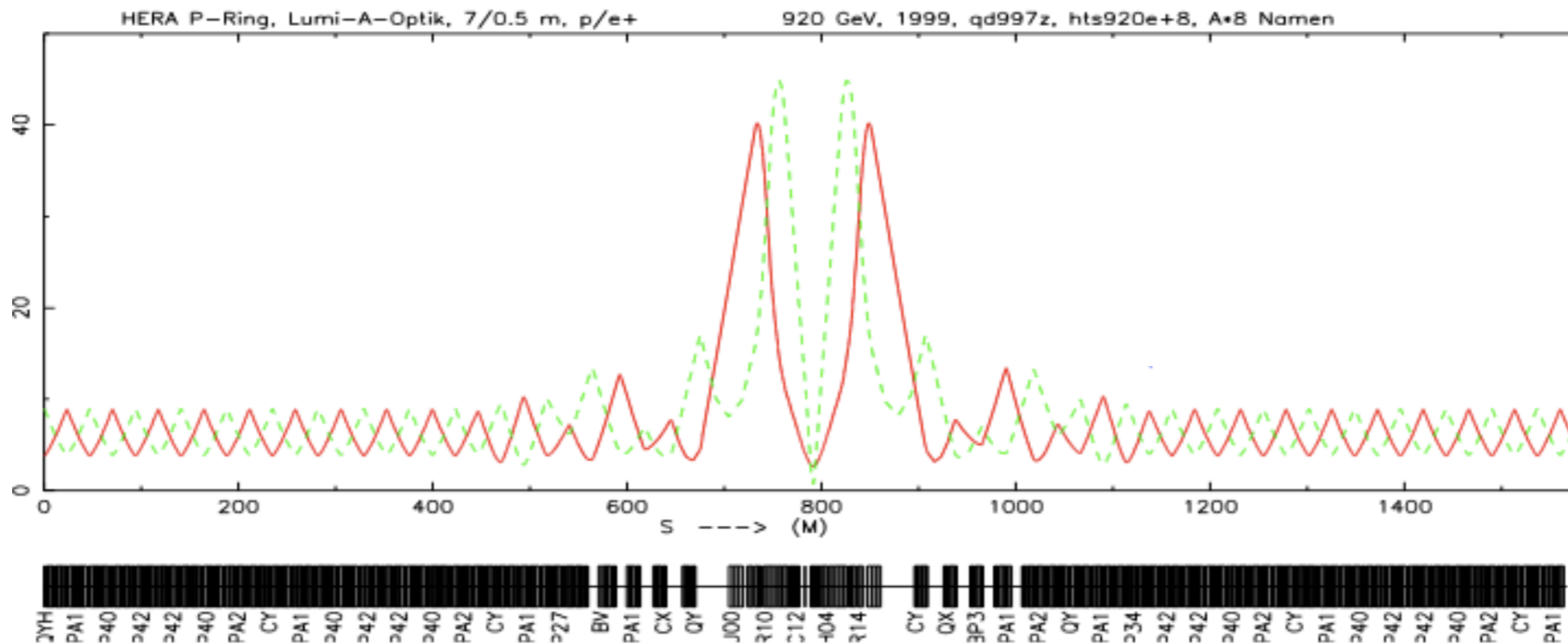
- ▶ Yaydaki **zamanda düzenli (periyodik) çözümü** hesaplayalım.
- ▶ Ara eklenti için kullanılmak üzere **sürüklenme boşluğu** ekleyelim (algıç, RF malzemesi, ölçüm aletleri...).
- ▶ Etkileşme noktasına olabildiğince yakın bir yere bir **dört kutuplu (quadrupole)** yerleştirelim.
- ▶ Demet parametrelerini yayın başlangıcına denkleme için ek **dörtlü kutuplu mercekleri** yerleştirebiliriz.
- ▶ Bunun için yeğleştirilecek (optimization) ve denkleştirilecek parametreler:  $\alpha_{x,y}, \beta_{x,y}, Q_{x,y}, D_x, D'_x$

Etkileşim noktasındaki parametreler:

$$L = \frac{1}{4\pi} \frac{f_{rev} N_1 N_2}{\sigma_x^* \sigma_y^*}$$

Daha fazlası...

