

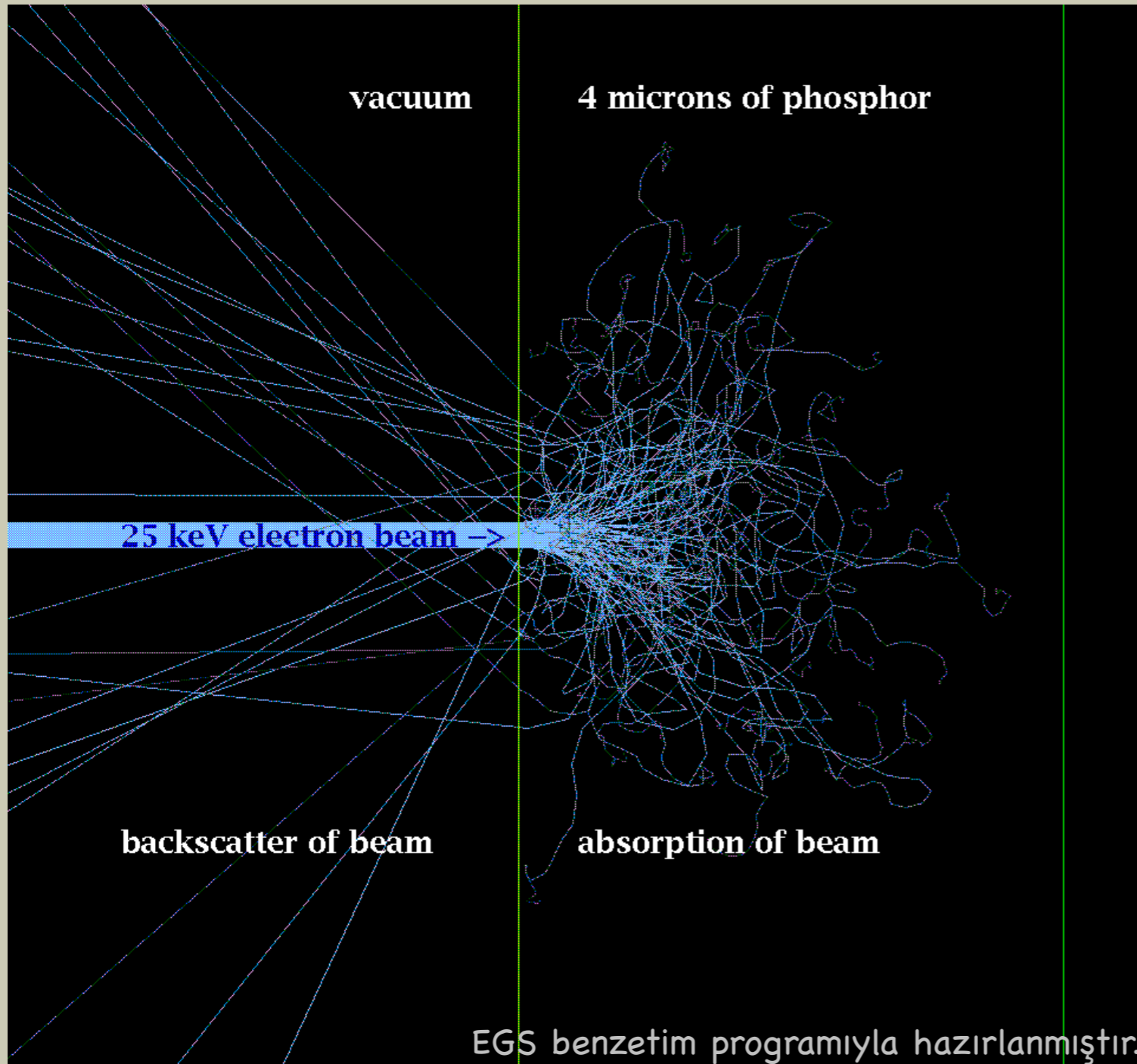


Algıçlara ve Algıç Benzetimine Giriş

V. Erkcan Özcan, Boğaziçi Üniversitesi
Gökhan Ünel, Kaliforniya Üniversitesi, Irvine

HPFBU14, Tokat, 4 Şubat 2014

Bir Hızlandırıcı-Algıç Düzeneği



© National Research Council of Canada

- Eski model (katod ışını tüplü) televizyonlar:
- Hızlandırıcı: 20-25 keV elektron tabancası + odaklama mıknatısları

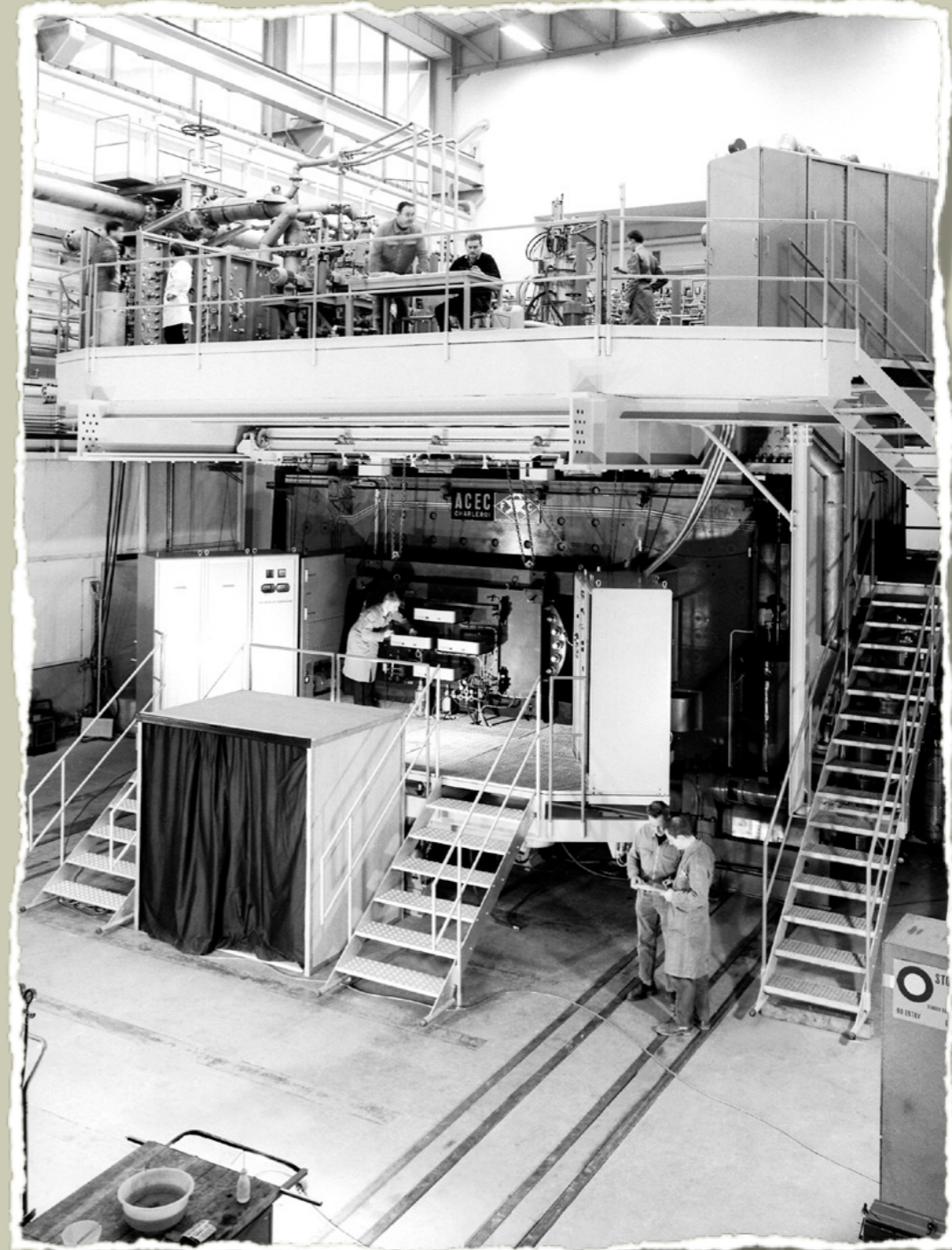


- Sabit hedef: fosfor ekran
- Algıç: ekran (kalorimetre) + insan gözü (fotoalgıç + sayısallaştırıcı)

'Modern' bir YEF Deneyi Öyküsü

Bir "Büyük" Hadron Çarpıştırıcısı

- Kaynak: 4.2-10 GeV K^- ışını (p-K hadron çarpıştırıcısı)
- Yer: CERN.
- Tarih: 1965-1977
- Algıç: CERN 2m Köpük Odası (Bubble Chamber)



Fotoğraflar: Henk Tiecke

Köpük Odası

- 1950'lerin başında Donald Glaser tarafından keşfedildi. (1960 Nobel Ödülü) 

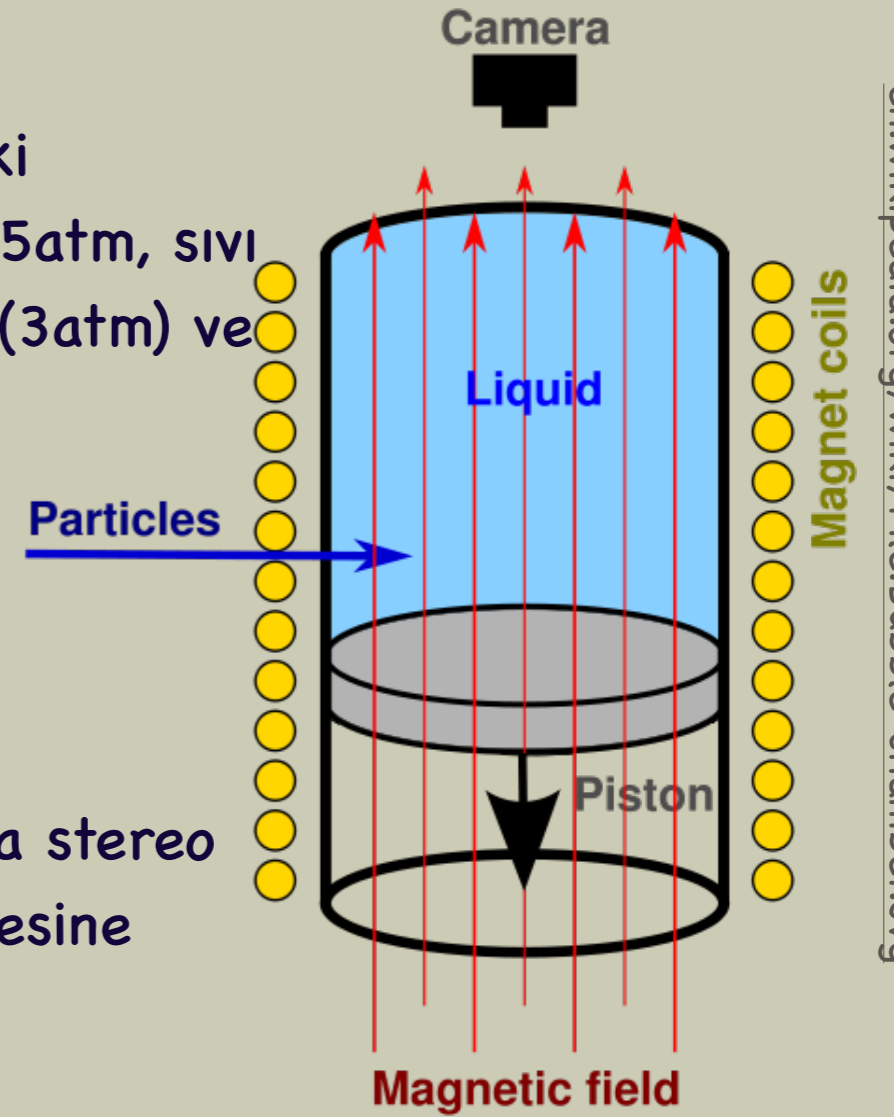
- İçi sıvı dolu bir silindir veya küre. Sıvı belli bir basınçtaki kaynama sıcaklığının hemen altında tutulur (örnek 27K, 5atm, sıvı H). Parçacık demeti geldiğinde basınç aniden düşürülür (3atm) ve sıvı üstünisıtılmış olur.

- Yüklü parçacıklar iyonizasyon ile enerji kaybederler. Bu enerji düşen basınçla genişleyen baloncuk çekirdekleri yaratır.

- 1-2 ms içerisinde fotoğraflar çekilir. Birden fazla kamera stereo çekim yapmayı sağlar. Konum çözünürlüğü $\sim 10\mu\text{m}$ seviyesine indirilebilir.

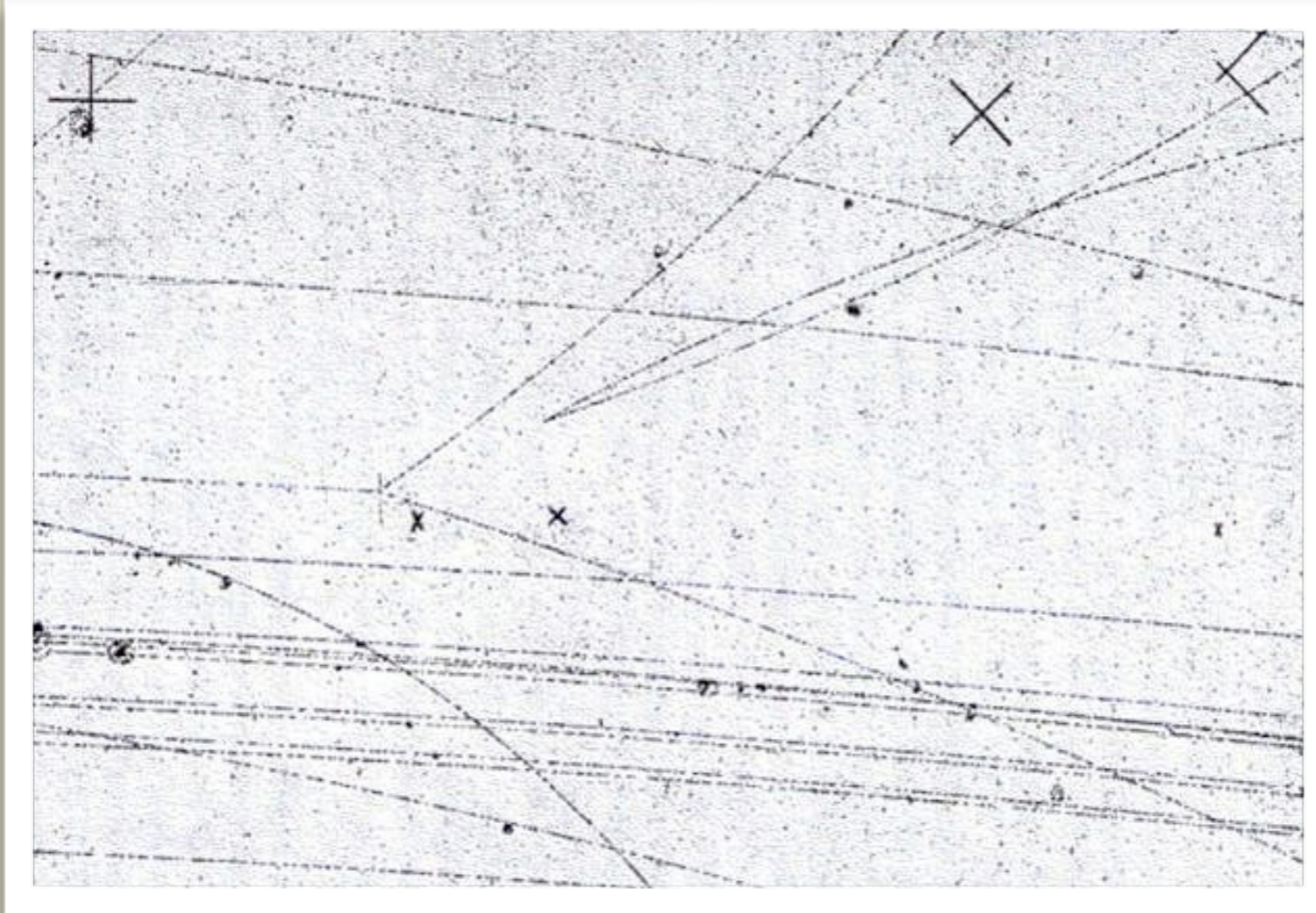
- Sistemin ölü zamanı (deadtime) = onlarca (~ 50) ms

- Maksimum olay frekansı = $\alpha(1/(\sim 50\text{ms})) = \alpha(20\text{Hz})$



Fotoğrafın Çekilmesi - Tetikleme, Olay Ayıklaması

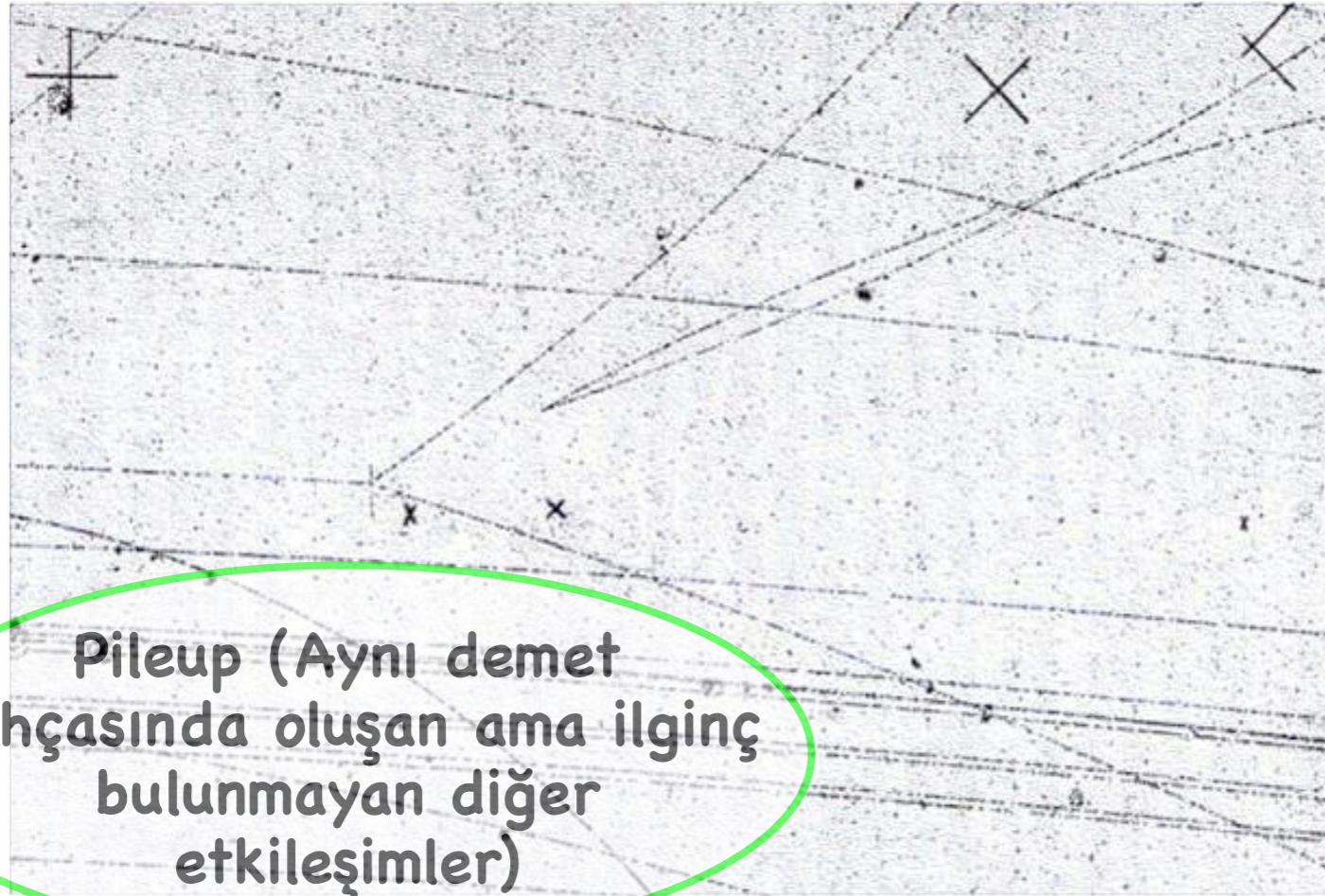
(Trigger, event filter)



- Üstünisıtılmış hidrojen (kaynama sıcaklığının az üstünde). İçinden geçen yüksek enerjili yüklü parçacıklar minik baloncuklar halinde izler bırakıyor.
- Algıcın hazırlanması ve fotoğrafın çekilmesinin zamanlaması parçacık demetinin gelmesiyle çakışmalı: tetikleyici lazım.

Fotoğrafın Çekilmesi - Tetikleme, Olay Ayıklaması

(Trigger, event filter)



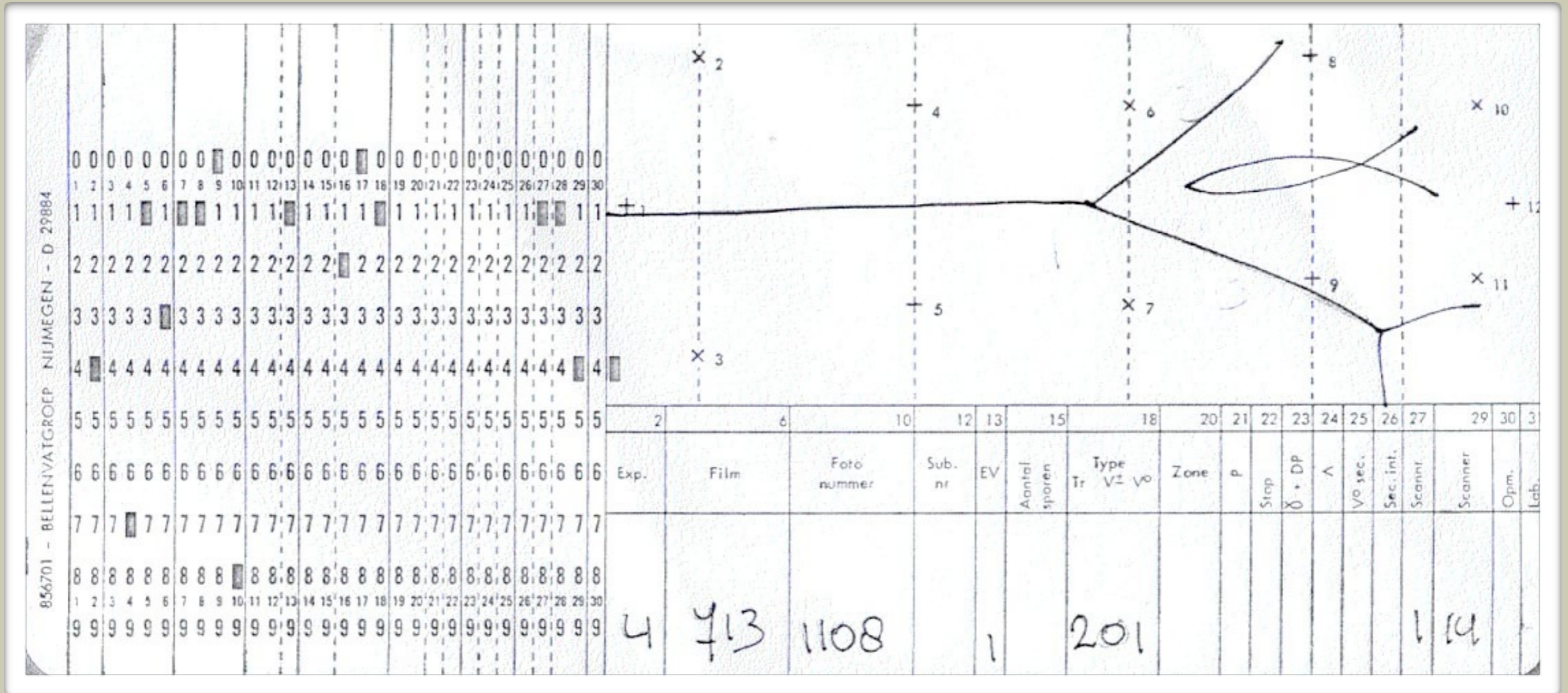
Pileup (Aynı demet bohçasında oluşan ama ilginç bulunmayan diğer etkileşimler)



- Üstünısıtılmış hidrojen (kaynama sıcaklığının az üstünde). İçinden geçen yüksek enerjili yüklü parçacıklar minik baloncuklar halinde izler bırakıyor.
- Algıcın hazırlanması ve fotoğrafın çekilmesinin zamanlaması parçacık demetinin gelmesiyle çakışmalı: tetikleyici lazım.

Ham Verinin Kaydı + Sayısallaştırma

(Raw data record, digitisation)



- İlk zamanlarda sayısallaştırma ham verileri elle ölçüp kartlara delmekle ve bu kartları bilgisayara okutmakla yapılıyordu. Daha sonraları (yarı)otomatik makinalar (Franckenstein, MYLADY, vs.) kullanılmaya başlandı.

Artık "kart dosyası" sözünü duyunca şaşırmayacaksınız.

Olayın Ölçülmesi, İzlerin Sürülmesi

EVENT 722 875 -1 000 481 011 21 00 10013 001

1) SERIAL 1 (TITLES 444/ 44) (VE

OP 48 TRA 3 AUTL 1 MEAS. 2

POINTS	NTR	NAT	GEN	X	Y	Z	DX	DY	DZ
1	5	1	1	-13.88	12.73	-23.44	0.010	0.011	0.070
2	M			-5.88	11.23	-11.44	0.012	0.012	0.103

TRACK	NATURE	CODE	P	DIP	PHI	THETA	ERRORS	LENGTH	+-	SAGITTA	PCOSL	MAG.F	IONIZAT	ME						
											RESIDL	HIST	MEAS.	ION.						
1	A1	-	B	WWW	4224	8	3153	0	67	3	1	-27.57	0.05	1201	4224	-17.25	10	10	10	5
					0.4938		4225	8	3153						21.7		20			
2	A2	-		WWW	274	-217	357	402	1	3	1	40.88	0.05	-38686	267	-17.31	13	43	99	9
3	A3	-		WWW	901	447	290	529	5	1	0	77.36	0.05	-38928						
					0.1396		911	448	289						13	3	2			
					0.4938		912	448	289						15	3	2			
4	A4	+		WWW	313	8	71	62	2	2	1	37.30	0.05	28731						
					0.1396		319	9	72						6	6	4			
					0.4938		334	9	77						12	10	7			
5	A5	+		WWW	863	-423	93	423	6	2	1	41.91	0.05	12065						
					0.1396		868	-422	94						17	3	2			
					0.4938		869	-422	94						19	3	2			
					0.9383		875	-422	94						25	4	2			
6	M2	+		WWW	1013	301	6153	338	5	1	0	80.82	0.05	40094						
					0.1396		1017	300	6153						13	3	2			
					0.9383		1028	300	6154						17	4	3			
7	M3	-		WWW	326	30	6074	223	2	2	0	42.62	0.05	-36199						
					0.1396		333	31	6071						5	7	5			

MEV/C MILLI-RAD CM MICRON



*** R6 CANDIDATE - ERR 100 ETC.A1
 *** R6 CANDIDATE - ERR 40 ETC.A2 A4 A5

FIT NOPT 1 NCTR 3 TYPE 5101C HYP 2 TARG 0.0 ERRORS NONE NONE CHISQ 0.55

TRACK	MASS	CODE	BUR	P U	DIP U	PHI U	DP U	DDP U	DPH U	P F	DIP F	PHI F	DP F	DDP F	
M0	0	1.1154	U U U F	1.7	1.354	-0.235	2.991	0.0	0.0	0.0	1.354	-0.236	2.992	0.017	0.003
M2	+	0.9383	W W W F	1.9	1.028	0.300	6.154	0.017	0.004	0.003	1.034	0.300	6.154	0.015	0.004
M3	-	0.1396	W W W F	1.2	0.333	0.031	6.071	0.005	0.007	0.005	0.330	0.033	6.072	0.003	0.007

FIT NOPT 1 NCTR 6 TYPE 2020 HYP 104 TARG 0.9383 ERRORS MI 3 NONE CHISQ -0.00

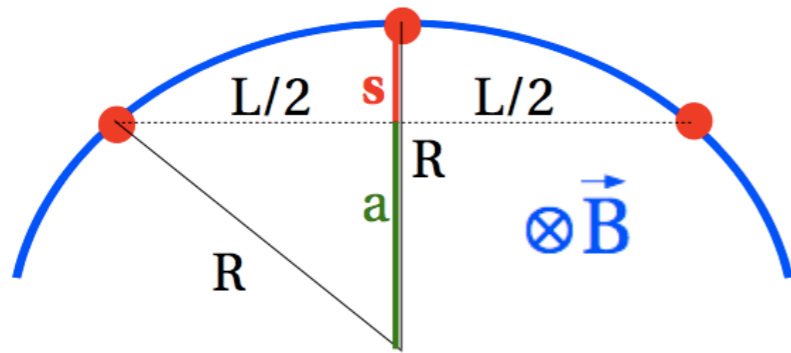
Olayın Ölçülmesi, İzlerin Sürülmesi

EVENT 4- 72-1759-1 BOX 001 (21/11/77 000331) (TAPE - 1) SERIAL 1 (TITLES 444/ 44) (VE

POINTS NTP NAT GEN X Y Z DX DY DZ OP 48 TRA 3 AUTL 1 MEAS. 2
1 1 3.48 42.77 33.44 0.010 0.011 0.070
2 M 2 8 3 -5.59 41.23 -31.78 0.020 0.012 0.103

TRACK NATURE CODE P DIP PHI THETA ERRORS LENGTH +- SAGITTA PCOSL MAG.F IONIZAT ME
RESIDL HIST MEAS.ION.

1 A1 - B WWW 4224 8 3153 0 67 3 1 -27.57 0.05 1201 4224 -17.25 10 10 10 5
21.7 20
38686 267 -17.31 13 43 99 9
38928



Momentum Ölçülmesi

Lorentz kuvveti: $\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$

Lorentz kuvvetiyle merkezci ivme: $qv_T B = mv_T^2/R$

v_T : Parçacığın hızının manyetik alana dik bileşeni

Momentumun dik bileşeni: $p_T = qRB$

$q = \text{elektron yükü ise: } P_T [\text{GeV}/c] = 0.3R[\text{m}]B[\text{T}]$

Bükülme yarıçapı (R), sagitta (s) ve kiriş uzunluğu (L)

$$R^2 = (R - s)^2 + (L/2)^2 \Rightarrow R = L^2/(8s) + s/2$$



NONE NONE CHISQ 0.55

P F DIP F PHI F DP F DDP F
854 -0.236 2.992 0.017 0.003
034 0.300 6.154 0.015 0.004
830 0.033 6.072 0.003 0.007

MT 3 NONE CHISQ -0.00

Olayın Ölçülmesi, İzlerin Sürülmesi

EVENT 4- 72- -1759-1 80X 501 (21/11/77 000331) (TAPE - 1) SERIAL 1 (TITLES 444/ 44) (VE

POINTS NTP NAT GEN X Y Z DX DY DZ OP 48 TRA 3 AUTL 1 MEAS. 2
1 1 3.48 42.7 33.44 0.010 0.011 0.070
2 M 2 8 3 -5.59 41.23 -31.78 0.020 0.012 0.103

TRACK NATURE CODE P DIP PHI THETA ERRORS LENGTH +- SAGITTA PCOSL MAG.F IONIZAT ME
RESIDL HIST MEAS.ION.

1 A1 - B WWW 4224 8 3153 0 67 3 1 -27.57 0.05 1201 4224 -17.25 10 10 10 5

21.7 20

38686 267 -17.31 13 43 99 9

38928 812 -17.34 11 14 23 6

11.4 10

11.2 10

28731 313 -17.26 12 35 99 5

13.3 10

16.2 12

12065 787 -17.35 11 14 24 5

14.2 10

14.3 10

14.5 10

40094 968 -

12.4

9.8

36199 326 -

11.1

MICRON MEV/C

NONE NON

P F DIP F PHI F DP F DDP F

854 -0.236 2.992 0.017 0.003

034 0.300 6.154 0.015 0.004

830 0.033 6.072 0.003 0.007

MT 3 NONE CHISQ -0.00

Parçacık Cinsinin Belirlenmesi

- Ne kadar çok köpük oluştuğu, ilk iyonlaşmada ortama verilen enerjiyle (primary ionisation) doğru orantılıdır.
- dE/dx parçacığın hızıyla alakalı olduğundan, hem momentumu, hem de birim mesafede kaybettiği enerji bilgisi elde edilen izlerin hangi parçacığa ait olduğu anlaşılabilir.
- $\sim 0.9 \text{ GeV}/c$ 'ye kadar π ve K, $\sim 1.6 \text{ GeV}/c$ 'ye kadar π ve p ayrımı yapmak mümkündür.



KOPI * THREE RESONANTIES
 BLOCK 6 (29/09/65) IDEOGRAM 1 EFFEKTIEVE MASSA KÖPI
 MASTER TESTS 1
 XLOC 386
 WLOC 0
 TEST 0

Sabit Diske Kayıt ve Çözümleme

```

158 X
155 X2
152 XX
99 XX
96 XX
93 XX
90 XX
87 XX
84 XX
81 XX
78 XX
75 XX
72 XX
69 XX
66 XX
63 XX
60 XXX
57 XXX
54 XXX
51 XXXX
48 XXXX
45 XXXX
42 XXXX
39 XXXX
36 XXXX
33 XXXX
30 XXXX1
27 XXXXX
24 2XXXXX
21 XXXXXX
18 XXXXXX2
15 XXXXXXXX1 1
12 XXXXXXXXX2X 2 21 1 2XXXXXX 2 1 1 2 1
9 YXXXXXXXXXX2 2 1X XXX1 X XXXXXXXXX1 X1 XX X2X X X X
6 1 1 XXXXXXXXXXXXXXXX1XXXX2X1XXXXXXXXXX XXXXXXXXXXXX2X22XX X 2
3 1 XXXXXXXXXXXXXXXXXX1XXXXXXXXXXXXX2XXXXXXXXXXXXX22X2X22X
SIGN
CON, 11
TRNTS 1 22500621111 1 11 1 11113211 1 1 1 1 1
1 434391318408731386867141097593419495775972178906089659551622025223
0
0
CHAN. 1 2 3 4 5 6 7
NOS 1234567890123456789012345678901234567890123456789 1234567890

```



Ne Değişti?

Ne Değişti?



60'lardan bir grup toplantısı

Aralık 2011 - fotoğraflar twitter'da



pic.twitter.com/FcqiqbNU

Ne Değişti?

Ne Değişti?

	PS Deneyi HBC200 (1965-1977)	LHC Deneyleri (2009-)
--	---------------------------------	---------------------------

Ne Değişti?

	PS Deneyi HBC200 (1965-1977)	LHC Deneyleri (2009-)
Kütle Merkezi Çarpışma enerjisi (\sqrt{s})	≈ 3 GeV	8TeV (tasarlanan 14TeV)

Ne Değişti?

	PS Deneyi HBC200 (1965-1977)	LHC Deneyleri (2009-)
Kütle Merkezi Çarpışma enerjisi (\sqrt{s})	≈ 3 GeV	8TeV (tasarlanan 14TeV)
İlgilenilen Parçacıklar ("Ağır" tanımı)	Mezonlar, baryonlar, tuhaf ve tılsımlı parçacıklar	Higgs, yeni boyutlar, süpersimetri, leptokuarklar, ...

Ne Değişti?

	PS Deneyi HBC200 (1965-1977)	LHC Deneyleri (2009-)
Kütle Merkezi Çarpışma enerjisi (\sqrt{s})	≈ 3 GeV	8TeV (tasarlanan 14TeV)
İlgilenilen Parçacıklar ("Ağır" tanımı)	Mezonlar, baryonlar, tuhaf ve tılsımlı parçacıklar	Higgs, yeni boyutlar, süpersimetri, leptokuarklar, ...
Veri Miktarı	12 yılda 40 milyon fotoğraf [yaklaşık 20000 km uzunluğunda fotoğraf filmi]†	Saniyede 40 milyon olayı inceleyip 100-200 kadarını kayıt. [Benzetimlerle birlikte 15PB/yıl]



†Her biri fotoğrafa 3.5 MB desek, yılda yaklaşık 20 metre yüksekliğinde CD yığını elde ederdik.

Ne Değişti?

	PS Deneyi HBC200 (1965-1977)	LHC Deneyleri (2009-)
Kütle Merkezi Çarpışma enerjisi (\sqrt{s})	≈ 3 GeV	8TeV (tasarlanan 14TeV)
İlgilenilen Parçacıklar ("Ağır" tanımı)	Mezonlar, baryonlar, tuhaf ve tılsımlı parçacıklar	Higgs, yeni boyutlar, süpersimetri, leptokuarklar, ...
Veri Miktarı	12 yılda 40 milyon fotoğraf [yaklaşık 20000 km uzunluğunda fotoğraf filmi]†	Saniyede 40 milyon olayı inceleyip 100-200 kadarını kayıt. [Benzetimlerle birlikte 15PB/yıl]
Verinin Taşınma Şekli	Fotoğraf filmlerini alıp yanında taşıma	10 Gbps'lik fiber optik kablolar, GRID altyapısı



†Her biri fotoğrafa 3.5 MB desek, yılda yaklaşık 20 metre yüksekliğinde CD yığını elde ederdik.

Ne Değişti?

