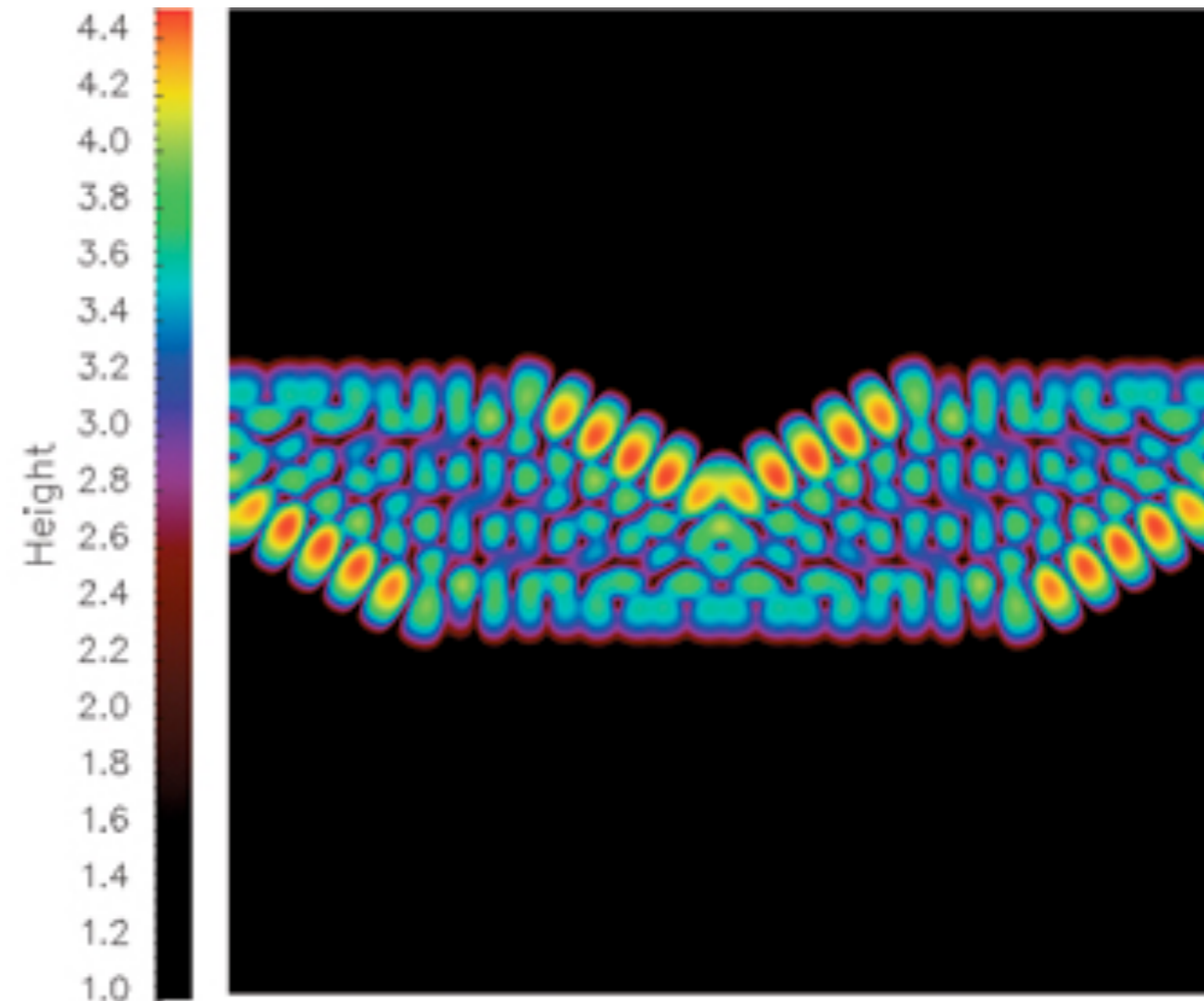


Topologikus szigetelők és modellrendszerek

Asbóth János

Wigner FK SZFI
Nemlineáris és Kvantumoptika Osztály
Kvantummérés Csoport

Elektromos szigetelő tömbi része szigetel. A minta felülete vezethet, esetleges élállapotokon keresztül, ezek azonban könnyen lokalizálódnak.

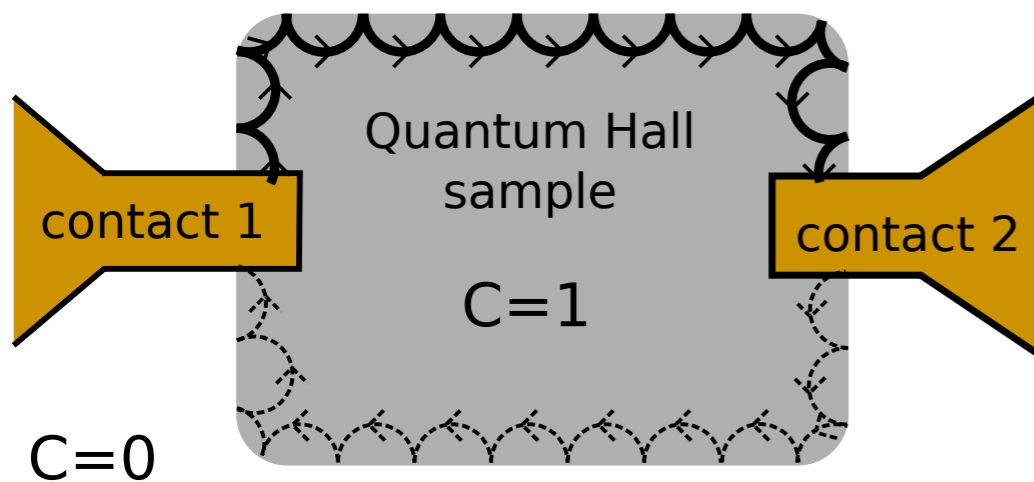


Minta széle:

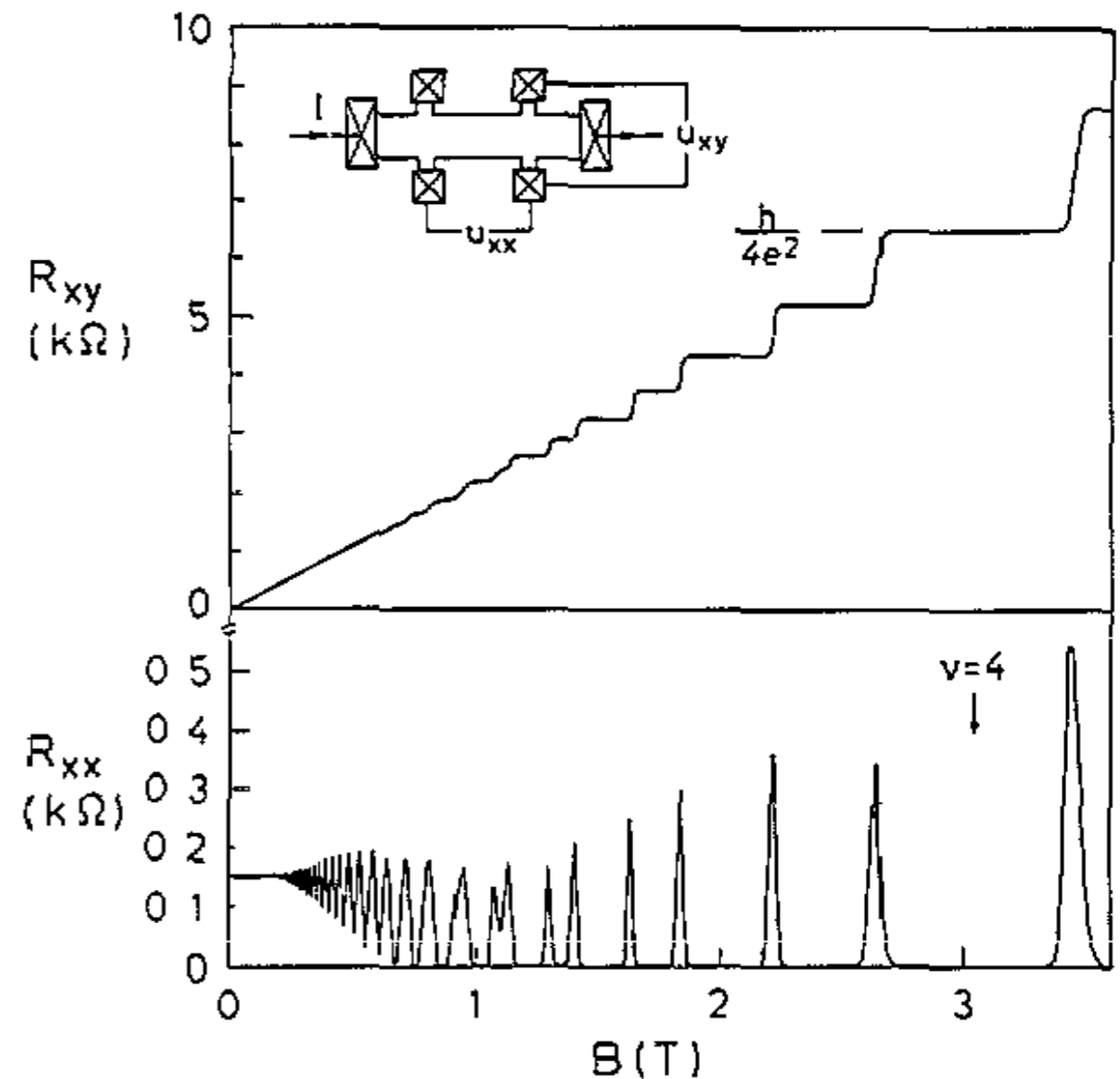
- Alacsony dimenziós
- Erősen rendezetlen (szennyező atomok, felület)

Anderson-lokalizáció → “zárt csatornák”, nincs vezetés

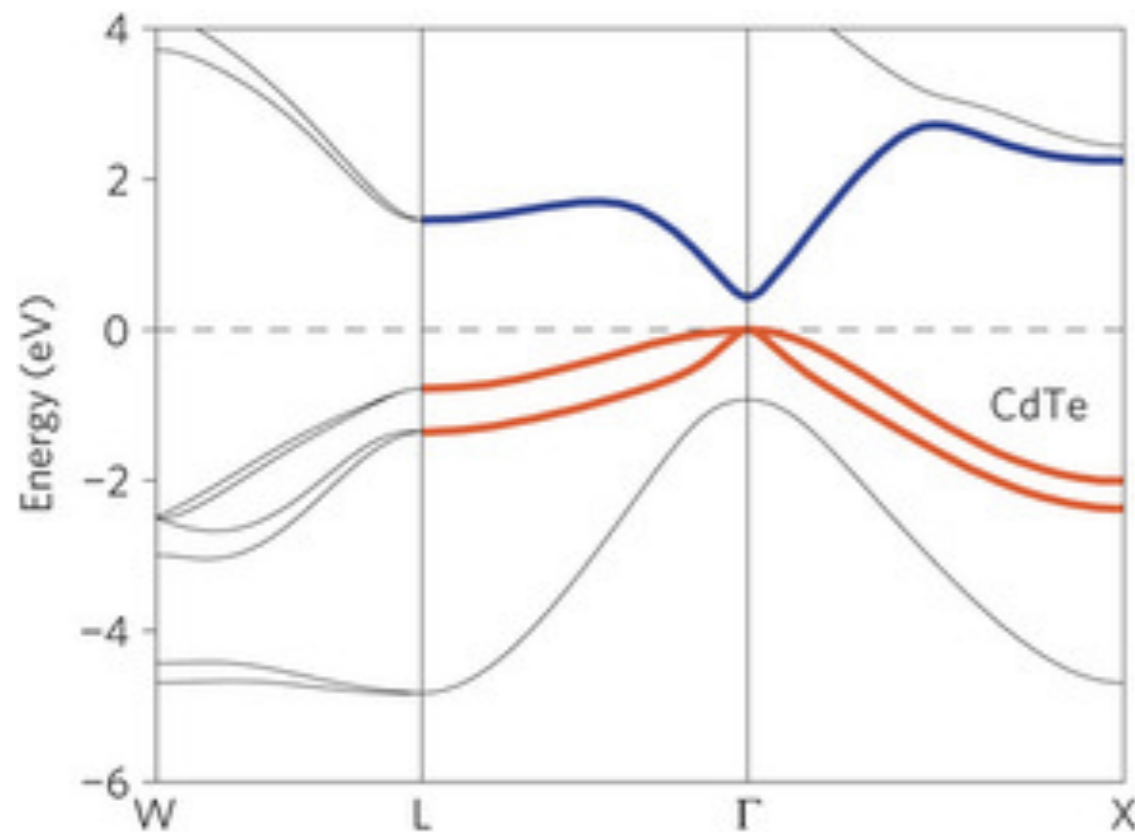
Erős mágneses térben garantált élállapotok alakulnak ki. Ezeket a rendezetlenség nem tudja lokalizálni ("topologikus védelem", tökéletesen vezető csatornák).