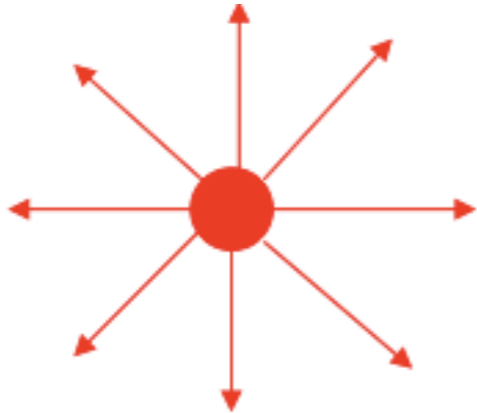
Dağılım bastırıcı düzenekler...  
(dispersion suppressors)



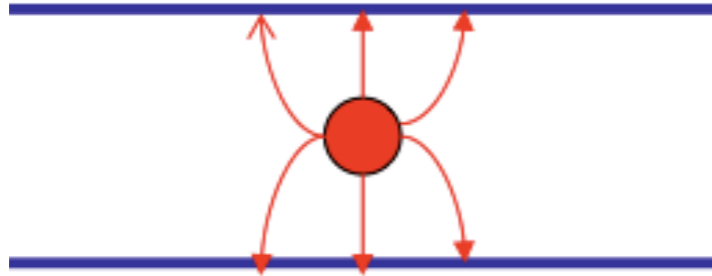
# Parçacıkların Toplu Etkileri

## 1) Uzay Yüğü

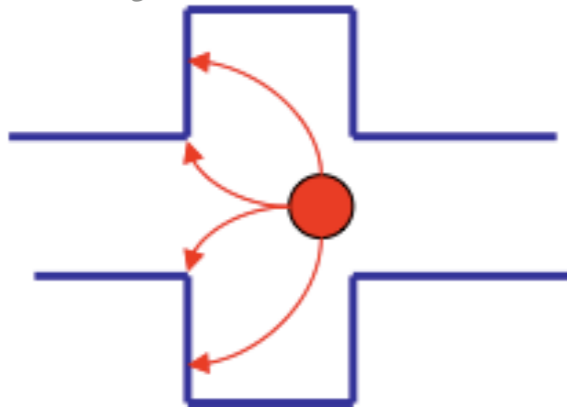
Doğrudan Öz Alanlar (Direct Self Fields)



Görüntü Öz Alanları (Image Self Fields)



Uyarılmış Alanlar (Wake Fields)



- ▶ Enerji kaybı
- ▶ Enerji yayılımı ve demet yayılımı
- ▶ Eşzamanlı evre ve frekans (ayar) kayması
- ▶ Betatron frekansı kayması
- ▶ Kararsızlıklar

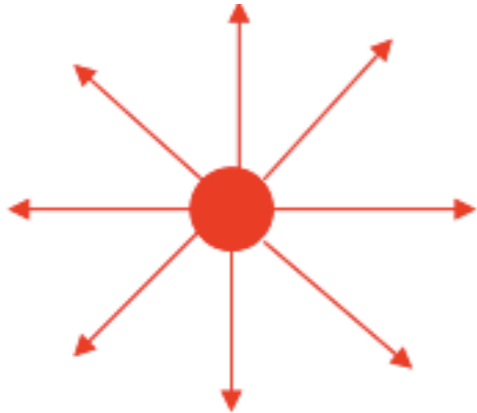
▶ Bir deneme parçacığının etkin etkileşim aralığına **Debye uzunluğu** denir.