	PS Deneyi HBC200 (1965-1977)	LHC Deneyleri (2009-)
Kütle Merkezi Çarpışma enerjisi (\sqrt{s})	≈ 3 GeV	8TeV (tasarlanan 14TeV)
İlgilenilen Parçacıklar ("Ağır" tanımı)	Mezonlar, baryonlar, tuhaf ve tılsımlı parçacıklar	Higgs, yeni boyutlar, süpersimetri, leptokuarklar, ...
Veri Miktarı	12 yılda 40 milyon fotoğraf [yaklaşık 20000 km uzunluğunda fotoğraf filmi]†	Saniyede 40 milyon olayı inceleyip 100-200 kadarını kayıt. [Benzetimlerle birlikte 15PB/yıl]
Verinin Taşınma Şekli	Fotoğraf filmlerini alıp yanında taşıma	10 Gbps'lik fiber optik kablolar, GRID altyapısı
Büyük Uluslararası Koleborasyonun Tanımı	20-50 kişi	3000 kişi



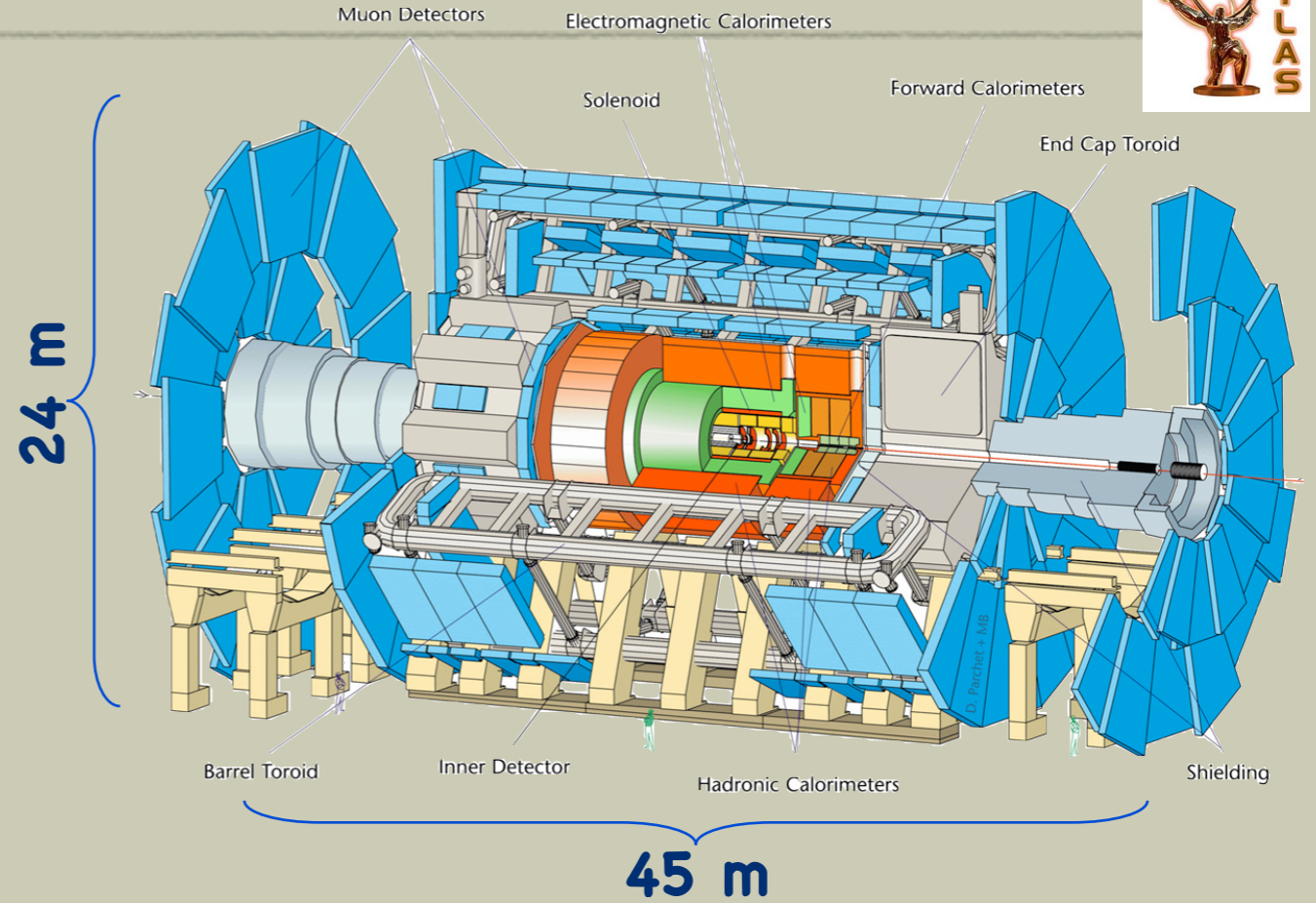
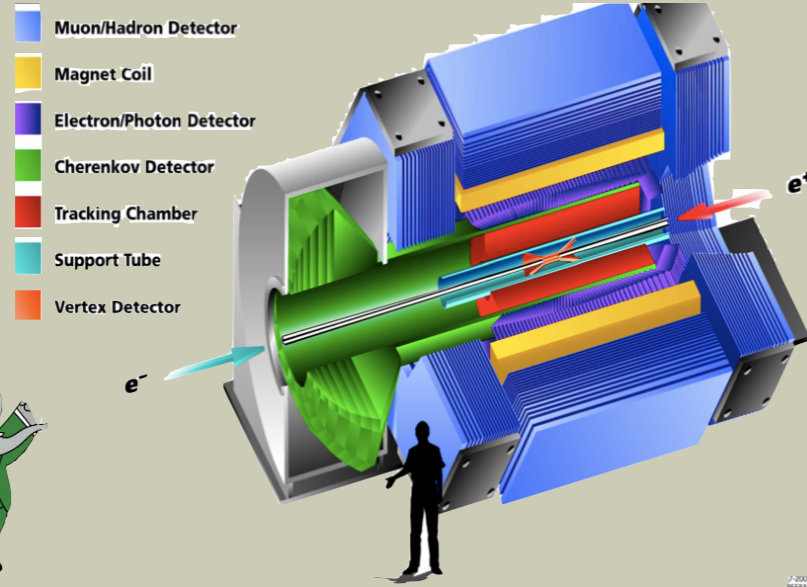
†Her biri fotoğrafa 3.5 MB desek, yılda yaklaşık 20 metre yüksekliğinde CD yığını elde ederdik.

Daha Modern Algıçlar



Titan

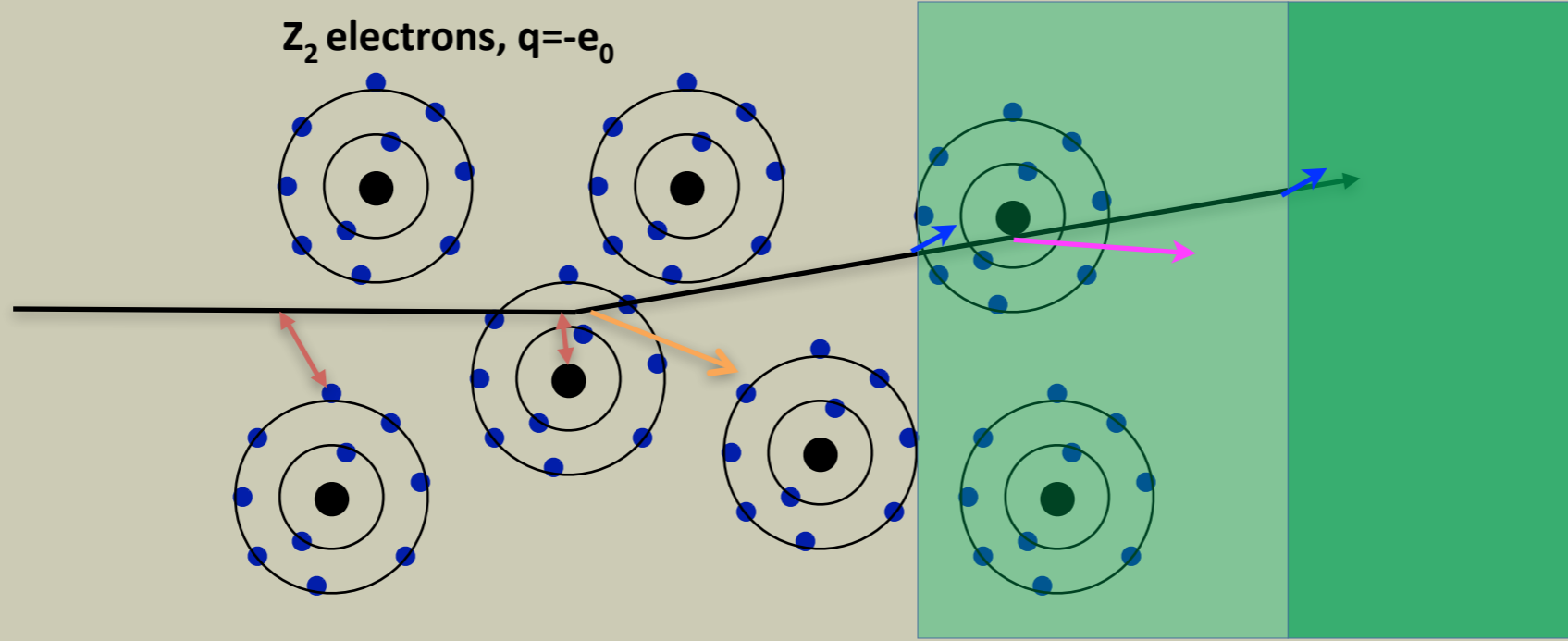
Fil



- Amaç: İdeale yaklaşmak.
 - Ortaya çıkan tüm parçacıkları (yükü/yüksüz) yakalayacak.
 - Hepsinin dört momentumunu ve yükünü mükemmel şekilde belirleyecek.
 - Çok hızlı çalışacak -> toplanan istatistik çok olacak.
- Daha modern algıçlar - Devasa büyüklükte, birçok alt yapıdan oluşuyor.
 - Yüksek enerjili, yüksek momentumlu parçacıklar için daha büyük gereçler.
 - Farklı ölçümler yapan bir sürü alt-algıç

Yoldan Kısa Bir Sapma

Elektromanyetik Etkileşim



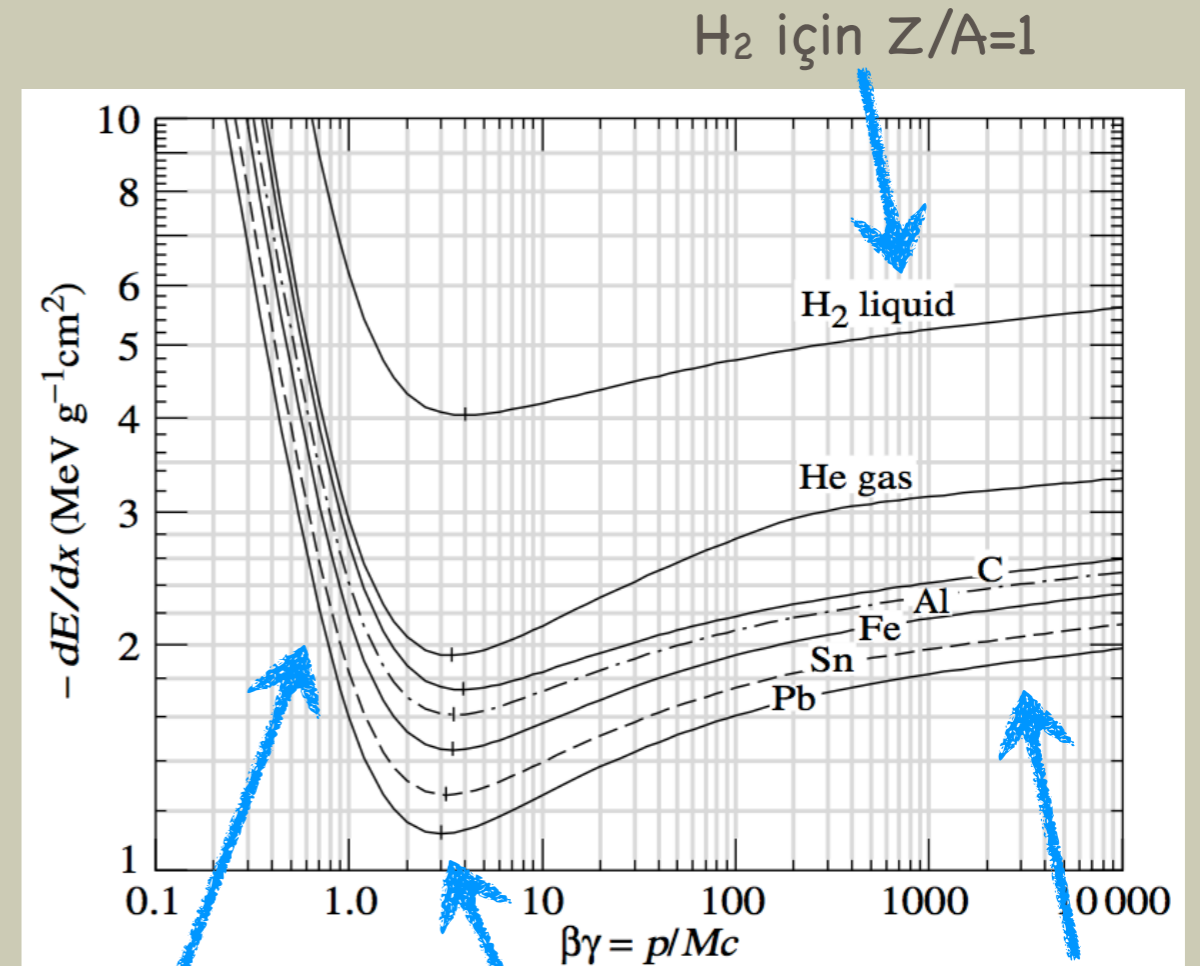
- **Yüklü bir parçacığı maddenin içinden geçirelim:**
 - Elektronlarla etkileşimler - atomların uyarılması ve iyonlaşması, çoklu saçılma, Bremsstrahlung (ve diğer EM radyasyonu), Çerenkov ışınması, geçiş ışınması.

Bethe Formülü - İyonizasyonla Enerji Kaybı

- Durdurma gücü $\equiv -\langle dE/dx \rangle$, birim mesafedeki ortalama enerji kaybı, genellikle (enerji/yoğunluk) birimleriyle ($\text{MeV}/(\text{g}/\text{cm}^2)$) ifade edilir.
- Z_1 yüklü, β hızında bir parçacığın atom numarası/ağırlığı Z/A olan bir ortamdan geçerken kaybedeceği ortalama enerji Bethe formülü (1930lar) ile verilir:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{Z_1^2}{\beta^2} N_A \frac{Z}{A} \times \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

- I = ortamın ortalama uyarılma enerjisi
 T_{max} = ortamın elektronlarına aktarılacak en yüksek enerji
 $\delta(\beta\gamma)$ = ortamın polarizasyonu fonksiyonu



kinematik terim: $\langle dE/dX \rangle \propto \beta^{-2}$

$\beta\gamma \approx 3-4$: minimum iyonlaşma.

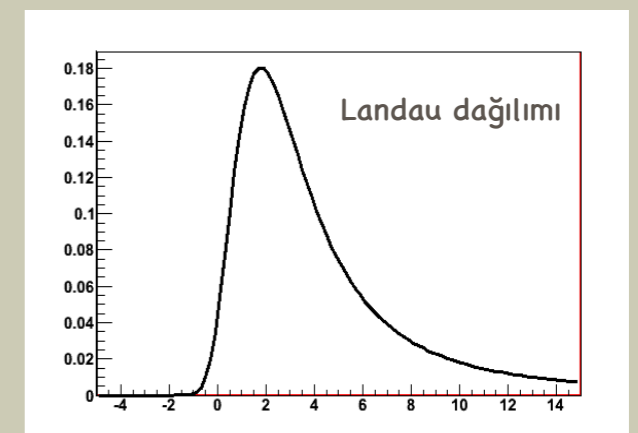
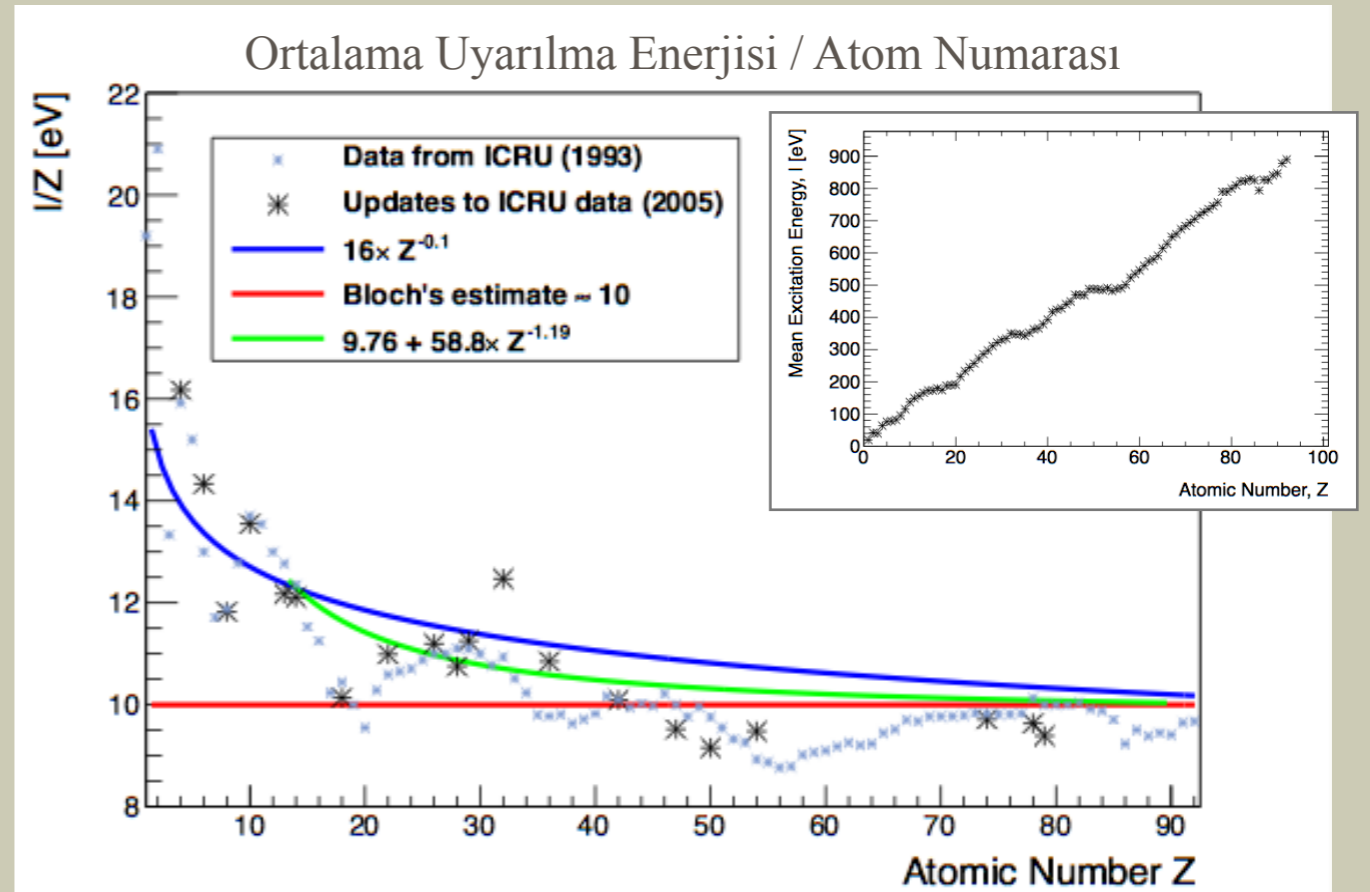
Fermi platosu

Dikkat: Hesap yaparken, yoğunlukla (ρ) çarpmayı unutmayın!

(Not: Birim açısından aslında durdurma kuvveti demek daha doğru olurdu.)

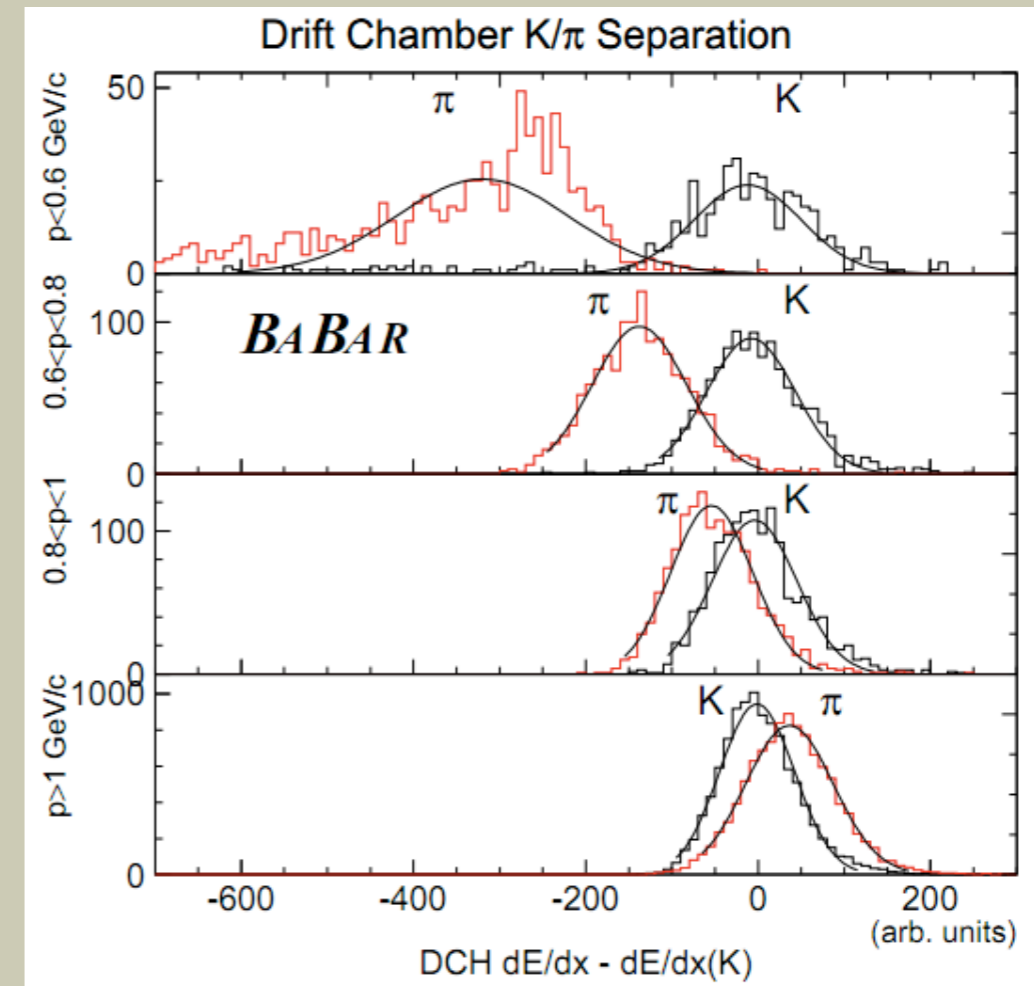
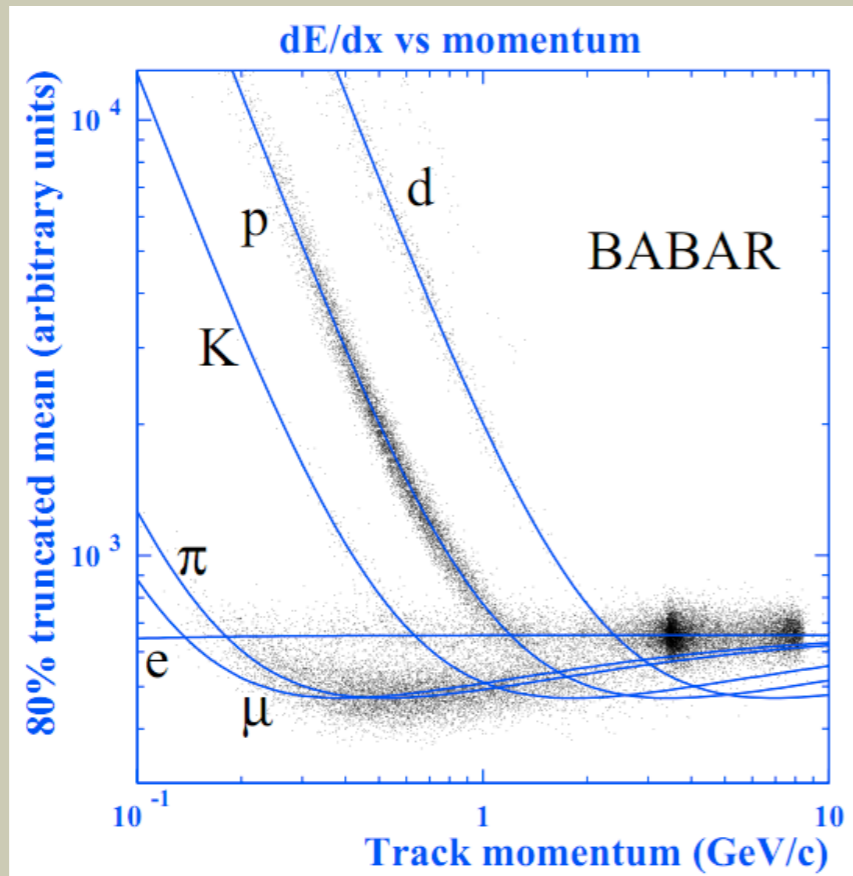
Bethe Formülü Hakkında 2 Nokta

- Deneysel parçacık fiziğinin bu belki en ünlü formülü hakkında iki yaygın yanlışlık var:
- Adı özellikle bazı eski kaynaklarda Bethe-Bloch. Bloch, 1933: $I/Z \sim 10 \text{ eV}$
- Ortalama enerji kaybını ifade ettiği sıklıkla unutuluyor. Ortalamanın içerisinde ender rastlanan ama çok fazla enerji transferi yapan tek tük olayların etkisi büyük.



dE/dx İle Parçacık Türünün Belirlenmesi

- Bethe formülünde giren parçacığın sadece hızı (ve yükü) rol oynuyor. Eğer yüklü bir parçacığın momentumunu da ölçebiliyorsak, kütesini ve dolayısıyla hangi parçacık olduğunu bulabiliriz.



M. Kelsey for the BaBar Collaboration,
"Performance and Aging of the BABAR
Drift Chamber", SLAC-PUB-10344, 2004.

Parçacıkların Menzili

- Belli bir E_i ilk enerjisi ile bir hedefe girmiş M_p kütleli parçacık durana kadar enerji kaybetsin. Ulaştığı menzil:

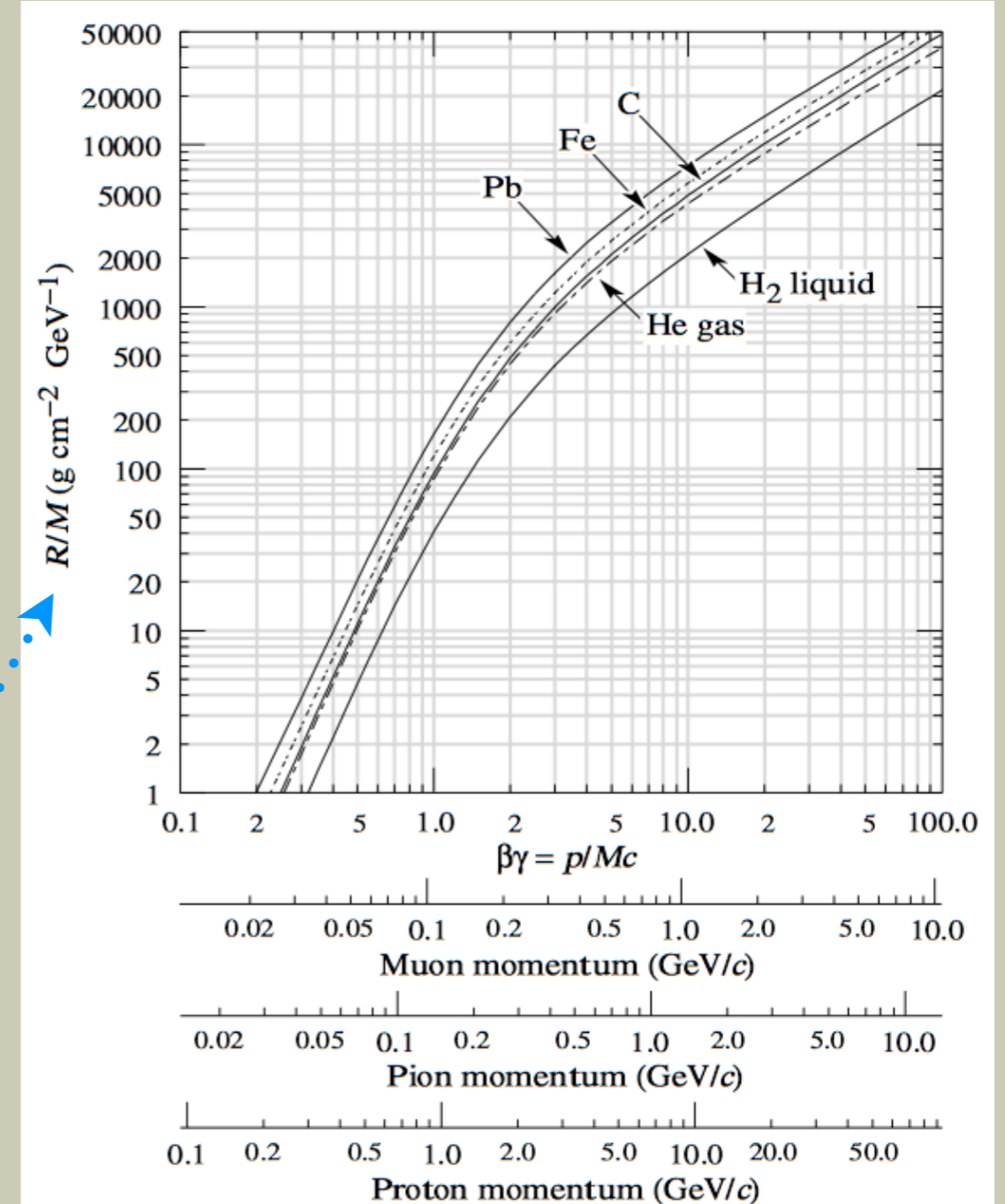
$$R(E_i) = \int_{E_i}^0 \frac{-1}{dE/dx} dE$$

- $E = \gamma mc^2$ olduğunu hatırlarsak:

$$R(\beta_i \gamma_i) = \frac{M_P}{\rho} \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_i \gamma_i)$$

- Materyalin ne olduğundan çok etkilenmeyen bir sonuç:

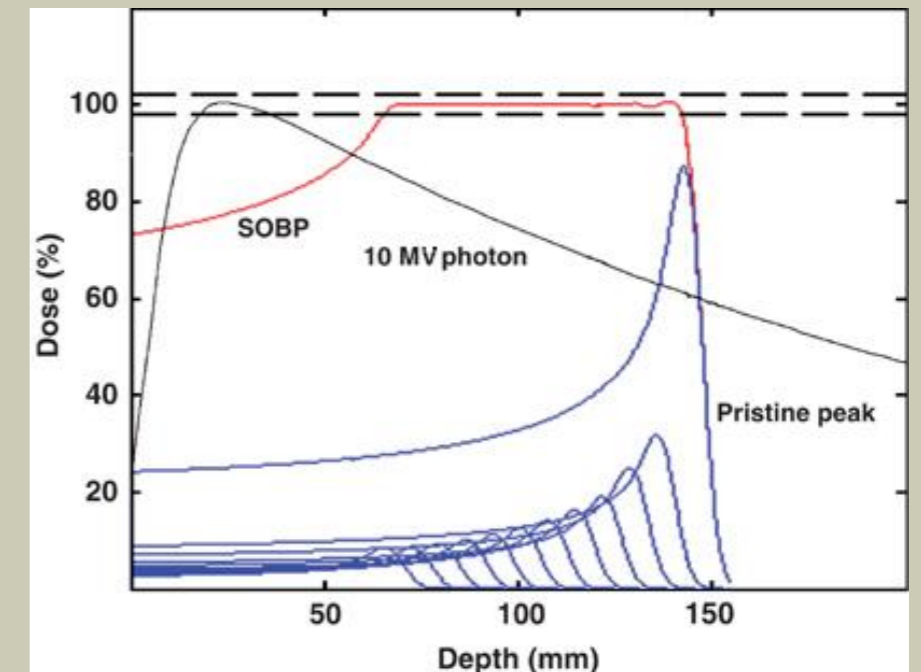
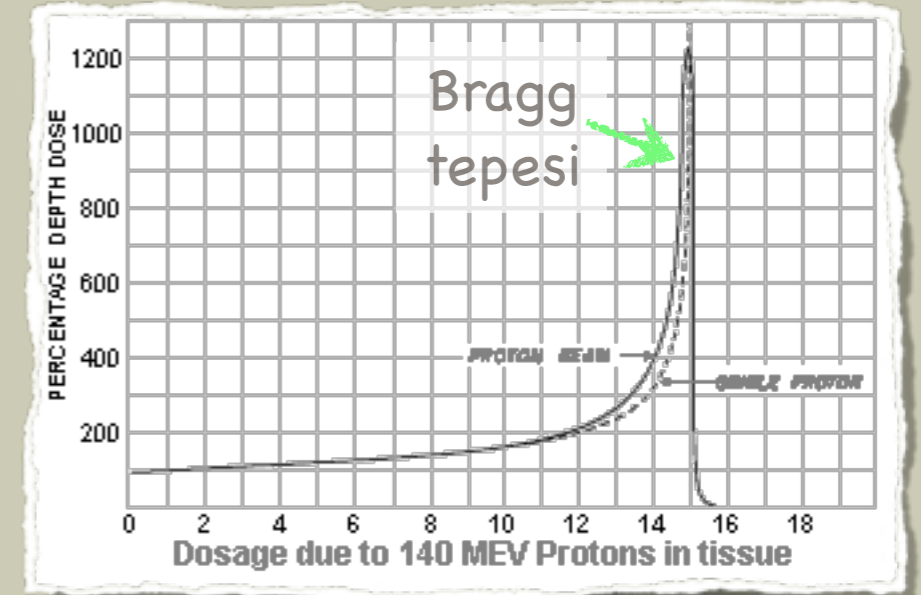
$$\frac{\rho}{M_P} R(\beta_i \gamma_i) = \frac{1}{Z_1^2} \frac{A}{Z} f(\beta_i \gamma_i)$$



Bragg Tepesi



- dE/dx grafiklerinden de görebildiğimiz üzere, yavaş parçacıklar çabuk enerji kaybediyorlar.
- Sonuç: "Bragg tepesi" - Yüklü ağır bir parçacık enerjisinin çoğunu menzilin sonuna yakın bırakır.
- 1946 - R. R. Wilson protonların tıpta kullanılabilmesine işaret eder. Dokuları geçip tümörü öldürmek mümkün...
- Bugün değişik giriş enerjisi olan protonlar kullanılarak, yayılmış Bragg tepesi (spread-out Bragg peak) yöntemiyle radyoterapi yapılıyor.