- Kvantum Hall effektus
- Töltésmegmaradás: honnan jött? Hova megy?
- Pontosan kvantált vezetés, Hall-ellenállás

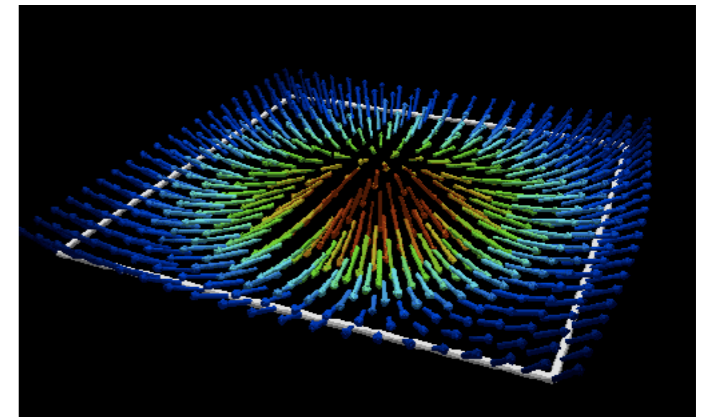


A tömbi energiasajátállapotok “csavarodhatnak” a Brillouin-zónában. Hányszor = Chern-szám.



$E(k)$: Lokális információ (pl csoportsebesség, gap)

$|n(k)\rangle$ extra struktúra, tartalmaz globális információt is



impulzus \mathbf{k} mint adiabatikusan hangolható paraméter:
- Chern-szám = Berry-görbület integrálja a Brillouin-zónára

Kvantum Hall-effektusnál az élállapotok száma (TKNN 1983):

$$N = \sum_{n < 0} C^{(n)}$$

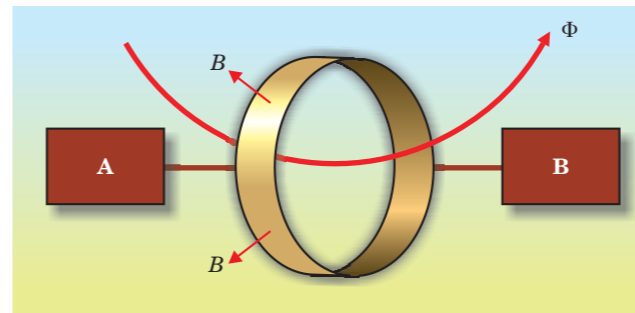
$$A_{\mu}^{(n)}(k) = -i \langle n(k) | \partial_{k_{\mu}} | n(k) \rangle$$

$$F_{xy}^{(n)}(k) = \partial_{k_x} A_y - \partial_{k_y} A_x$$

$$C^{(n)} = \frac{1}{2\pi} \int dk_x dk_y F_{xy}^{(n)}(k)$$

Tömbi energiasajátállapotok csavarodása \leftrightarrow topologikusan védett élállapot. Ez a tömb-él korrespondancia

Laughlin, 1981: mágneses
fluxus fűzésével



Thouless, Kohmoto, Nightingale, van Nijs, 1983: kapcsolat a Chern-számmal

Topologikus szigetelők: Alacsony energiás fizika csak a széleken játszódhat le,
"topologikusan védett" tulajdonságok a tömbi rész "csavarodásától" függnnek

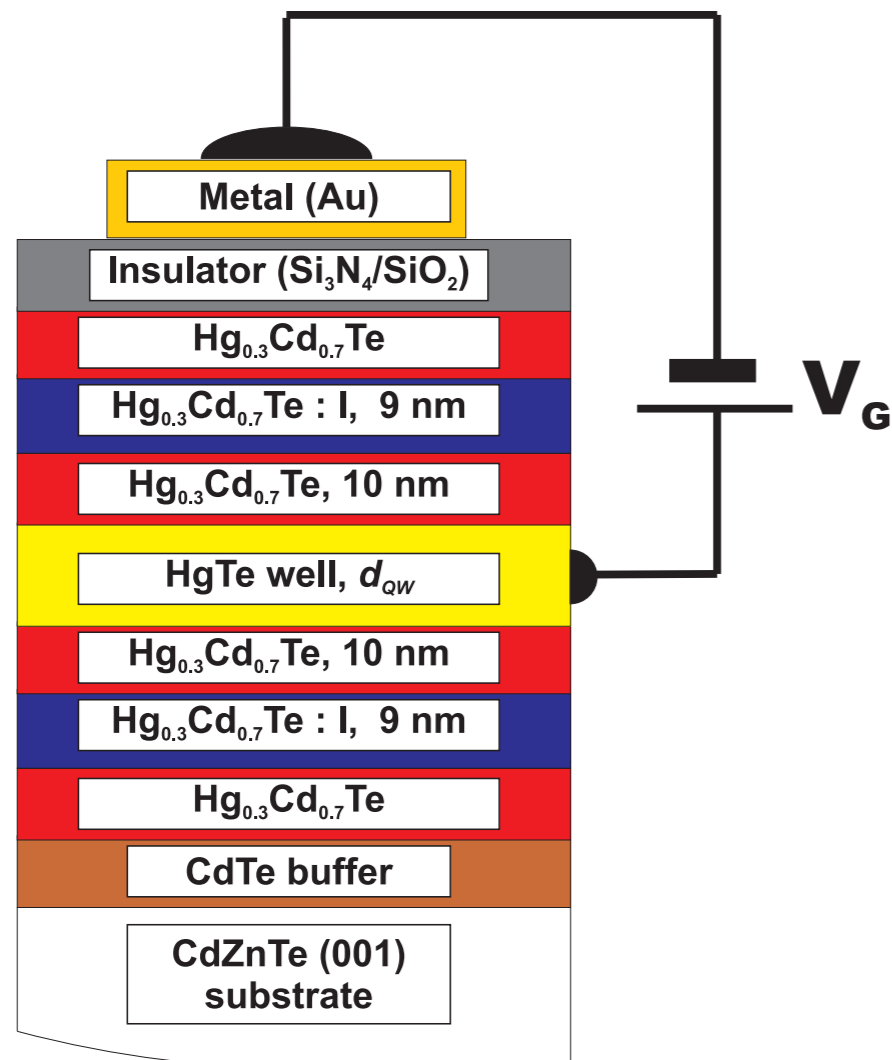
Topologikus szigetelőkhöz nem kell mágneses tér (elég spin-pálya kölcsönhatás), nem kell 2D.