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \gamma^2 k_B T}{e^2 n}}$$

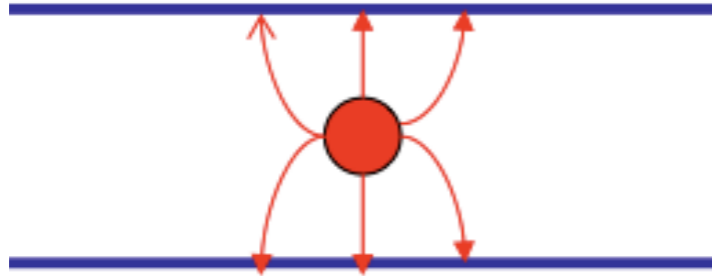


## 1) Uzay Yüğü

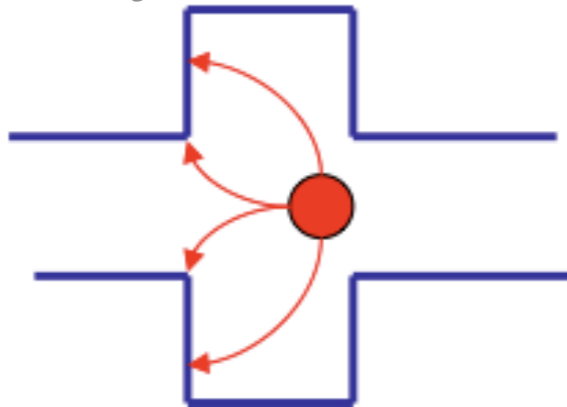
### Doğrudan Öz Alanlar (Direct Self Fields)



### Görüntü Öz Alanları (Image Self Fields)



### Uyarılmış Alanlar (Wake Fields)



► Doğrudan öz alanlara ilişkin kuvvet için genel ifade:

$$F_u = \frac{e}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{\gamma^2} \left( \frac{1}{a^2} \mp \frac{\pi^2}{24h^2} \right) \lambda \mp \beta^2 \left( \frac{\pi^2}{24h^2} + \frac{\pi^2}{12g^2} \right) \bar{\lambda} \right\} u$$

$a$ , yük dağılımının yarıçapı (demet yarıçapı)

$2h$ , plakalar arası uzaklık

$g$ , demet merkezinin ferromagnetik malzemeye uzaklığı

► hareket denklemini incelersek, basitleştirmek için odaklama terimini sabit alalım, yine de kararsızlıkları açıklamak için güvenilir bir modelimiz oluyor.

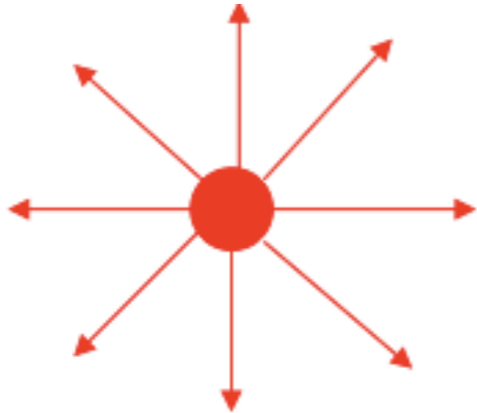
$$x''(s) + K_x x(s) = \frac{1}{\beta^2 E_0} F_x^{s.c.}(x)$$

► Gerçek bir bohçalı demet için uzay yükü kuvvetleri ve bağdaşmaz (eşevresiz, incoherent) betatron ayar kayması yükün boyuna ve yarıçapsal konumuna bağlıdır.

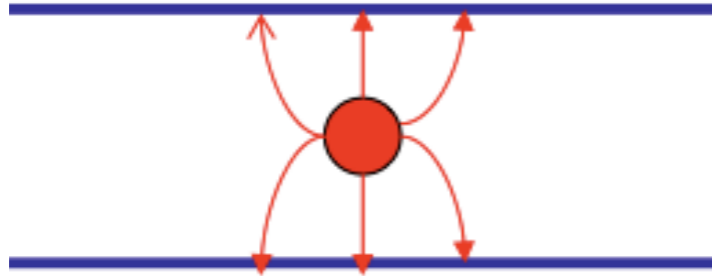
$$\Delta Q_x = - \frac{\rho_x^2 N e^2}{4\pi\epsilon_0 a^2 \beta^2 \gamma^2 E_0 Q_{x0} l_0}$$

## 1) Uzay Yüğü

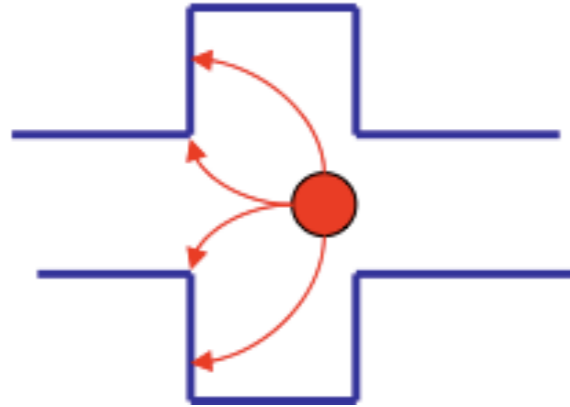
Doğrudan Öz Alanlar (Direct Self Fields)