Kaynak: Wilson'ın 46 makalesi: http://www.physics.harvard.edu/~wilson/cyclotron/Bob_Wilson_Radiology.html

Çoklu Saçılma

Multiple Scattering

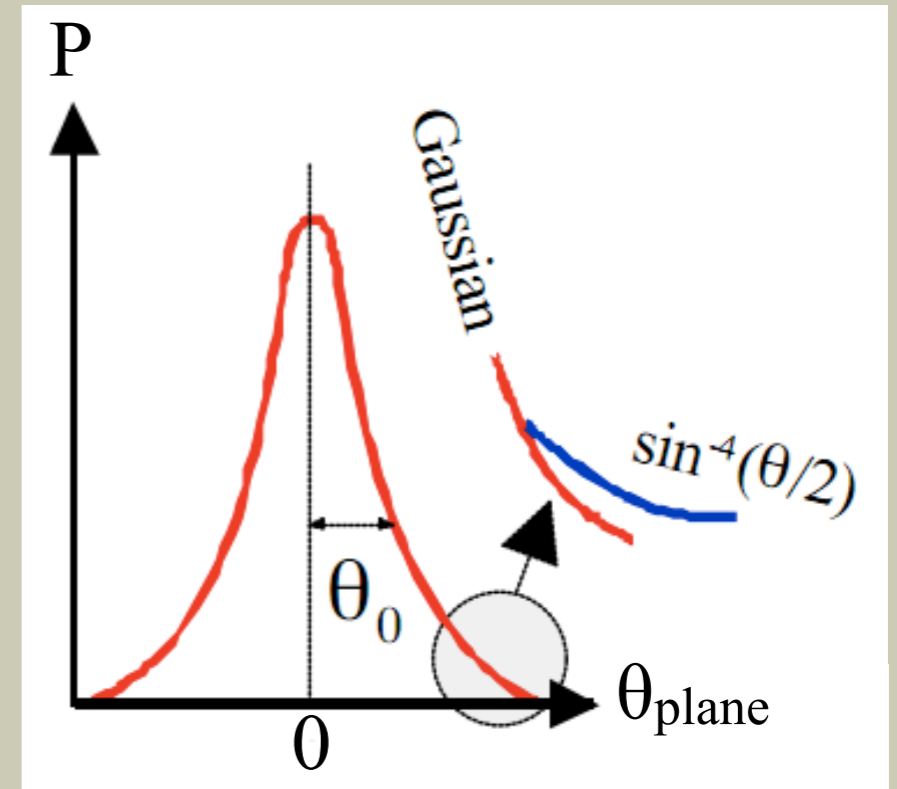
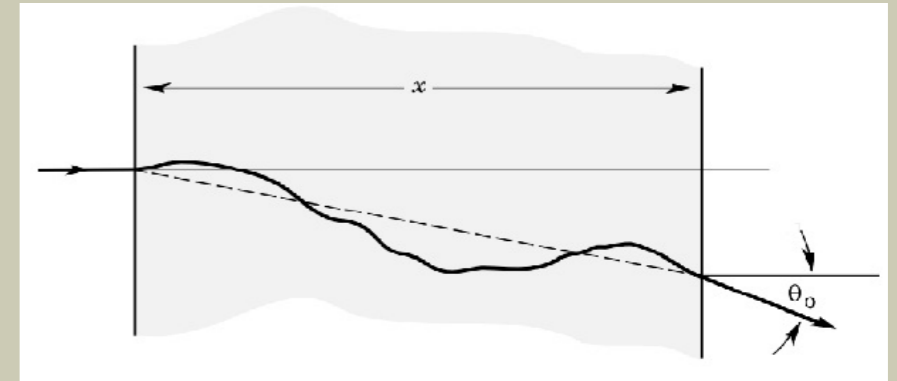
- Yüklü parçacık hedefteki atom çekirdekleriyle etkileşimlerinden az enerji transferi yapsa da, yönü sapabilir. (Eğer parçacık hadronsa, bu çekirdekle güçlü etkileşim de buna katkıda bulunabilir.)
- Bu şekilde çok sayıda etkileşimin sonunda ne kadar sapma olacağı istatistikî yöntemlerle çıkarılabilir.

$$\theta_0 = \frac{13.6 \text{ MeV}}{\beta c P} Z_1 \sqrt{\frac{x}{X_0}} [1 + 0.038 \ln(\frac{x}{X_0})]$$

- Çoklu saçılma iz süren algıçların verebileceği en iyi momentum çözünürlüğünü kıstalar:

$$\frac{\sigma(P_T)^{MS}}{P_T} \simeq \frac{0.045}{B[\text{Tesla}]x[m]} \sqrt{\frac{x}{X_0}}$$

X_0 = ışınım uzunluğu



Bremsstrahlung

- Bremsstrahlung (frenlenme ışınması): İvmelendirilen herhangi bir yüklü parçacığın yaptığı ışınma.
- Parçacık hedefin atomlarının çekirdekleri tarafından saptırılıyor. Saptırılma sırasında EM ışınma yapıyor.
- Klasik olarak, Maxwell denklemleri ile belli bir momentum transferi sırasında yapılacak EM ışınmanın enerjisini hesaplayabiliriz.
- Bremsstrahlung gelen parçacığın kütlesinin karesiyle ters orantılı. => Özellikle elektronlar ve muonlar için önemli.
- Kritik enerji (E_C)=Bir parçacığın madde içinde hareket ederken iyonizasyon ve Bremsstrahlung sebebiyle olan enerji kayıplarının eşit olduğu durumdaki enerjisi.

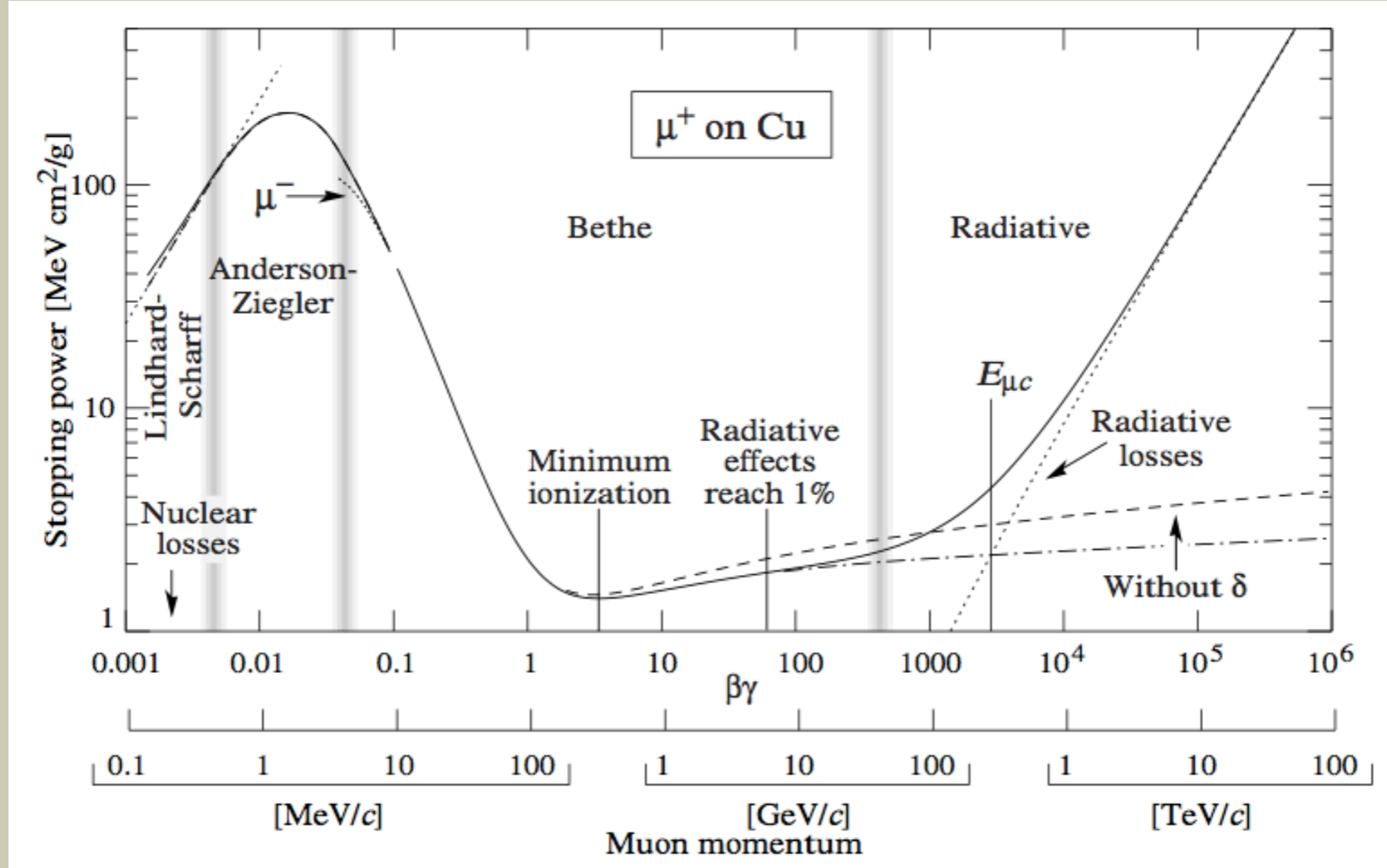
- Elektronlar: $E_C \approx 800 \text{ MeV} / (Z + 1.2)$
Muonlar: $E_{\mu C} \approx 5700 \text{ GeV} / (Z + 1.47)^{0.838}$

$$\frac{E_{\mu C}}{E_C} \propto \frac{m_{\mu}^2}{m_e^2}$$

Dikkat:Kritik enerji katılar/sıvılar ve gazlar için farklılık gösterir.

Dikkat:Kritik enerji için Rossi'nin yukarıdaki tanıma yakın değerler veren ayrı bir tanımı mevcut.

Bethe ve Bremsstrahlung

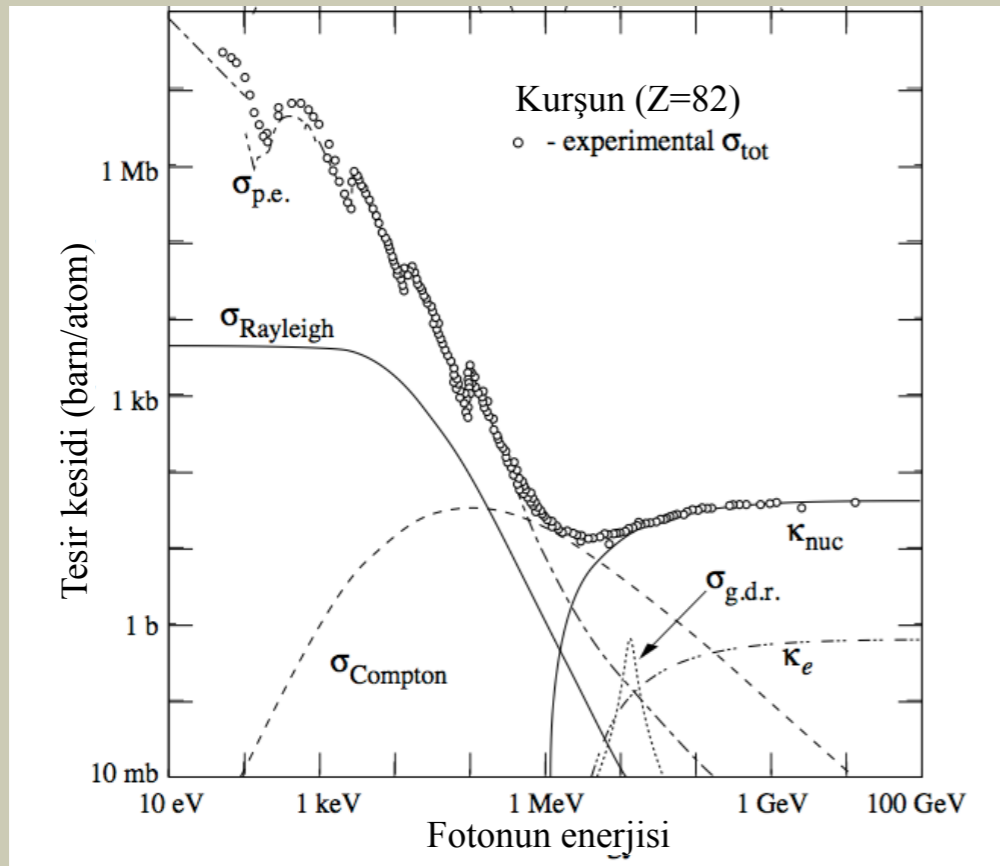


- En az anladığımız bölge: $0.01 < \beta < 0.05$. Bu aralıkta Anderson ve Ziegler tarafından geliştirilmiş fenomenolojik formüller kullanılıyor.

Işınım Uzunluğu

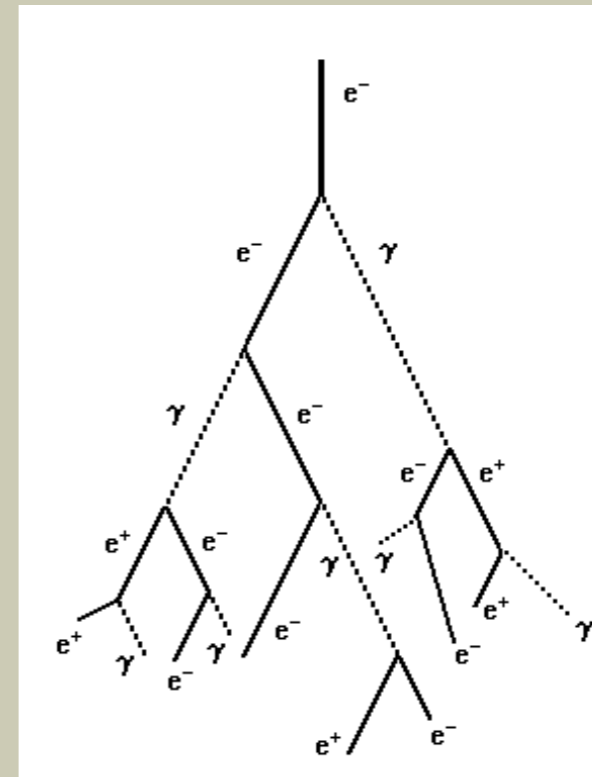
- Bremsstrahlung ile kaybedilen enerjiyi kolay hesaplayabilmek için, karakteristik bir uzunluk tanımlanır.
- Radiation length, $X_0 \equiv$ Bir elektronun madde içerisindeki kayıplar sebebiyle enerjisinin başlangıçtaki enerjisinin $1/e$ 'sine düştüğü ortalama mesafe. ($E(x) = E_0 e^{-x/X_0}$)
- Değeri tablolardan bulunabilir. Yaklaşık: $X_0 = \frac{716.4 \text{cm}^{-2} A}{Z(Z+1) \ln(287/\sqrt{Z})}$
- Kuantum alan kuramındaki çaprazlama simetrisini kullanarak gösterebiliriz ki, X_0 aynı zamanda bir fotonun madde içerisinde bir elektron-pozitron çiftine dönüşmesi için gereken ortalama yolun $7/9$ 'una eşittir.

Fotonlar

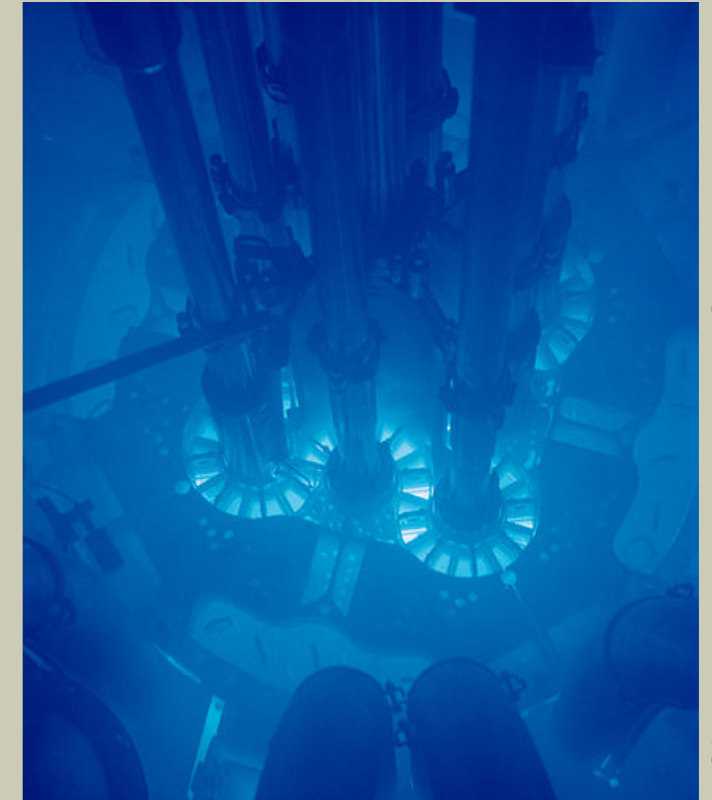
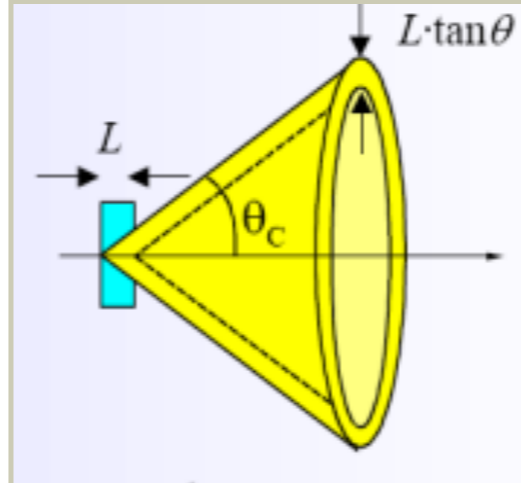
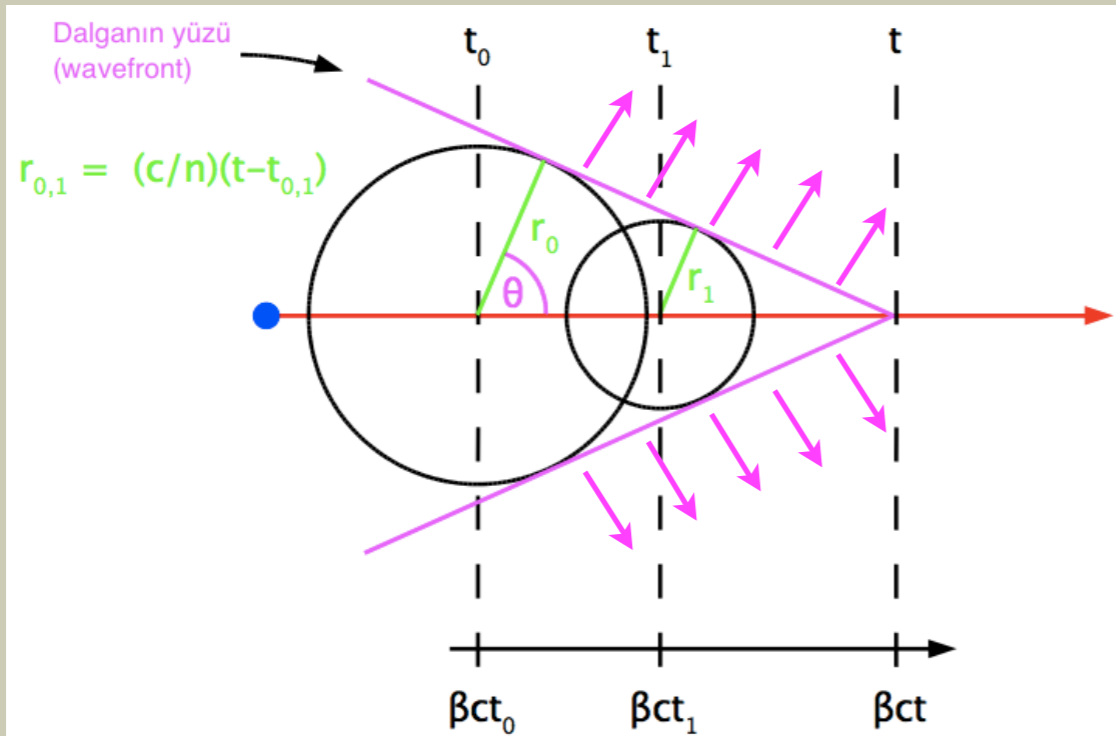


- Düşük enerjilerde fotonlar için en büyük enerji kaybı fotoelektrik etki ile.
- Foton enerjisi MeV seviyesinde ise, özellikle hafif çekirdekli hedeflerde Compton saçılması da önemli rol oynar.

- Enerji yükseldikçe çekirdeğin alanı sebebiyle olan elektron-pozitron çift oluşması en önemli etki olur.
- Yüksek enerjili foton ve elektronlar, çift oluşması ve Bremsstrahlung sayesinde EM çağlayanlar oluşturur.



Çerenkov Işıması



Argonne Ulusal Laboratuvarı'ndaki ATR'nin çekirdeği
commons.wikimedia.org/wiki/File:Advanced_Test_Reactor.jpg

- Eğer yüklü bir parçacığın belli bir madde içindeki hızı (β), ışığın o madde içindeki hızından ($\beta_{thr}=1/n$, n =kırılma katsayısı, $n \geq 1$) yüksek ise, parçacık hızı ve ışığın kırılma katsayısı ile ilintili belli bir açıda ($\cos \theta_C = 1/(n\beta)$) ışımaya yapar.

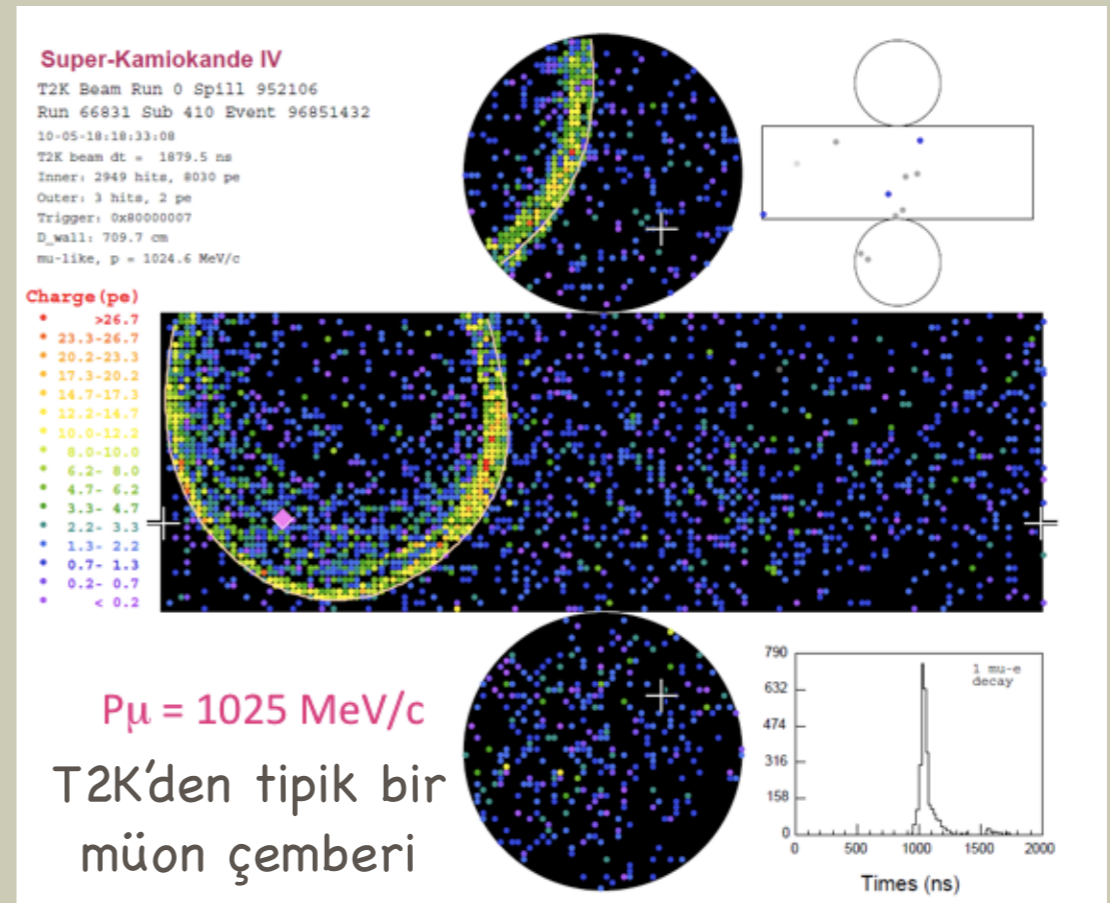
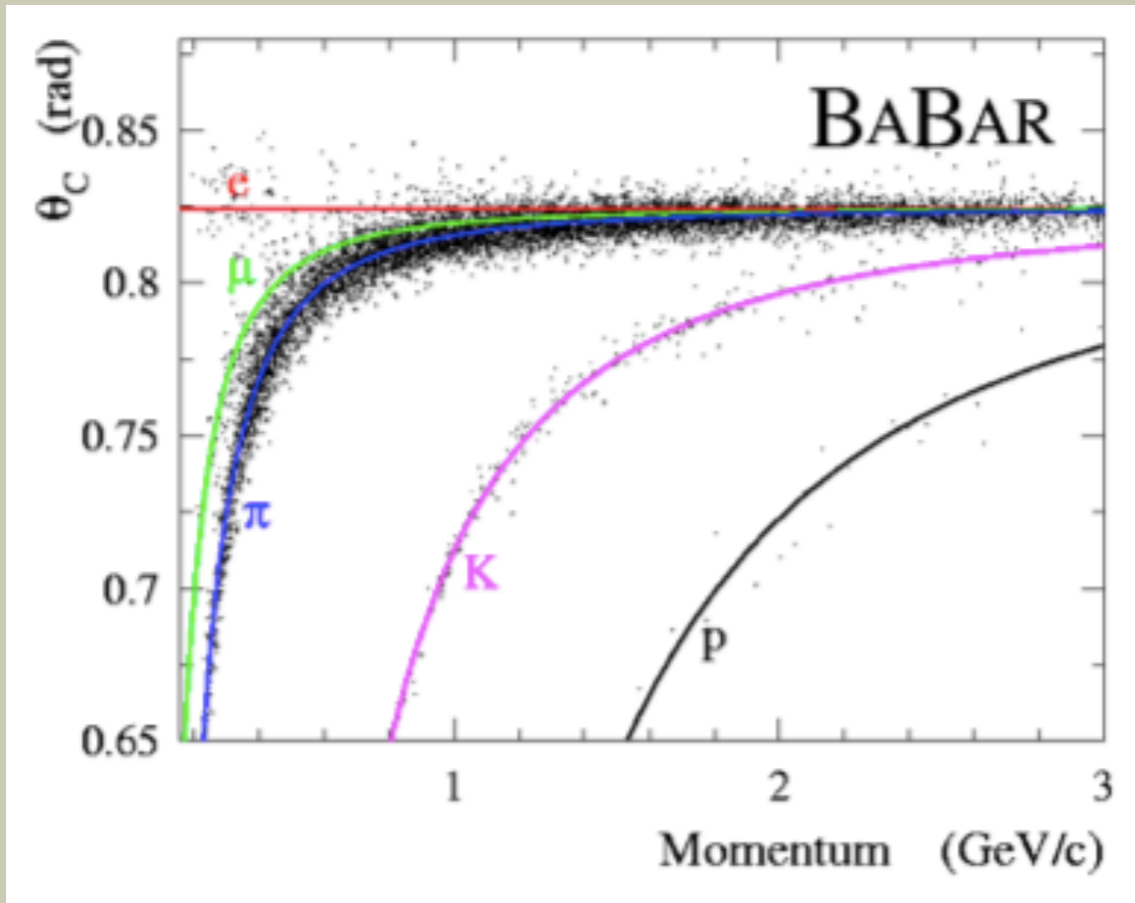
- Asgari ve azami Çerenkov açıları:

$$\beta_{thr} = \frac{1}{n} \quad \lim_{\beta \rightarrow \beta_{thr}^+} \theta_C = 0^+ \quad \text{asgari limit} \quad \theta_{max} = \arccos \frac{1}{n} \quad \text{"doymuş" (azami) açı } (\beta = 1)$$

Soru: ATR'nin çekirdeğinde çıkan parçacıkların ve içinde buldukları sıvının ne olabileceğini düşünün. Bu sayfadaki fotoğrafa bakarak parçacıkların enerjisini tahmin edebilir miyiz?

Çerenkov Işıması İle Parçacık Türünün Belirlenmesi

- Işımanın var olup olmaması veya çıkan foton çemberlerinin ölçülmesi parçacıkların türlerinin belirlenmesinde kullanılabilir.



Geçiş Işıması

- Geçiş ışması (transition radiation): Yüksek enerjili bir yüklü parçacık bir materyalden dielektrik sabiti farklı başka bir materyale geçerken küçük bir ihtimalle yaptığı ışma.
- Bu ışma ile salınan enerji parçacığın yükünün karesiyle ve parçacığın γ faktörüyle doğru orantılıdır.

$$S = \frac{\alpha \hbar}{3} \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{\omega_1 + \omega_2} Z_1^2 \gamma$$

- S: toplam salınan enerji. (Eski kaynaklarda şiddet(intensity) diye geçebiliyor.)
 $\alpha \approx 1/137$ ω_1, ω_2 : materyallerin plazma frekansları:

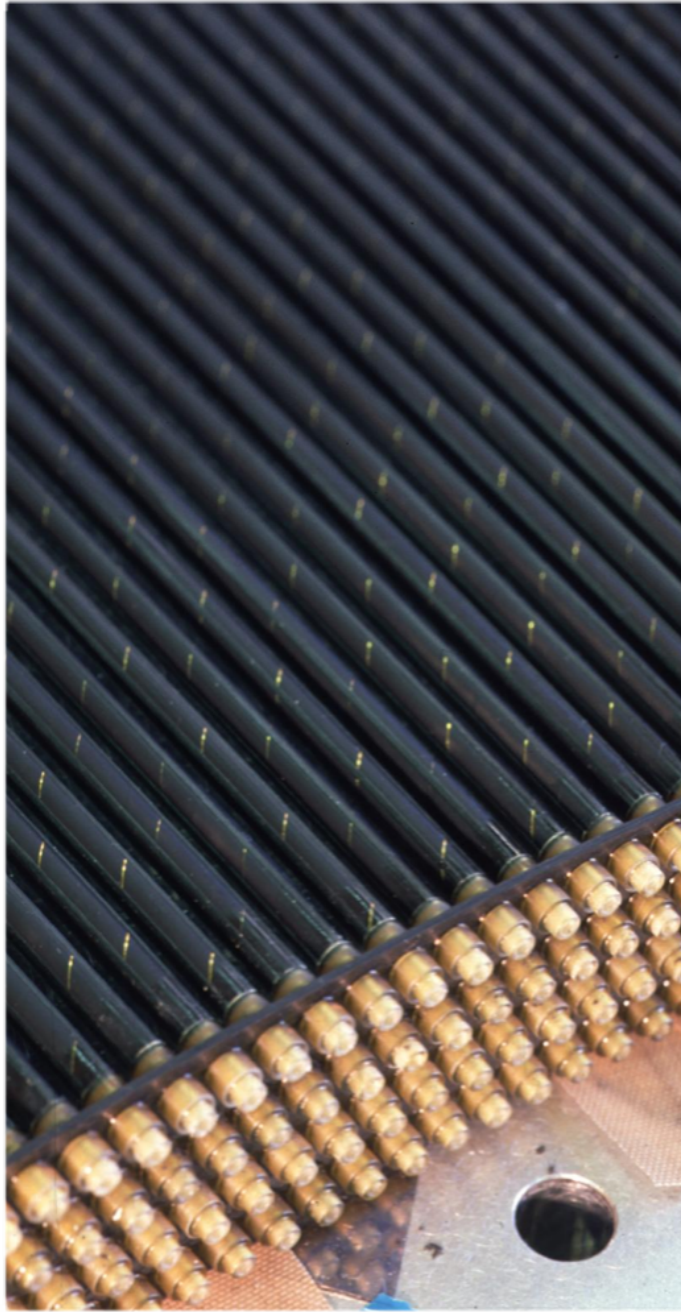
Hava için: $\hbar\omega_p \approx 0.7\text{eV}$.

Çoğu plastik için $\approx 20\text{eV}$

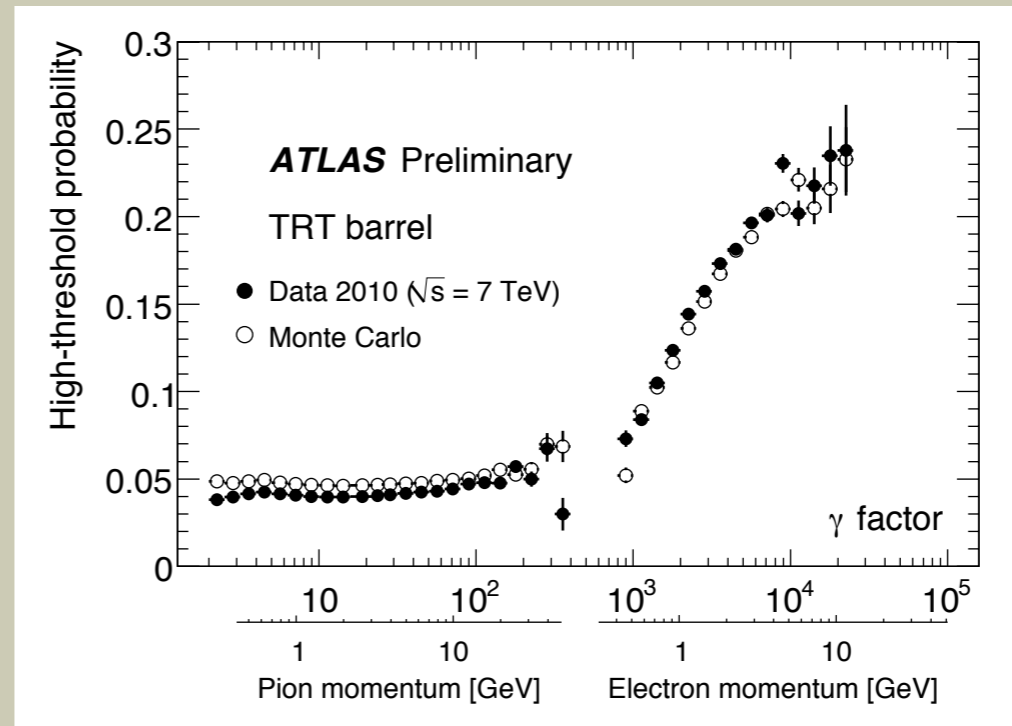
$$\hbar\omega_p = \frac{1}{\alpha} \sqrt{4\pi N_e r_e^3 m_e c^2}$$

- $\gamma=1000$ seviyelerinde 2-40keV enerjili X-ışınları oluşur.

Geçiş Işınması İle Parçacık Türünün Belirlenmesi



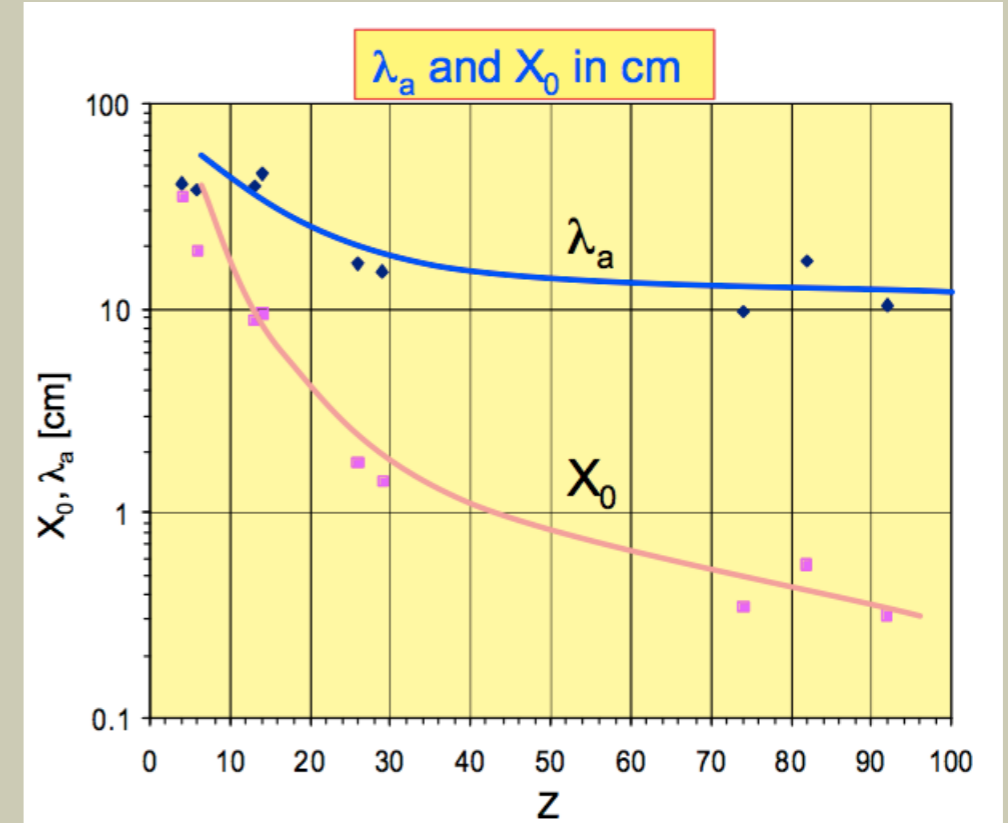
- ATLAS TRT (Transition Rad. Tracker): 4mm kalınlıkta içi gaz (%70 Xe) dolu ve ortasından ince bir tel geçen kamışlar. Yaklaşık 350bin kanal.
- Geçiş ışınması normal iyonizasyondan olana göre çok daha yüksek sinyal okunmasını sağlıyor.
- Elektronlar ağır parçacıklardan ayırt edilebiliyorlar.



Unutul(may)anlar

□ Yüksek enerjili ($\geq 1\text{GeV}$) Hadronlar (p, K, π , vs.): Nükleer (özellikle güçlü) etkileşim rol oynayacak. EM çağlayanlara benzer (ama daha çeşitli) hadronik çağlayanlar oluşabilir. Hadronik X_0 'a benzer bir şekilde bir hadronik soğurulma uzunluğu, λ_a , tanımlayabiliriz.

□ Nötronlar: Düşük enerjilerde nötronlar nükleer tepkimelerle yüklü parçacıklara dönüşebilir. Ör: $n + {}^3\text{He} \rightarrow p + {}^3\text{H}$
[2000'lerde dünyadaki ${}^3\text{He}$ kaynaklarının tükenmesinin sebebi.]

