Anderson lokalizáció kvark-gluon plazmában

Kovács Tamás György

MTA Atomki, Debrecen

Pittler F., M. Giordano és S. Nishigaki

2013. augusztus 23.

Statisztikus fizika $\rightarrow$ termodinamika

$N \gg 1$ szabadsági fokú fizikai rendszerek:

- statisztikus fizika
- szimmetriák

$\longrightarrow$ termodinamika

Központi határeloszlás tétel:

- $N \gg 1$ független azonos eloszlású mennyiség átlaga Gauss eloszlású
- A határeloszlás majdnem univerzális
- Termodinamika:
  - m : átlag (pl. mágnesezettség, belső energia...)
  - σ : szórás (pl. szuszceptibilitás, fajhő...)

Bonyolult kvantumrendszerek spektruma

véletlen mátrixok statisztikus fizikája

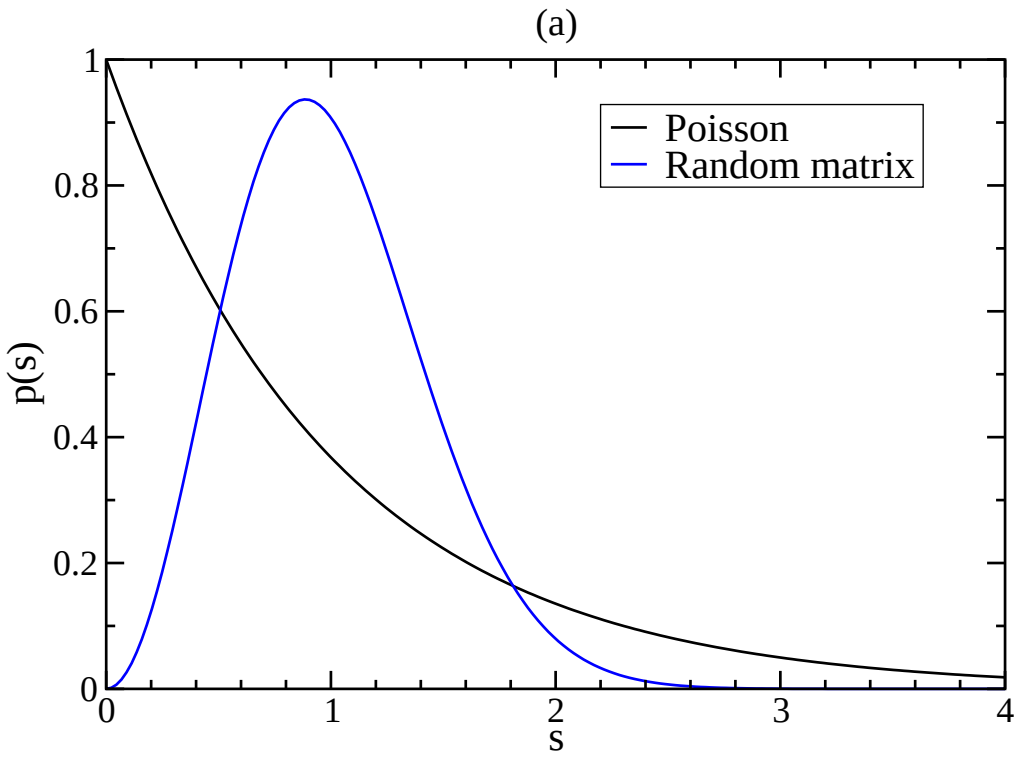
Sok szabadsági fokú kvantumrendszer:
Hamilton operátor: $N \times N$-es Hermitikus mátrix ($N \gg 1$)

- véletlen mátrixok elmélete szimmetriák $\longrightarrow$ majdnem univerzális spektrálstatisztika
- "Szabad paraméter": állapotsűrűség $\rho(E)$
- Korrelációk a spektrumban univerzálisak
- Két lehetőség:
  - Véletlen mátrix statisztika
  - Triviális (Poisson) statisztika
    (pl. diagonális véletlen mátrixok, sok mátrixelem nulla...)

Szomszédos sajátértékek távolságának eloszlása

$$s = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\langle \lambda_{n+1} - \lambda_n \rangle}$$

- λ_n statisztikusan függetlenek (Poisson)
  $\Rightarrow \quad p(s) = \exp(-s)$
- Véletlen mátrix statisztika



QCD rácson

- Statisztikus fizikai rendszer 4-dimenziós kockarácson
- Dinamikai változók: $U_i \in SU(3)$ a rácséleken (gluontér)
- Dirac operátor (kovariáns): $D[U]$
  - U-któl függő diszkretizált differenciáloperátor
  - $\approx V \times V$ ritka mátrix (V : térfogat)
  - Minden sorban csak néhány ($\mathcal{O}(V^0)$) elem nem-nulla
  - Első szomszéd csatolások

“Véletlen mátrix”-e a Dirac operátor?