2D: Kvantum spin Hall

2005: grafén? [Fu, Kane]

2006: HgTe! [Bernevig, Hughes, Zhang]

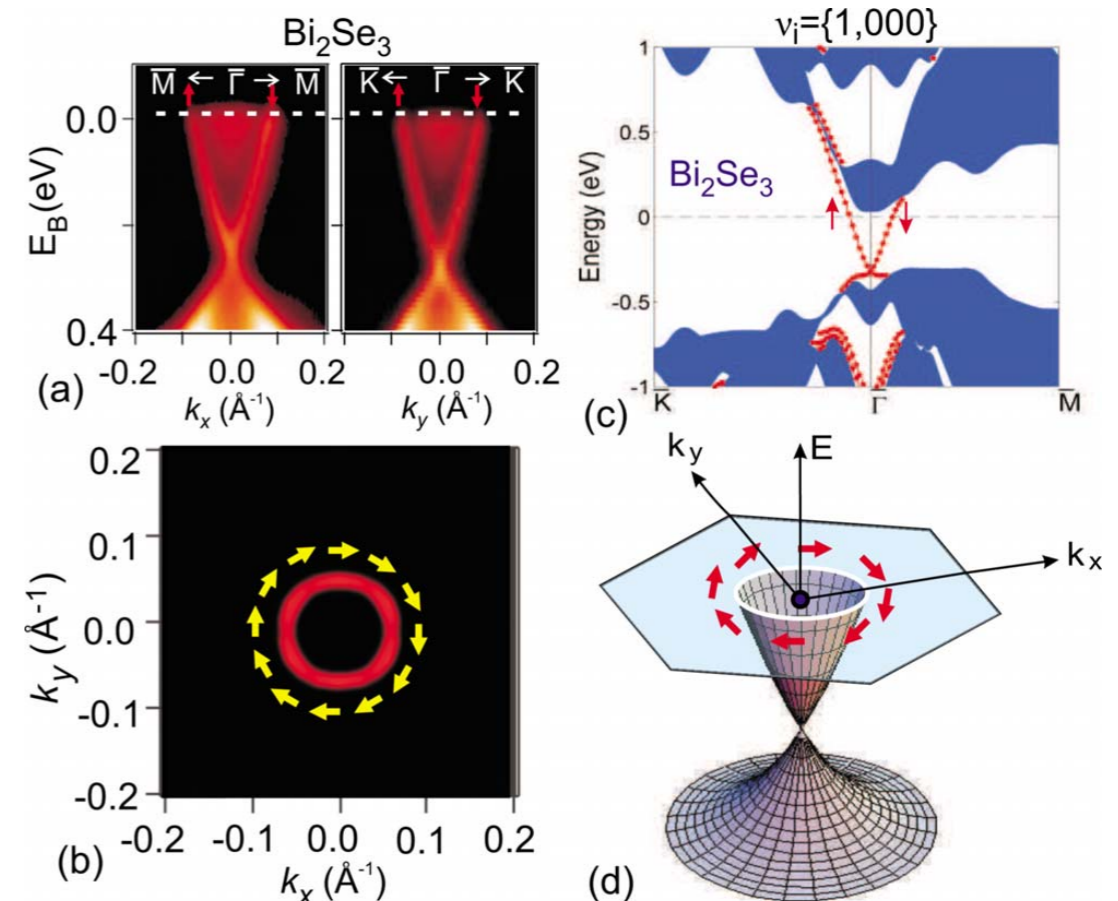
2007: kísérlet, Würzburg [Molenkamp]



3D: felületen nemdegenerált Dirac-fermionok (1/4 grafén)

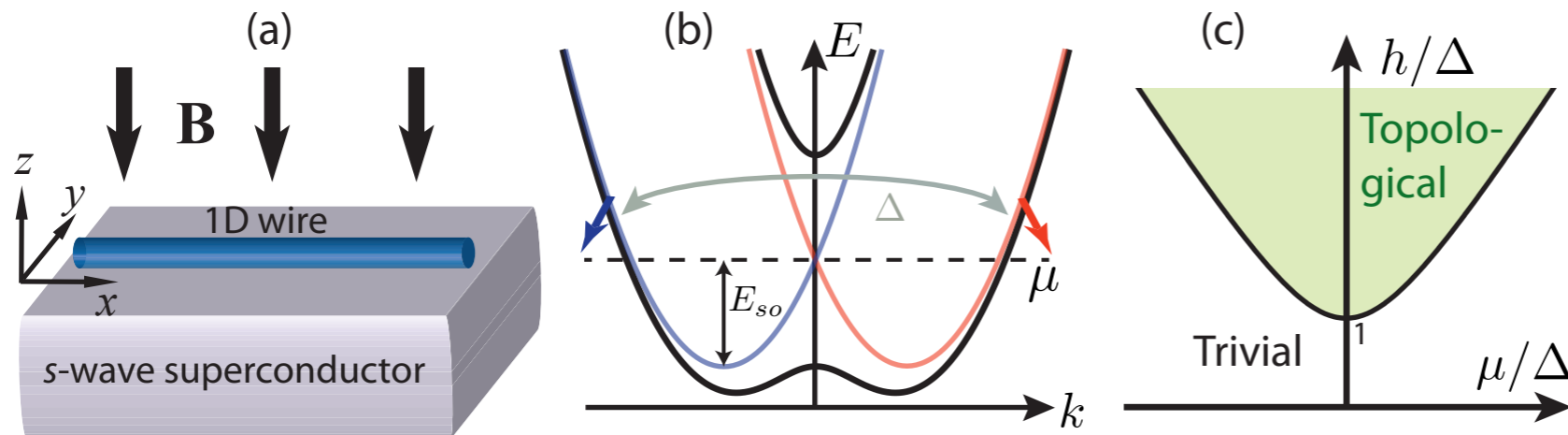
kevés anyag, pl. $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$, Bi_2Se_3 , Bi_2Te_3 , Sb_2Te_3

Fotoemissziós kísérletek, kilépő elektron spinjét is mérve (ARPES, SARPES, Hasan, Princeton)



1D: Topologikusan védett élállapotok kvantuminformáció tárolására, feldolgozására.

Majorana-fermionok 1D drót végein (kísérleti versenyfutás, 2012: Delft, Lund, Purdue)