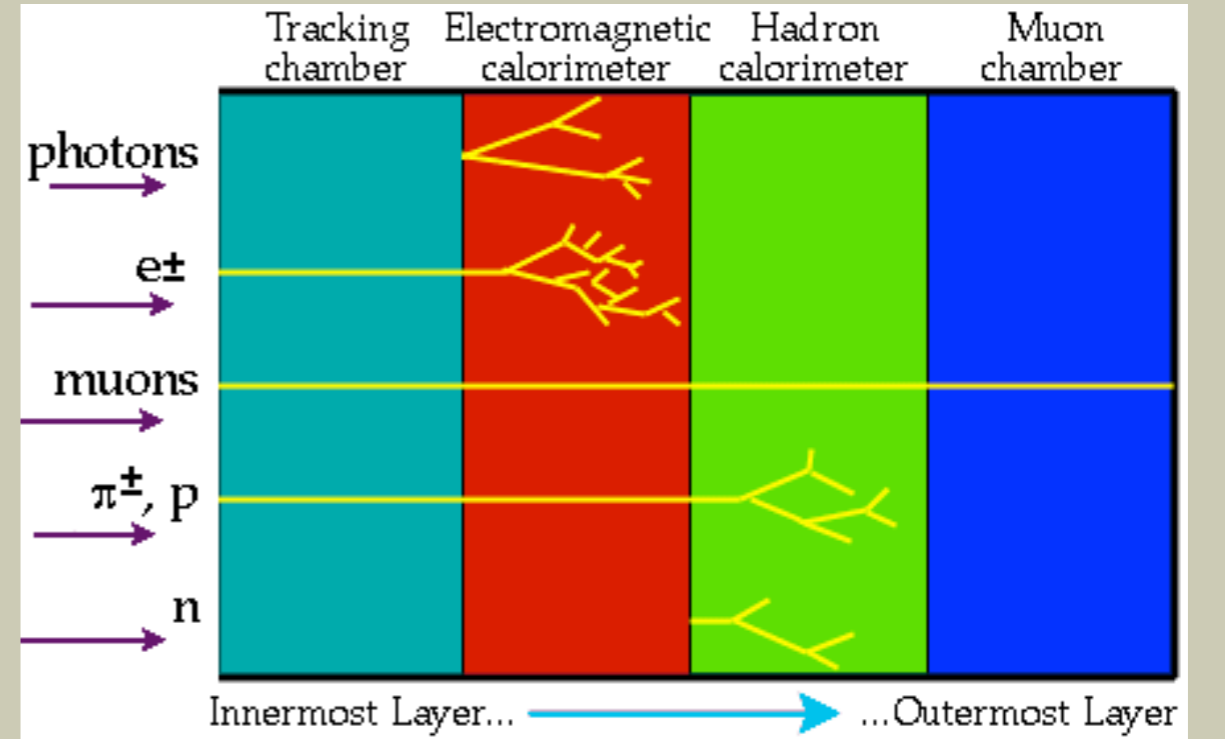


□ Nötrinolar: Sadece zayıf nükleer kuvvet yoluyla etkileşiyorlar. Kilotonlarca proton ve nötron içeren devasa algıçlarda gözlemleyebiliriz. Ör: $\nu_e + n \rightarrow e^- + p$

Ana Yola Geri Dönüş

Parçacık Algıçlarına Genel Bakış

- Değişik parçacıklar farklı malzemelerde farklı izler bırakırlar
 - Bu malzemelerden çeşitli algıçlar yapıp, etkileşmelerde çıkan parçacıklar izlenebilir.
 - Yani etkileşmenin kendisi izlenebilir
- Momentum Ölçümü
 - Manyetik alan altında bırakılan izlerin takibi,
 - Silisyum (pixel + strip) veya gaz-temelli izsürücüler
- Parçacık türünün belirlenmesi
 - İyonizasyon miktarı, Çerenkov ışınması, vs.
- Enerji Ölçümü
 - EM kalorimetre
 - Hadron kalorimetre
- Hızlı cevap verip "ilginç" olayların seçimini sağlayan algıçlar
 - Elektronik okuma & veri kaydı.



Algıçlar Hakkında I

● İz → Momentum ölçümü : spektrometre

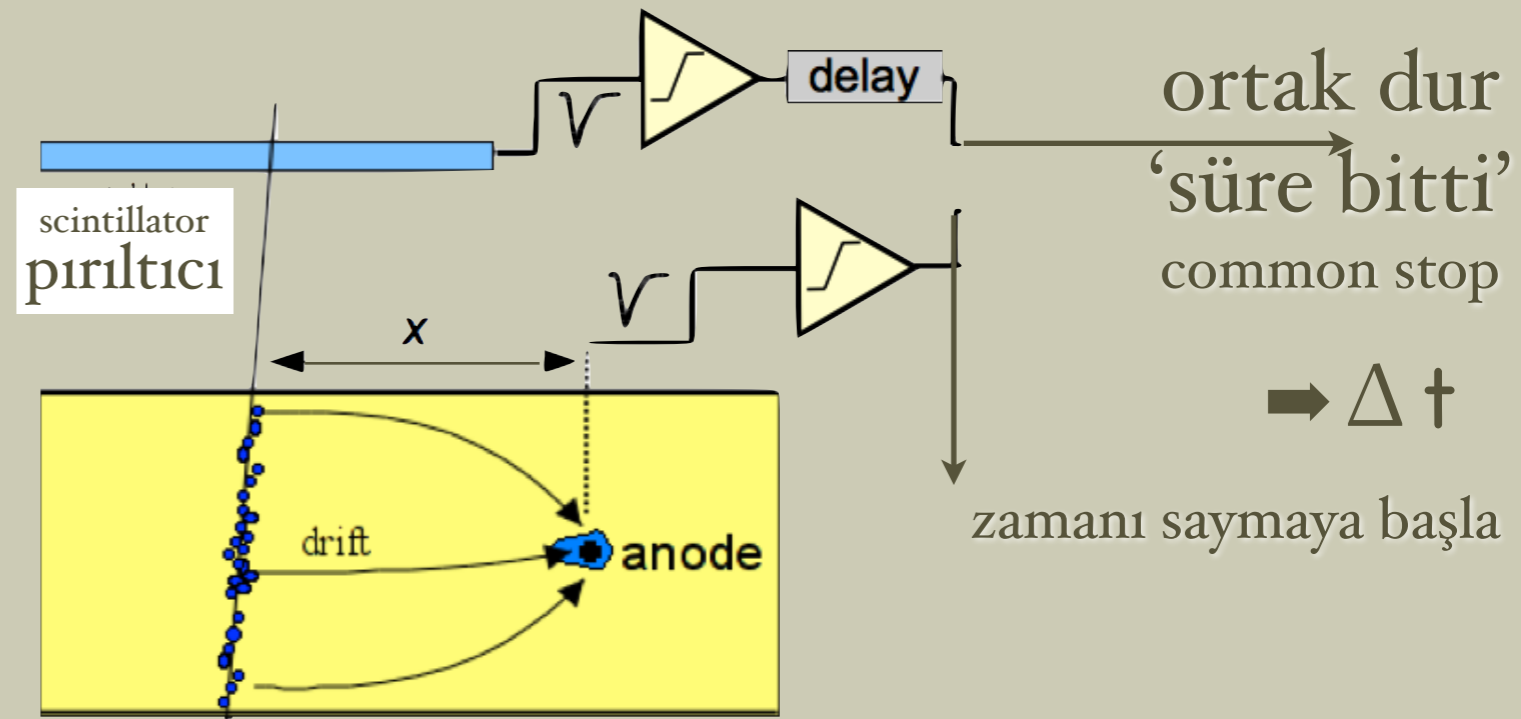
→ gelen parçacığın konumunu bul → manyetik alan altında kıvrılmasından

momentumunu ölç

→ konum: $x = c_0 + c_1 \Delta t + c_2 \Delta t^2 \dots$

▸ t: TRG'dan sinyale geçen süre

→ Zaman sayısallaştırıcı : TDC.



● Sayısal bilgi E / H

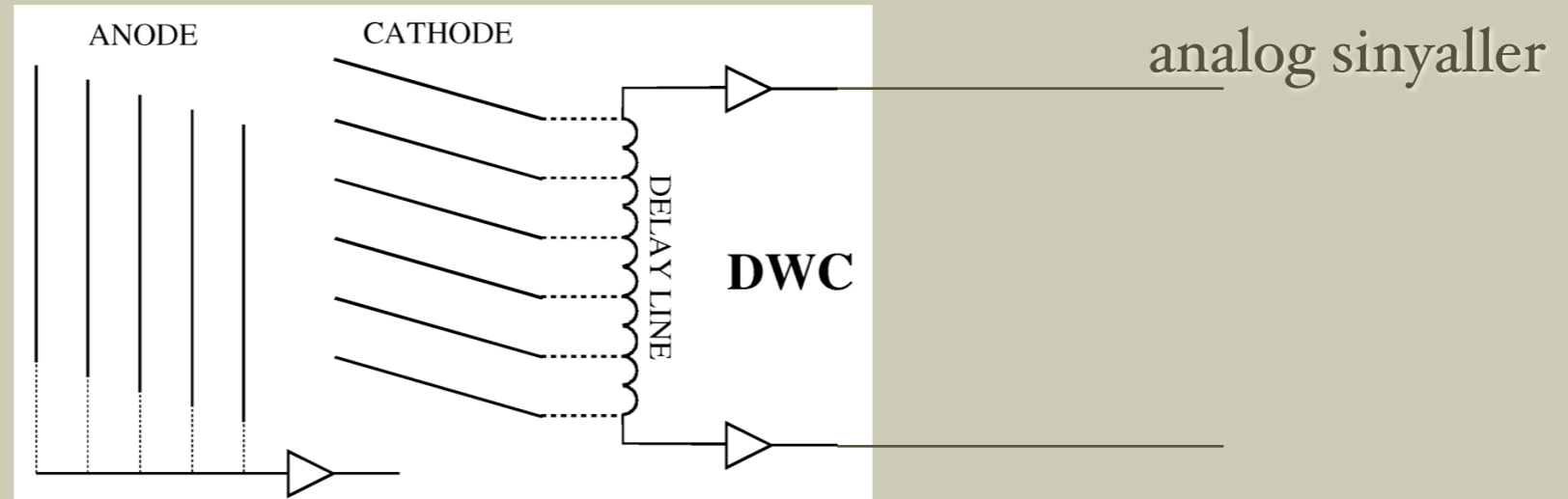
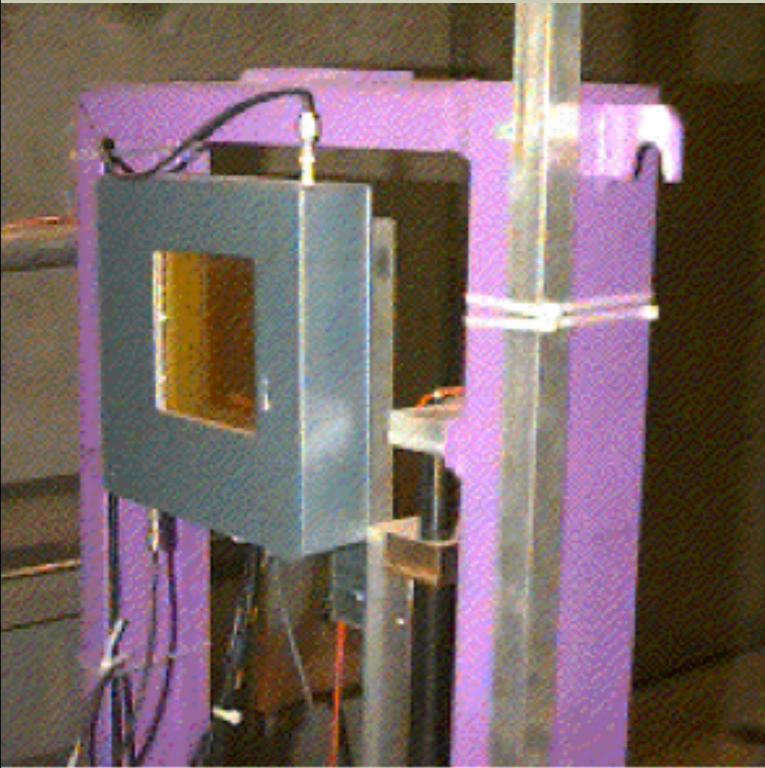
→ parçacık geçti mi?

● Ve başkaları...

DWC örneği

sayısal sinyaller

tırıtıcı: tetikleme

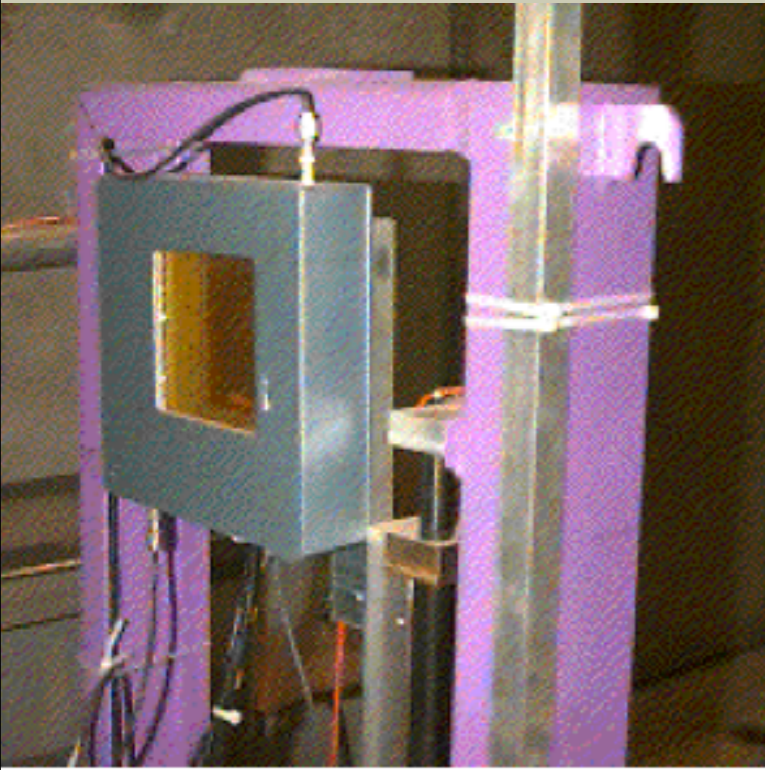


$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

●DWC: Delay Wire Chamber

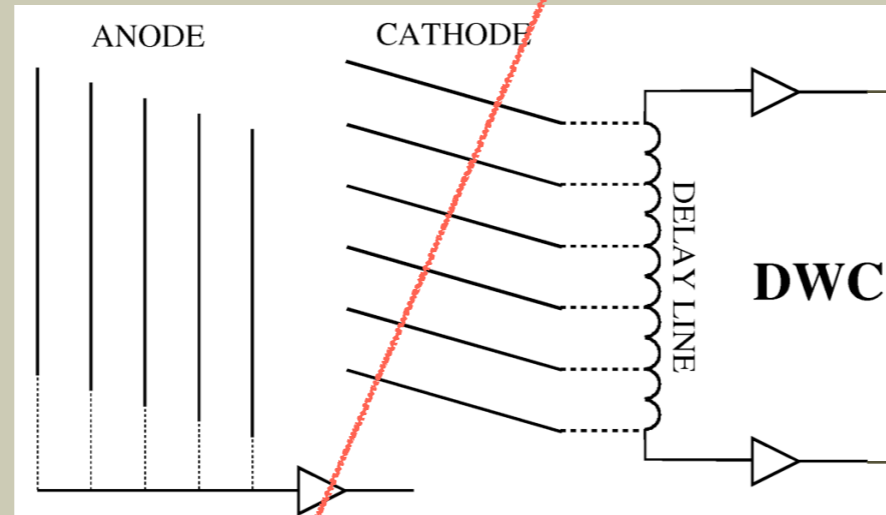
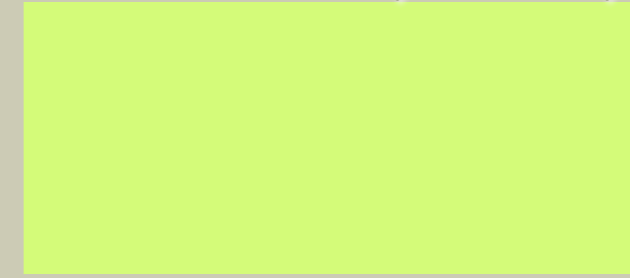
- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme

sayısal sinyaller



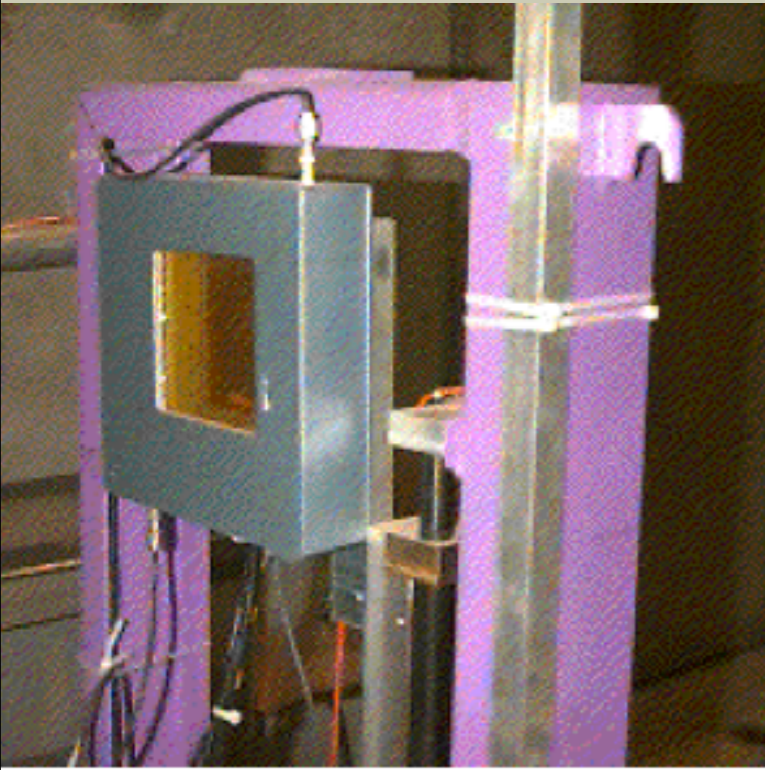
analog sinyaller

$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

●DWC: Delay Wire Chamber

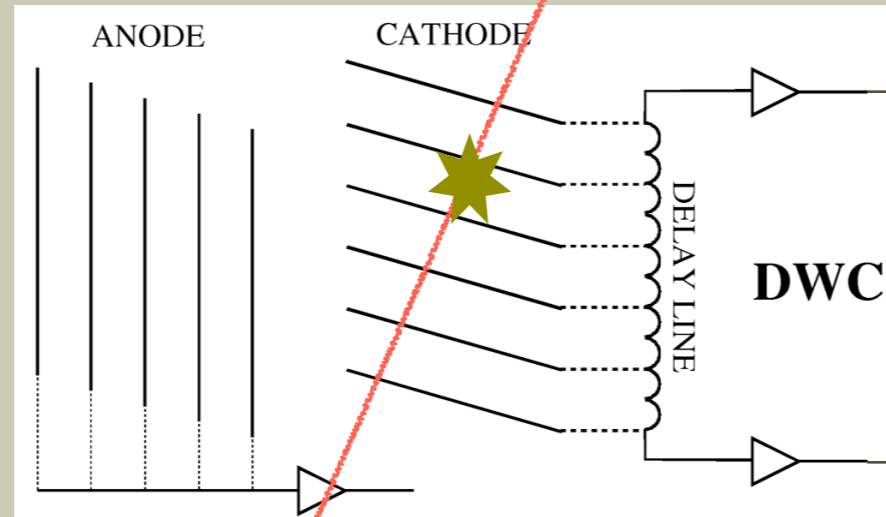
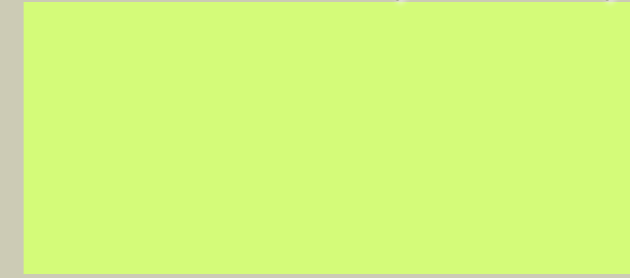
- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme

sayısal sinyaller



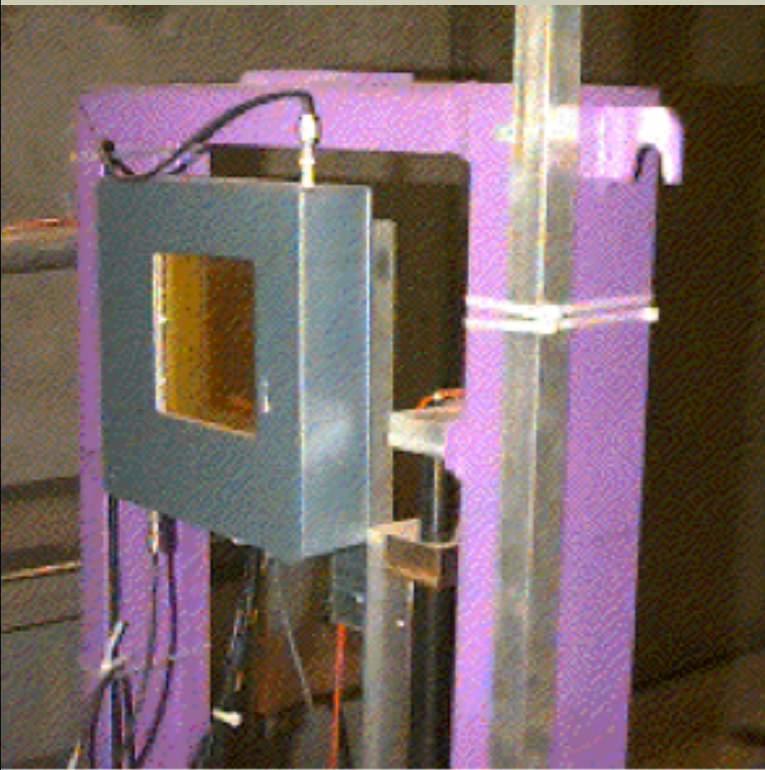
analog sinyaller

$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

●DWC: Delay Wire Chamber

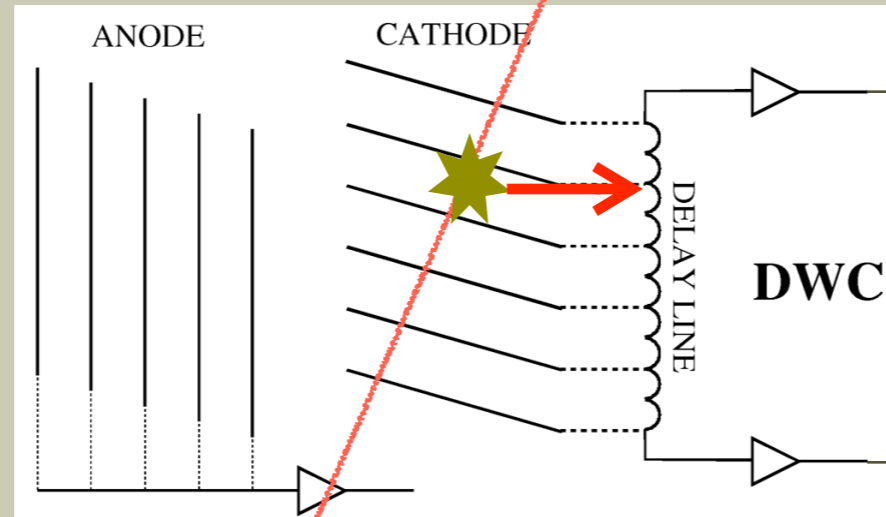
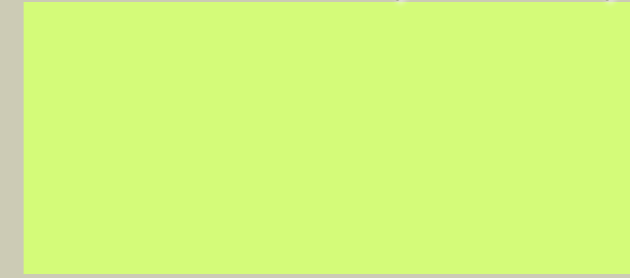
- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme

sayısal sinyaller



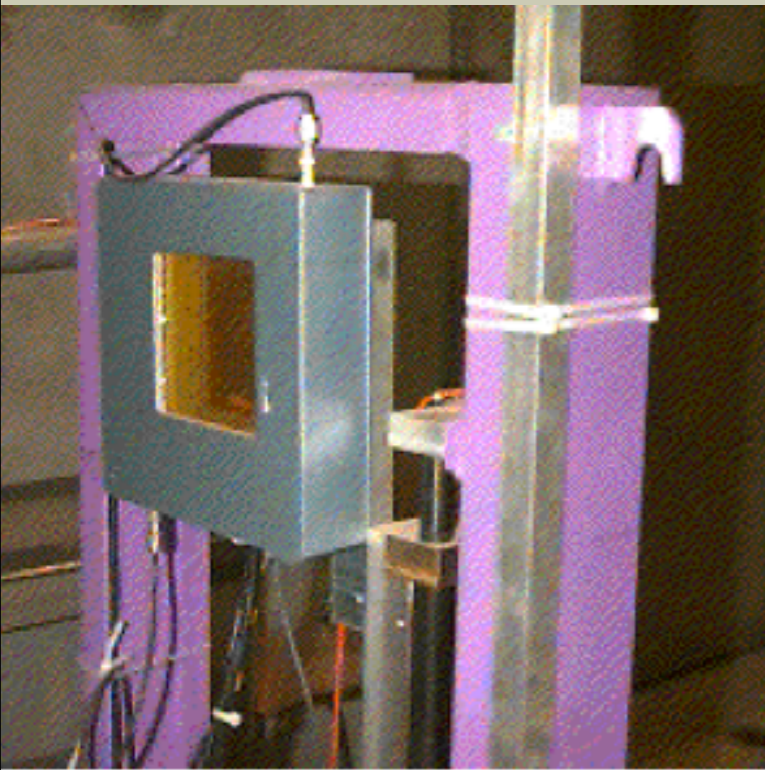
analog sinyaller

$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

●DWC: Delay Wire Chamber

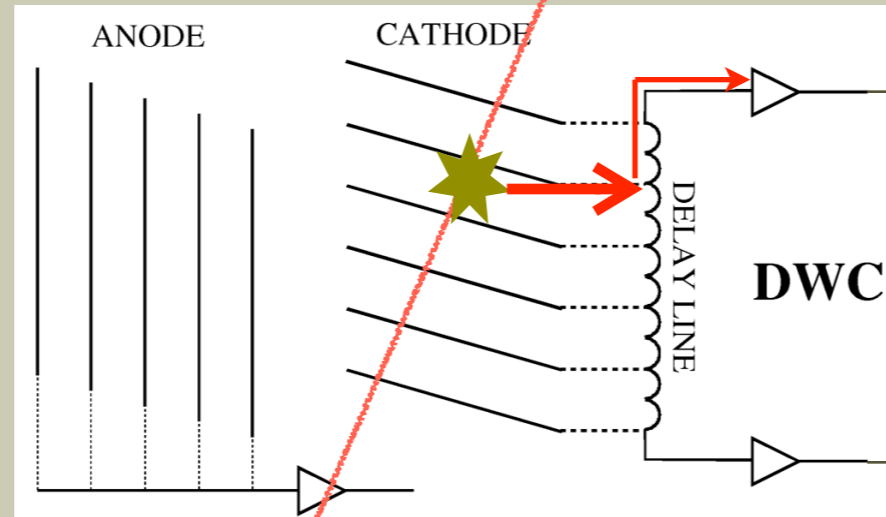
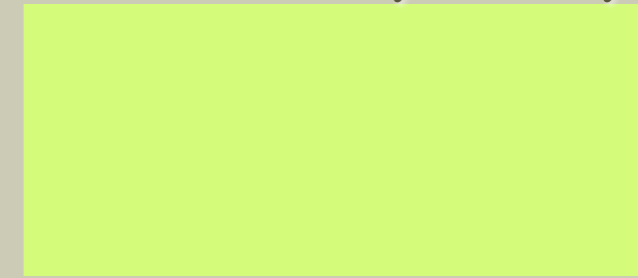
- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme

sayısal sinyaller



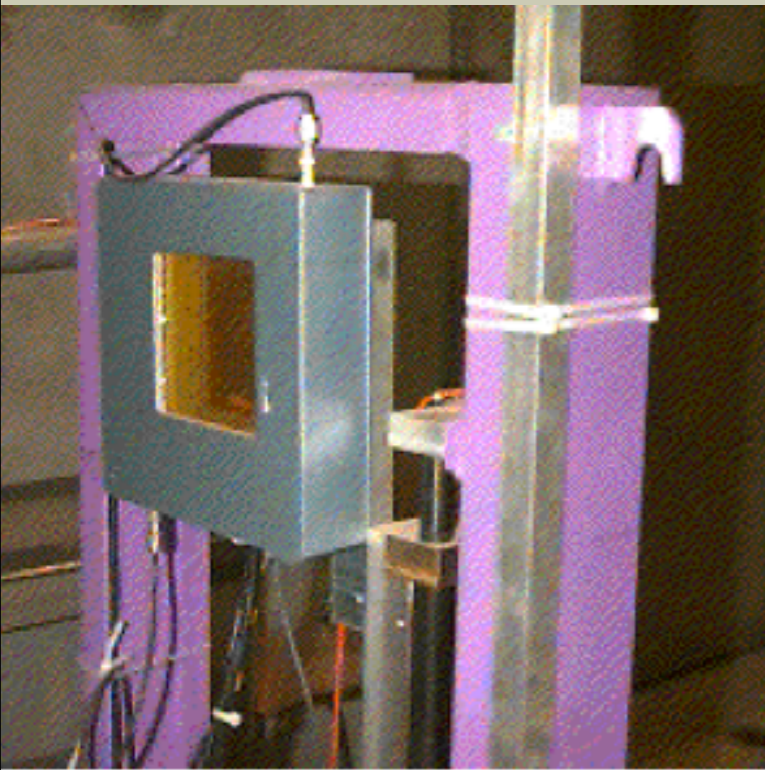
analog sinyaller

$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

●DWC: Delay Wire Chamber

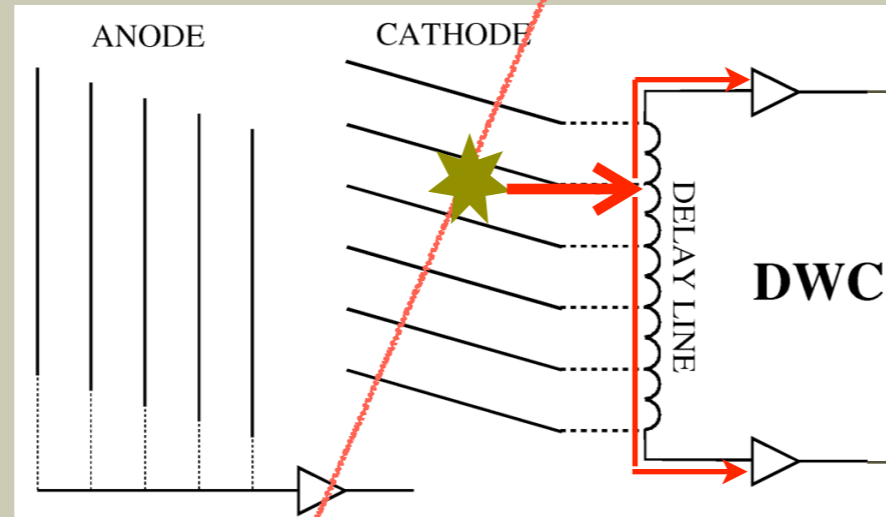
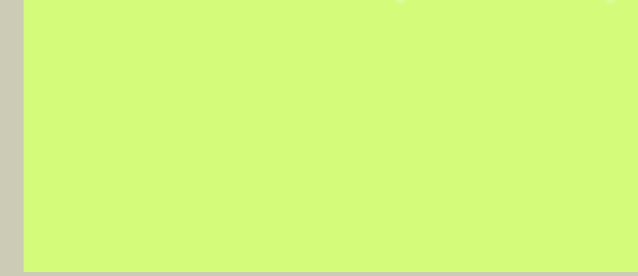
- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme