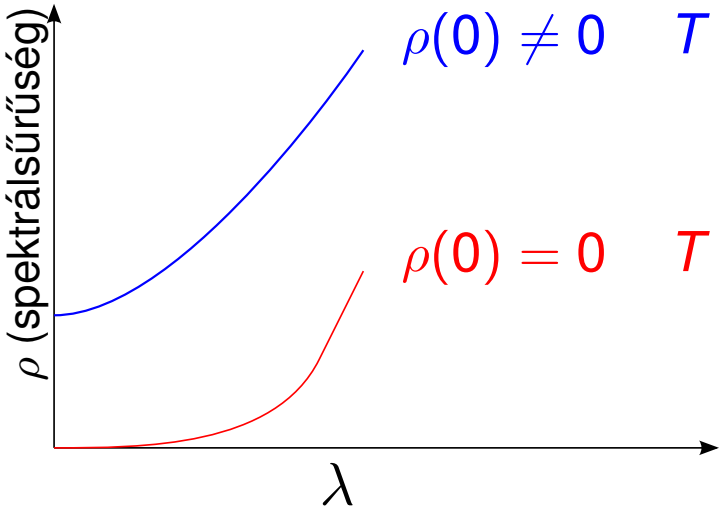
$T < T_c$

- $D[U]$ ritka mátrix, de:
  kis sajátértékek statisztikáját véletlen mátrix modell írja le
- analitikusan: effektív σ-modell a pionokra
  $\rightarrow$ véletlen mátrix modell
- numerikusan: rács QCD

Mi történik $T > T_c$ esetén? (kvark-gluon plazma)

A spektrálsűrűség változása

Átmenet (cross-over) $T_c \approx 200\text{MeV}$ hőmérsékleten:

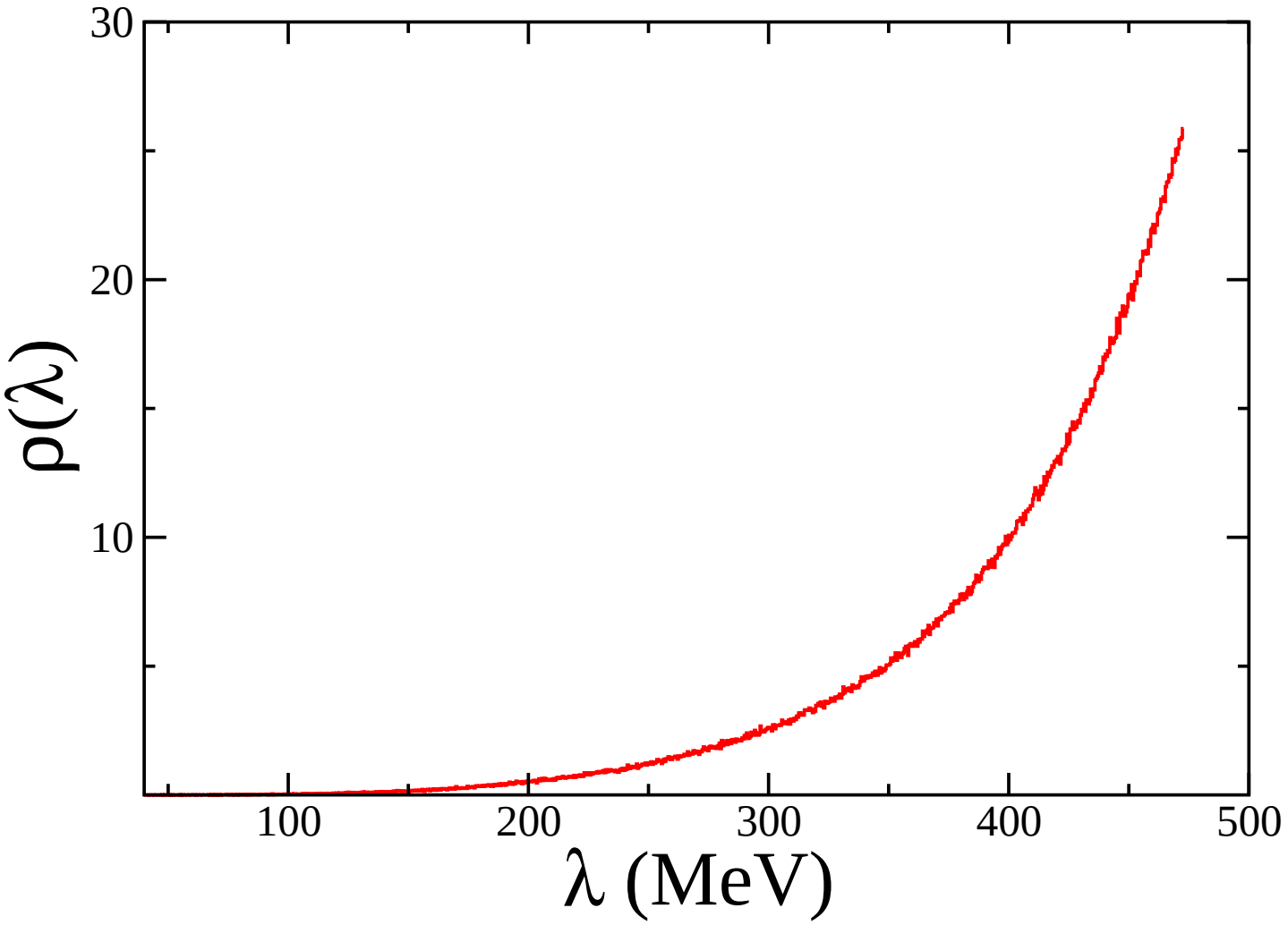


$\rho(0) \neq 0 \quad T < T_c$ hadronikus fázis

$\rho(0) = 0 \quad T > T_c$ kvark-gluon plazma

$T > T_c$ spektrálsűrűség

rács szimuláció

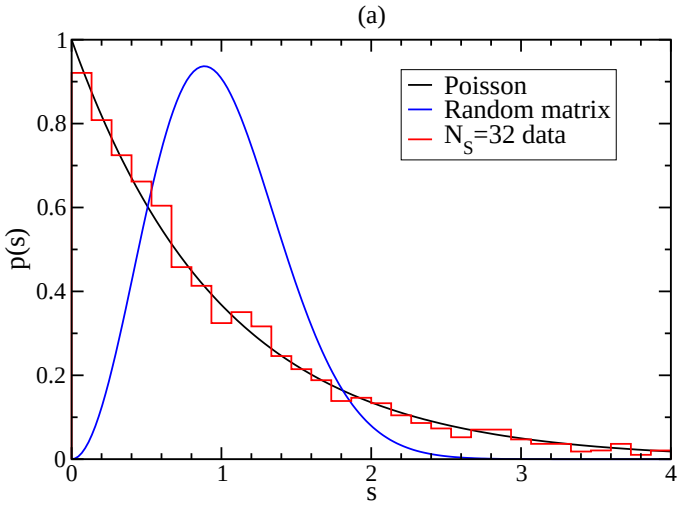


Sajátértékek statisztikája $T > T_c$

szomszédos sajátértékek távolságának eloszlása $s = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\langle \lambda_{n+1} - \lambda_n \rangle}$

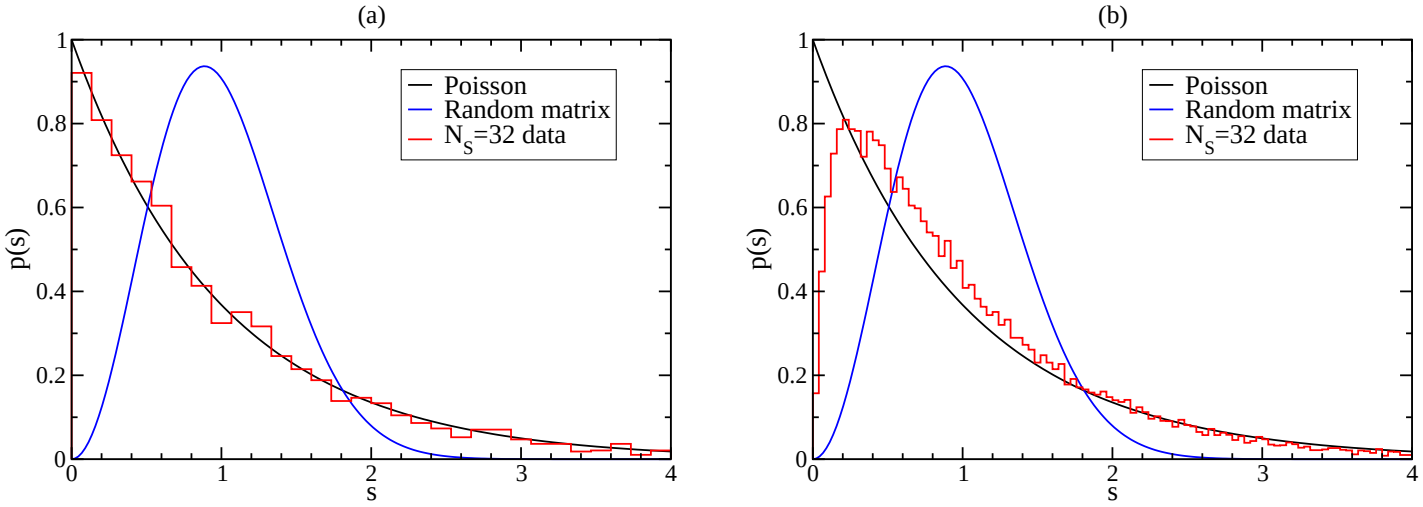
Sajátértékek statisztikája $T > T_c$

szomszédos sajátértékek távolságának eloszlása $s = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\langle \lambda_{n+1} - \lambda_n \rangle}$