Görüntü Öz Alanları (Image Self Fields)



Uyarılmış Alanlar (Wake Fields)

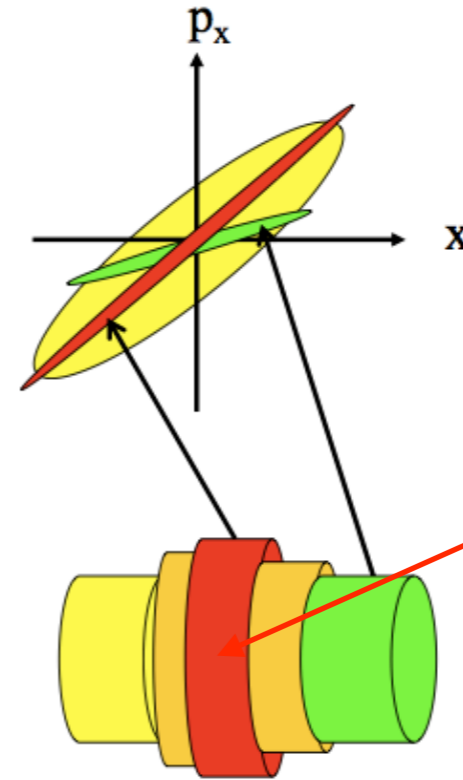


**Demet yayını (emittance) salınımlı!**

**Yayınım denge dilimi çevresinde salınıyor.**

► Uzay yükü etkisi bohça içindeki konuma bağlıdır.

► Her dilim için farklı bir çözüm vardır.



**Denge Dilimi**

## 2) Landau Sönümü

- ▶ Temel olarak, geribeslemeli bir salınıcılar sisteminde bağdaşık (coherent) salınımların söndürülmesine denir.
- ▶ Çok sayıda salınıcılardan oluşmuş bir herhangi geribeslemeli bir sistem Landau sönümü göstermeye adaydır (yüksek enerjili parçacık demetleri, üstün-akışkanlar, kuarklar...).
- ▶ Landau sönümünü iki farklı yaklaşımla açıklanır:
  - ▶ Salınıcılar farklı rezonans frekanslarında olduğunda eşevresizleşmeleri (dephasing) şeklinde (phase mixing, evre karışması).
  - ▶ Bağdaşımli salınan salınıcılarının tek tek etkileşmeleri sonucu (resonans sönümü).

## 3) Demet-Demet Etkileri

- ▶ İki demet çarpışacağı zaman oluşur.
- ▶ İki demet arasında yüksek enerjili çarpışmalar sırasında,
  - ▶ demetlerin özellikleri, demet üzerine etkiyen elektromagnetik kuvvetler tarafından bozulabilir.
- ▶ Demet kendisini oluşturan parçacıklar için bir elektromagnetik mercek gibi davranır.
  - ▶ Ancak iyi tanımlanmış çok-kutuplular gibi basit bir biçim sergilemez. Söz konusu kuvvetler demetin dağılımına bağlı olarak oldukça doğrusal olmayan biçimlerde olabilirler.
- ▶ Demet-demet etkileri üzerinde çalışırken, üzerlerine etkiyecek kuvvetler, doğrusal olmayan ve çoklu parçacık dinamikleri hakkında ayrıntılı bilgiye ihtiyaç vardır.

## 3) Demet-Demet Etkileri

Demet-demet etkileri nelere sebep olur?

►Ayar kayması

$$\Delta Q_{bb} \propto \pm \xi_{x,y} \quad \xi_{x,y} = -\frac{\beta_{x,y}}{4\pi} \partial_{x,y} \Delta p_{x,y}$$