sayısal sinyaller



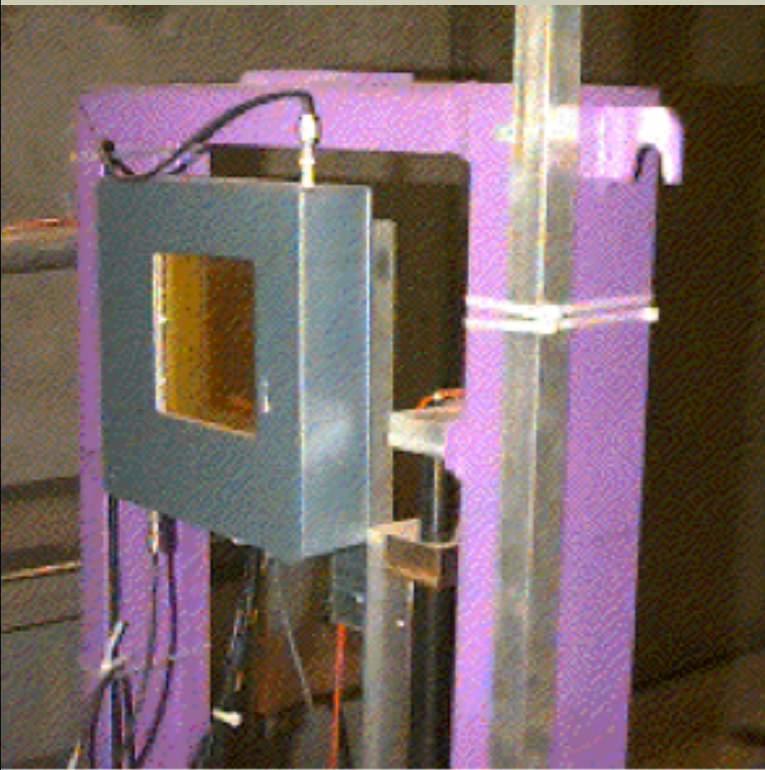
analog sinyaller

$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

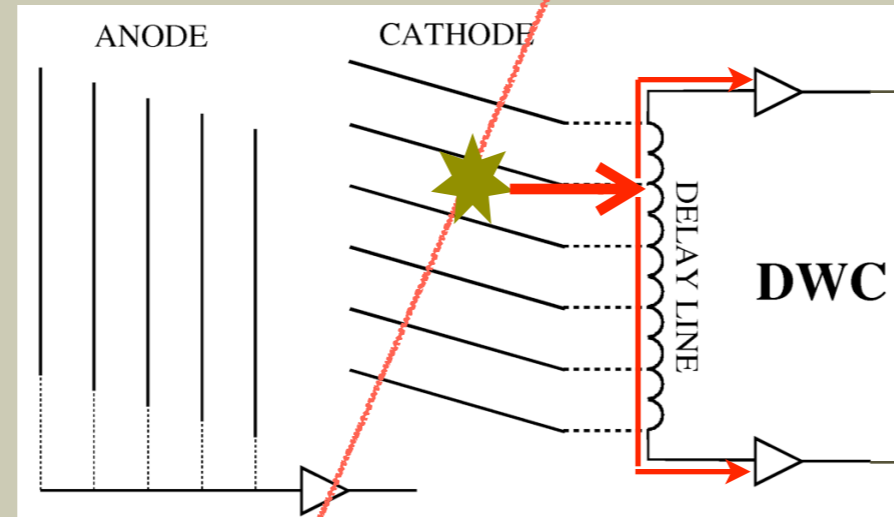
●DWC: Delay Wire Chamber

- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme



sayısal sinyaller

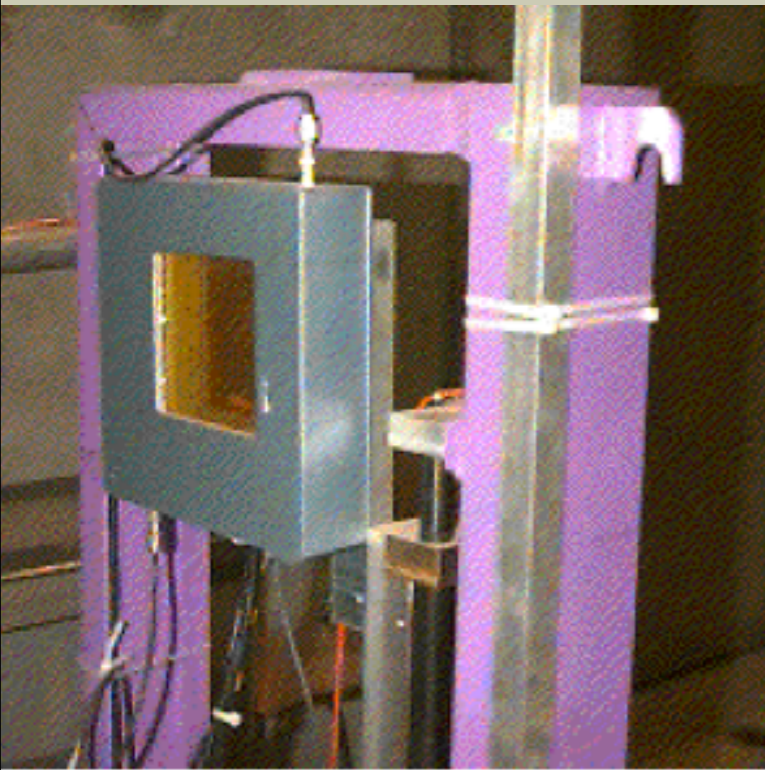
analog sinyaller

$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

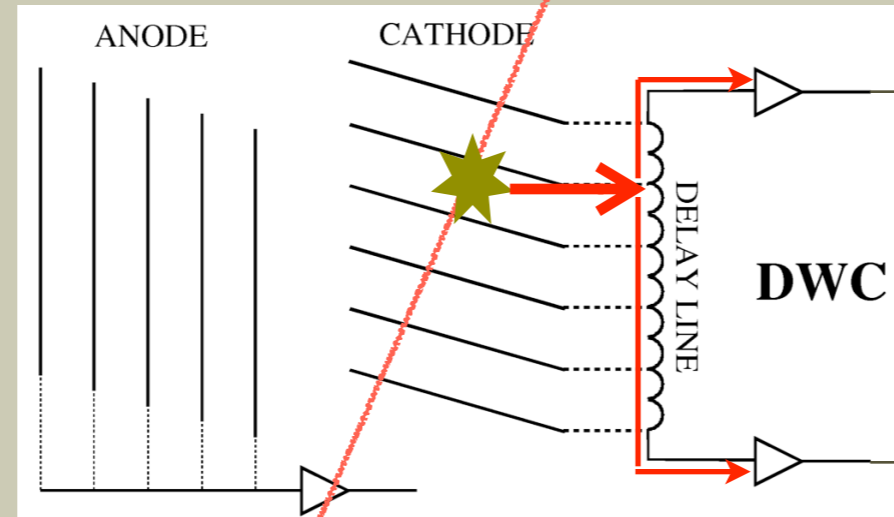
●DWC: Delay Wire Chamber

- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme



sayısal sinyaller

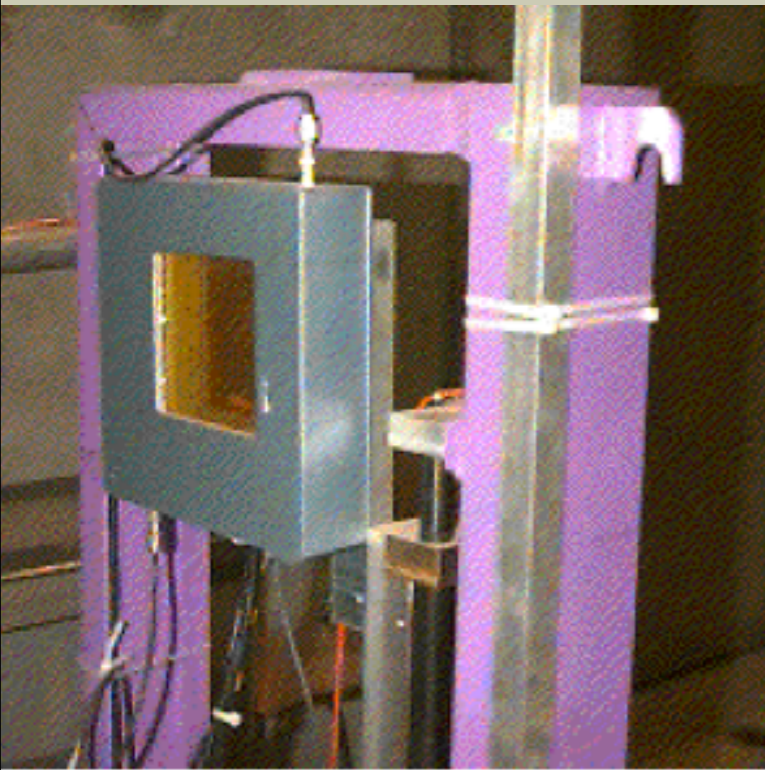
analog sinyaller

$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

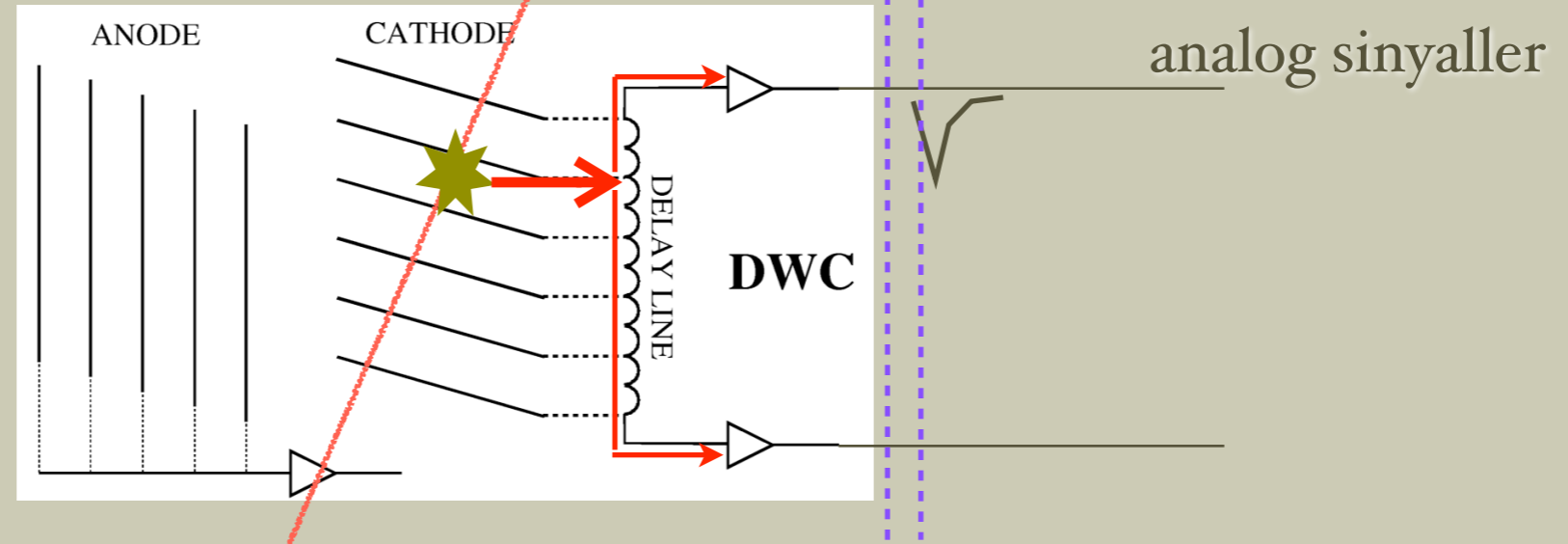
●DWC: Delay Wire Chamber

- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme

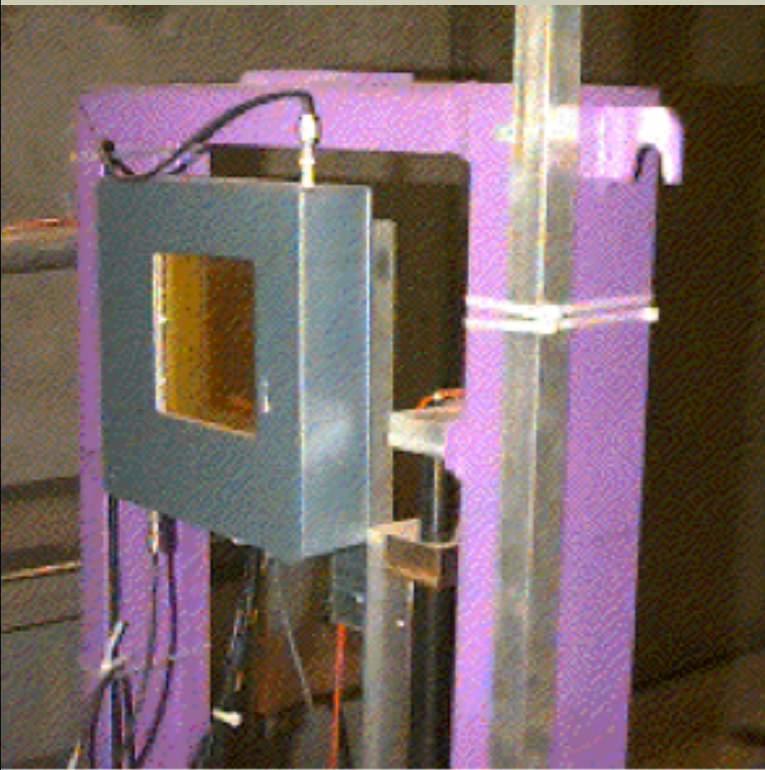


$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

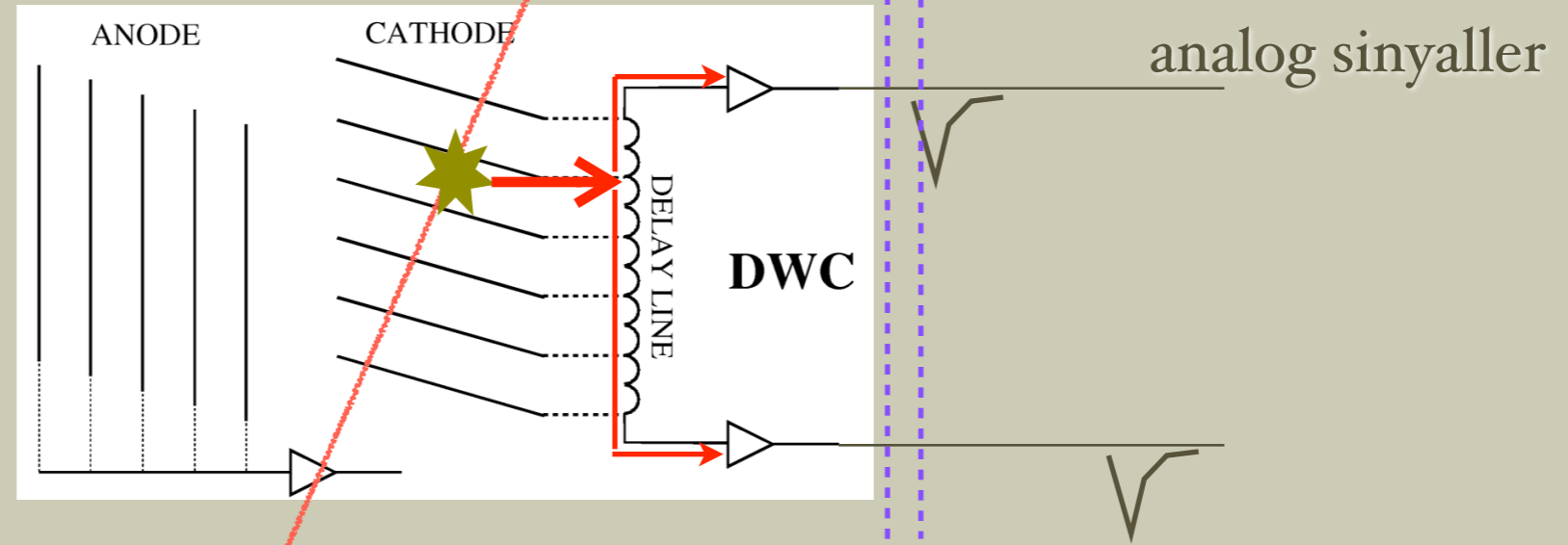
●DWC: Delay Wire Chamber

- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme

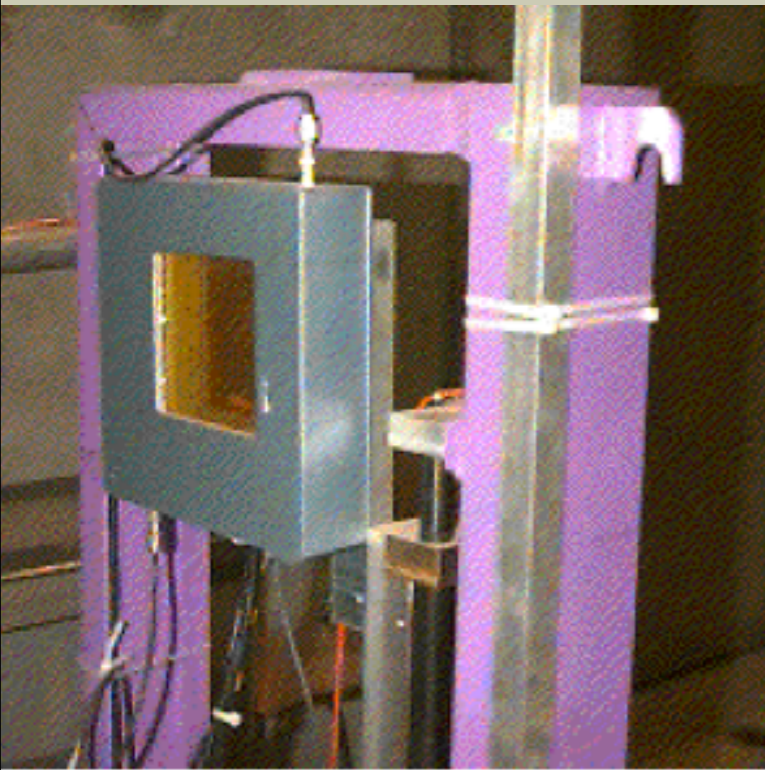


$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

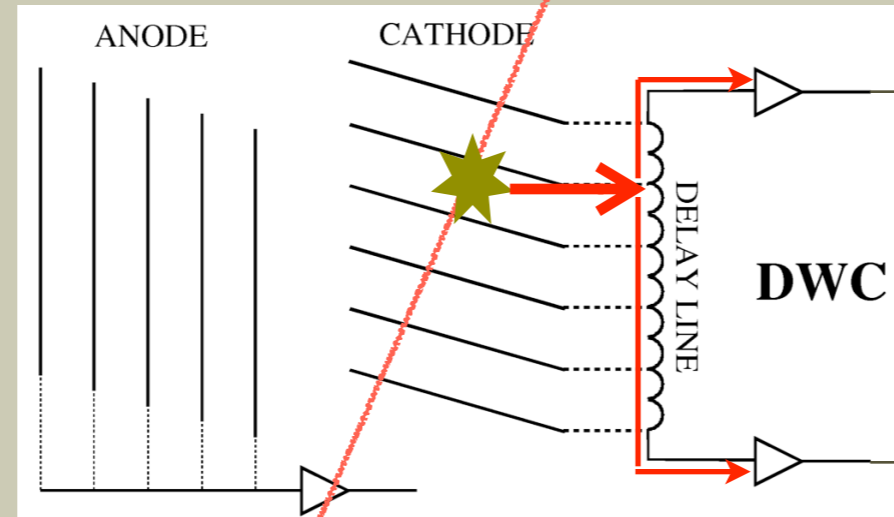
●DWC: Delay Wire Chamber

- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

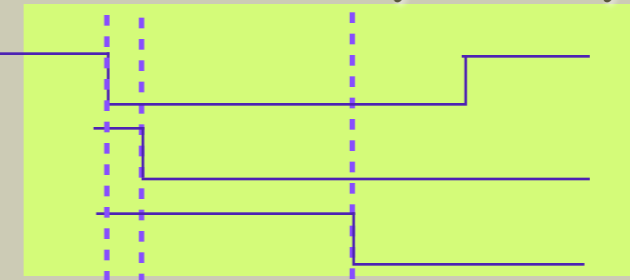
DWC örneği



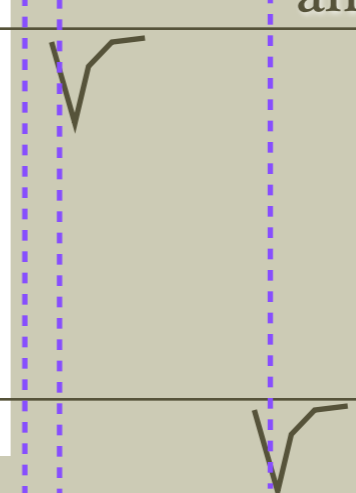
piriltıcı: tetikleme



sayısal sinyaller



analog sinyaller

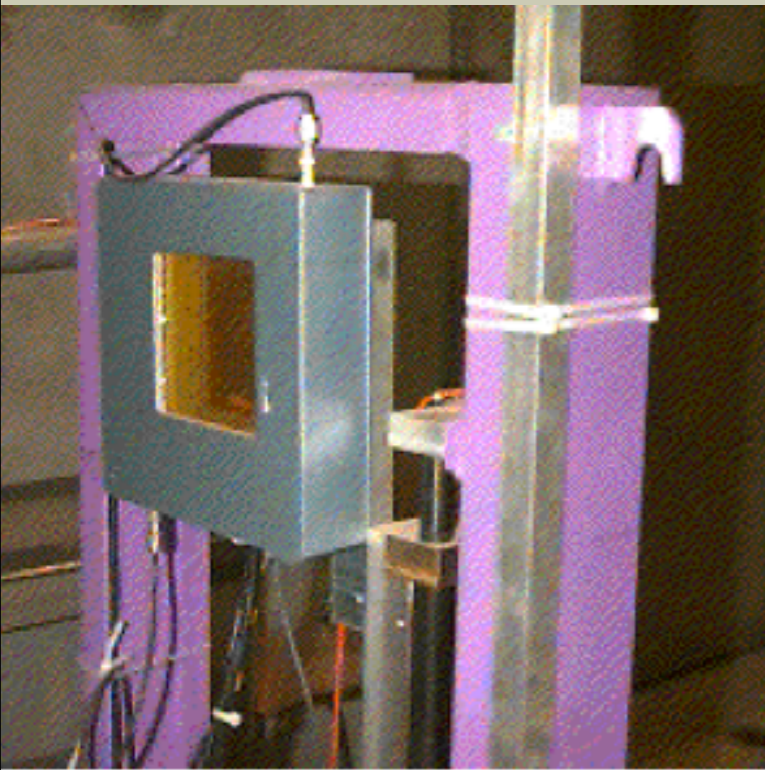


$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

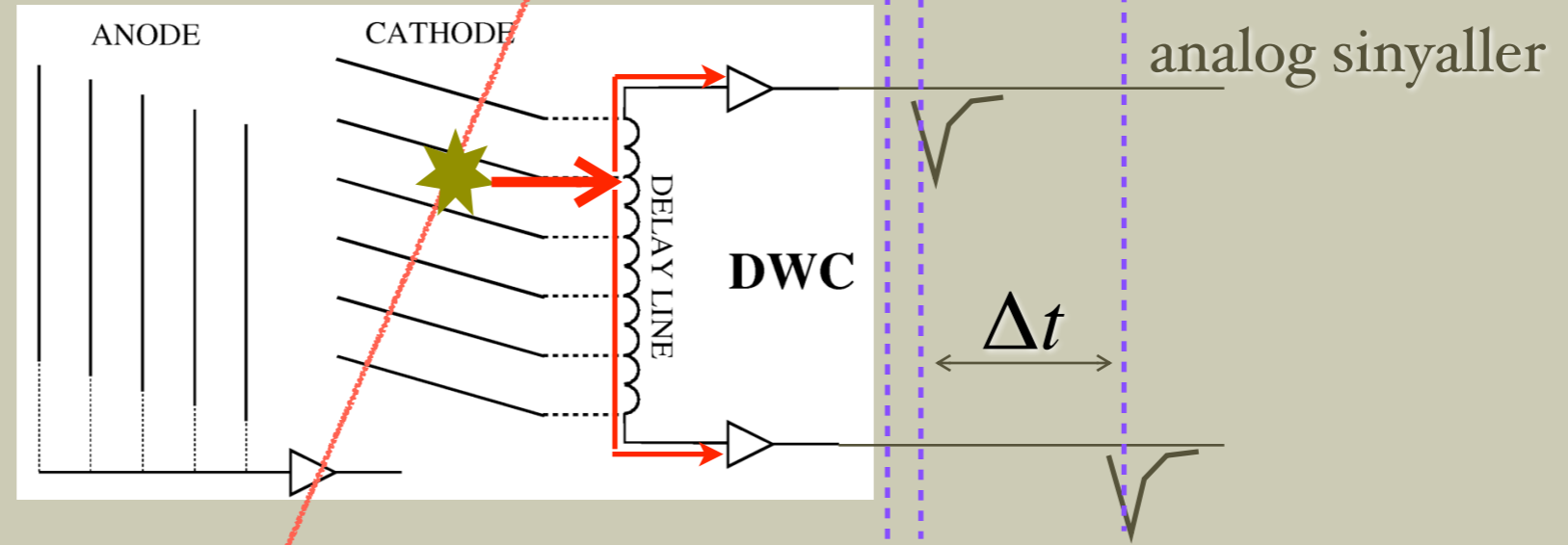
●DWC: Delay Wire Chamber

- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

DWC örneği



piriltıcı: tetikleme

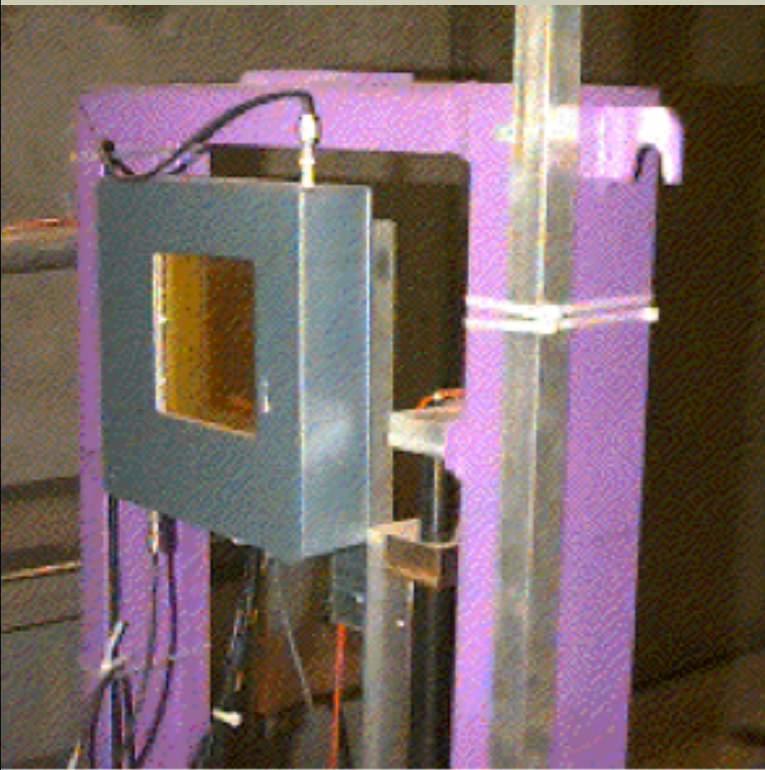


$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

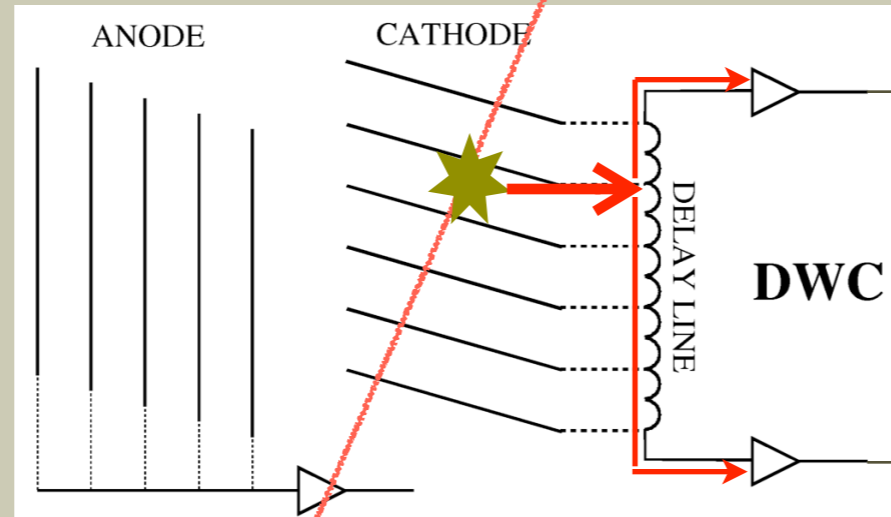
●DWC: Delay Wire Chamber

- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.

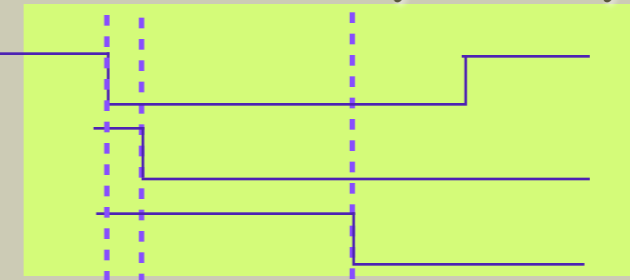
DWC örneği



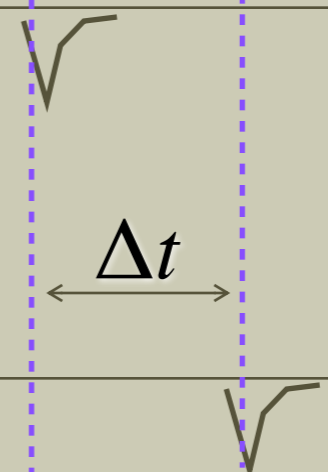
piriltıcı: tetikleme



sayısal sinyaller



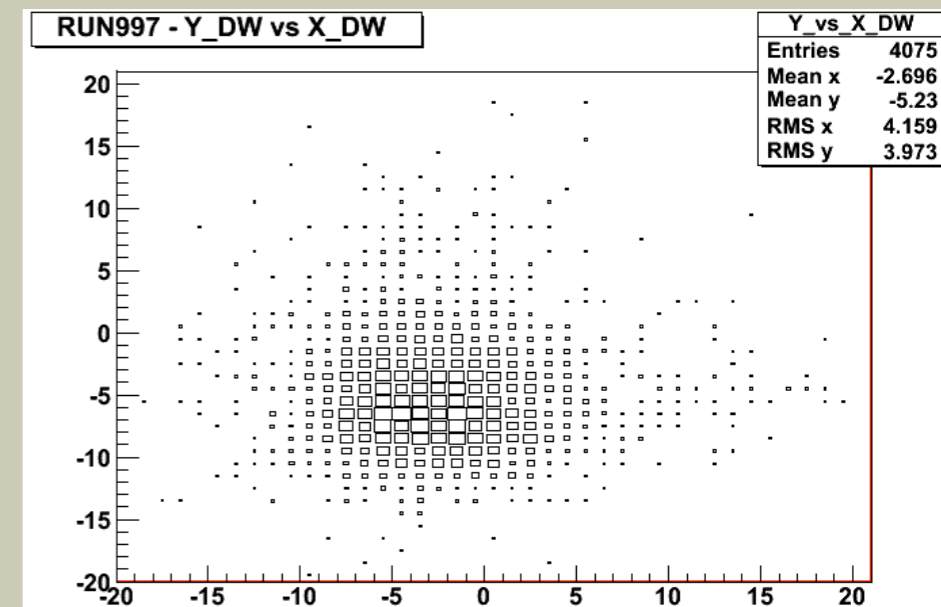
analog sinyaller



$$y = \alpha \cdot \Delta t + \beta = \alpha \cdot (t_{top} - t_{bottom}) + \beta$$

●DWC: Delay Wire Chamber

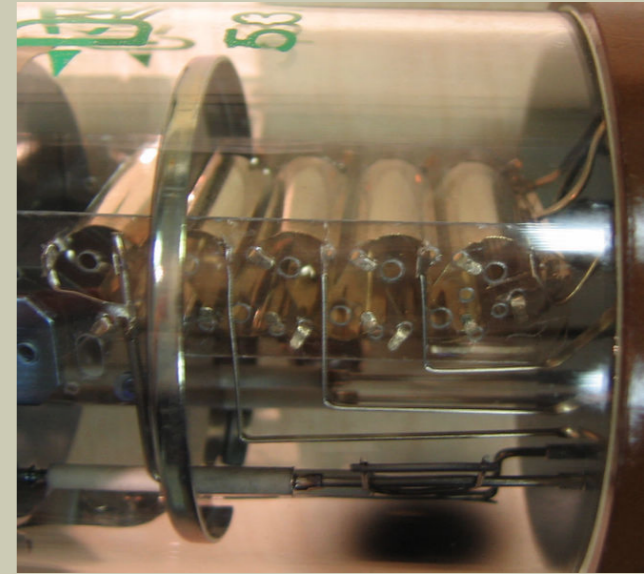
- ➔SPS'den alınan demetin sabit hedef deneylerine verilmeden önce profilinin ölçülmesi için basit algıç.
- ➔Gazlı ve çoktellidir.
- ➔TDC ile okunur. Düzlem başına 2 kanal.



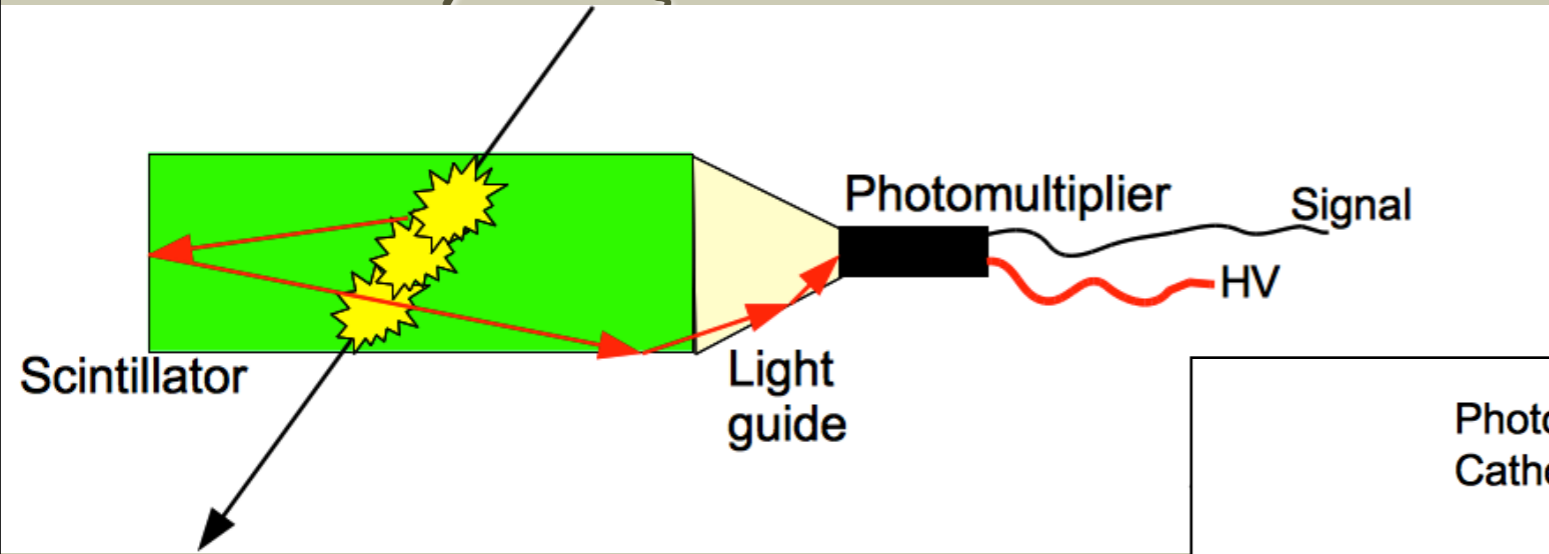
Algıçlar Hakkında II

● Enerji ölçümü : kalorimetre

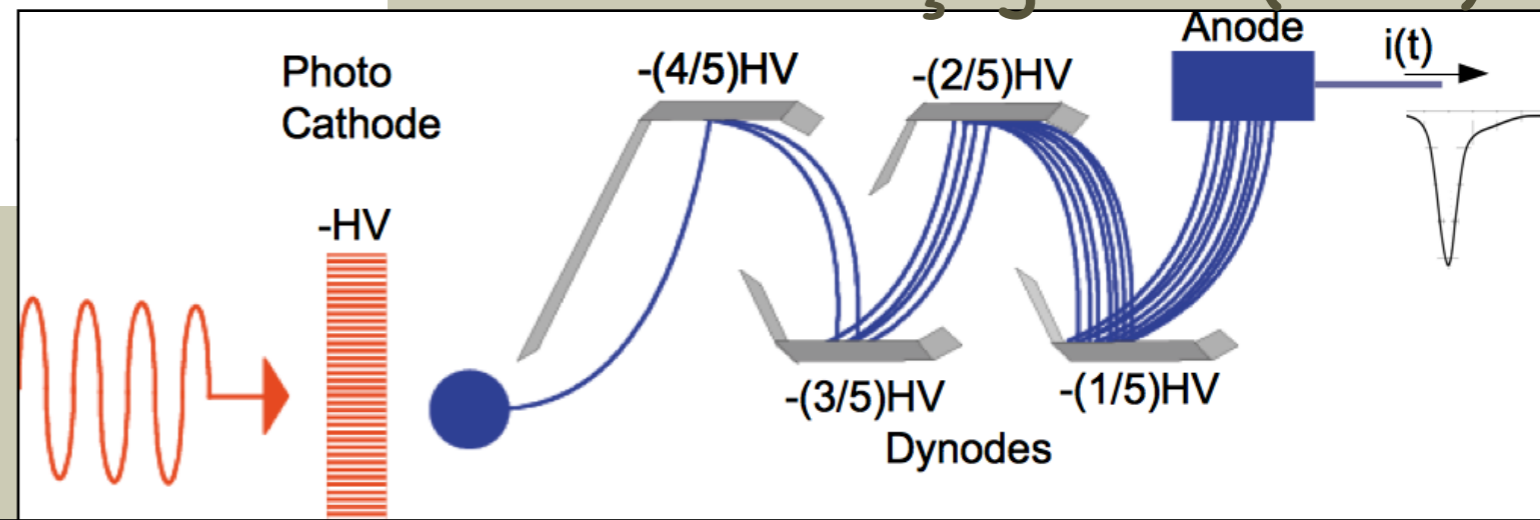
- ➔ Geçen parçacıkların bıraktığı enerjiyi ışığa çevir : pırıltı mekanizması (scintillation mechanism)
- ➔ Işığın elektrik yüküne dönüştürülmesi → fotoelektrik etki → fotoçoğaltıcı tüp.
- ➔ Sonuçta okunması gereken elektrik sinyal
 - toplam yük: $Q = k E (+k'E^2)$
- ➔ Yük sayısallaştırıcı : ADC.



