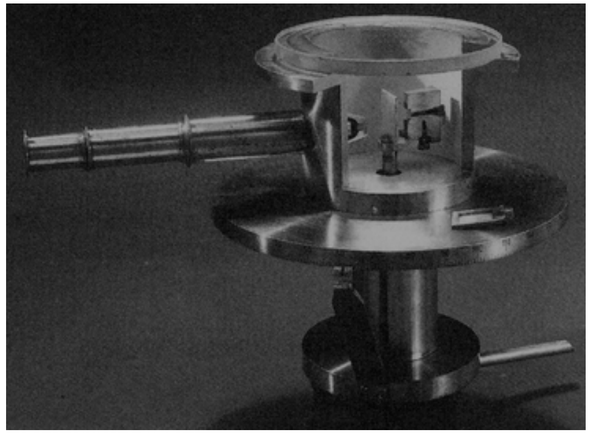
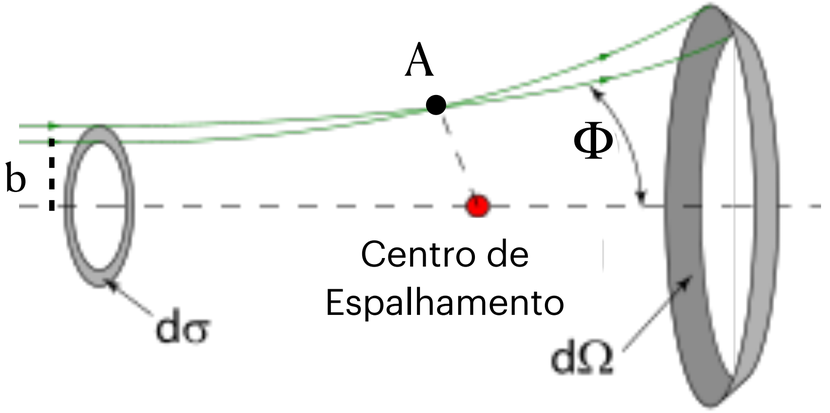




Hipótese de Rutherford: cálculo clássico do espalhamento por uma esfera carregada.

- Todas as partículas que incidem pelo anel $d\sigma$ saem pelo anel $d\Omega$, fazendo um ângulo Φ com a direção de incidência

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\Omega)d\Omega = \frac{\#\ \text{de partículas espalhadas em}\ d\Omega}{\#\ \text{de partículas incidentes}}$$

- O número de partículas incidentes no anel é igual ao número de partículas espalhadas no ângulo sólido $d\Omega$

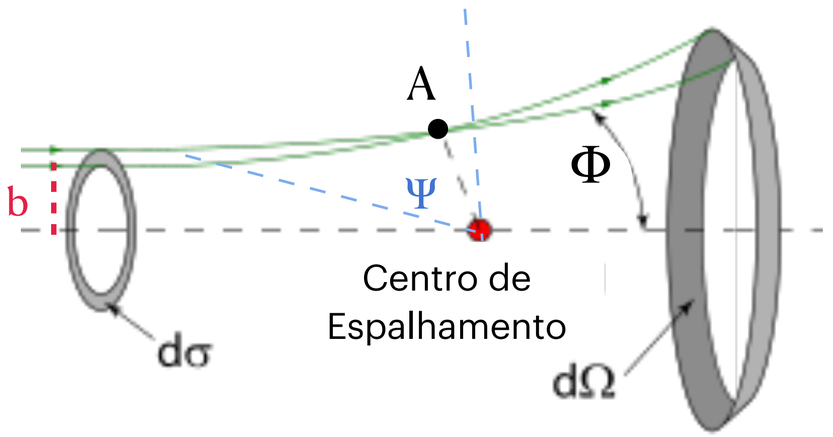
$$I\,2\pi\,b\,db = -\,\sigma(\Phi)\,2\pi\,\sin(\Phi)\,d\Phi$$

- Logo

$$\sigma(\Phi) = -\,\frac{b}{\sin(\Phi)}\frac{db}{d\Phi}$$

- Pela segunda lei de Newton

$$\Delta p_y = \int F_y dt$$



- No instante inicial $p_y = 0$ e a colisão é elástica, logo

$$\Delta p_y = m\, v_0\, \sin(\Phi)$$

- A componente y da força que atua no projétil é dada por

$$F_y = \frac{k\, q_P\, q_A}{r^2} \sin(\Psi)$$

- Juntando tudo

$$mv_0 \sin(\Phi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k\, q_P\, q_A}{r^2} \sin\psi\, dt = \int_{\pi}^{\Phi} \frac{k\, q_P\, q_A}{r^2} \sin\Psi \frac{dt}{d\Psi} d\Psi$$

