

Dirac Denklemi

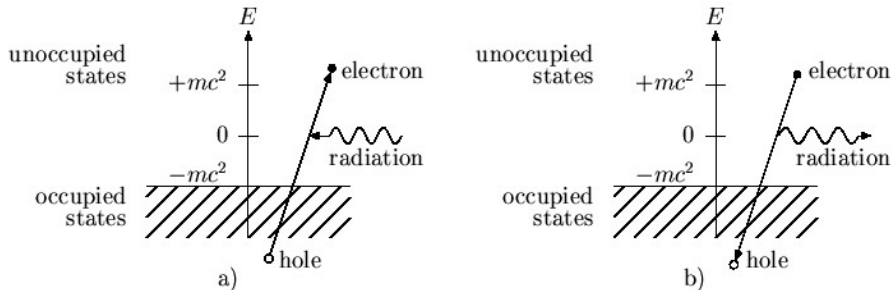
Kuantum mekaniğinde bir durumun evrimini Schrödinger denklemi sağlar

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi, t\rangle = H |\psi, t\rangle$$

Spin-1/2 parçacıklar (örneğin, elektronlar) için Dirac, kuantum mekaniğini relativistik bir çerçeveye oturtmak için yeni bir denklem önerdi

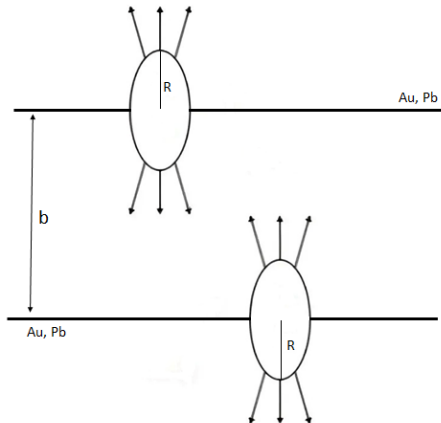
$$(i\hbar\gamma^\mu\partial_\mu - mc)\psi = 0$$

Dirac Denizinden Elektron-Pozitron Çifti Üretimi



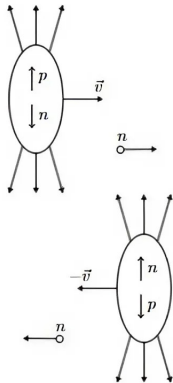
Şekil: Dirac vakum teorisindeki geçişler: a) çift üretimi b) çift yok oluşu

Relativistik Ağır İyon Çarpışmalarına Genel Bakış



Şekil: Relativistik iki ağır iyonun (Au veya Pb) çarpışmasının şematik gösterimi. Yarıçapı R olan ağır iyonların merkezleri arasındaki mesafe çarpışma parametresi b ile gösterilir.

Dev Dipol Rezonansına Genel Bakış



Şekil: İki relativistik ağır iyonun çarpışmasında dev dipol hareketinin şematik gösterimi. Ağır iyonların elektrik alanları protonları yukarı doğru iter ve nötronlar daha sonra aşağı doğru hareket eder. Bu hareket sırasında bazı nötronlar çekirdekten ayrılır ve demet yönünde hareket eder.

Çarpışan İyonların Dört Vektör Potansiyelleri

Sistemin toplam potansiyeli iki çekirdekten gelen potansiyel katkılarının toplanması ile elde edilir.

$$A^\mu = A^\mu(1) + A^\mu(2)$$

(1) numaralı çekirdeğin momentum uzayında vektör potansiyelinin bileşenleri şu şekilde yazılır:

$$A_0(1) = -8\pi^2 Z \gamma^2 \frac{\delta(q_0 - \beta q_z)}{q_z^2 + \gamma^2(q_x^2 + q_y^2)} \exp \left[i \vec{q}_\perp \cdot \frac{\vec{b}}{2} \right]$$