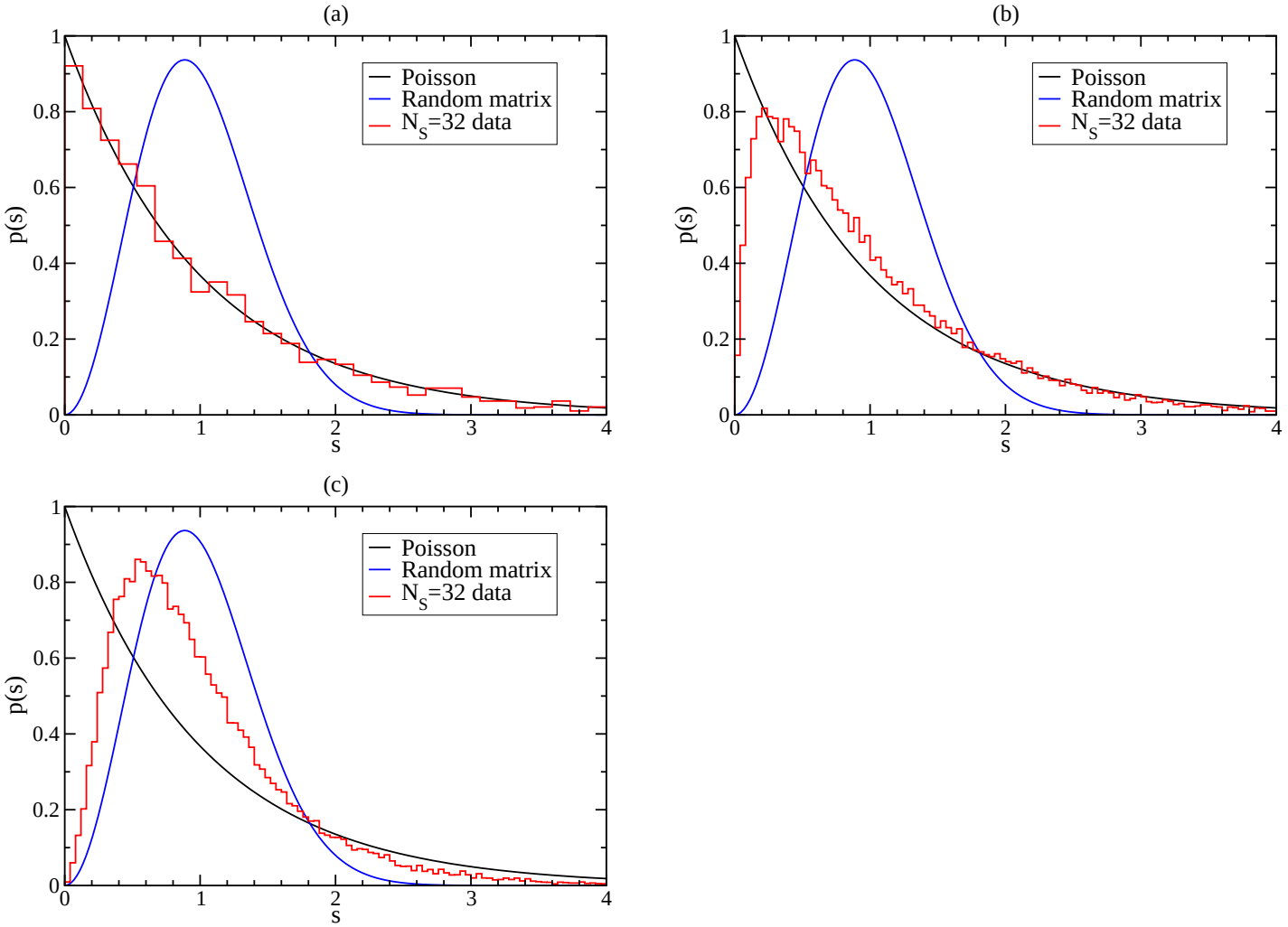
Sajátértékek statisztikája $T > T_c$

szomszédos sajátértékek távolságának eloszlása $s = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\langle \lambda_{n+1} - \lambda_n \rangle}$