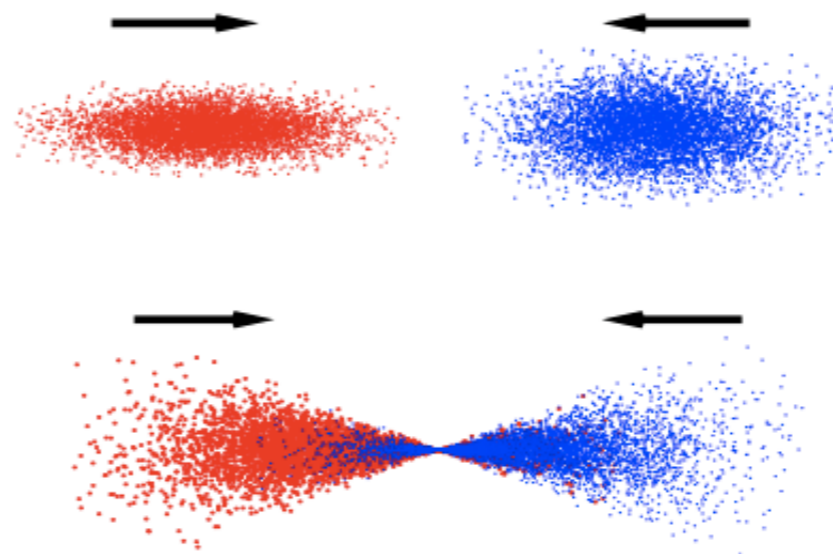
Demet-demet etkileşme ölçütü

►Odaklama veya dağıtma (uzay yükü sadece dağıtıcı)

►Çimdik etkisi (pinch effect), çoklu çarpışmalara sebep olur.

►Demet parametreleri (I,  $\sigma$ ...) demet-demet etkileşmelerinin sonucu değişebilir.

$$L = \frac{N_1 N_2 f n_B}{4\pi \sigma_x \sigma_y}$$



## 4) Demet yayını (emittance) büyümesinin kaynakları

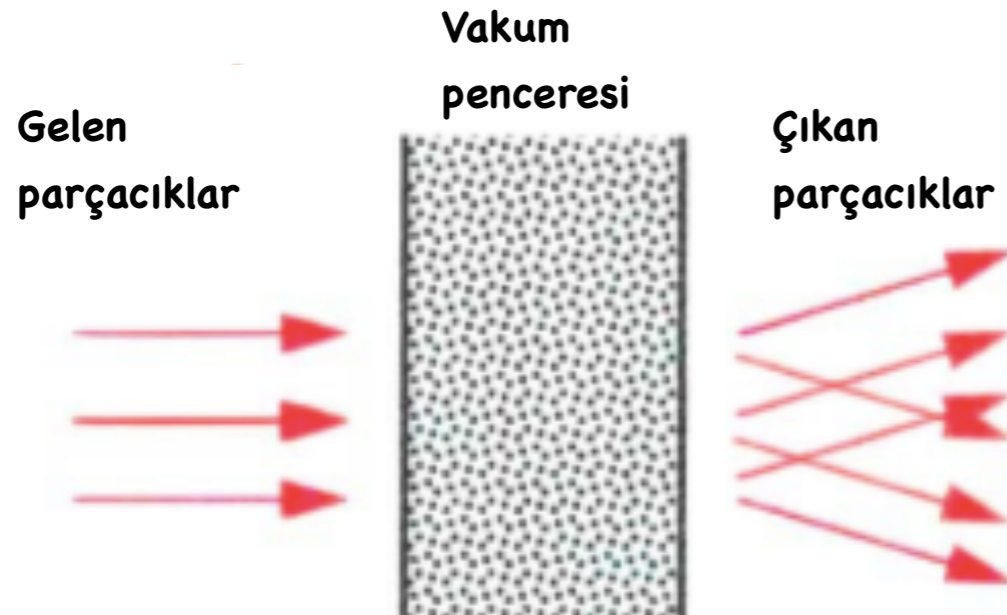
- ▶ **Değişmezlerle tanımlanmasına rağmen, yayınım niçin büyüyebiliyor?**
  - Hill denklemi doğrusaldır. Doğrusal olmayan etkilerin varlığında, yayınım artık korunumlu değildir.
- ▶ **Yayınım büyümesinin getirdiği sorunlar: Demet kaybı, ışınlık azalması!**
  - Hızlandırıcının çalışma niteliği sınırlanacak ya da indirgenecektir.