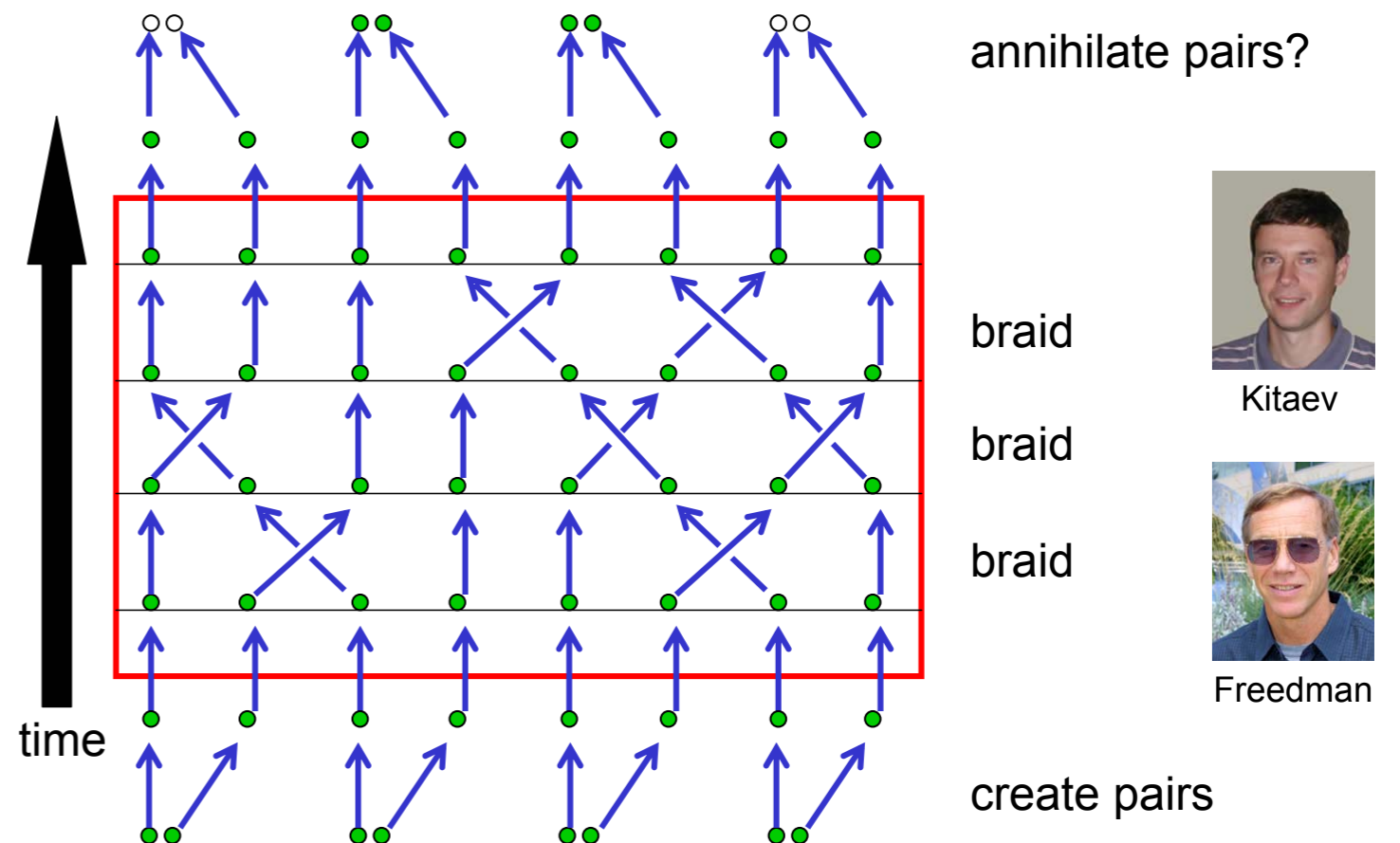
Majorana-fermionokat vagy mást lát a kísérlet?

Kitaev, 1997: 2D nemábeli anionokkal kvantuminformáció-feldolgozás, Topologikus kvantumszámítógép

Majorana-fermionok lehetnek nemábeli anionok

1 qubit = 2 fermion = 4 Majorana

Fonással kvantumműveletek:
Majorana energiája 0, fáziszajjal szemben topologikusan védett



Kitaev



Freedman

Topologikus Szigetelők osztályai (szimmetriák és dimenzió alapján) dimenzióredukcióval összekapcsolhatók.

Kristályszimmetria helyett (sérülékeny) alapvető, antiunitér szimmetriái:

- időtükrözési Θ
- részecske-lyuk Ξ

Dimenzióredukció összeköti a táblázat elemeit, 8-dimenziós periodicitás

[Schnyder, Ryu, Furusaki, Ludwig, 2008]

+ a kompozíciójuk, királis (unitér) $\Pi=\Theta\Xi$

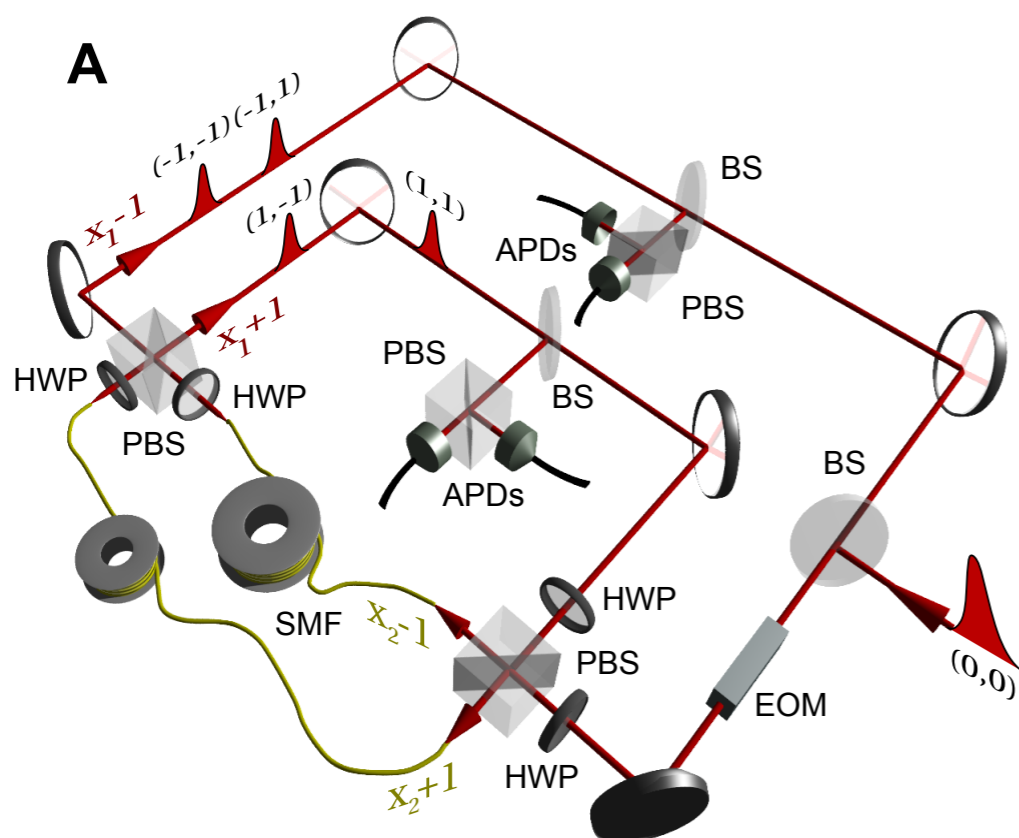
Symmetry				<i>d</i>							
AZ	Θ	Ξ	Π	1	2	3	4	5	6	7	8
A	0	0	0	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}
AIII	0	0	1	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}	0
AI	1	0	0	0	0	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}
BDI	1	1	1	\mathbb{Z}	0	0	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}_2
D	0	1	0	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}	0	0	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}_2
DIII	-1	1	1	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}	0	0	0	\mathbb{Z}	0
AII	-1	0	0	0	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}	0	0	0	\mathbb{Z}
CII	-1	-1	1	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}	0	0	0
C	0	-1	0	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}	0	0
CI	1	-1	1	0	0	\mathbb{Z}	0	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}_2	\mathbb{Z}	0

Kristályszimmetriák hatása? Kölcsönhatások figyelembevétele?