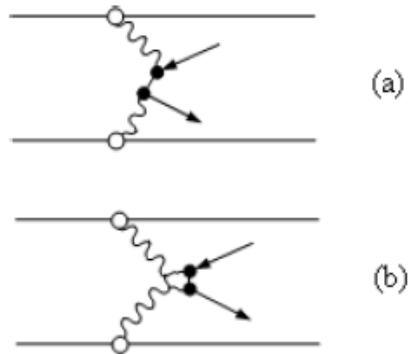
$$A^z(1) = \beta A^0(1)$$

$$A^x(1) = A^y(1) = 0$$

Çift Oluşumu için Doğrudan ve Çapraz Feynman Diyagramları

Doğrudan ve çapraz foton çizgileri olan terimleri içeren bu diyagramlardan gelen katkılar ayrı ayrı incelenirse, bunlar sırasıyla, S_{12} ve S_{21} şeklinde gösterilebilir:

$$S = S_{12} + S_{21}$$



Şekil: Ağır iyon çarpışmasında çift oluşumu için a) doğrudan b) çapraz Feynman diyagramları

Toplam Tesir Kesiti

Doğrudan ve çapraz terimleri içeren Feynman diyagramlarında, **toplam tesir kesiti** şu şekilde yazılır:

$$\sigma = \int d^2b \sum_{k>0} \sum_{q<0} \times \left| \langle \chi_k^{(+)} | S_{12} | \chi_q^{(-)} \rangle + \langle \chi_k^{(+)} | S_{21} | \chi_q^{(-)} \rangle \right|^2$$

Bu ifadede, doğrudan diyagram:

$$\langle \chi_k^{(+)} | S_{12} | \chi_q^{(-)} \rangle = \frac{i}{2\beta} \int \frac{d^2p_{\perp}}{(2\pi)^2} \exp \left[i \left(\vec{p}_{\perp} - \frac{\vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp}}{2} \right) \cdot \vec{b} \right] A^{(+)}(k, q; \vec{p}_{\perp})$$

Çapraz diyagram:

$$\langle \chi_k^{(+)} | S_{21} | \chi_q^{(-)} \rangle = \frac{i}{2\beta} \int \frac{d^2p_{\perp}}{(2\pi)^2} \exp \left[-i \left(\vec{p}_{\perp} - \frac{\vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp}}{2} \right) \cdot \vec{b} \right] A^{(-)}(k, q; \vec{p}_{\perp})$$

Burada $\mathcal{A}^{(\pm)}(k, q : \vec{p}_\perp)$ momentum uzayında hareket eden ağır iyonların elektromanyetik alanının skaler kısmı $F(q, \omega)$ ile ara durum foton hatlarını giden elektron-pozitron hatlarıyla ilişkilendiren geçiş genliğini $\tau_{kq}(\vec{p} : \pm\beta)$ içeren kısaltma terimidir ve şu şekilde tanımlanır:

$$\mathcal{A}^{(+)}(k, q : \vec{p}_\perp) = F(\vec{k}_\perp - \vec{p}_\perp : \omega_1)F(\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp : \omega_2)\tau_{kq}(\vec{p}_\perp : +\beta)$$

$$\mathcal{A}^{(-)}(k, q : \vec{p}_\perp) = F(\vec{k}_\perp - \vec{p}_\perp : \omega_2)F(\vec{p}_\perp - \vec{q}_\perp : \omega_1)\tau_{kq}(\vec{p}_\perp : -\beta)$$

Çarpışma Parametresine Bağlı Diferansiyel Tesir Kesiti

Çarpışma parametresi b 'ye bağlı diferansiyel tesir kesiti, toplam tesir kesitinin b 'ye bağlı türevini temsil eder ve şu şekilde ifade edilir

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{db} = & \frac{1}{4\beta^2} \sum_{\sigma_k} \sum_{\sigma_q} \int \frac{d^3k d^3q d^2p_{\perp} d^2p'_{\perp}}{(2\pi)^9} b J_0(|\vec{p}_{\perp} - \vec{p}'_{\perp}|b) \\ & \times [A^{(+)}(k, q; \vec{p}_{\perp}) A^{(-)}(k, q; \vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp} - \vec{p}_{\perp})] \\ & \times [A^{(+)}(k, q; \vec{p}'_{\perp}) A^{(-)}(k, q; \vec{k}_{\perp} + \vec{q}_{\perp} - \vec{p}'_{\perp})]^{\dagger} \end{aligned}$$

Bu integrali hesaplamak zordur. Bunun nedeni $J_0(|\vec{p}_{\perp} - \vec{p}'_{\perp}|b)$ fonksiyonunun özellikle büyük çarpışma parametrelerinde çok hızlı salınım (oscillation) yapan bir fonksiyon olmasıdır.