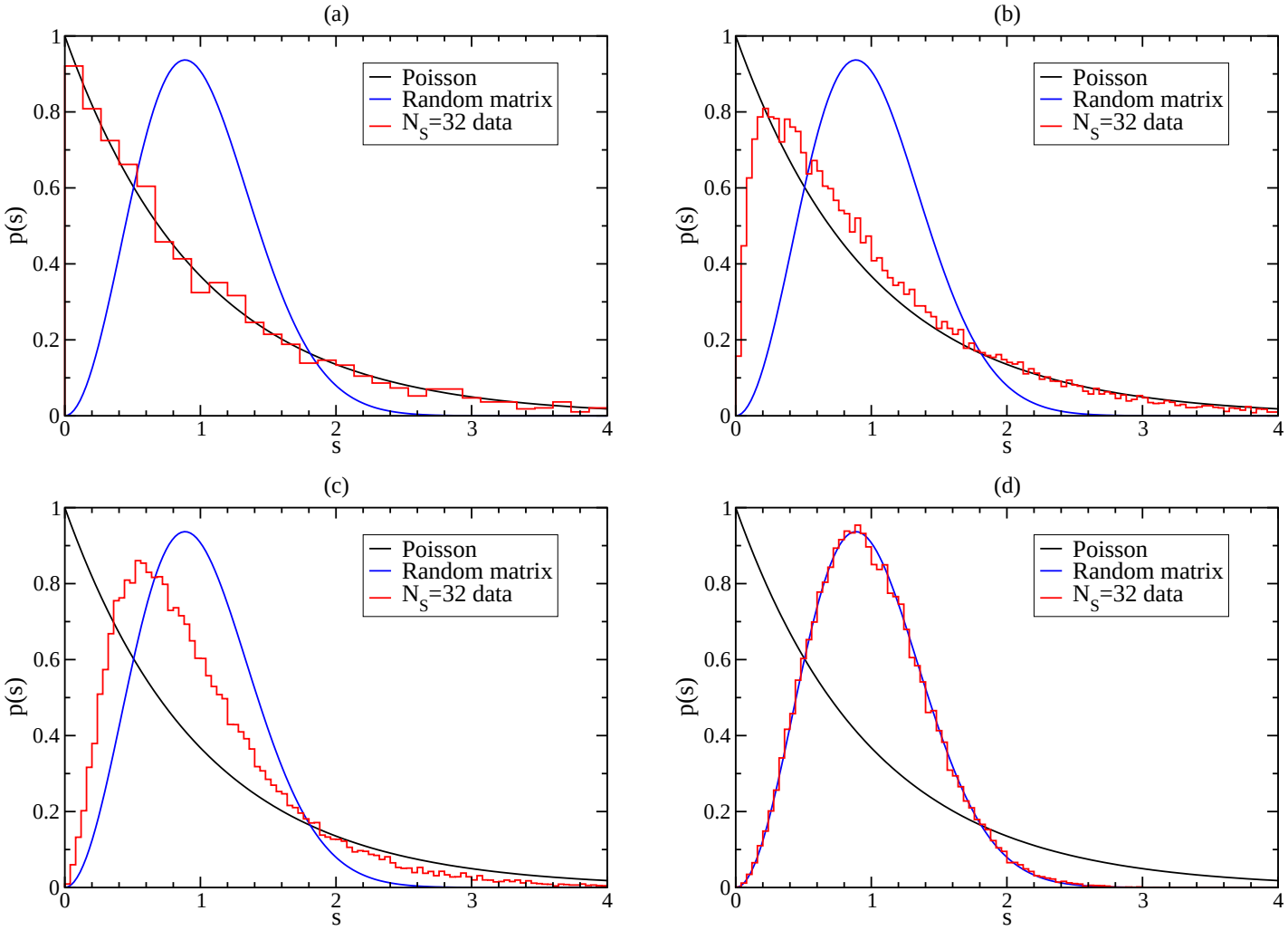
Sajátértékek statisztikája $T > T_c$

szomszédos sajátértékek távolságának eloszlása $s = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\langle \lambda_{n+1} - \lambda_n \rangle}$