## 4) Demet yayını (emittance) büyümesinin kaynakları

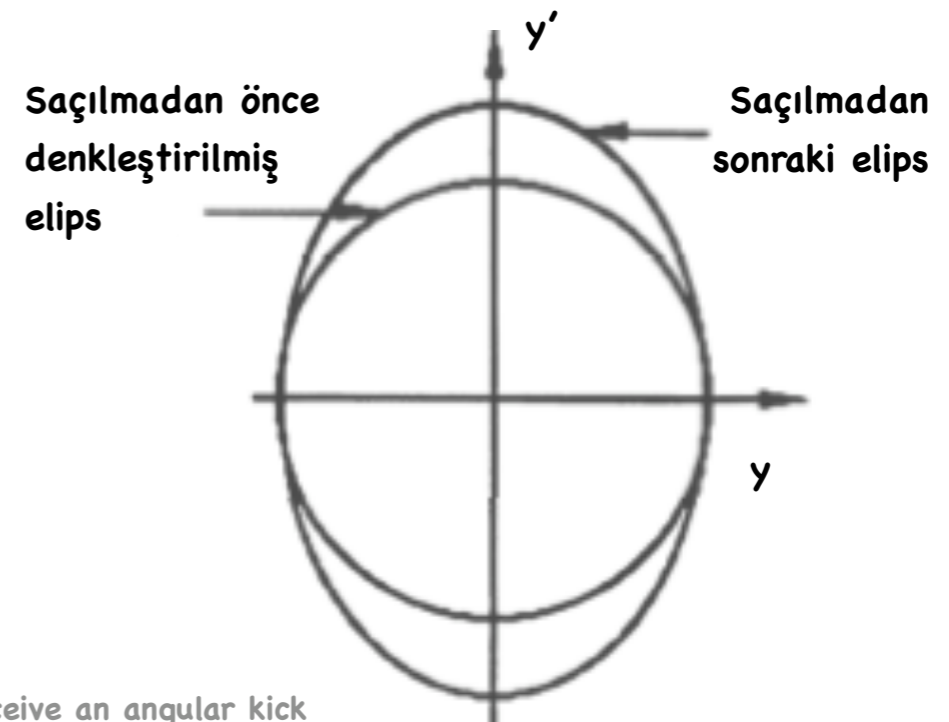
### ► Vakum penceresi

Bir hızlandırıcıda, iletim hattı ile hedef ya da iletim hattının standart vakum ortamı ile yüksek vakumlu dairesel hızlandırıcı arasındaki geçiş noktasında farklı vakum özelliklerindeki ortamları ayırmak için vakum penceresi denilen ince malzemeler kullanılır.

**Bu malzeme içinden geçerken demet ile vakum pencere malzemesi arasında çoklu-saçılma meydana gelir.**



Çoklu saçılma gerçekleşiyor.



Evre uzayında demetin kapladığı alan artıyor.

Parçacıklar açısız "tekme (kick)" 'ye uğrarlar.

#### 4) Demet yayını (emittance) büyümesinin kaynakları

##### ► Vakum penceresi

Bir hızlandırıcıda, iletim hattı ile hedef ya da iletim hattının standart vakum ortamı ile yüksek vakumlu dairesel hızlandırıcı arasındaki geçiş noktasında farklı vakum özelliklerindeki ortamları ayırmak için vakum penceresi denilen ince malzemeler kullanılır.

**Bu malzeme içinden geçerken demet ile vakum pencere malzemesi arasında çoklu-saçılma meydana gelir.**

Bir zar içinden geçen parçacıkların uğradıkları yayılım büyümesini anlatan ifade aşağıda verilmiştir.

$$\Delta \varepsilon_{rms} = \frac{\pi}{2} \theta_{rms}^2 \beta_x$$

↑  
rms saçılma açısı

← Vakum pencere zarının bulunduğu noktada beta fonksiyonu ne kadar küçük olursa, yayılım artması da o kadar az olacaktır.



## 4) Demet yayını (emittance) büyümesinin kaynakları

Hızlandırıcı halka boyunca, üzerine etkiyen doğrusal olmayan kusurlar yüzünden demette yayınım büyümesi oluşur. Buna ayrışma (filamentation) denir. Halka boyunca oluşabilecek magnetik yönlendirme hataları sonucu yayınının büyümesi bu türlü durumlara bir örnektir.