**Kevés topologikus szigetelő anyag létezik.
Mesterséges anyagok, modellrendszerek
kerestetnek.**

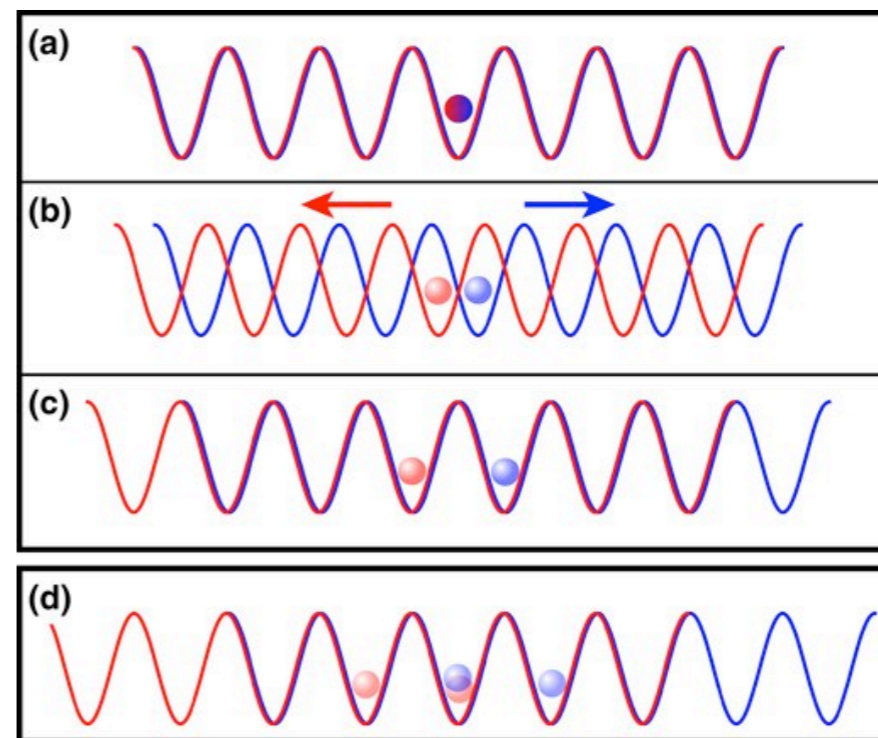
A kvantum bolyongás jól kontrollált modellrendszer

- Fényimpulzusok optikai asztalon
Silberhorn group (2010)
elmélet: Gábris Aurél (Prága)



- Anderson-lokalizáció (2011)
- Kölcsönhatás szimulációja (Science, 2012)

- ultrahideg atomok optikai rácsban
Meschede-csoport, Science (2009)



- Cs atomok, $10\mu\text{K}$, $|F=4, m_F=4\rangle$ és $|F=3, m_F=3\rangle$
- eltérő cirkulárisan poláris fénnel csapdázhatók
- csapda mélysége $80\mu\text{K}$

Unitér folyamat: $|\Psi(t+1)\rangle = U|\Psi(t)\rangle = SR(\theta)|\Psi(t)\rangle$

qubit Θ szögű forgatása

részecske eltolása, qubit értéke szerint balra vagy jobbra

A kvantumos bolyongás szimulál egy effektív Hamilton-operátort

Unitér időléptető operátor U : forgatás, eltolás

$$|\Psi(t+1)\rangle = U|\Psi(t)\rangle = SR(\theta)|\Psi(t)\rangle$$

$$|\Psi(t)\rangle = U^t|\Psi(0)\rangle = e^{-iH_{\text{eff}}t}|\Psi(0)\rangle$$

Minden egész t időpontban szimulálja H_{eff} -et

példa:

$$U(k) = e^{-iH_{\text{eff}}(k)} = e^{-ik\sigma_z} e^{-i\theta\sigma_y}$$

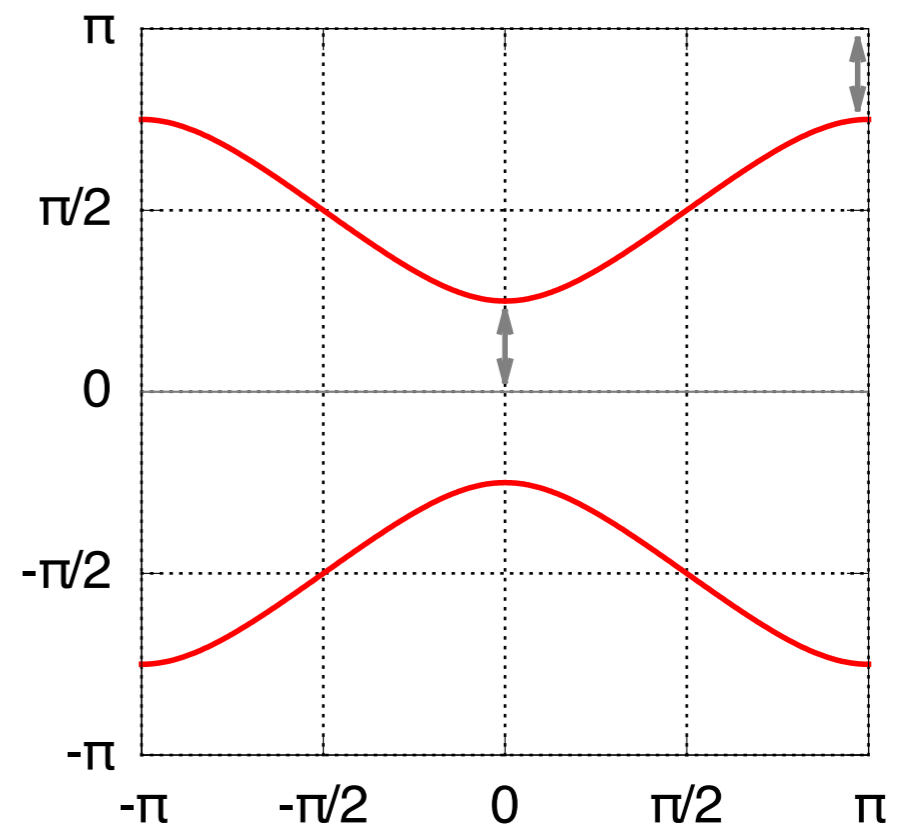
$$H_{\text{eff}}(k) = E(k) \vec{n}(k) \vec{\sigma}$$

3 Pauli mátrixból álló vektor

3D valós egységvektor
kvázienergia

$$H_{\text{eff}} = i \log U$$

Quasienergy E



wavenumber k

Diszkrét idő \Rightarrow kvázienergia, megszorítva egy energia-Brillouin-zónára: $-\pi < E < \pi$

Diszkrét hely \Rightarrow kváziimpulzus, megszorítva a Brillouin-zónára: $-\pi < k < \pi$