Sajátértékek statisztikája $T > T_c$

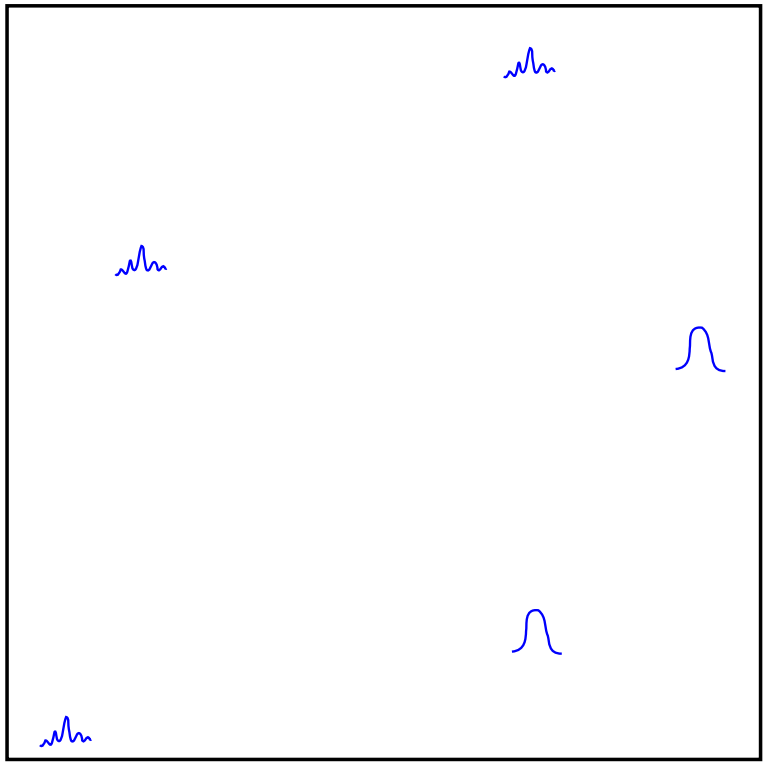
szomszédos sajátértékek távolságának eloszlása $s = \frac{\lambda_{n+1} - \lambda_n}{\langle \lambda_{n+1} - \lambda_n \rangle}$



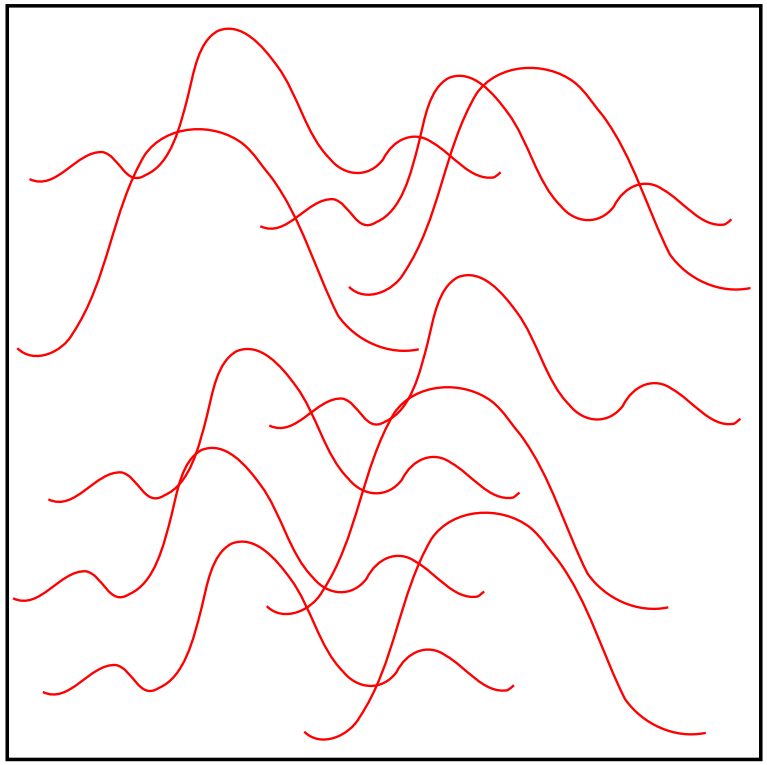
Miért függetlenek a kis sajátértékek?

Tipikus sajátvektorok

legkisebb sajátértékek



nagyobb sajátértékek



Analógia: Anderson lokalizáció

- Periodikus kristályrács $\rightarrow$ delokalizált Bloch állapotok: sávszerkezet
  - “Tight binding” közelítés egy elektron Hamilton op.:
  - bázis: rácspontokban lokalizált atomi elektronpályák
  - Diagonális elemek: elektronpálya energiája
  - Első szomszéd csatolás (“hopping”)

Analógia: Anderson lokalizáció

- Periodikus kristályrács $\rightarrow$ delokalizált Bloch állapotok: sávszerkezet
  - “Tight binding” közelítés egy elektron Hamilton op.:
  - bázis: rácspontokban lokalizált atomi elektronpályák
  - Diagonális elemek: elektronpálya energiája
  - Első szomszéd csatolás (“hopping”)
- Rácshibák, szennyezés $\rightarrow$ elektron Hamilton operátor: “véletlen mátrix”.
  - Anderson modell:
  - Szennyezés: véletlen diagonális elemek
- Erős szennyezés $\rightarrow$ a sávhatáron lokalizált állapotok jelennek meg.