Monte Carlo İntegral Hesabı

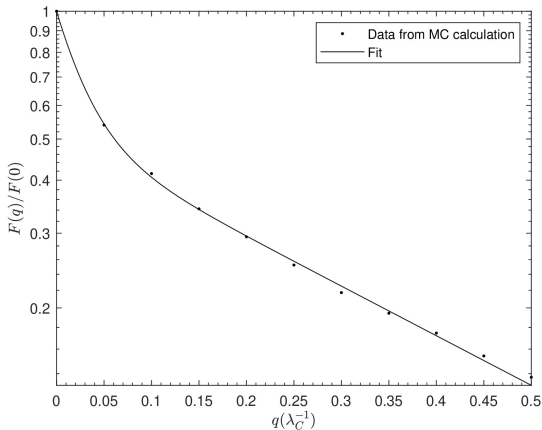
Bu zorluğun üstesinden gelmek için integral şu şekilde bölünmüştür

$$\frac{d\sigma}{db} = \int_0^\infty dq qb J_0(qb) F(q)$$

burada verilen $F(q)$ dokuz boyutlu bir integraldir ve açık ifadesi şu şekildedir

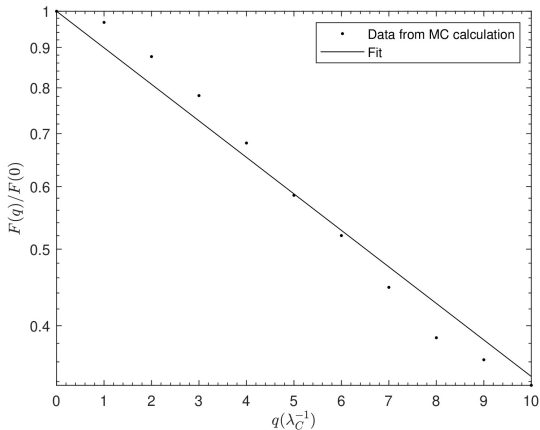
$$\begin{aligned} F(q) = & \frac{\pi}{8\beta^2} \sum_{\sigma_k} \sum_{\sigma_q} \int_0^{2\pi} d\phi_q \int \frac{dk_z dq_z d^2 k_\perp d^2 K d^2 Q}{(2\pi)^{10}} \left\{ \mathcal{F}\left(\frac{\vec{Q} - \vec{q}}{2}; \omega_1\right) \mathcal{F}(-\vec{K}; \omega_2) \right. \\ & \times \mathcal{T}_{kq}(\vec{k}_\perp - \frac{\vec{Q} - \vec{q}}{2}; \beta) + \mathcal{F}\left(\frac{\vec{Q} - \vec{q}}{2}; \omega_1\right) \mathcal{F}(-\vec{K}; \omega_2) \mathcal{T}_{kq}(\vec{k}_\perp - \vec{K}; -\beta) \left. \right\} \\ & \times \left\{ \mathcal{F}\left(\frac{\vec{Q} + \vec{q}}{2}; \omega_1\right) \mathcal{F}(-\vec{q} - \vec{K}; \omega_2) \mathcal{T}_{kq}(\vec{k}_\perp - \frac{\vec{Q} + \vec{q}}{2}; \beta) \right. \\ & \left. + \mathcal{F}\left(\frac{\vec{Q} + \vec{q}}{2}; \omega_1\right) \mathcal{F}(-\vec{q} - \vec{K}; \omega_2) \mathcal{T}_{kq}(\vec{k}_\perp + \vec{q} - \vec{K}; -\beta) \right\} \end{aligned}$$