- Pela conservação do momento angular. $r^2 \frac{d\Psi}{dt} = bv_0$, logo

$$mv_0 \sin(\Phi) = \int_{\pi}^{\Phi} \frac{k\, q_P\, q_A}{b\, v_0} \sin\Psi d\Psi = -\frac{k\, q_P\, q_A}{b\, v_0} \cos\Psi \Big]_{\pi}^{\Phi} = \frac{k\, q_P\, q_A}{b\, v_0}(1 + \cos\Phi)$$

$$m v_0 \sin(\Phi) = \frac{k\, q_P\, q_A}{b\, v_0}(1 + \cos\Phi)$$

- logo

$$b = \frac{k\, q_P\, q_A}{m\, v_0^2}\frac{1 + \cos\Phi}{\sin\Phi} = \frac{k\, q_P\, q_A}{2E}\cot\left(\frac{\Phi}{2}\right)$$

- e

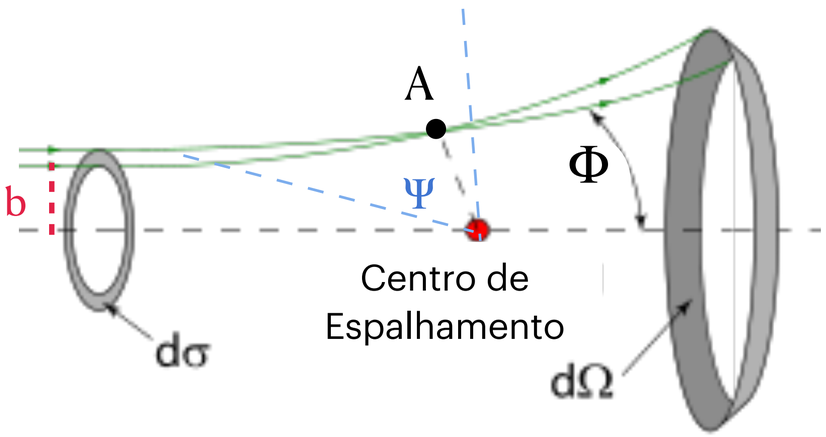
$$\tan\left(\frac{\Phi}{2}\right) = \frac{k\, q_P\, q_A}{2\, b\, E}$$

- Lembrado que

$$\sigma(\Phi) = -\frac{b}{\sin(\Phi)}\frac{db}{d\Phi} = \frac{b}{2\sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\Phi}{2}}\frac{k\, q_P\, q_A}{4E}\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\Phi}{2}\right)} = \frac{k\, q_P\, q_A\, b}{8E}\frac{\tan(\Phi/2)}{\sin^4(\Phi/2)}$$

- e finalmente

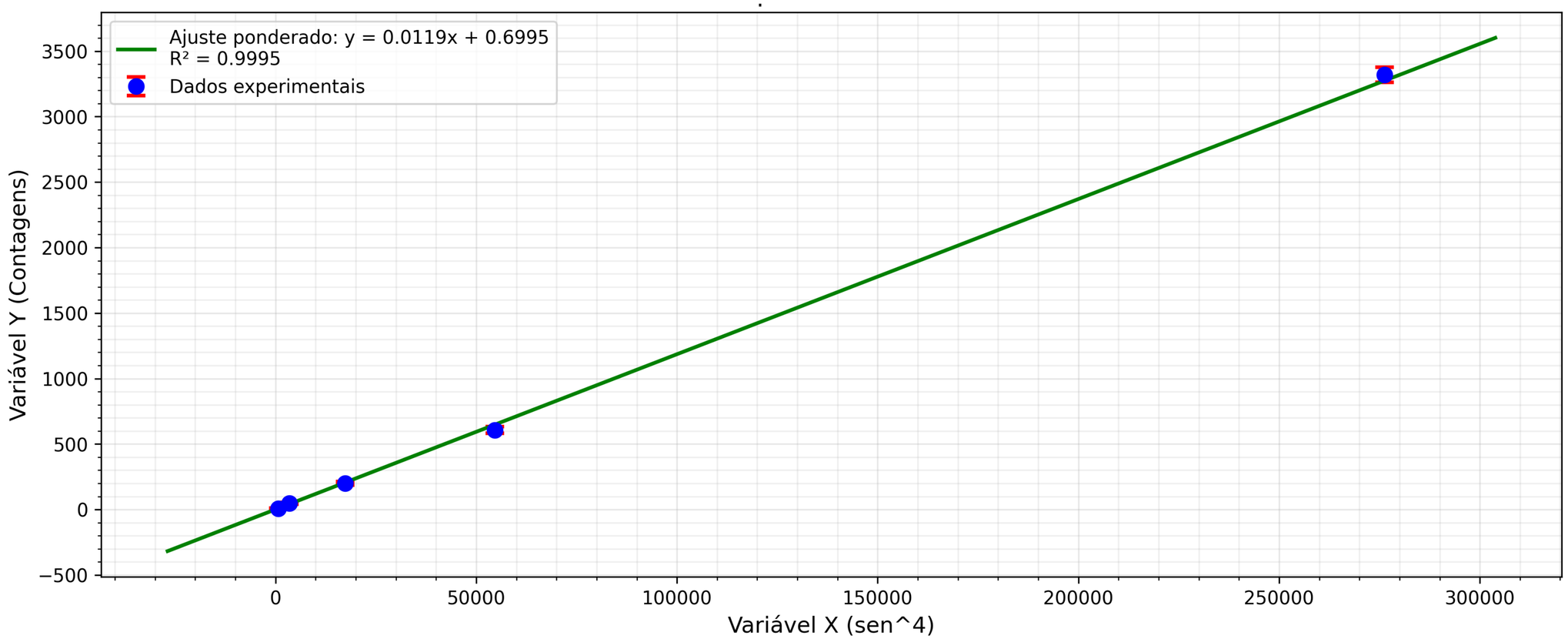
$$\sigma(\Phi) = \left(\frac{k\, q_P\, q_A}{4E}\right)^2 \frac{1}{\sin^4(\Phi/2)}$$