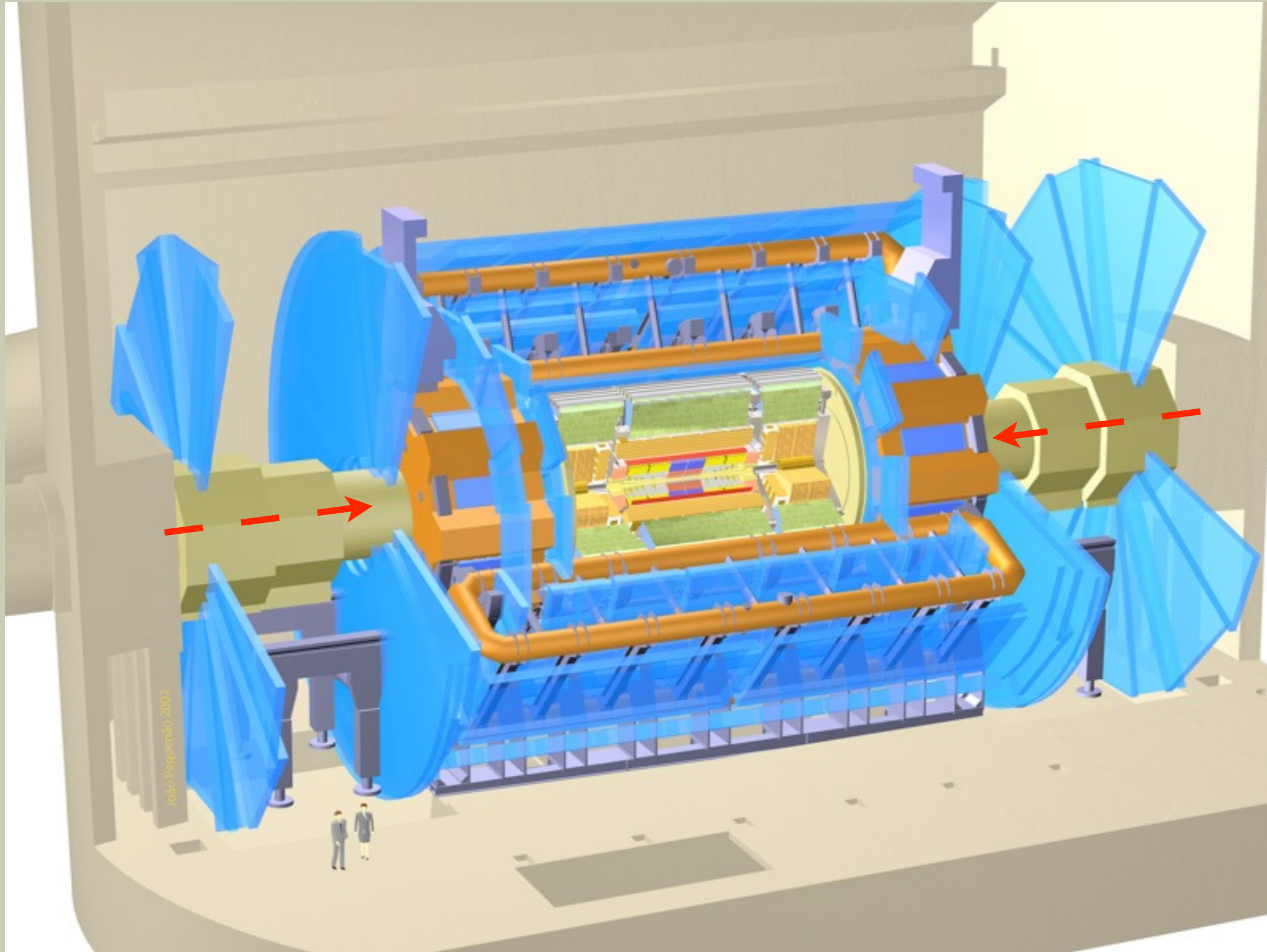
fotoçoğaltıcı (PMT)



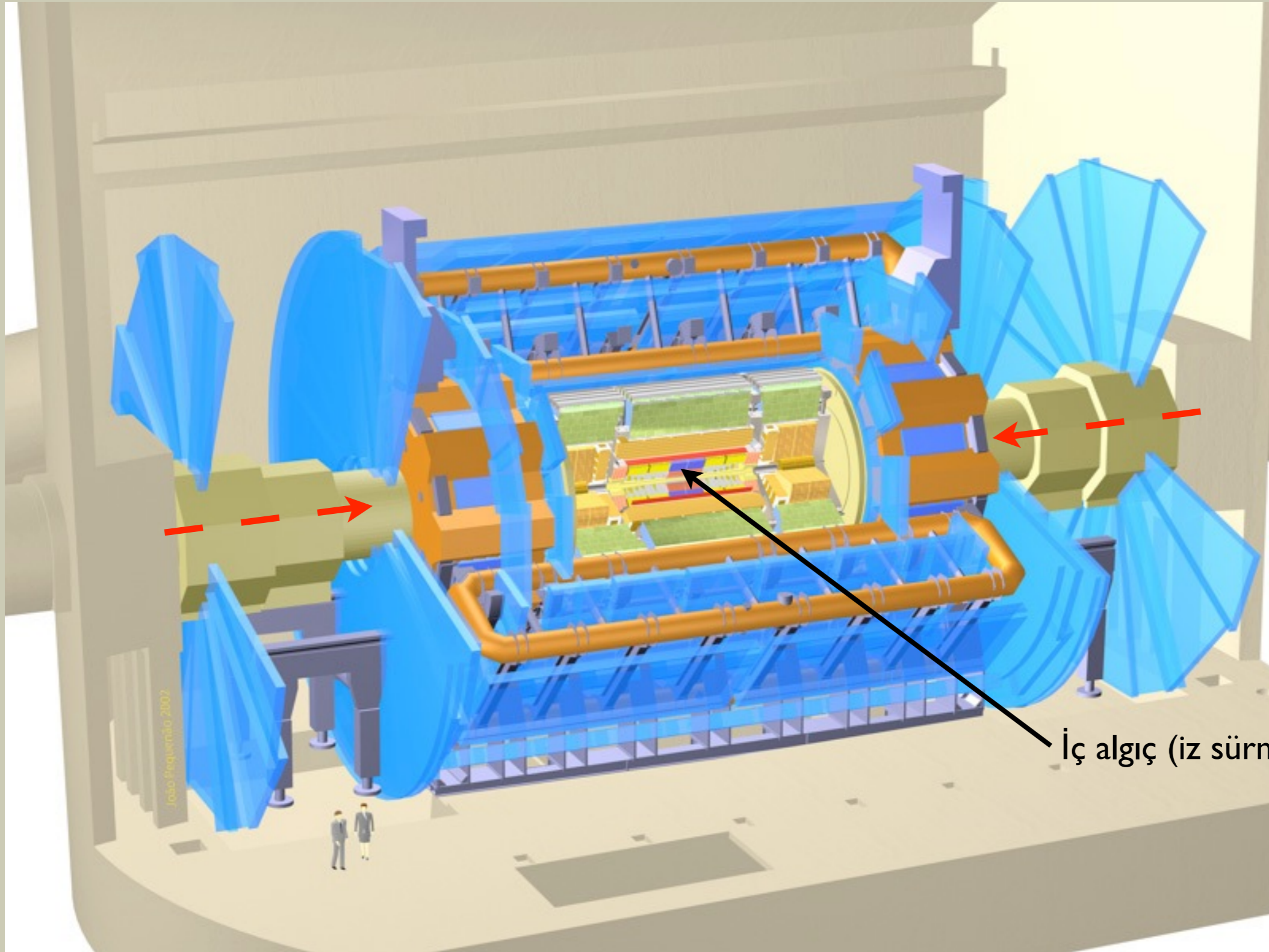
Osiloskop ile görüleni sayısal dünyaya aktar



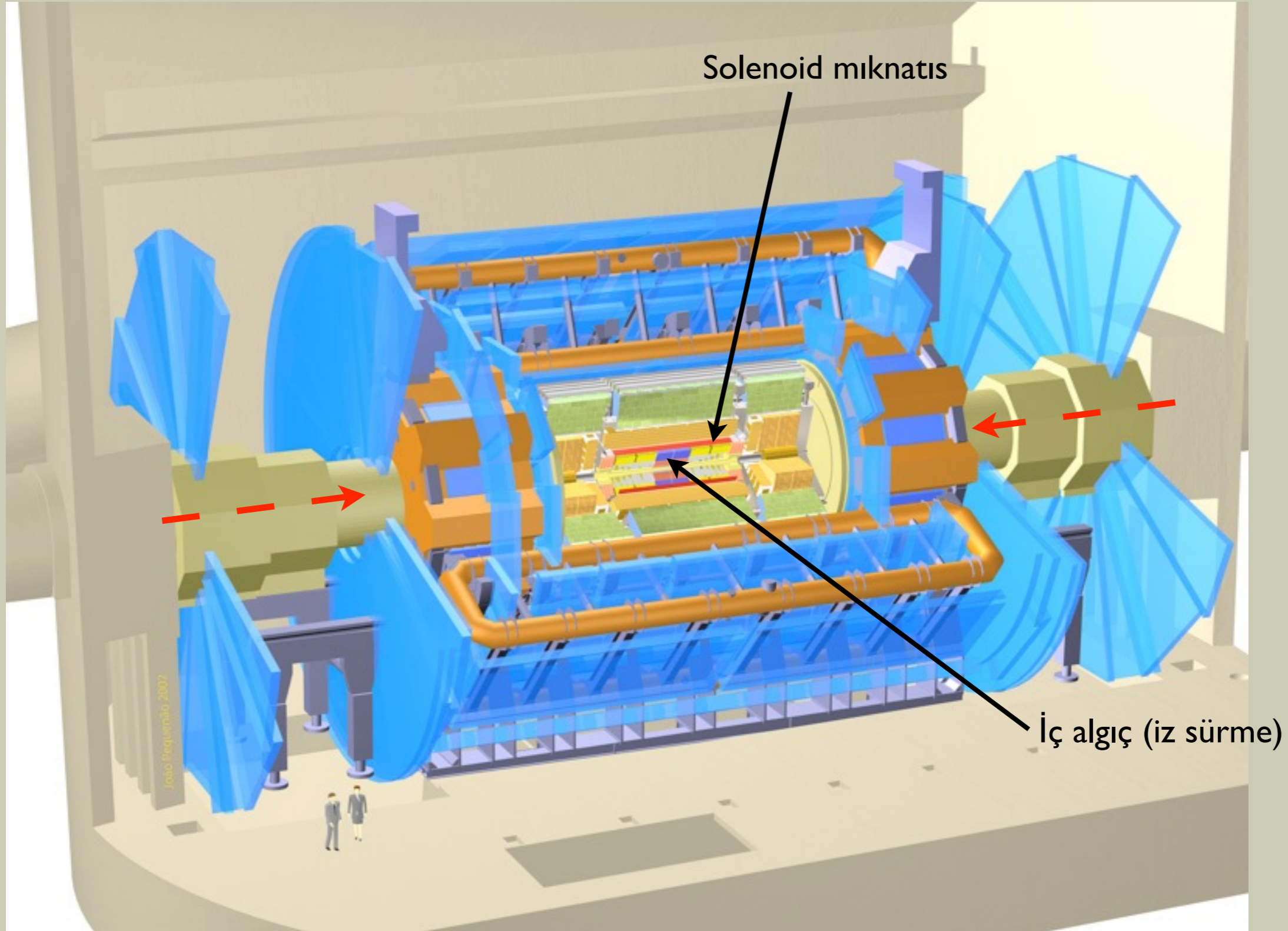
ATLAS Algıcının Parçaları



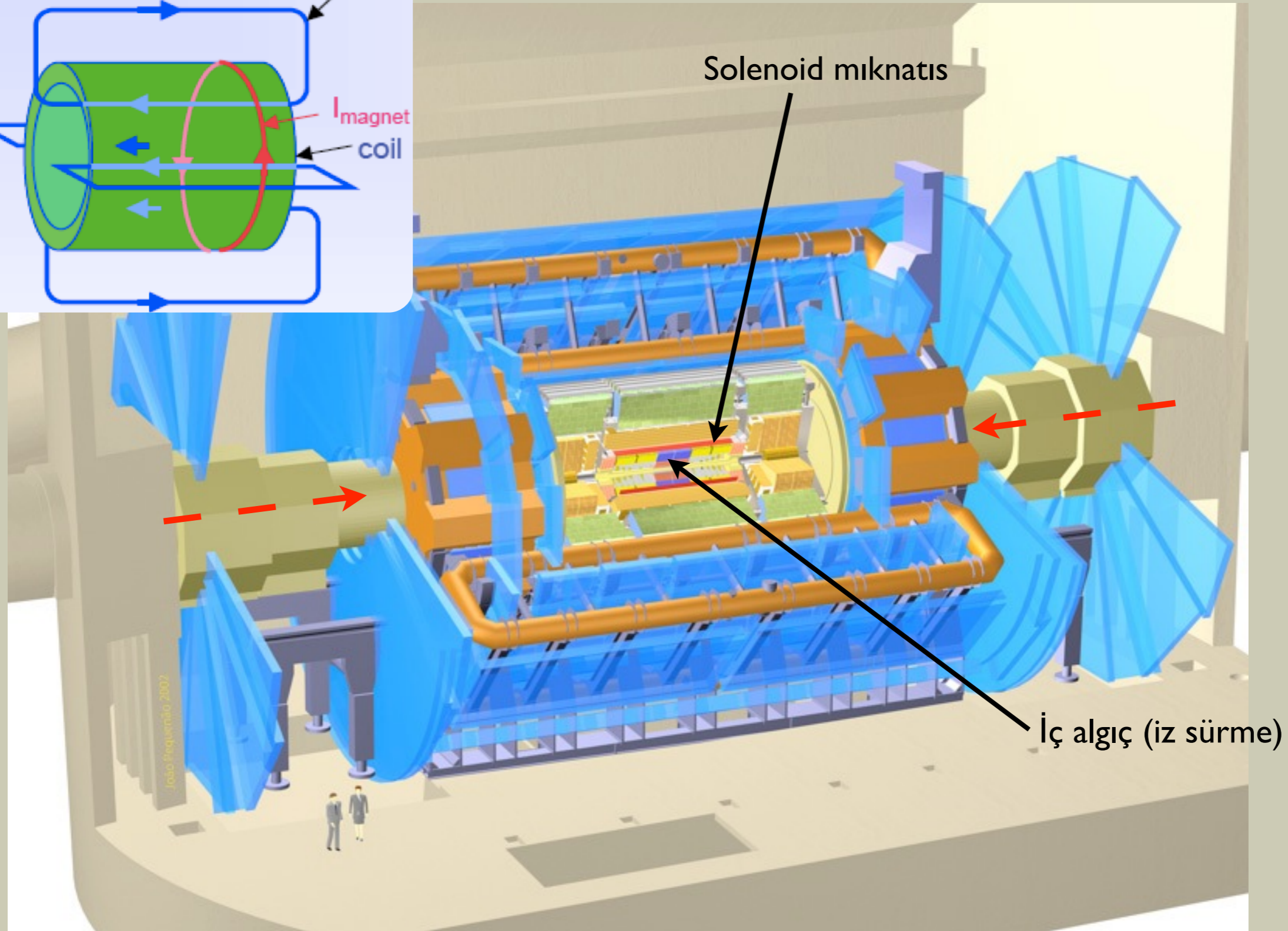
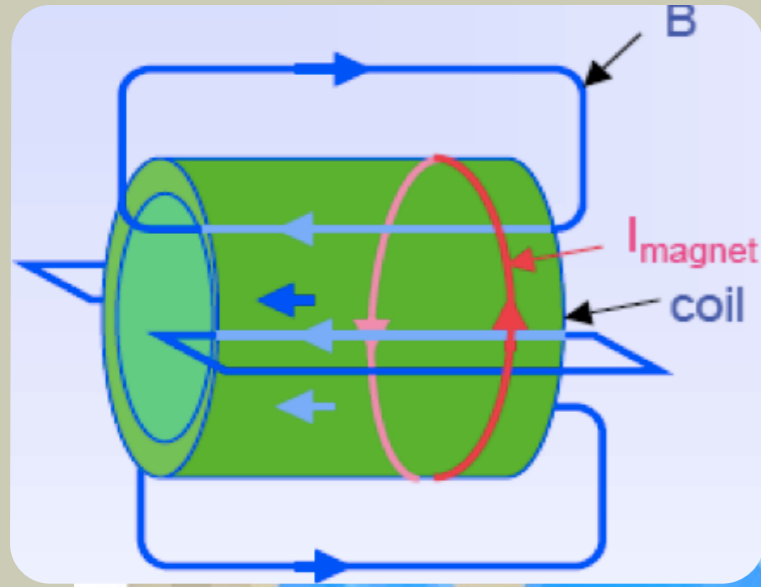
ATLAS Algıcının Parçaları



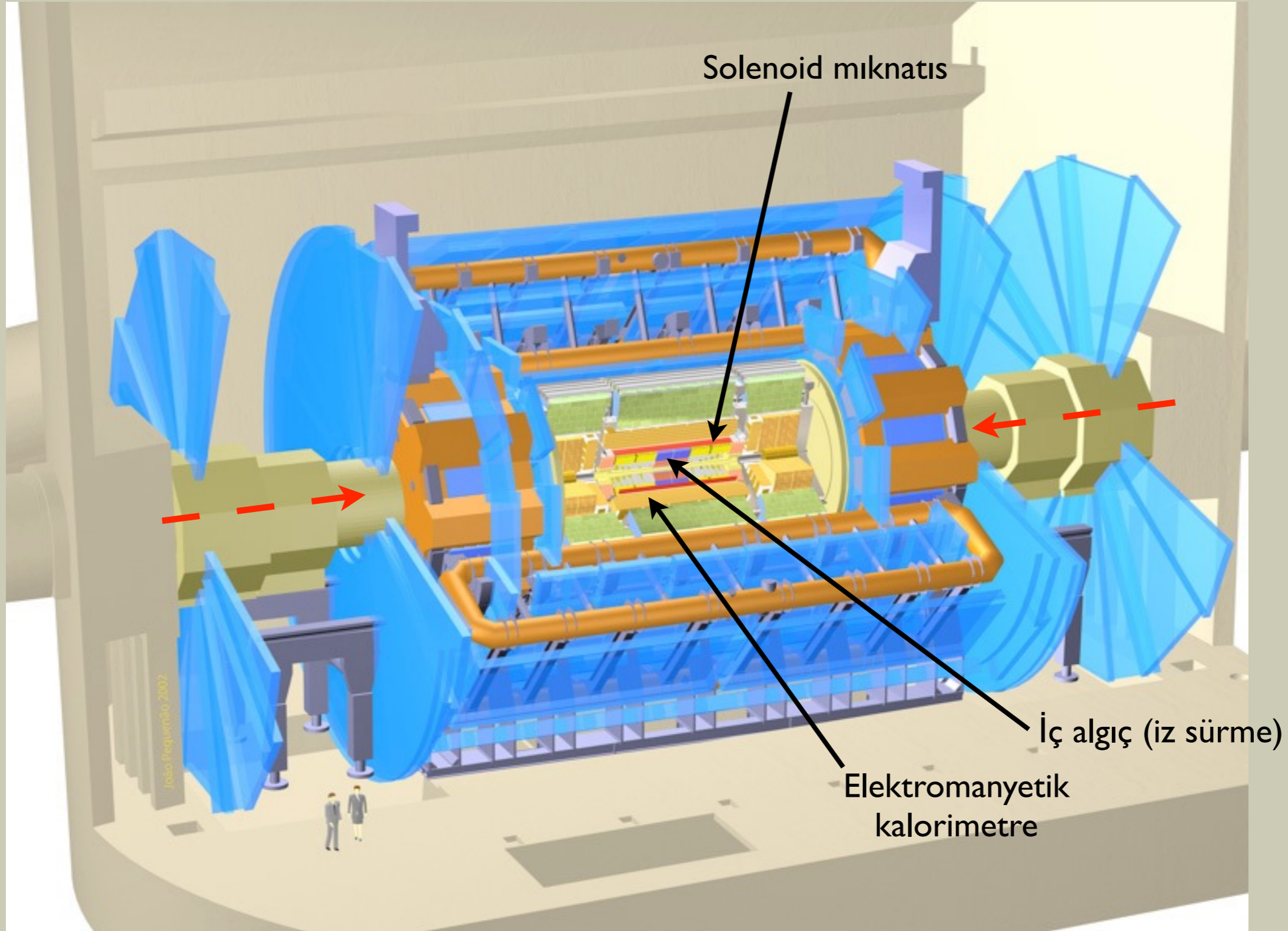
ATLAS Algıcının Parçaları



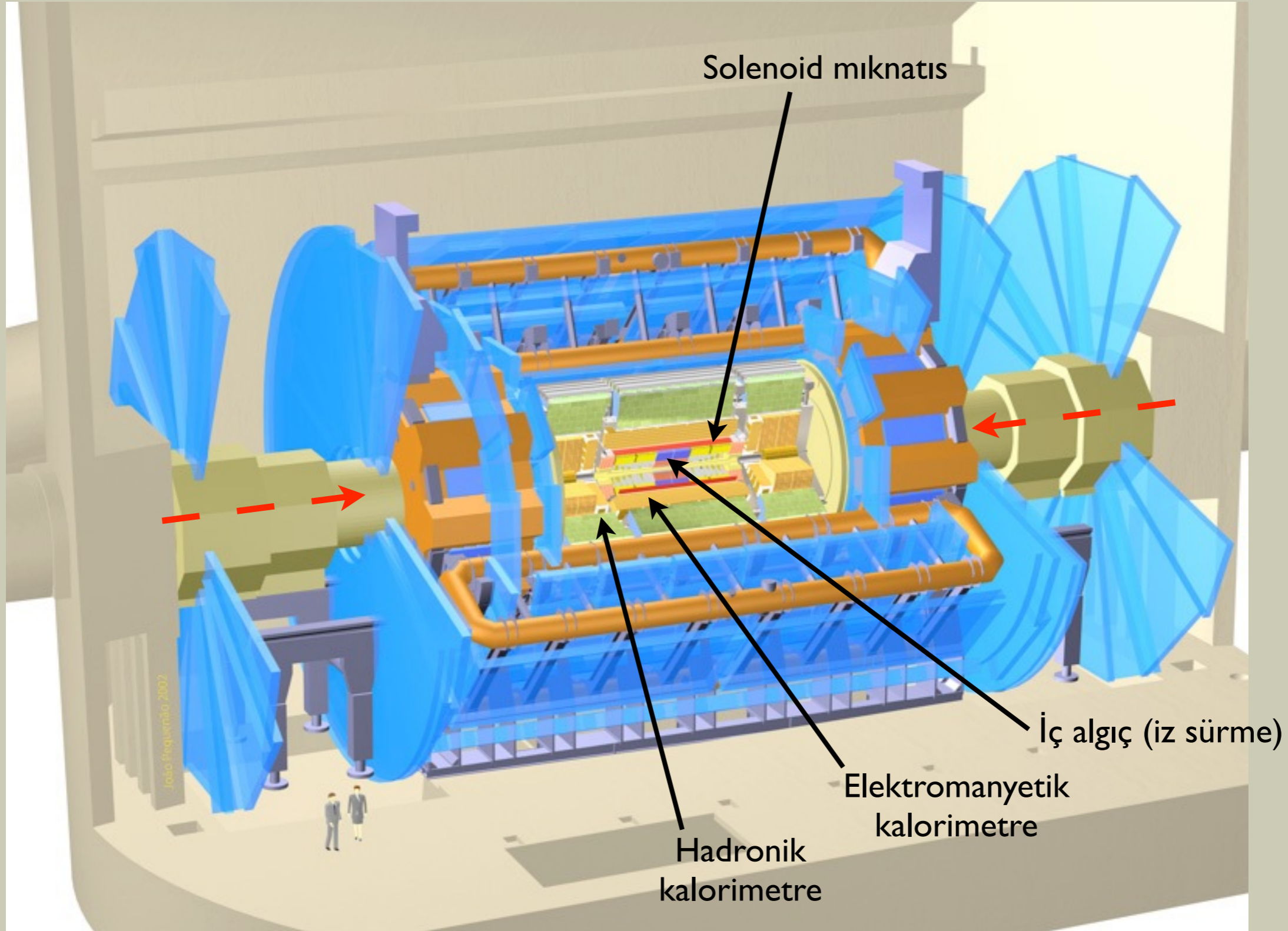
ATLAS Algıcının Parçaları



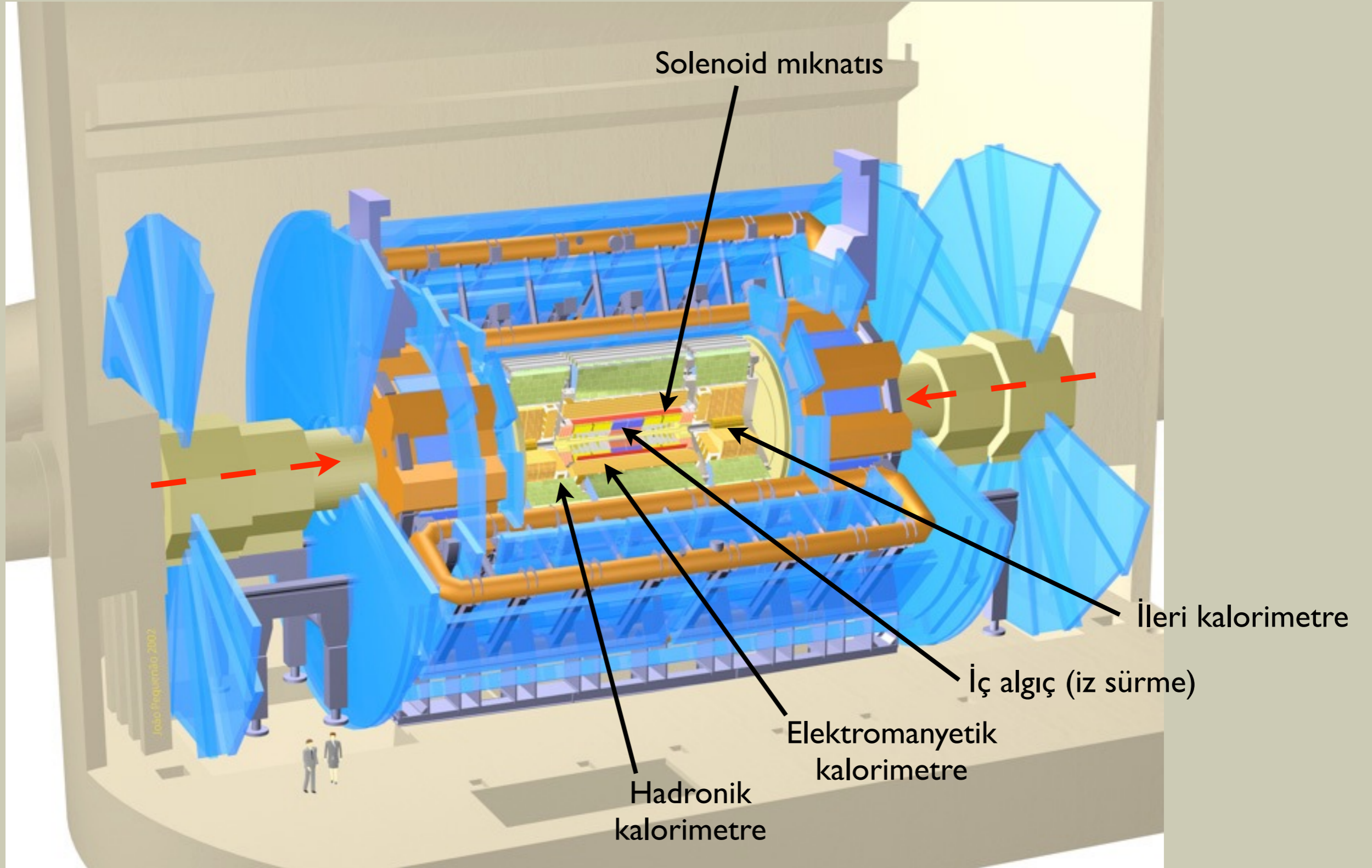
ATLAS Algıcının Parçaları



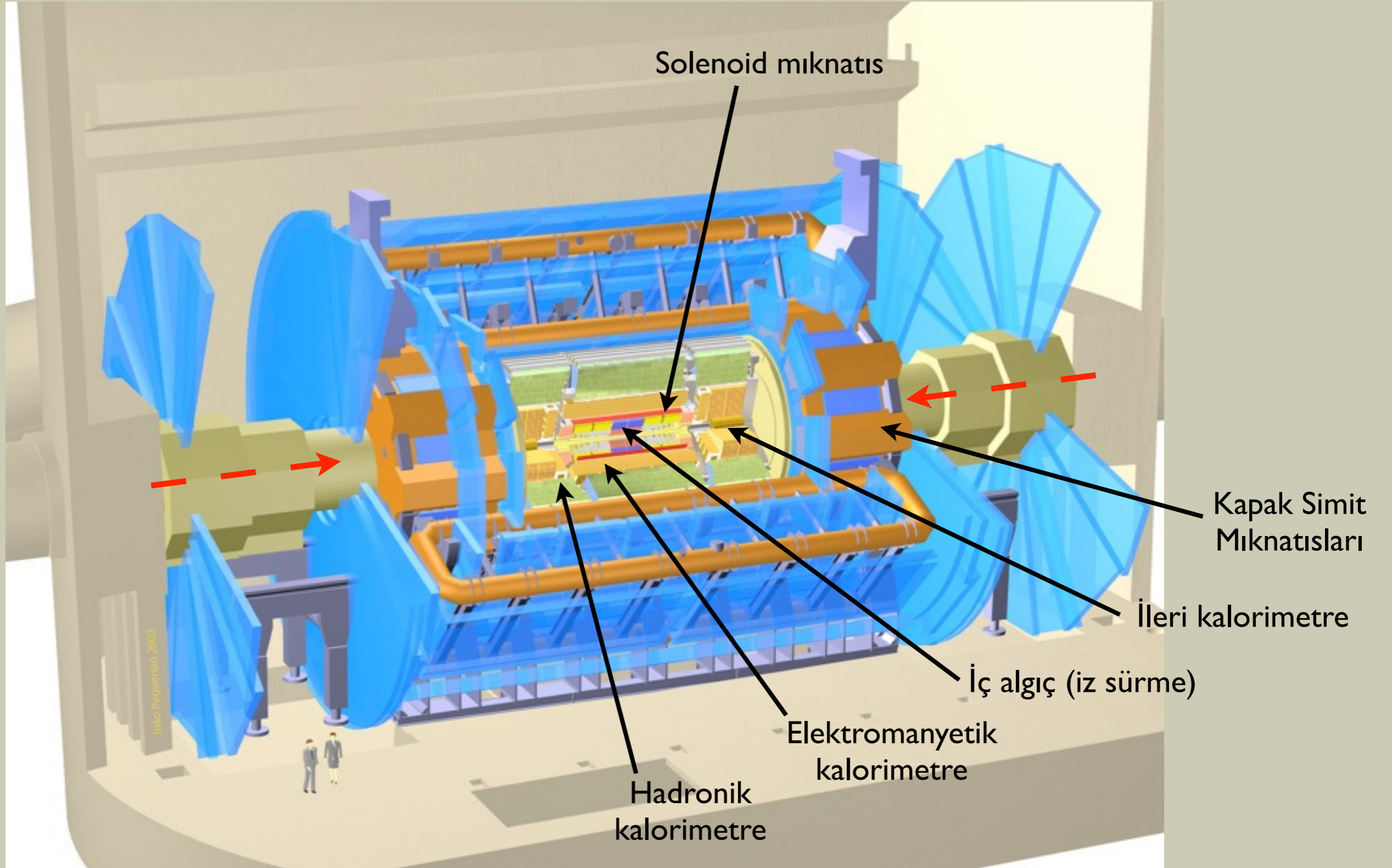
ATLAS Algıcınının Parçaları



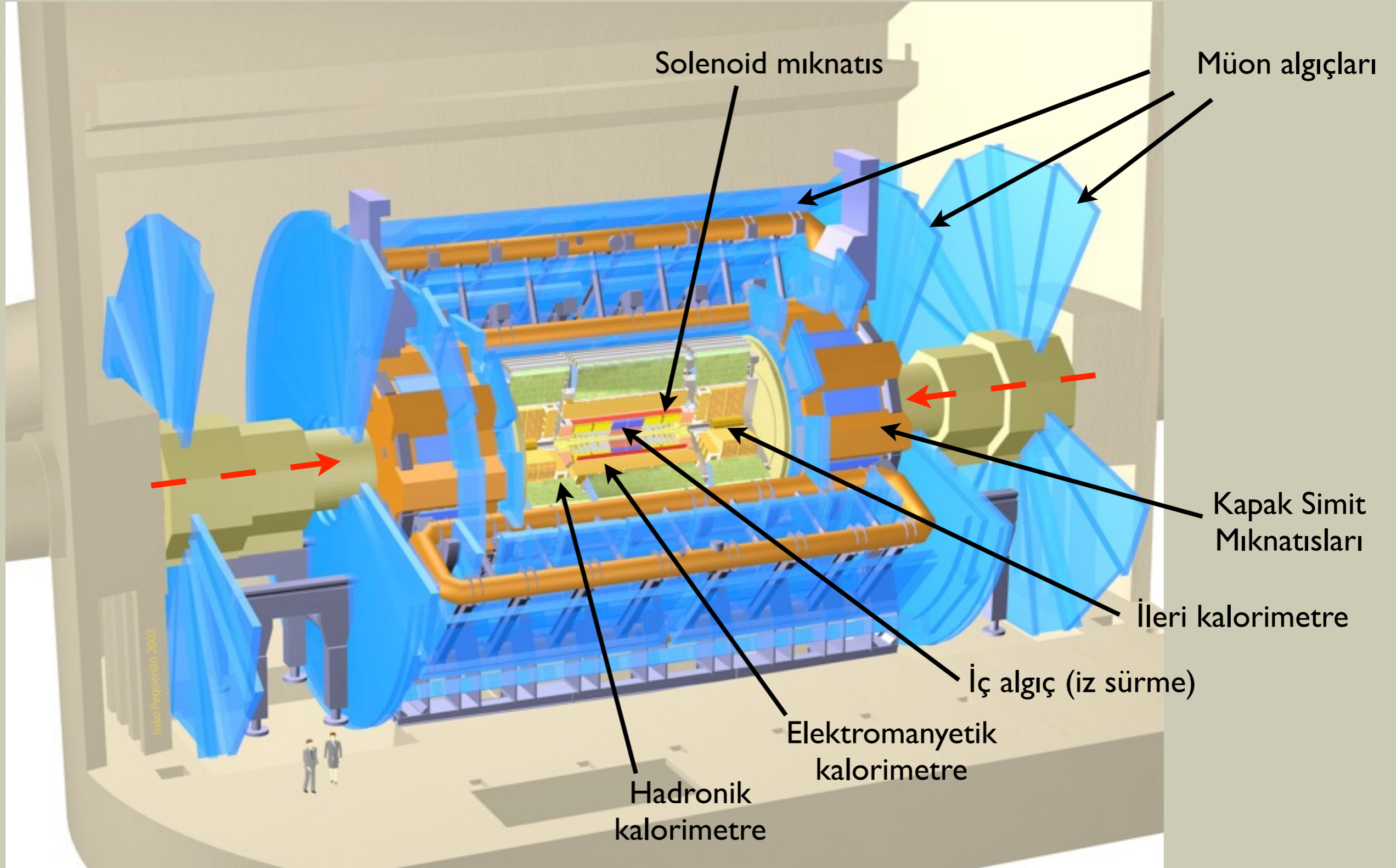
ATLAS Algıcınının Parçaları



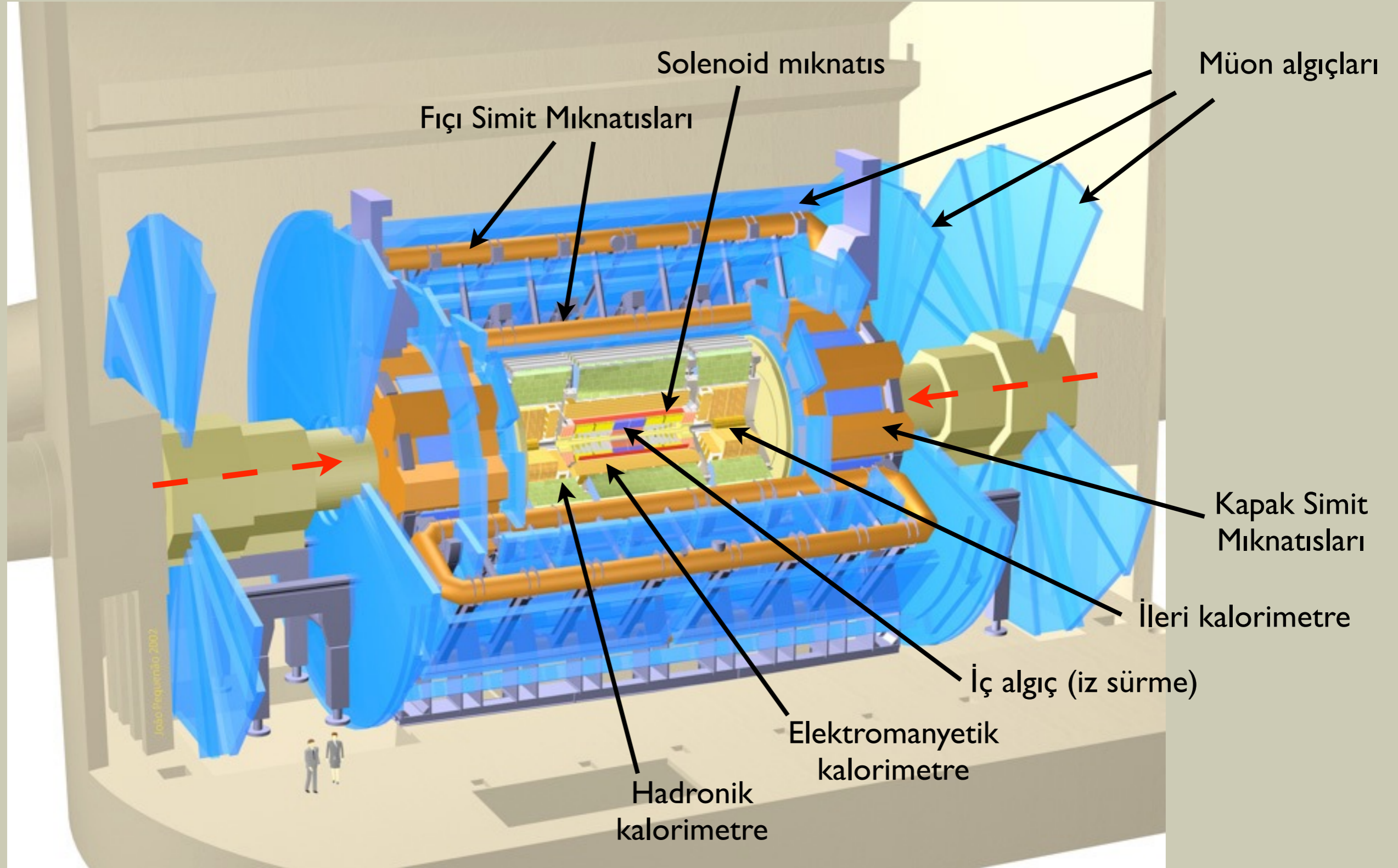
ATLAS Algıcınının Parçaları



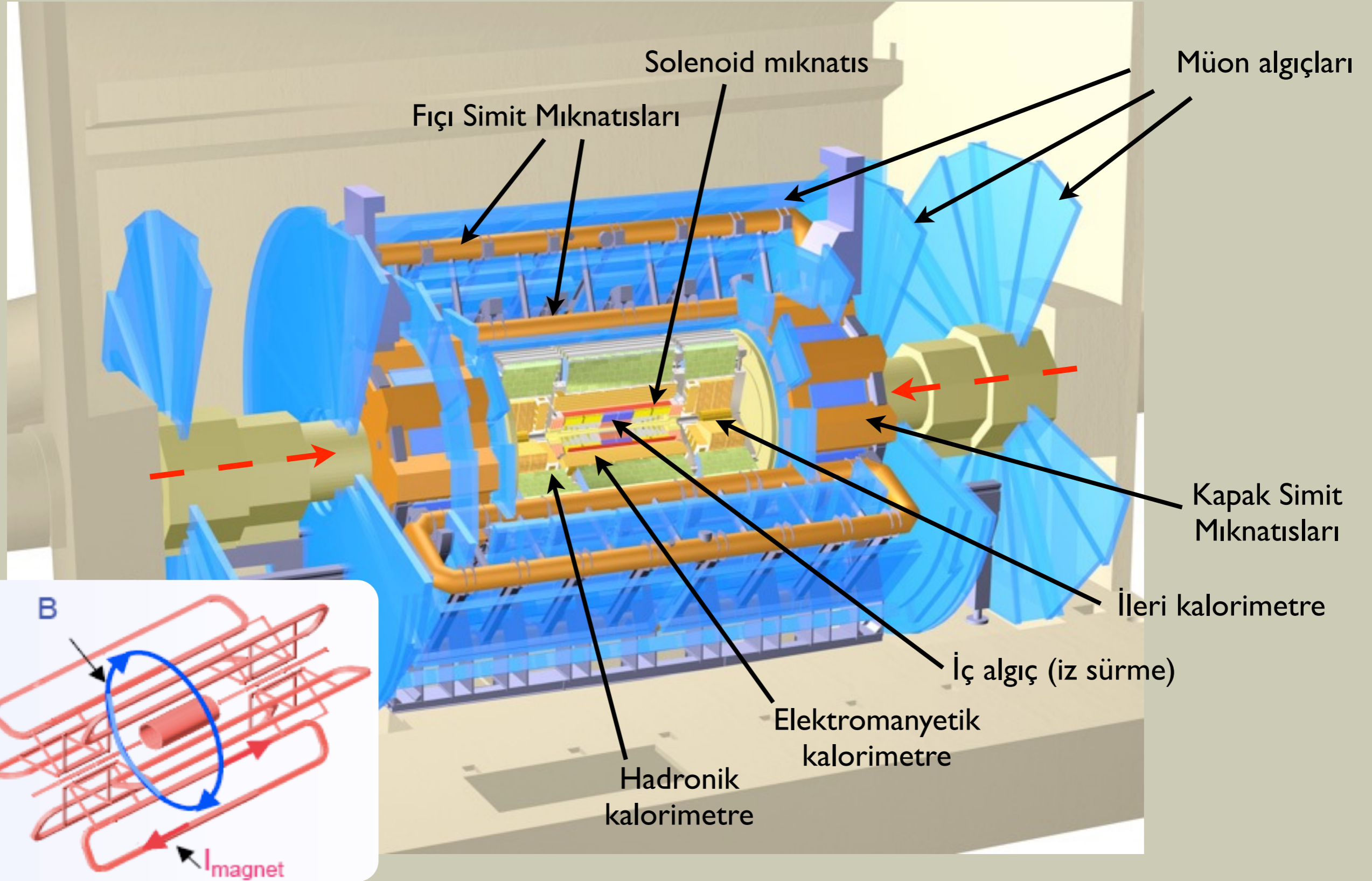
ATLAS Algıcınının Parçaları



ATLAS Algıcınının Parçaları



ATLAS Algıcınının Parçaları



ATLAS Algıcınının Parçaları

● İz sürme (İç Algıç) $|\eta| < 2.5$

- ➔ 2T solenoid ile
- ➔ Silisyum (pixel + strip) izsürücü
- ➔ Geçiş ışınımı izsürücüsü (TRT) e/π ayrışımı
- ➔ b işaretleme etkinliği %50