- ▶ Magnetik yönlendirme (magnetic steering) hataları
- ▶ Dağılma (Dispersion) uyuşmazlığı

## 4) Demet yayını (emittance) büyümesinin kaynakları

► Foto-enjektörlerde demet yayılımı büyüme mekanizmaları

Katoda bağlı ısı etkileri:

$$\gamma \varepsilon_{x,y}^{th} [mm \text{ mrad}] \approx \frac{1}{4} \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e c^2}} \sigma_{x,y} [mm]$$

Benzer yüklü parçacıkların birbirini itmesine bağlı olarak uzay yükü etkisi:

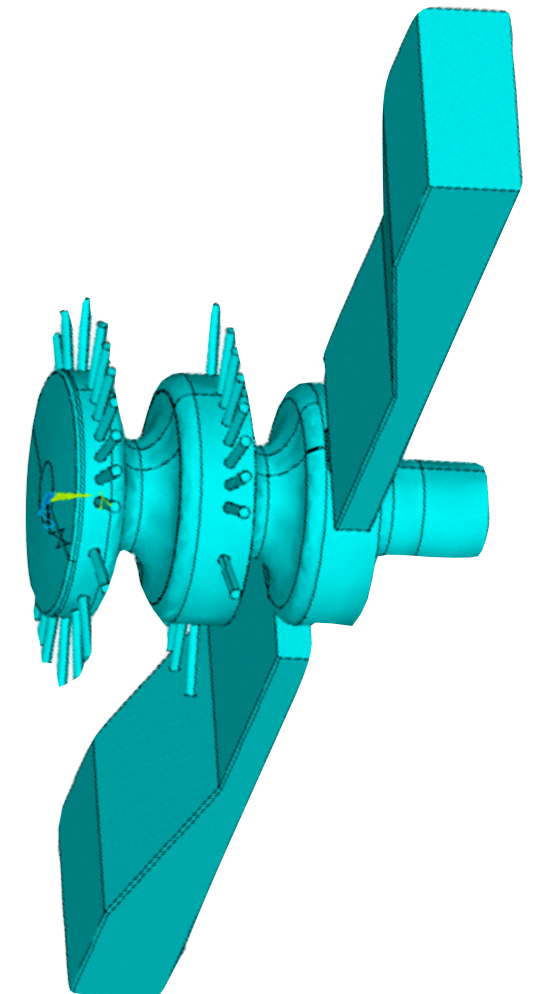
$$\gamma \varepsilon_{x,y}^{sc} [mm \text{ mrad}] \approx \frac{2N_b r_e}{7\sigma_{x,y} W} \exp(-3\sqrt{W\sigma_y}) \sqrt{\frac{\sigma_y}{\sigma_z}}$$

RF alanın odaklama etkisinin zamana bağlılığından dolayı gelen katkı:

$$\gamma \varepsilon_{x,y}^{rf} [mm \text{ mrad}] \approx \frac{eE_{rf}}{\sqrt{8}m_e c^4} \sigma_{x,y}^2 \sigma_z^2 \omega_{rf}^2$$

RF kabulü (acceptance):

$$W = eE_{rf} \frac{\sin\phi_0}{2m_e c^2}$$



Örnek Alıştırmalar  
ve  
Ödevler

## Bu alıştırmada...

- ▶ 20 GeV/c momentumlu gerçekçi bir proton hızlandırıcısı tasarlayınız. Aşağıda verilen parametreleri kullanınız:
  - ❖ Çevre = 1000 m
  - ❖ Kullanılacak dört-kutuplu magnetlerin uzunluğu = 3.0 m
  - ❖ Hızlandırıcınızı 8 tane FODO hücresi kullanarak tasarlayınız.
  - ❖ Kullanılacak eğici magnetlerin uzunluğu 5 m, maksimum alanları 3 T
- ▶ Önceki derslerde öğrendiklerinizi kullanarak:
  - ❖ Sınır koşullarına göre (eğici ve odaklayıcı magnetlerin konumu) bir örgü tanımlayınız.
  - ❖ Maksimum beta fonksiyonu değerinin 300 m civarında olmasını sağlayacak optik değerlerini (eğici ve odaklayıcıların kuvveti) hesaplayınız.  $\beta_{max} \equiv \hat{\beta}$
  - ❖ Modelinizi "ince mercek yaklaşımı" kullanarak MADX'e uygulayacağız. Sonuçları hesaplarınızla karşılaştıracacağız.