Eksponansiyel Fit Sonuçları



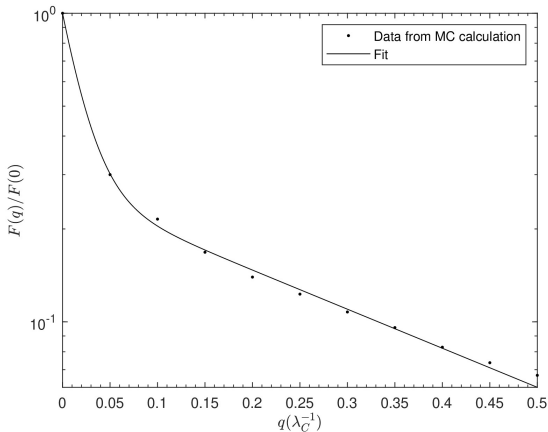
Şekil: RHIC 200 GeV enerjisinde kinematik kısıtlamalar dikkate alınmadan e^+e^- çifti üretimi için $F(q)/F(0)$ fonksiyonu q değişkenine bağlı olarak gösterilmektedir.

Eksponansiyel Fit Sonuçları



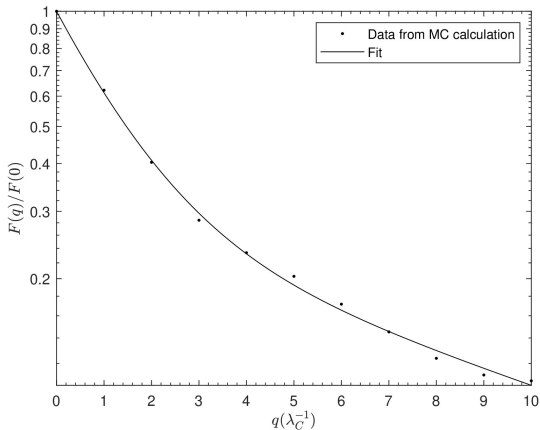
Şekil: RHIC 200 GeV enerjisinde kinematik kısıtlamalar dikkate alınarak e^+e^- çifti üretimi için $F(q)/F(0)$ fonksiyonu q değişkenine bağlı olarak gösterilmektedir.

Eksponansiyel Fit Sonuçları



Şekil: LHC 2.76 TeV enerjisinde kinematik kısıtlamalar dikkate alınmadan e^+e^- çifti üretimi için $F(q)/F(0)$ fonksiyonu q değişkenine bağlı olarak gösterilmektedir.

Eksponansiyel Fit Sonuçları



Şekil: LHC 2.76 TeV enerjisinde kinematik kısıtlamalar dikkate alınarak e^+e^- çifti üretimi için $F(q)/F(0)$ fonksiyonu q değişkenine bağlı olarak gösterilmektedir.

Serbest Elektron-Pozitron Çifti Üretim Olasılığı

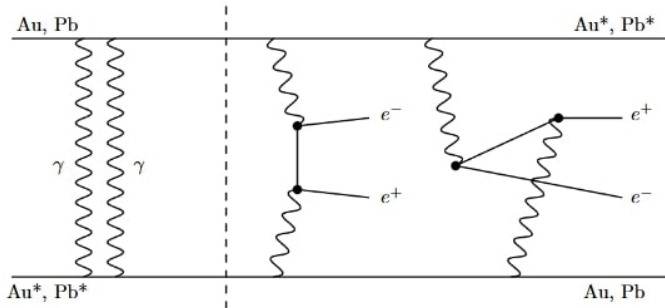
Gözlemler, $F(q)$ fonksiyonunun aşağıdaki gibi iki terimli eksponansiyel formla modellenebileceğini göstermiştir

$$F(q) = F(0)[(1 - a)e^{-bq} + ae^{-cq}]$$

Bu sonuç kullanılarak, **saçılma parametresi b 'ye bağlı serbest elektron-pozitron çifti üretim olasılığı** elde edilir:

$$P_{e^+e^-}(b) = \frac{1}{2\pi b} \frac{d\sigma}{db} \\ \frac{1}{2\pi b} F(0) \int_0^\infty dq qb J_0(qb) [(1 - a)e^{-bq} + ae^{-cq}]$$

Dev Dipol Rezonansı



Şekil: Foton-çekirdek etkileşimleri ile birlikte elektron-pozitron çifti üretiminin diyagramsal gösterimi.