● Enerji Ölçümü $|\eta| < 5.0$

- ➔ EM kalorimetre : Pb-LAr, akordiyon şeklinde
- ➔ Hadron kalorimetre : Fe/Sci (merkez), Cu/W-LAr (ön kısım)

● Muon Ölçümü $|\eta| < 2.7$

- ➔ 4T toroid spektrometre
- ➔ MDT ve CSC : iz sürmek için
- ➔ RPC ve TGC : hızlı tetikleme için

RPC: Resistive Plate Chamber
 MDT: Monitored Drift Tubes
 CSC: Cathode Strip Chamber
 TGC: Thin Gap Chamber

ID: $\sigma/p_T \approx 5 \times 10^{-4} p_T \oplus 0.001$

$\sigma(d_0) = 15 \mu\text{m}$ at 20 GeV

ECAL: $\sigma/E \approx 10\% / \sqrt{E(\text{GeV})} \oplus 0.7\%$

HCAL: $\sigma/E \approx 50\% / \sqrt{E(\text{GeV})} \oplus 3\%$

Muon: $\sigma/p_T \approx 10\%$ at 1 TeV/c



İz Sürme

● Silisyum algıçlar

➔ Pixel : $R_{dış}=12.3\text{cm}$

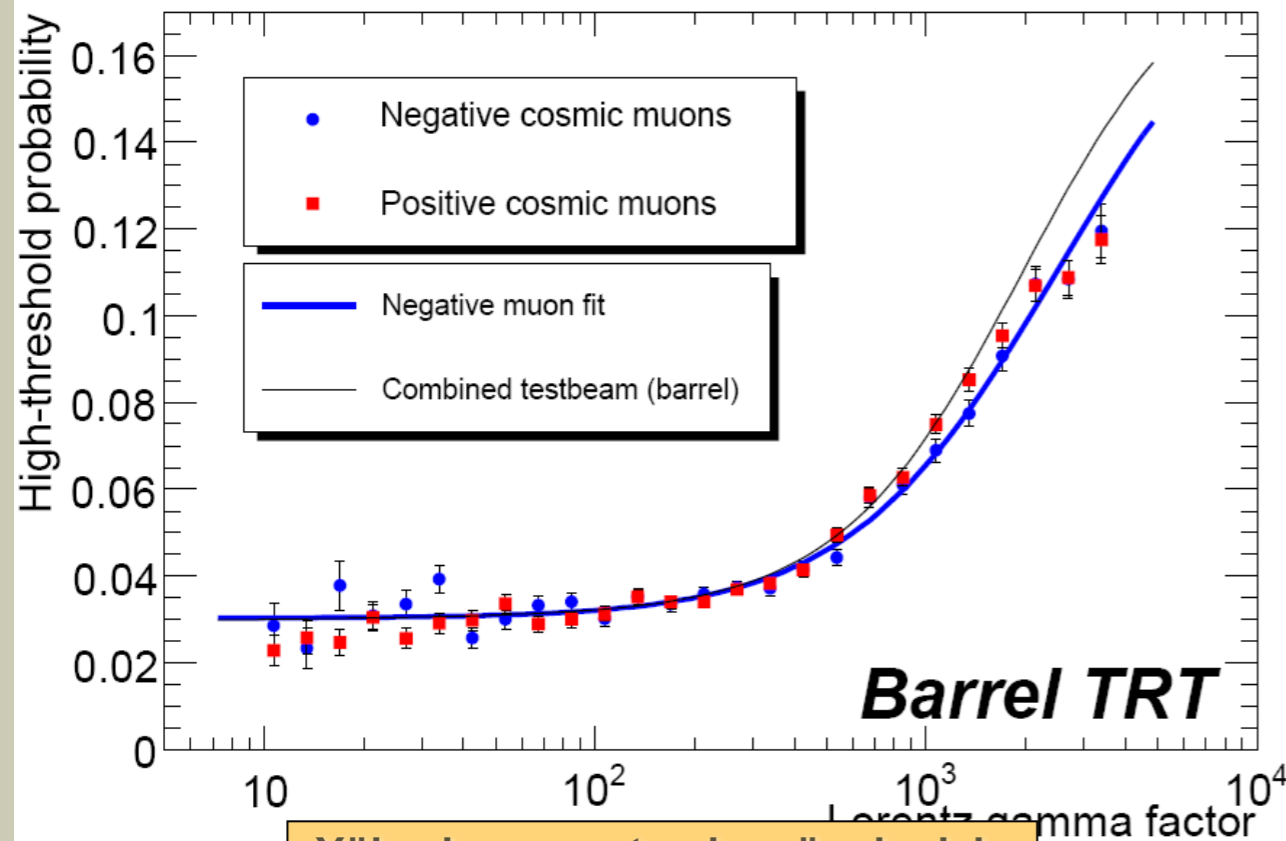
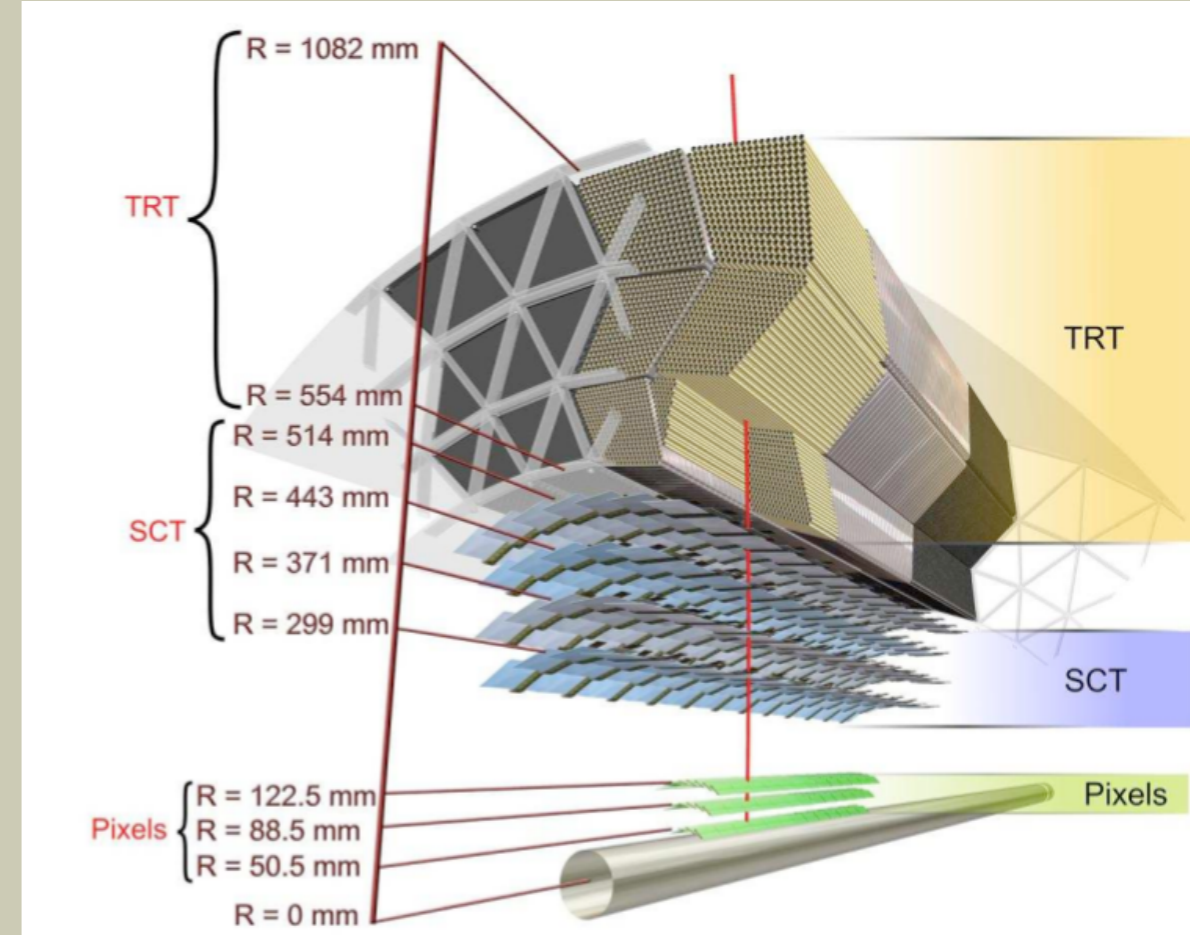
▶ ideal $16\mu\text{m}$, kozmik $24\mu\text{m}$ hassasiyet

➔ SCT : $R_{dış}=51.4\text{cm}$

▶ ideal $24\mu\text{m}$, kozmik $30\mu\text{m}$ hassasiyet

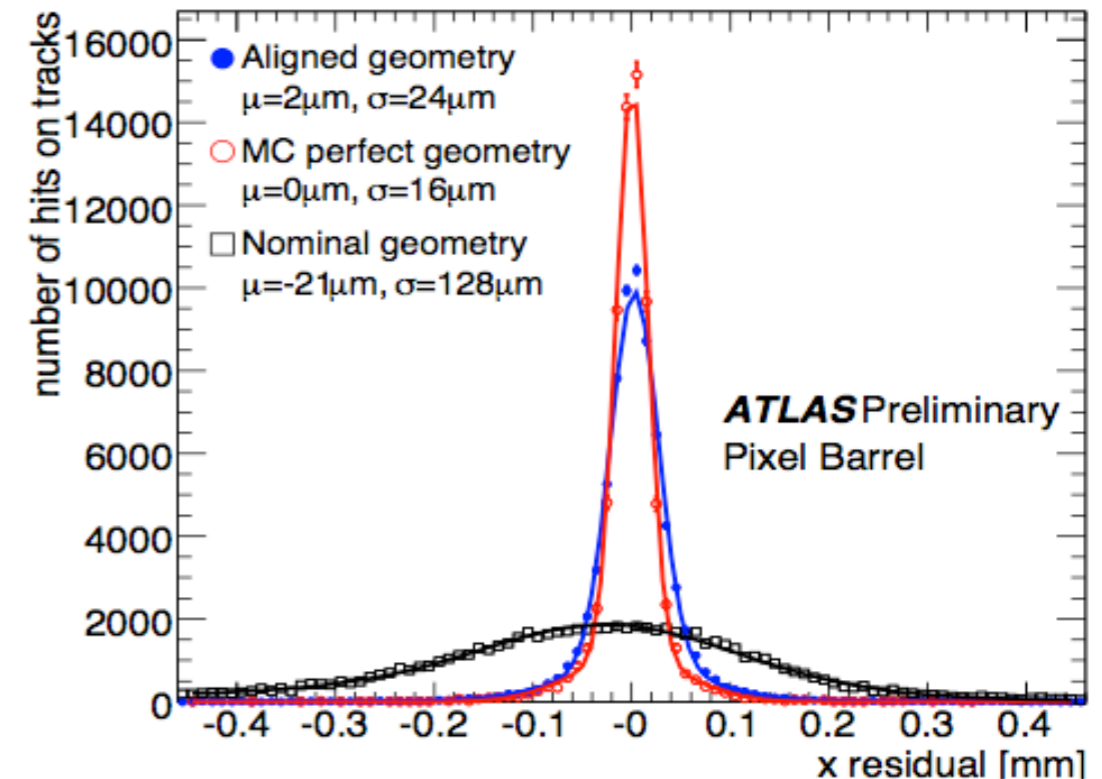
● TRT algıci $R_{dış}=108.2\text{cm}$

▶ ideal $130\mu\text{m}$, kozmik $187\mu\text{m}$ hassasiyet

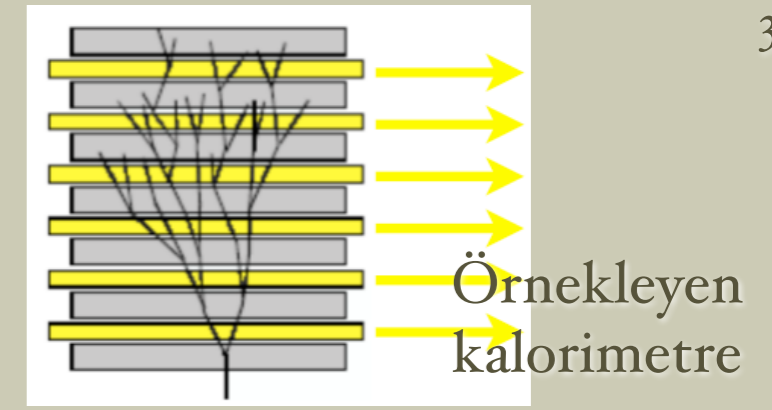


Yüksek momentumlu müonlar için geçiş ışınması açılma eğrisi

Pixel resolution: magnet ON



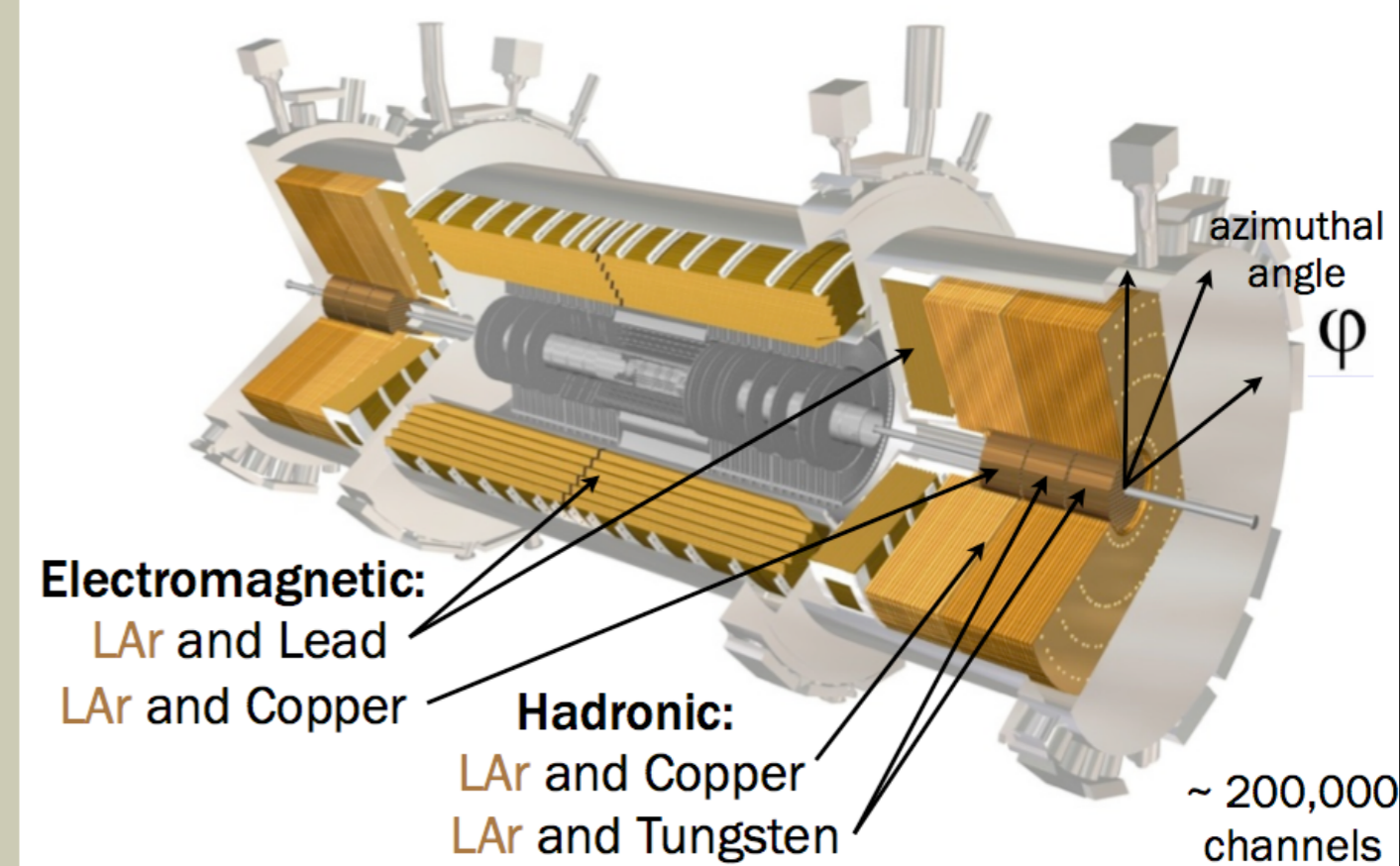
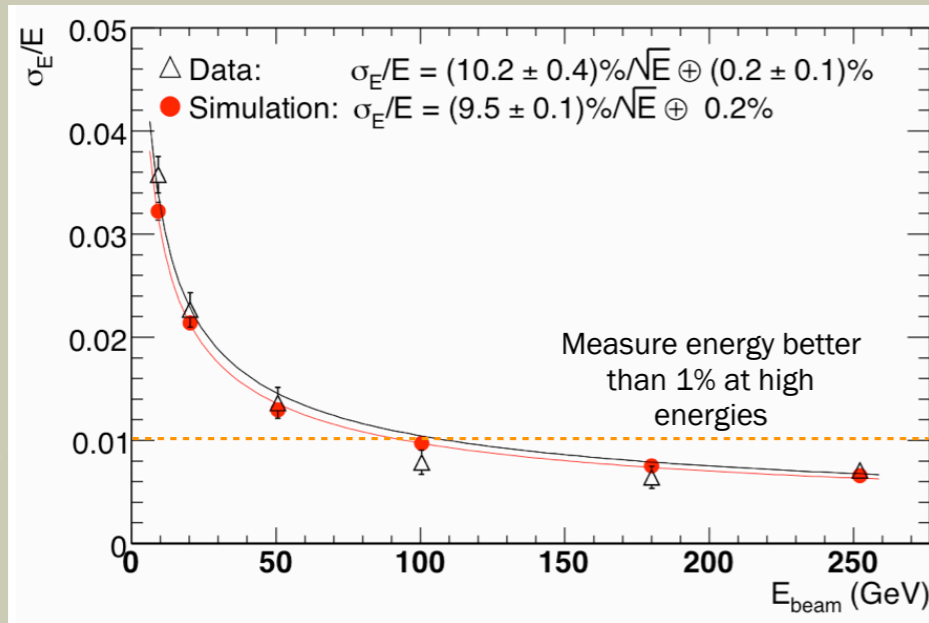
Enerji Ölçümü



Örnekleyen
kalorimetre

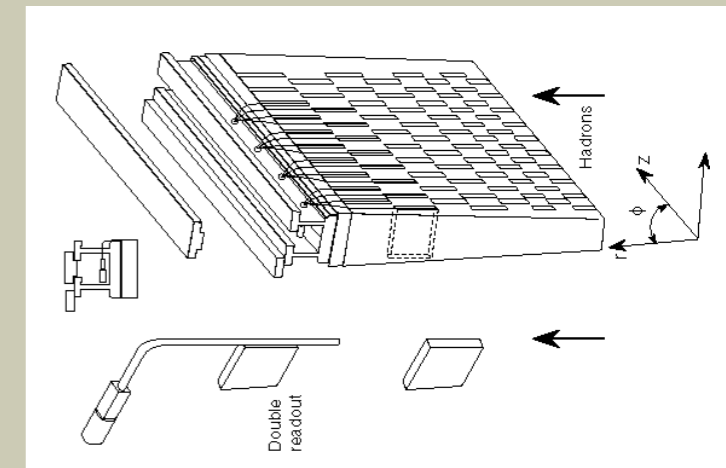
● EM kalorimetre: 22X₀

- ➔ L1 Tetiklemeye dahil (JEP)
- ➔ η :3.2 veri η :2.5 tetikleme
- ➔ Pb LAr karışımı
- ➔ %1 hata, yüksek çözünürlük
 - $\Delta\eta \times \Delta\Phi = 0.02 \times 0.02$



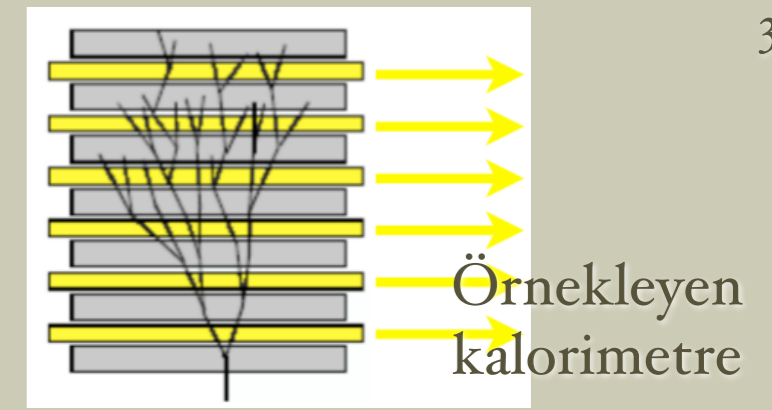
● Hadron kalorimetre

- ➔ η :1.7 veri - Çelik-sintilatör karışımı, 2 yönlü okuma
- ➔ iyi çözünürlük: $\Delta\eta \times \Delta\Phi = 0.1 \times 0.1$
- ➔ Daha yüksek η - Cu LAr karışımı



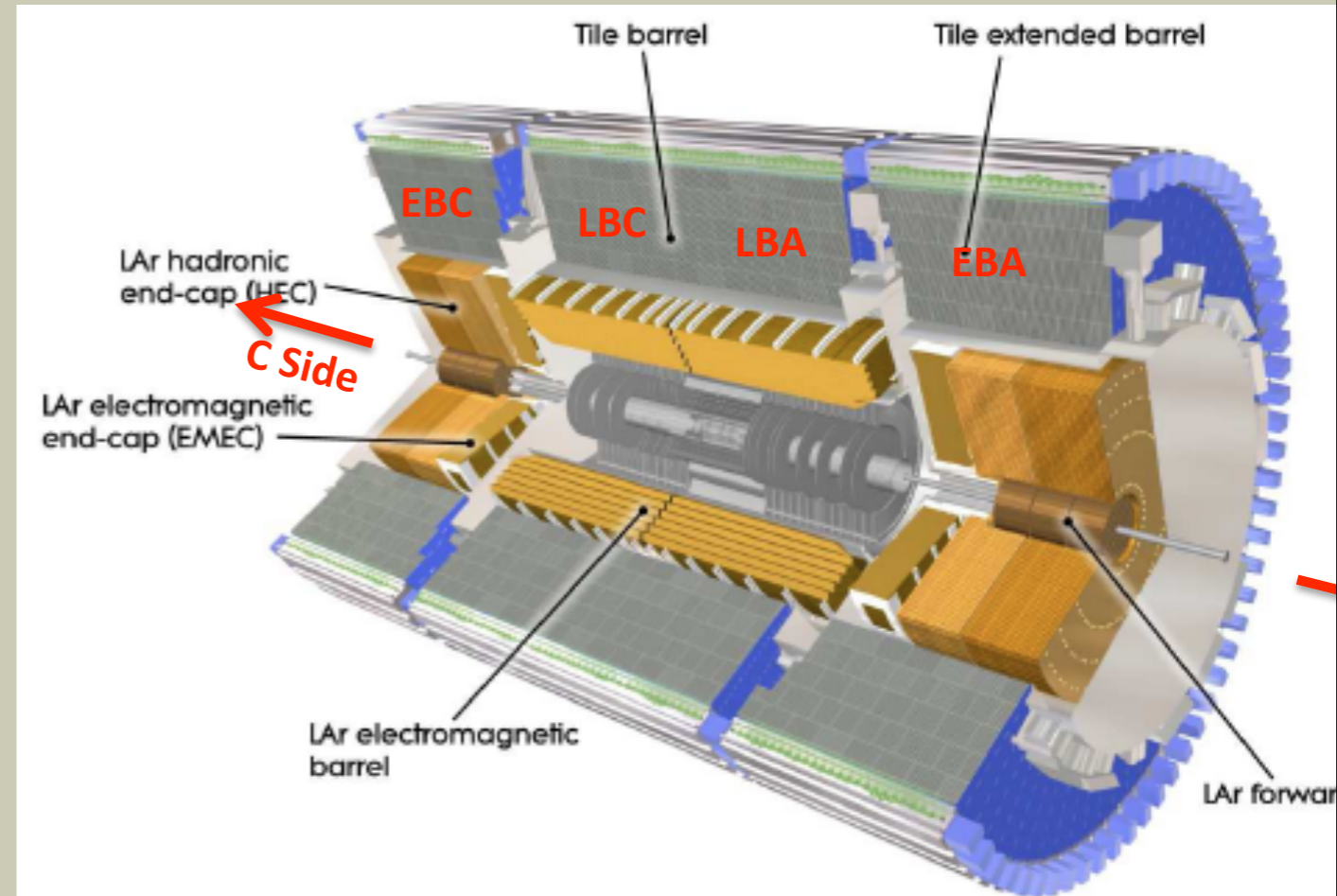
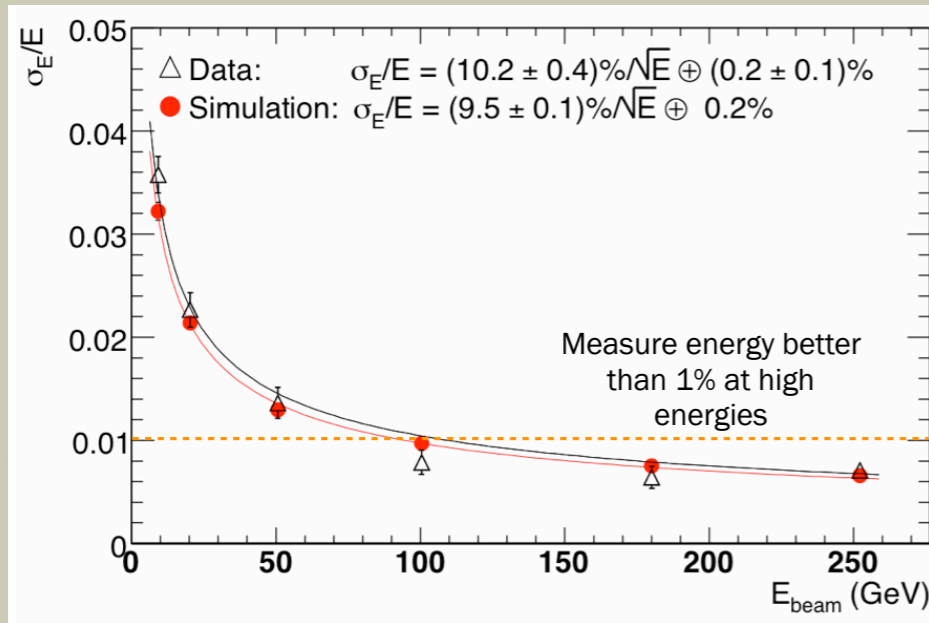
Ayrıca ileri kalorimetreler: (Cu+W)/LAr

Enerji Ölçümü



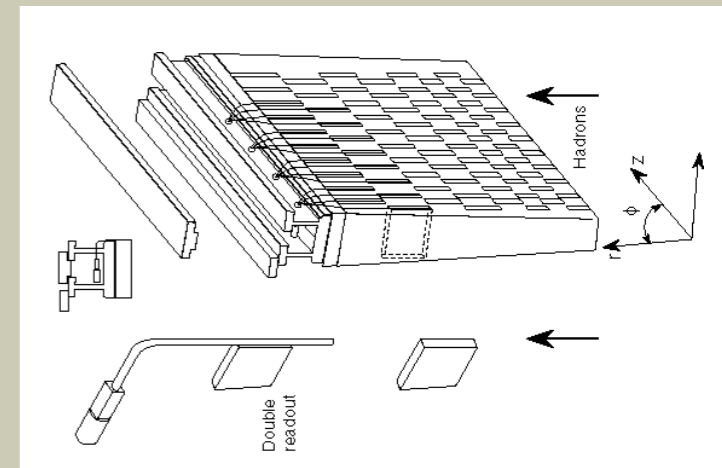
● EM kalorimetre: 22X₀

- ➔ L1 Tetiklemeye dahil (JEP)
- ➔ η :3.2 veri η :2.5 tetikleme
- ➔ Pb LAr karışımı
- ➔ %1 hata, yüksek çözünürlük
 - $\Delta\eta \times \Delta\Phi = 0.02 \times 0.02$



● Hadron kalorimetre

- ➔ η :1.7 veri - Çelik-sintilatör karışımı, 2 yönlü okuma
- ➔ iyi çözünürlük: $\Delta\eta \times \Delta\Phi = 0.1 \times 0.1$
- ➔ Daha yüksek η - Cu LAr karışımı



Ayrıca ileri kalorimetreler: (Cu+W)/LAr

Müon Sistemi

● 4 Farklı algıç

➔ Fıçı bölgesi

- tetikleme: RPC, iz sürme: MDT

➔ Kapak bölgesi

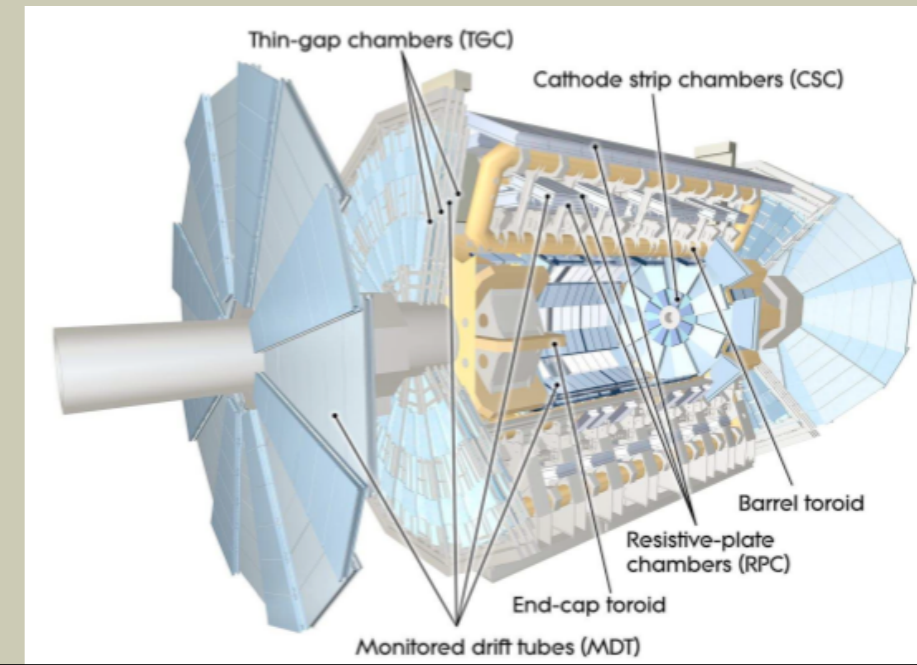
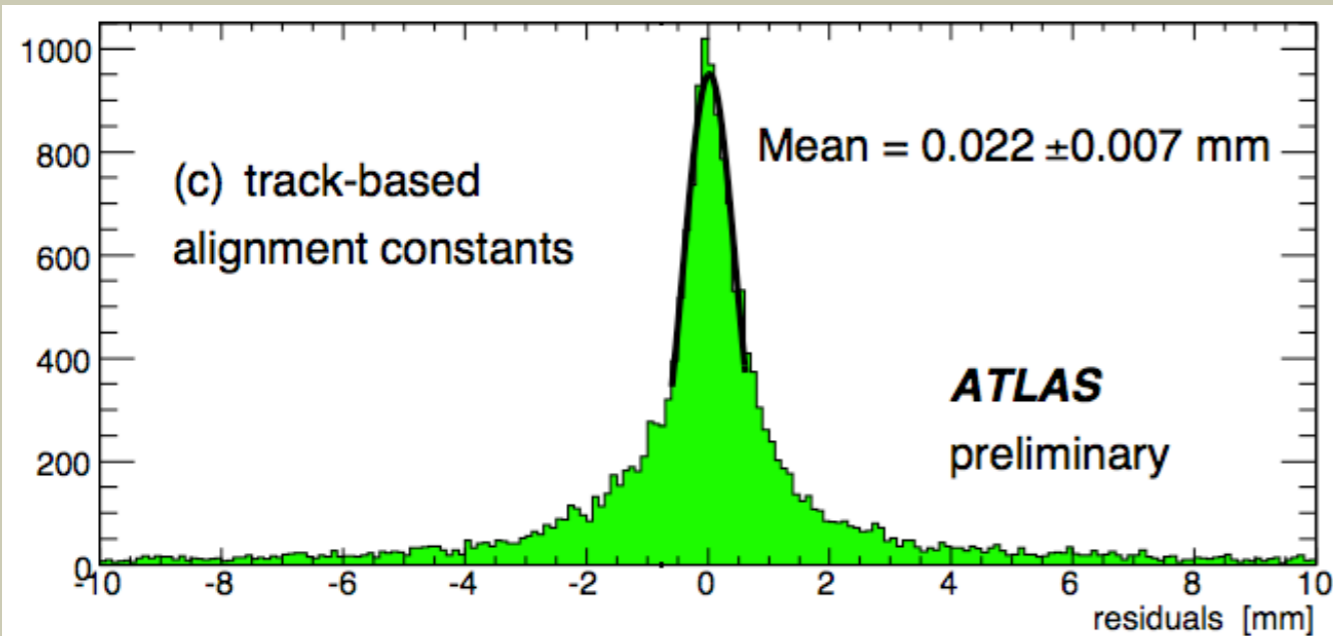
- tetikleme: TGC, iz sürme: MDT, CSC

● Yaklaşık 1M kanaldan veri gelir.

➔ 35–40 μm hassasiyet

● 6 GeV ve üstü muonların tetiklenmesi mümkündür.

Monitored drift tubes - Coverage - Number of chambers - Number of channels - Function	MDT $ \eta < 2.7$ (innermost layer: $ \eta < 2.0$) 1088 339 000 Precision tracking
Cathode strip chambers - Coverage - Number of chambers - Number of channels - Function	CSC $2.0 < \eta < 2.7$ 32 31 000 Precision tracking
Resistive plate chambers - Coverage - Number of chambers - Number of channels - Function	RPC $ \eta < 1.05$ 544 359 000 Triggering, second coordinate
Thin gap chambers - Coverage - Number of chambers - Number of channels - Function	TGC $1.05 < \eta < 2.7$ (2.4 for triggering) 3588 318 000 Triggering, second coordinate



Bilgisayar bu dersin neresinde? - Algıç Benzetimi

Kısaca Benzetim

- Benzetim (simülasyon): Fiziksel ya da soyut bir dizgenin davranış özelliklerinin başka bir dizgenin davranışlarıyla gösterimi (TDK terim sözlüğü)
- Mühendislik ve fizikteki en basit ve en sık karşılaşılan benzetim programları:
 - Bir cismin bileşenlerini tarif eden matematiksel modelleri bir araya getir => denklemler çıkar => denklemleri analitik veya sayısal tekniklerle çöz.
- Örnek SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) : 1973'den beri devre tasarımının vazgeçilmezlerinden.
 - Devre elemanlarının I-V karakteristikleri => diferansiyel denklemler => Newton metodu, seyrek matris metodları, vs. ile çözüm.

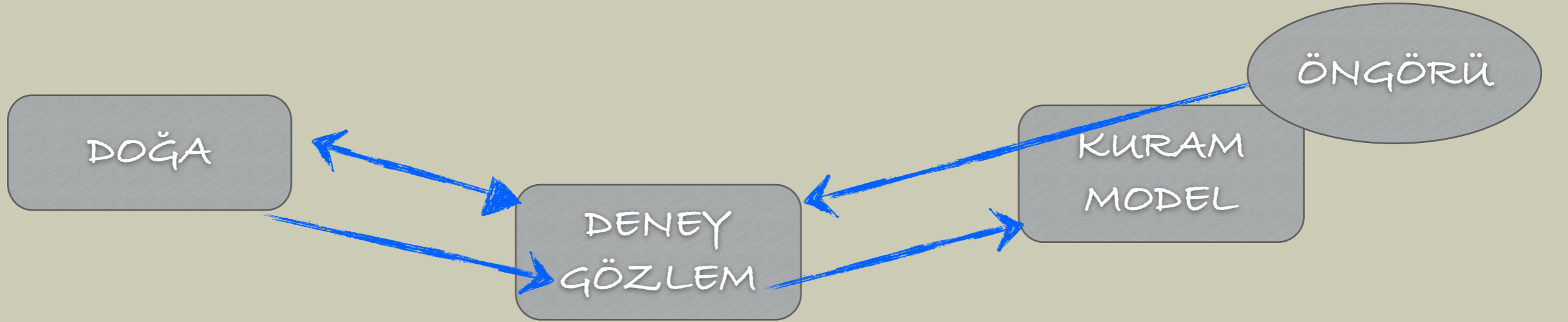


AB (At Benzetimi) - size düşmemeyi öğretir

```
Sec.Order High-Pass Filter
Vin 1 0 AC 12V
CF 1 2 3.0uF
Rf 2 3 4.0
Lf 3 0 150uH
.AC DEC 20 10Hz 10MEG
.PROBE
.END
```

SPICE - size devre elemanlarınızı yakmamayı öğretir

Parçacık Fiziğinde Benzetim



- Genel olarak kuramdan öngörüyü çıkartabilmek için hesap lazım -> analitik çözüm yoksa, benzetim yaparak sayısal çözüm.
- Parçacık fiziğinde ise çoğunlukla kullandığımız yöntem:
 - Kuramı veya modeli kullanarak rasgele durumlar üretelim. Yani doğanın verdiği veya verebileceği durumları taklit etmeye çalışalım. Bu durumlar bir çarpışmadan sonra gerçekleşen ve algıçta gözlenecek olaylar olabilir. Veya belli bir parçacığın algıcımızdan geçerken bırakmasını beklediğimiz sinyal de.
 - Taklit ile algıçtan gelen veriyi karşılaştırıp kuramı/modeli test edebiliriz.