H_{eff} bonyolult: Első-és távolabbi szomszéd hoppingok, spin-pálya csatolás

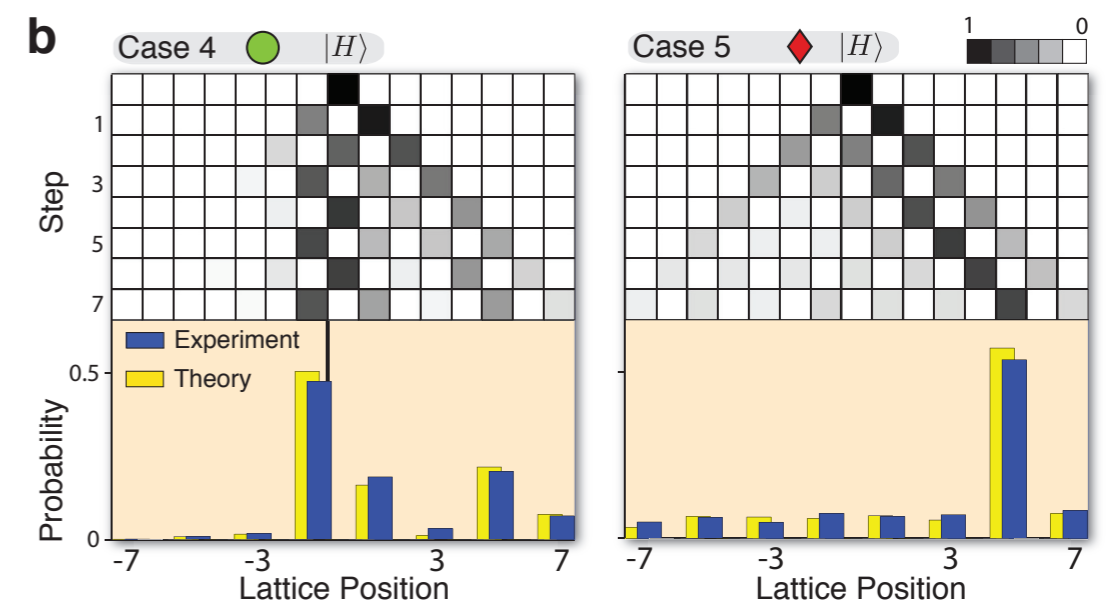
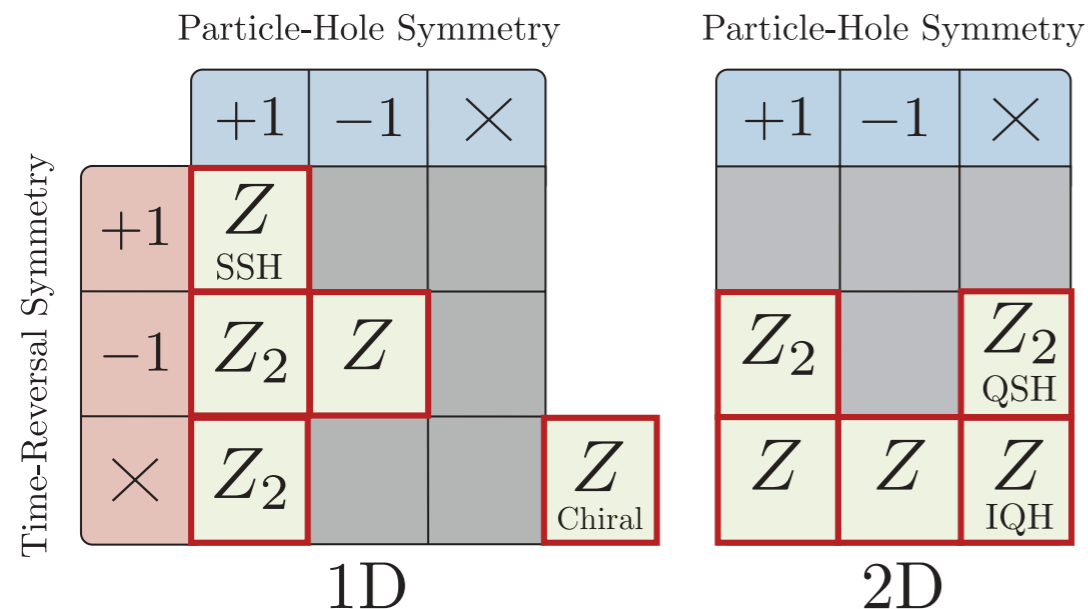
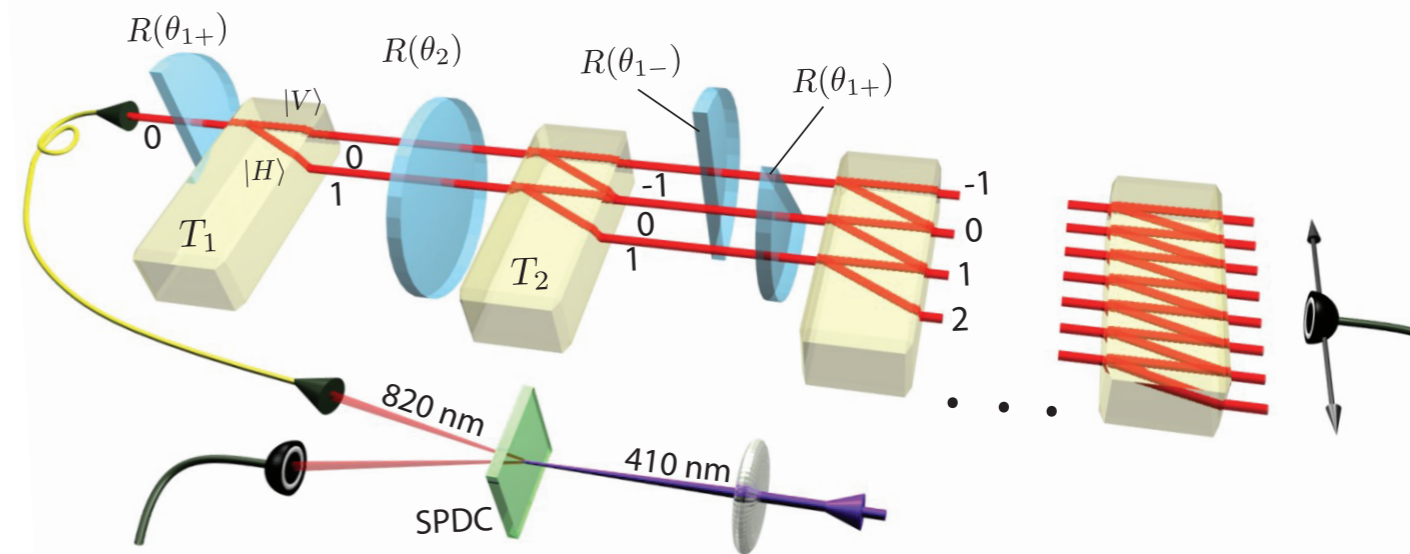
A kvantumos bolyongásban a szimmetriák hangolhatók, lehet szimulálni a topologikus szigetelők összes osztályát.