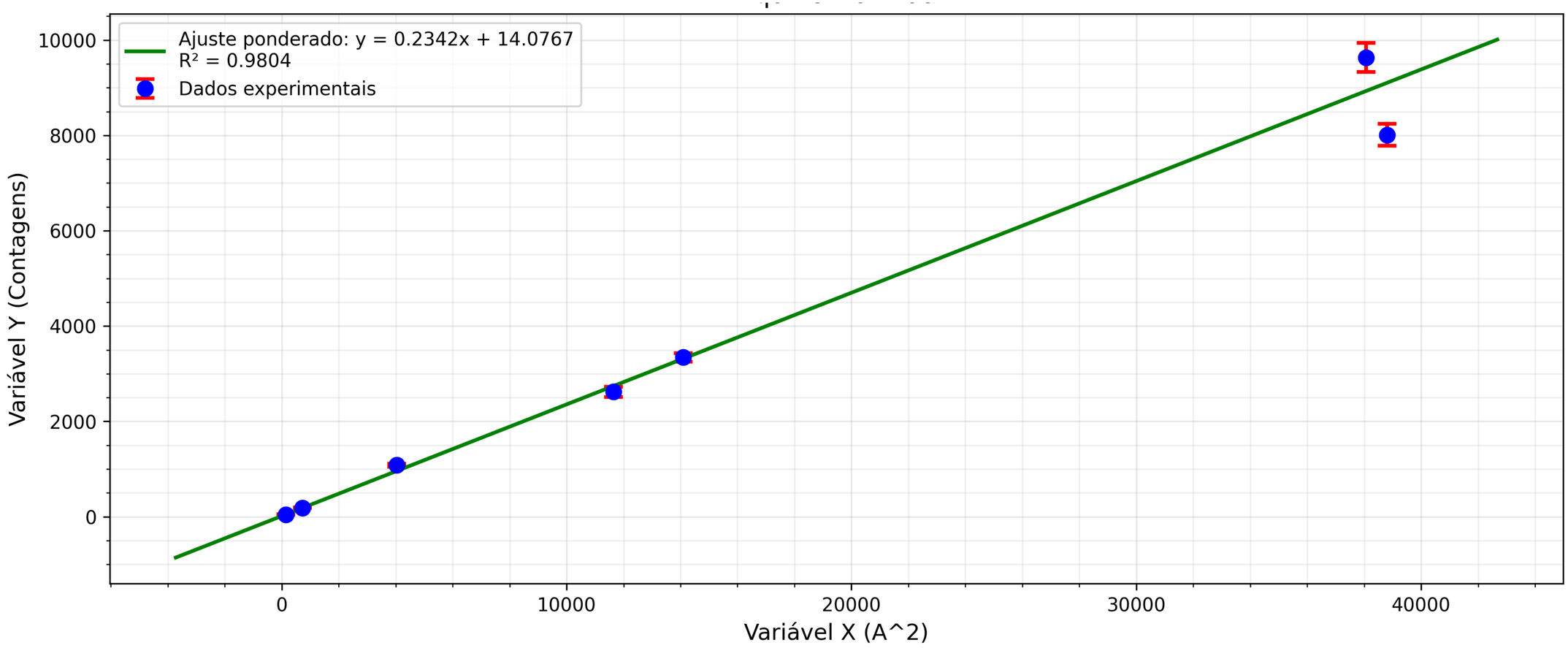


no caso de espalhamento de partícula α ($q_P = 2$) por núcleo de carga $q_A = Z$, $\sigma(\Phi) = \left(\frac{k}{2E}\right)^2 Z^2 \frac{1}{\sin^4(\Phi/2)}$

Espalhamento de partículas α em folha de ouro

- Gráfico da contagem corrigida, com sua incerteza, em função de $1/\sin^4(\Phi/2)$
- Como uma reta se ajusta bem aos dados ($\chi^2 = 1{,}5$), podemos afirmar que a hipótese de Rutherford de que o núcleo atômico se comporta como uma esfera carregada é **compatível com estes dados**.



Espalhamento de partículas α em folha de diferentes elementos

- Gráfico da contagem corrigida, com sua incerteza, em função de A^2
- A reta que melhor se ajusta aos dados é $N = 0{,}23A^2 + 14 = (0{,}48\,A)^2 + 14$. Admitindo o modelo de Rutherford de que N é proporcional a Z^2 e desprezando o coeficiente linear, podemos afirmar que a hipótese de que *número de cargas elementares que compõem o centro do átomo é igual à metade do peso atômico* é **compatível com estes dados**.