Anderson átmenet

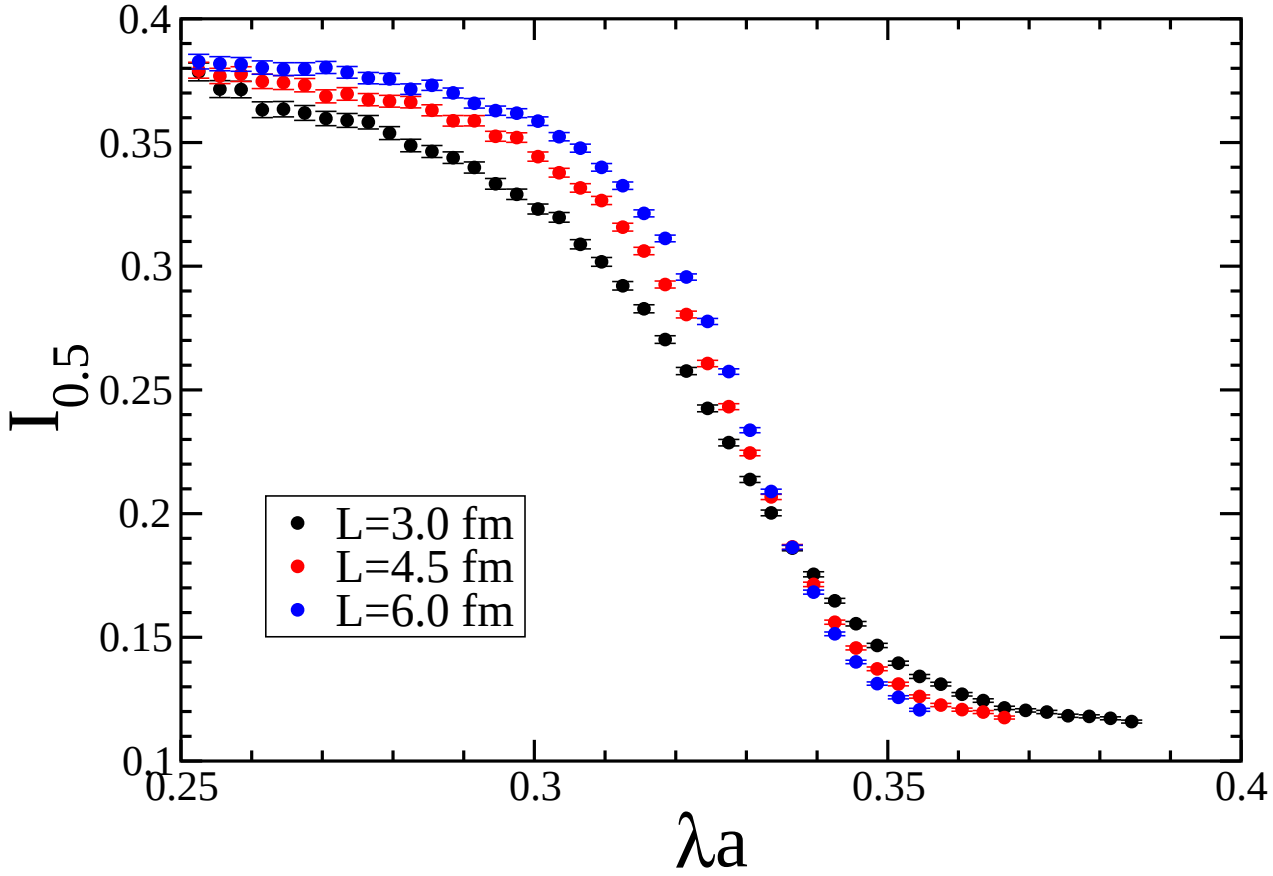
Anderson modell

- E_c mobilitási határ
  - $E < E_c$ lokalizált állapotok
  - $E > E_c$ delokalizált állapotok
- E_c-nél igazi másodrendű fázisátalakulás
  - Korrelációs hossz divergál
  - ν korrelációs hossz kritikus exponens
  - Numerikus szimulációkból meghatározták
  - Univerzális (csak a szimmetriától és a dimenziótól függ)

Tényleg Anderson átmenetet látunk-e a QCD-ben?