Elmélet: [Kitagawa, Rudner, Berg, Demler, PRA 2010]

H_{eff} manipulálása, pl:

- spinforgatás más tengelyek körül
- Hilbert-tér megkettőzése
- kísérleti szekvencia megkettőzése

Kísérlet, 1D: [Kitagawa, ..., White, Nature Comm 2012)]



A kvantumos bolyongásnak saját topologikus fázisai vannak, amikről a szimulált effektív Hamilton-operátor nem ad számot.



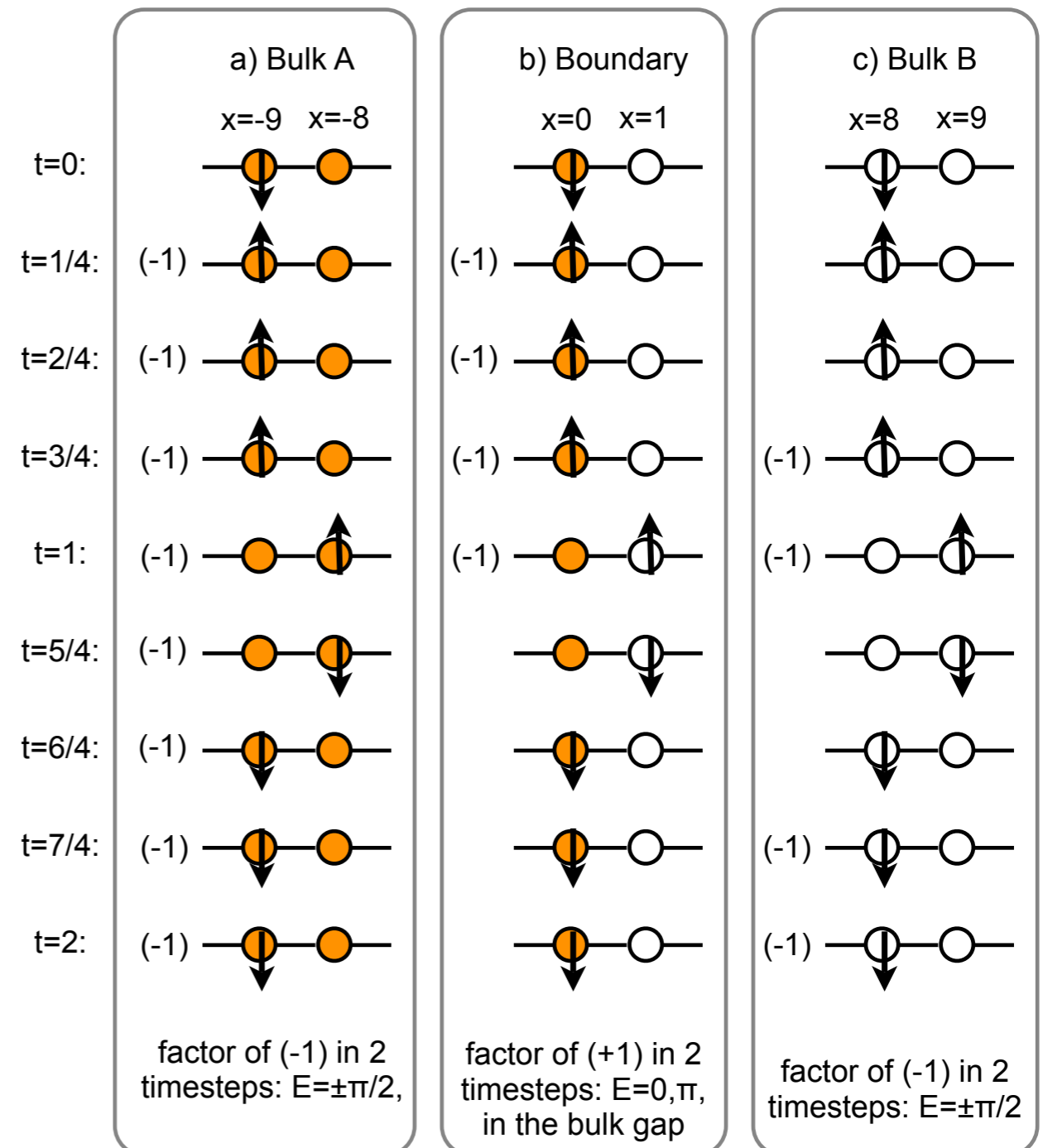
$$U_A = S_{\uparrow} e^{-i\phi_A \sigma_y} S_{\downarrow} e^{-i\theta_A \sigma_y}$$

$$U_B = S_{\uparrow} e^{-i(\phi_A + \pi) \sigma_y} S_{\downarrow} e^{-i(\theta_A + \pi) \sigma_y}$$

$$U_A = U_B \Rightarrow H_{\text{eff}}(A) = H_{\text{eff}}(B)$$

A két tömb határán mégis védett
élállapotok

[Asboth, PRB 2012]



Periodikusan gerjesztett rendszerek topologikus invariánsai megjelennek a kvantumos bolyongásban is.

“Floquet topological insulators”, [Dóra Balázs, BME, 2013]

Részecske-lyuk szimmetria, 1D:

Z_2 helyett $Z_2 \times Z_2$ invariáns [Jiang, ..., Zoller, PRL 2011]

Kvantumos bolyongás: $Z_2 \times Z_2$ invariáns,
sávbezáródások számolásával [Asboth, PRB 2012]

Királis szimmetria, 1D bolyongás:

$Z \times Z$ invariáns, időeltolt vonatkoztatási rendszerekkel
[Asboth&Obuse, arxiv 2013]

Periodikusan gerjesztett rendszerekre: $Z \times Z$ invariáns
[Asboth&Delplace, unpublished, 2013]

Szimmetriák nélkül, 2D:

extra Z invariáns [Rudner et al, PRX 2013]

Kvantumos bolyongásra alkalmazható [Asboth&Edge, unpublished 2013]

Topologikus szigetelők és a kvantumos bolyongás

- Dimenziótól, szimmetriától függően diszkrét számú, robusztus, vezető élállapot
- Szilárdtestek: diszperziós reláción túl $H(k)$ topológiája, csavarodási szám, Chern-szám, vagy bonyolultabb (Z_2 -invariáns)
- 1D: Kvantumszámítógép építésére hasznos lehet
- Nemkölcönható rendszerek teljes osztályozása, "periódusos rendszer".
- Kvantumos bolyongás szimulálhat topologikus szigetelőket
- Diszkrét időlépés \rightarrow kvázienergia, periodikus (Brillouin-zóna)
- Szimmetriák bonyolultabbak, új topologikus fázisok, invariánsok
- Kapcsolat periodikusan gerjesztett rendszerekkel