Yüksek enerjilerde analitik yaklaşımlarla elde edilen limitte, C. Bertulani ve G. Baur (1988) çalışmalarında yüksek enerji sınırı $\gamma \gg 1$ için n adet kuantum uyarımı olasılığını

$$P_n(b) = \frac{1}{n!} \left(\frac{S}{b^2} \right)^n e^{-S/b^2}$$

bulmuştur. Poisson formu, her bir foton ile uyarılmanın bağımsız bir olay gibi düşünüldüğü klasik benzetime karşılık gelir. Bu ifadedeki

$$S = \frac{2\alpha^2 Z^3 N}{Am_N \omega} \approx 5.45 \times 10^{-5} Z^3 NA^{-2/3} \text{ fm}^2$$

şeklindedir, m_N nükleon kütlesi, N iyonun nötron sayısı, Z iyonun proton sayısı ve A iyonun kütle numarasıdır. Ayrıca ω , GDR durumunun enerjisidir ve yaklaşık olarak değeri $80 \text{ MeV} A^{-1/3}$ 'dir.

Çekirdeklerin $1n$ ve Xn Yayınlama Olasılıkları

$P_n(b)$ genel ifadesinde $n = 1$ alınması GDR'yi tetikleyecek olan 1 foton ile uyarılmayı temsil eder. GDR durumunun enerjisi 1 nötronu bağlama enerjisinin (genellikle 6-8 MeV) üzerine çıkarmak için yeterlidir. Bu durumda bir çekirdeğin 1 nötron ($1n$) yayınlama olasılığı

$$P_{1n}(b) = \frac{S}{b^2} e^{-S/b^2}$$

ile elde edilir. Çekirdeğin herhangi bir sayıda (Xn) nötron yayınlama olasılığı sıfır nötron yayınlama olasılığı dışındaki tüm olasılıkların toplamıdır

$$\begin{aligned} P_{Xn}(b) &= \sum_{n=1}^{\infty} P_n(b) = \sum_{n=0}^{\infty} P_n(b) - P_0(b) \\ &= 1 - e^{-S/b^2} \end{aligned}$$

Nötron Emisyonu İle Elektron-Pozitron Çift Üretimi

Dev dipol rezonansı eşliğinde elektron pozitron çifti üretim tesir kesiti

$$\sigma = \int d^2b P_{e^+e^-}(b) [P_{GDR}(b)]^2$$

Karşılıklı 1 nötron emisyonu ile birlikte elektron pozitron çifti üretimi

$$\sigma = \int d^2b P_{e^+e^-}(b) [P_{1n}(b)]^2$$

Karşılıklı herhangi bir sayıda nötron emisyonu ile birlikte elektron pozitron çifti üretimi

$$\sigma = \int d^2b P_{e^+e^-}(b) [P_{Xn}(b)]^2$$

Tablo: Dev dipol rezonansı eşliğinde elektron-pozitron çifti üretimi için RHIC enerjilerinde Au + Au çarpışmaları ve LHC enerjilerinde Pb + Pb çarpışmaları için kesitler.

	$\sigma_{serbest}$ (b)	σ [1n1n] (mb)	σ [XnXn] (mb)
Au + Au (RHIC 200 GeV)			
Kısıtlamasız	56029	421	544
Kısıtlamalı	0.26	1.50	2.04
Pb + Pb (LHC 2.76 TeV)			
Kısıtlamasız	224008	897	1170
Kısıtlamalı	1.33	2.93	4.21