- Véges-méret skálázás → kritikus exponens

$$I_{0.5} = \int_0^{0.5} P(s)\, ds$$



Véges-méret skálázás

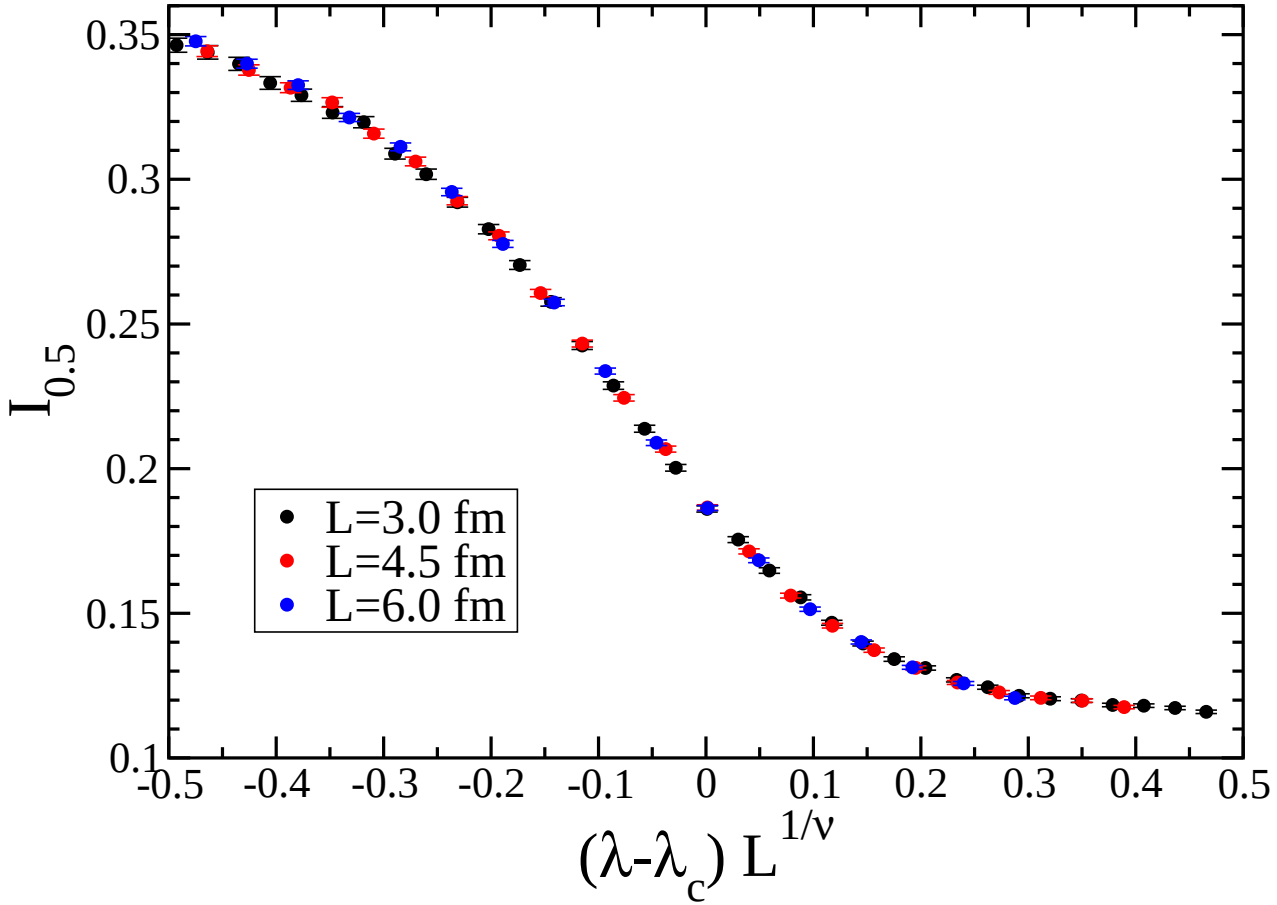
$$\lambda \to (\lambda - \lambda_c) \cdot L^{1/\nu}$$

Létezik-e olyan λ_c és ν, amelyekkel átskálázva a különböző térfogatok egy görbére esnek?

Véges-méret skálázás

$$\lambda \to (\lambda - \lambda_c) \cdot L^{1/\nu}$$

Létezik-e olyan λ_c és ν, amelyekkel átskálázva a különböző térfogatok egy görbére esnek?



Összefoglalás

- A QCD-ben talált átmenet igazi Anderson átalakulás
- $\nu = 1.40(7)$ kompatibilis a megfelelő szimmetriájú Anderson modell kritikus exponensével
- Kritikus statisztika vizsgálata

  (S. Nishigaki, plenáris előadás a Lattice 2013 konferencián)
- Kritikus hullámfüggvények vizsgálata (multifraktál szerkezet?)
- Publikációk:
  - TGK, Phys. Rev. Lett. 104 (2010) 031601
  - TGK & F. Pittler, Phys. Rev. Lett. 105 (2010) 192001
  - TGK & F. Pittler, Phys. Rev. D 86 (2012) 114515