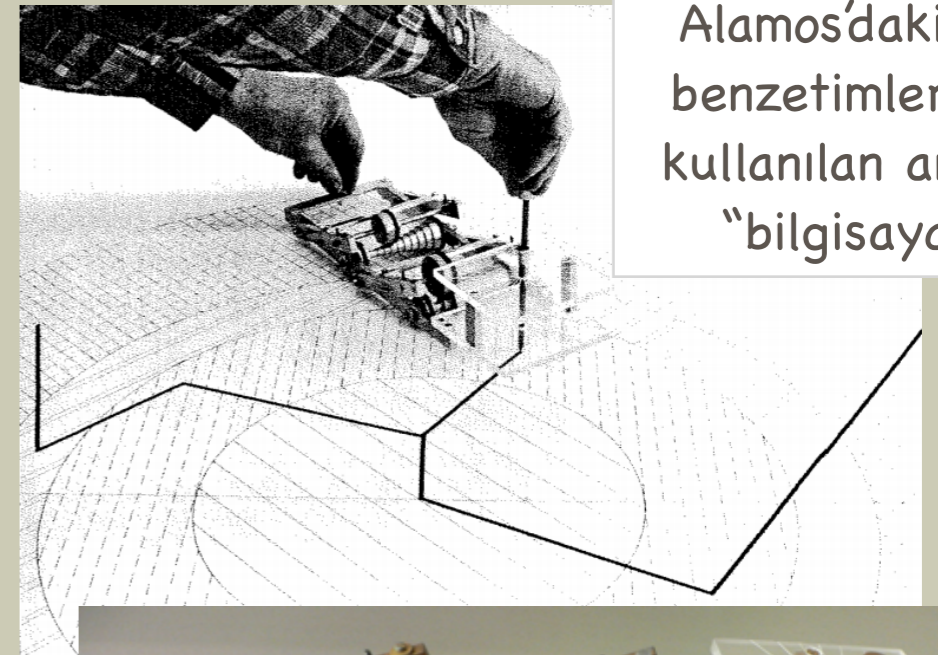
Özet: Benzetebilirsek anlarız.

Monte Carlo Benzetimi

- Monte Carlo benzetimi:
 - Deterministik çözümler yerine rasgele numuneler olarak cevabı hesaplama tekniği.
 - Nick Metropolis tarafından Stan Ulam'ın sürekli Monte Carlo'da kumar oynamaya giden amcasından etkilenerek isimlendirilmiş.
 - 1940'larda çekirdek fisyonu ile ilgili problemleri çözmek için "icat edilmiş" (Fermi, Metropolis, Ulam, von Neumann,...).
 - **Rasgele yerleştirilmiş ve rasgele yönlerde hareket eden nötronlarla başla, bunları test edilmek istenen reaktörün model çizimi üzerinde rasgele saçılmalar olacak şekilde hareket ettir.**
- Parçacık fiziğinde, "Monte Carlo" ve "benzetim" sözcükleri neredeyse eş anlamlı gibi kullanılır.
 - Başka alanlarda kullanılan ve tam sonuç veren ama cevabın ne kadar sürede çıkacağını bilmediği başka rasgele benzetim metodları vardır: "Las Vegas"



(CC) <http://www.flickr.com/photos/irenetonq/>



FERMIAC - Los Alamos'daki MC benzetimlerinde kullanılan analog "bilgisayar"

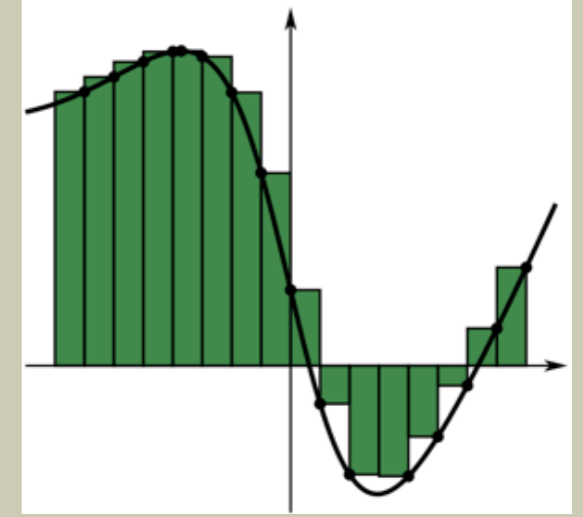


<http://jackman.stanford.edu/mcmc/metropolis1.pdf>

Not: Las Vegas ile VEGAS ayrı tekniklerdir.

İntegral Alma

- Soru: $I = \int_0^1 f(x) dx$
- En basit sayısal metod: $I \approx \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} f\left(\frac{i}{n}\right)$
- d-boyutlu: $I = \int_{[0,1]^d} f(x_1, x_2, \dots, x_d) dx_1 dx_2 \dots dx_d$
- Fonksiyonu $N = n^d$ kere hesaplamak lazım. Ayrıca gösterebiliriz ki hata payı $O(N^{-2/d})$ seviyesinde olacak.
- Çare: d-boyutlu uzayımızda olasılık yoğunluğu fonksiyonu tekdüze olan N tane rasgele nokta seçelim: \mathbf{x}_i
 - Ve: $I \approx \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} f(\mathbf{x}_i)$
- “İstatistikî” hata payımız d’den bağımsız, $\frac{1}{\sqrt{N}}$ şeklinde gider.



(CC) http://en.wikipedia.org/wiki/File:Riemann_sum_convergence.png

<http://arxiv.org/abs/hep-ph/0006269/>

Basit bir Örnek

□ $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}$ integralini alınız.

□ ROOT ile tek satırda yazılmış bir “deney”:

```
root [0] float t=0; int n=5000; for (int i=0;i<n;++i)
t+=1/sqrt(gRandom->Rndm()); cout << t/n << endl;
```

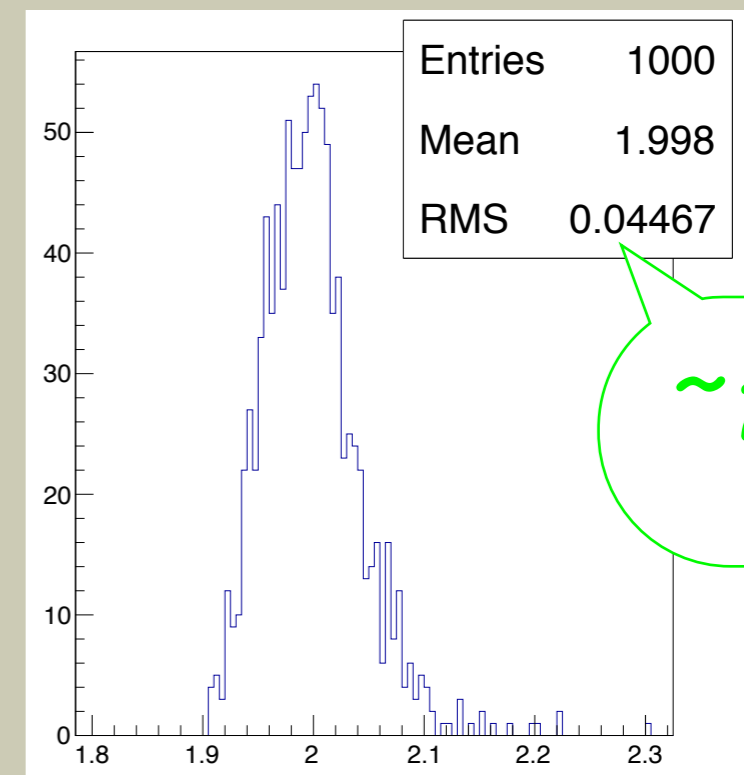
2.10837

□ Pekiyi, hesabımızdaki “hata” ne kadar?

□ MC’yi test etmek için MC yapalım...

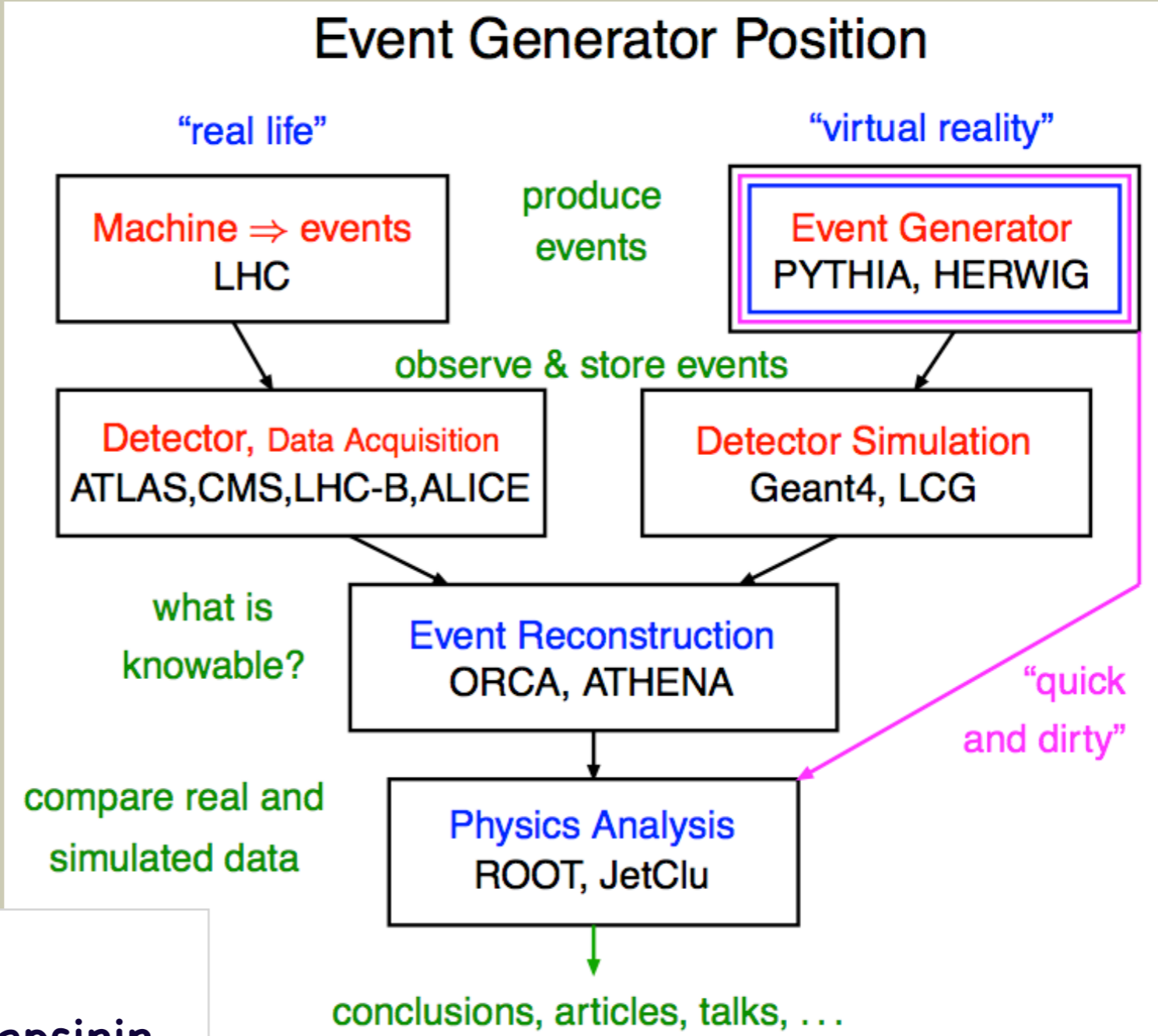
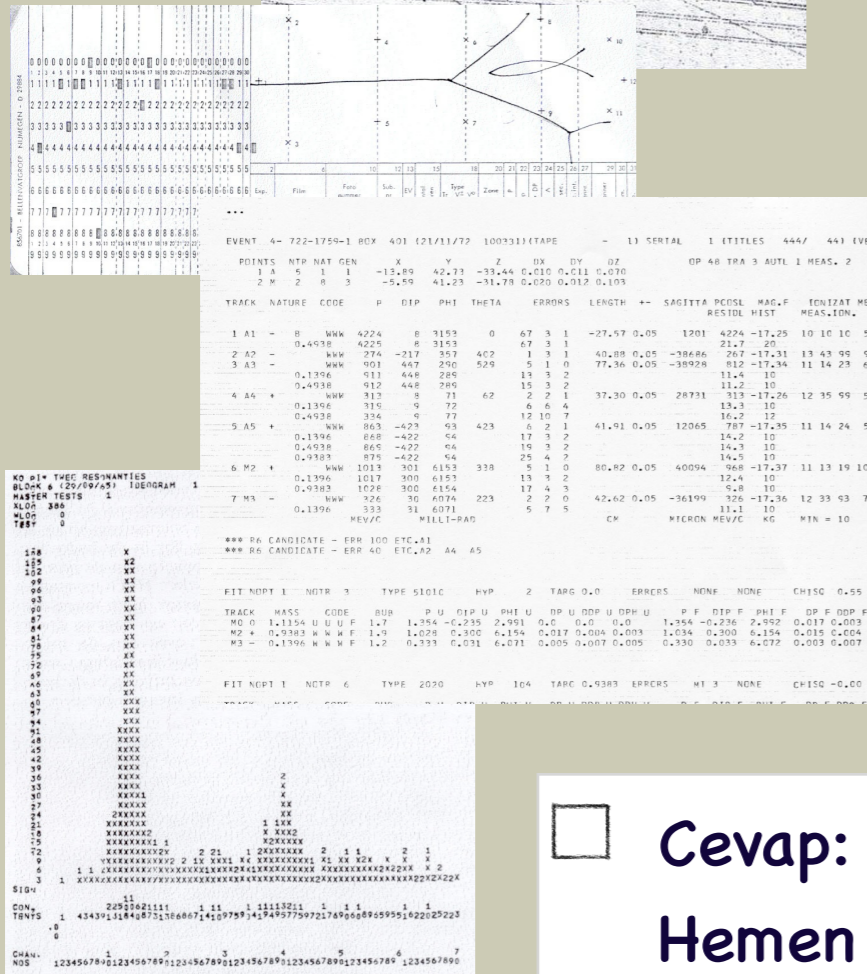
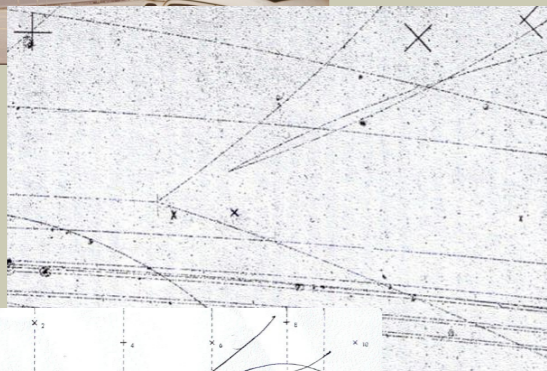
“Deneyi” 1000 defa tekrarlayıp bakalım.

```
MCintegral() {
  TH1F *h = new TH1F("h", "h", 1000, 0, 5.);
  unsigned int ndeney = 1000; // yapılacak deney adeti
  int n = 5000; // her bir deneydeki rasgele sayi adeti
  for (unsigned int j=0; j<ndeney; ++j) {
    float t=0;
    for (int i=0;i<n;++i) t+=1/sqrt(gRandom->Rndm());
    h->Fill(t/n); }
  h->Draw();
}
```



~2.2

Parçacık Deneylerinde Neyin Benzetimini Yapıyoruz?

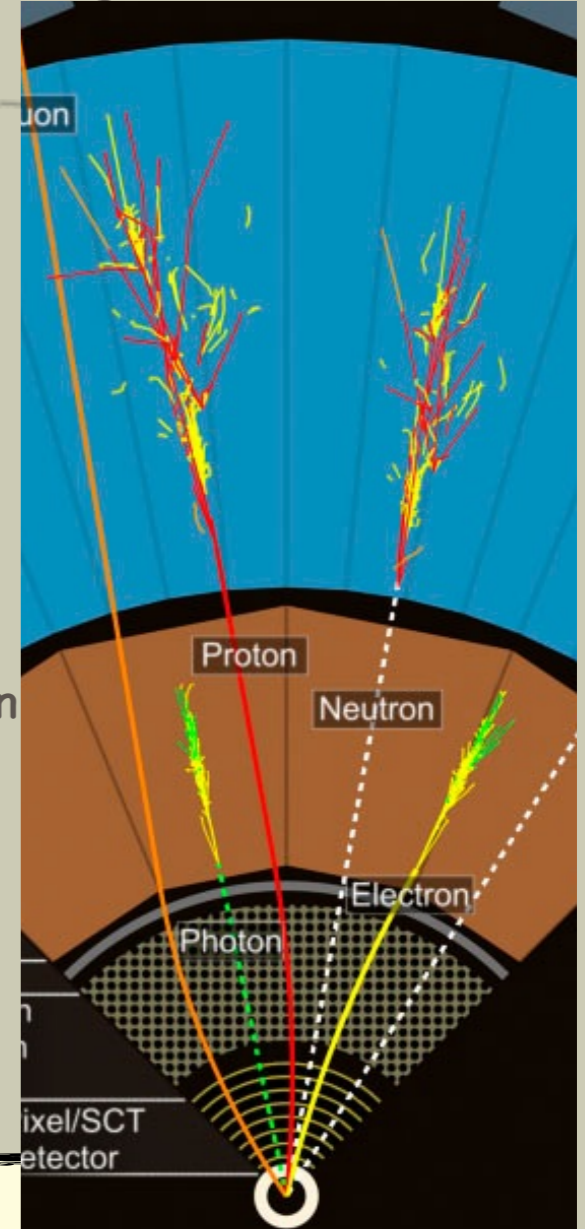


□ Cevap:
Hemen hepsinin...

T. Sjostrand, <http://indico.cern.ch/getFile.py/access?resId=0&materialId=3&confId=a042790>

Algıç Etkileşimleri ve Sayısallaştırma

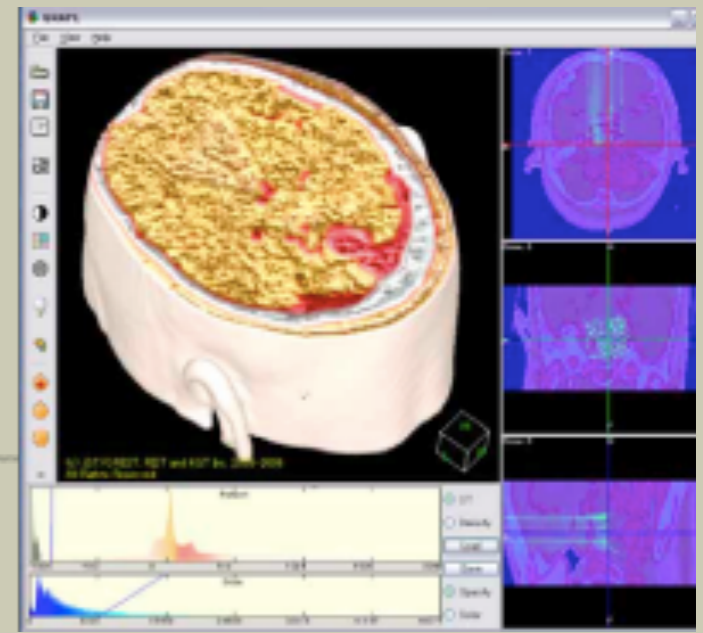
- Yavaş ama kesin yöntemler (full MC)
 - Geant, Fluka
 - Parçacıkların her adımda takibi ve etkileşimleri
- Çok hızlı ama kaba yöntemler (fast MC)
 - PGS, Delphes, AcerDET, ATLFast, ...
 - Parçacıkların algıcın neresine geldiğine göre vereceği sinyalin karakterinin tablodan bakılması ve ona uygun rasgele taklit sinyaller üretilmesi.
- İkisinin arası
 - ATLFast II +? (belki sizin katkınız)
 - Hızlı benzetim tekniklerinin kullanılması



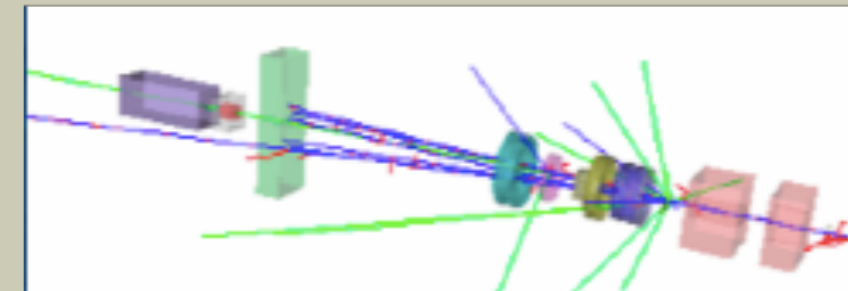
★ Sonrası ve sayısallaştırma

Algıca (ör: scintillator/pırılıcı) gelen parçacıkları bulduk ama işimiz bitmedi. Bu parçacıkların izini algıçımıza götürmeliyiz. Işık klavuzu veya fiberin etkisini hesaba katmalıyız. Sinyali okuma aleti (ör:PMT) ne kadar etkin, kendisi fazladan sinyal üretiyor mu (dark current)? Analog bilgiyi dijital (sayısal) yapan aletin (ADC) hassasiyeti nedir?

Geant4



- “Geometry and Tracking” - geometri ve iz sürme
 - Adı şaşırtmasın: Olayın ölçülmesi, baştan inşası ve izlerin çıkarılması Geant ile alakalı değil.
- Önceki sürümleri (Fortran ile) CERN’de geliştirilmiş, şimdi ise uluslararası Geant4 grubu tarafından C++ ile yazılıyor.
- YEF alanında standart, diğer bir çok alanda da kullanımı artıyor.
 - Geant4’ü kullanan bazı deneyler: ATLAS, CMS, LHCb, BaBar, Borexino, MINOS, GLAST, ...
 - Uzay araştırmaları, biyomedikal, vs.



G4 = Tam Benzetim

- Sistemin geometrisi
- Kullanılan materyaller
- İlgilenilen parçacıklar
- Olay yaratılması
- Parçacıkların madde ve EM alan ile etkileşimi
- Algıçlara verilen cevap
- Olayın ve izlerin kaydı
- Sistemin görselleştirilmesi
- İzlerin görselleştirilmesi
- Benzetimin her adımının istenilen detay ile analizi

Paket olarak Geant4 bize tüm bu maddeleri için C++ mekanizmaları sunar...

G4 Nasıl Çalışıyor?

- Başlangıç parçacıklarını tanımla ve yerleştir (olay üretici arayüzüyle, radyoaktif kaynak veya parçacık tabancasıyla)
- Tanımlanmış hacim içerisinde tüm parçacıkları adım adım ilerlet
 - Adım büyüklüğünü süreçlerin tesir kesidiyle ve materyallerin sınırları ile belirle.
 - Her adımda süreçleri uygula: Yeni parçacıklar yarat, parçacıkların özelliklerini değiştir, parçacıkları soğur, yok et.
 - Tanımlı algıç hacminde parçacık kalmayana kadar devam et.

G4'deki Süreçler

- Fotonlar: Fotoelektrik etki, Compton ve Rayleigh saçılmaları, elektron/muon çiftleri oluşması.
- Elektronlar: e iyonlaşması/enerji kaybı (Moller, Bhabha saçılmaları, Berger-Stelzer dE/dx vs.), bremsstrahlung, $e+e^-$ yok olması, sinkrotron ışınması.
- Muonlar: mu iyonlaşması/enerji kaybı, bremsstrahlung, $e+e^-$ çift oluşması.
- Hadronlar/iyonlar: iyonlaşma/enerji kaybı
- Çoklu saçılma, geçiş ışınması, parıldama, Čerenkov ışınması...

- * Bu liste sadece EM süreçler!
- * Hadronik etkileşimler
- * Parçacıkların bozunmaları
- * Optik süreçler ($\lambda_{\text{foton}} \gg d_{\text{atom-atom}}$)
- * Seçim sizde!!!

<http://geant4.web.cern.ch/geant4/G4UsersDocuments/UsersGuides/ForApplicationDeveloper/html/TrackingAndPhysics/physicsProcess.html>

<http://geant4.web.cern.ch/geant4/G4UsersDocuments/UsersGuides/PhysicsReferenceManual/html/PhysicsReferenceManual.html>

Hızlı benzetim hakkında

- Neden? Geant çok iyi ama çok yavaş.
 - LHC için bir olayın Geant'dan geçirilmesi dakikalar alıyor, bizimse milyarlarca olay üretmemiz lazım.
- Çözüm hızlı benzetim teknikleri:
 - Sadece en yavaş kısımları değiştirip başka şekillerde modelleme.
 - Tüm algıcı modelleyip Geant'ı tamamen bırakma.
 - Olayın incelenip, izlerin sürülmesi vs. gibi adımları da modelleme.
- Örnekler: AcerDet, ATLFast, FAMOS, PGS, Delphes...

★ PGS vs Delphes

PGS'de forward kalorimetreler benzetilmemiş. Varili genişletirsek aşırı iyimser, yok varsayarsak aşırı karamsar sonuçlar buluruz.

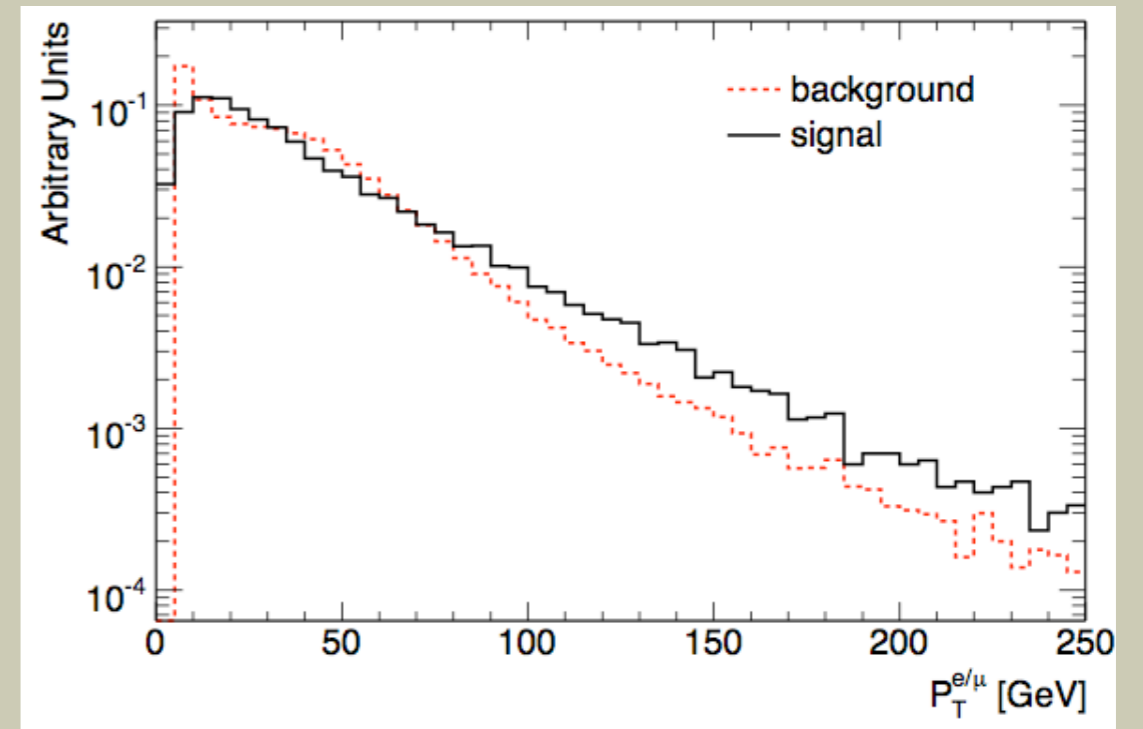
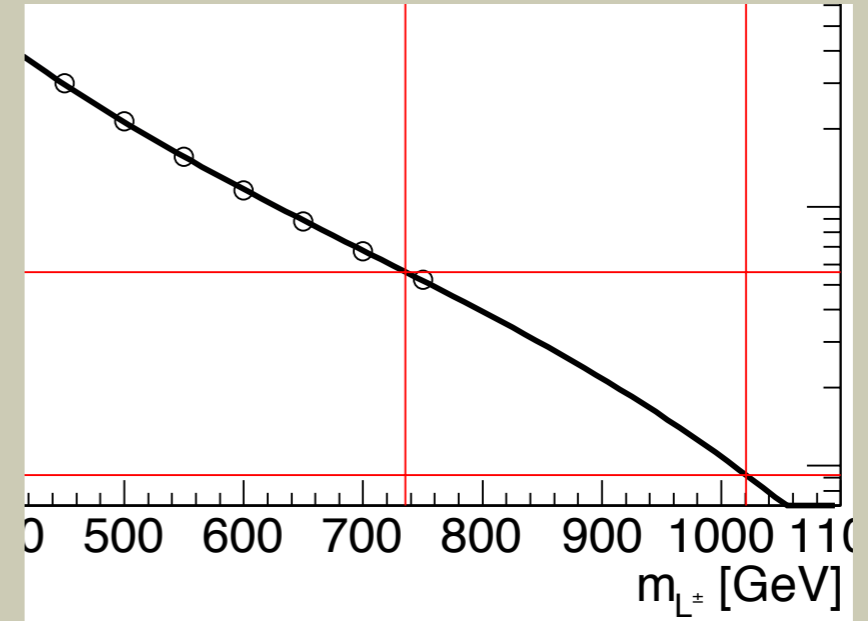
Delphes bu sorunu çözüyor, girdi-çıkış kartları ve sonuç formatı bakımından PGS ile uyumlu: STDHEP ve LHCO formatlarını kullanıyor. ATLAS full MC ile uyumluluğu gösterilmiş.

oyuncak (toy) MC / pseudo-MC

- Adeta MC yapmadan MC
- Bir veri kümesine bakıp onların davranışını tarif eden bir eğri uyduralım.
- ATLAS'da muon yükünü yanlış ölçme olasılığı:

$$\epsilon_{mischarge} = 10^{-4+P_T/200\text{GeV}}$$

- İlgilendiğim sinyalin P_T dağılımı
- Bu dağılıma uygun çok sayıda rasgele P_T uydur, formüle koy, yanlış ölçme olasılığını bul.



Sonuç

- Algiçlar hem hızlandırıcı, hem de deneysel parçacık fiziğinin vazgeçilmez parçaları.
 - Parçacıkların maddeyle etkileşimi anlamak da algıç inşa edebilmenin ilk adımı.
 - Doğru algıcı doğru işe kullanmak çok önemli.
- Günümüzde GEANT4, FLUKA, vs. tarzı bilgisayar programları bu sunumda değinilen ve değinilmeyen bir çok etkileşimin benzetimini yapmamızı sağlar.
 - Ancak yeni bir dedektör tasarımının ilk adımı olarak, temel hesapları elle yapmanız gerekecektir.
 - Benzetim zaman alan birşeydir. İhtiyacınıza uygun benzetimi seçemezseniz, sadece işlerinizde geri kalmazsınız, küresel ısınmayı da arttırırsınız.
- Bu sunum sadece bir başlangıç...

Kaynaklar

Hepsi bundan ibaret değil doğal olarak...

- Chris Booth, PHYS6040 Detector Techniques, Bubble Chambers dersi, cbooth.staff.shef.ac.uk/phy6040det/bubble.html
- W. Riegler, 2011 CERN Yaz Okulu dersleri, 2011.
C. Joram, 2002 CERN Yaz Okulu dersleri, 2002.
- D. Pitzl, 2010 DESY Yaz Okulu dersleri, 2010.
- K. Nakamura et al. (Particle Data Group), "[The Review of Particle Physics](#)", J. Phys. G 37, 075021 (2010).
- W. R. Leo, "Techniques for nuclear and particle physics experiments: a how-to approach", Springer, 1994.

Akşam Sefası

Ödev 0

- Parçacık fiziğine giriş dersini ne kadar öğrendiğinizi test edin.
- HBC200 deneyinde kütle merkezi çarpışma enerjisinin 3 GeV civarında olduğunu söylersek, gelen kaon demetinin momentumu nedir?

Ödev 1

- Bir deneyde sonuca (r) ulaşmak için 6 ayrı ölçümün (a_i) sonucunun toplanması ($r = a_1 + a_2 + \dots + a_6$) gerekiyor. Her bir ölçümün belirsizliği ε ile gösteriliyorsa, sonucun üzerindeki belirsizliğin $\sigma_r = (\varepsilon\sqrt{6})$ olduğunu gösteriniz.
- Aynı cevabı bir oyuncak Monte Carlo programı yazarak göstermek istiyoruz. Bu yüzden yazdığımız kod yanda. Bu kodu belirsizlikMC.cpp adlı bir kütüğe yazın (kopyala-yapıştır serbest), derleyin ve çalıştırın.
g++ belirsizlikMC.C
./a.out
- Programı değiştirerek, sonuç a_i 'lerden bazılarının toplanıp, bazılarının çıkartılması ile elde ediliyorsa dahi σ_r 'nin değişmediğini gösteriniz.
- Programın bulunduğu belirsizlik ile $\varepsilon\sqrt{6}$ arasındaki küçük farkın kabul edilir seviyede olup olmadığını nasıl anlarız?

```
// Bu kod i686-apple-darwin11-g++-4.2.1, g++-fsf-4.6 (GCC) 4.6.2
// ve clang++ 2.1 (tags/Apple/clang-163.7.1) derleyicileri ile
// test edilmistir. Daha yeni derleyicilerle calistirmek icin yorumlari
// bakabilirsiniz; ayrica derleyiciye -std=c++11 yazmaniz gerekebilir.
#include<iostream>
#include<cmath>
#include <tr1/random> // <random> // yeni derleyicilerde (yd)

using namespace std;
int main() {

    const unsigned int deneysayisi = 1000;
    const float epsilon = 8.; // her a_i'nin belirsizligi

    // r sonuc degerlerinin ortalamasi ve standart sapmasini
    // bulabilmek icin gerekli olan degiskenler
    float rtoplami = 0;
    float rkaretoplami = 0;

    // Gaussian dagilimli rasgele sayilar uretmek icin hazirlik
    tr1::ranlux64_base_01 motor; // ranlux24_base motor; // yd
    tr1::normal_distribution<float> gaus(0.,1.); // tr1:: silinmeli // yd

    for (unsigned int i=0; i<deneysayisi; ++i) {

        // Her bir olcum ayni belirsizlikle farkli sonuc veriyor
        float a1 = gaus(motor)*epsilon+25;
        float a2 = gaus(motor)*epsilon+17;
        float a3 = gaus(motor)*epsilon+33;
        float a4 = gaus(motor)*epsilon+22;
        float a5 = gaus(motor)*epsilon+29;
        float a6 = gaus(motor)*epsilon+19;
        float r = a1+a2+a3+a4+a5+a6; // sonuc

        rtoplami += r;
        rkaretoplami += (r*r);
    }

    // Standart sapma = < r^2 > - [ <r> ]^2
    float ortalama = rtoplami/deneysayisi;
    float sigmar = sqrt(rkaretoplami/deneysayisi - ortalama*ortalama);

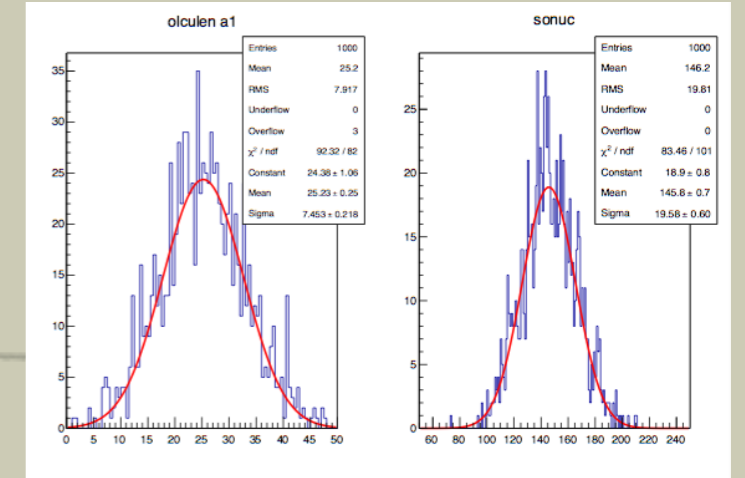
    cout << "Beklenen sonuc, kok(6)*eps = " << epsilon*sqrt(6) << endl
         << "Oyuncak MC sonucu, sigmar = " << sigmar << endl;

    return 0;
}
```

Alternatif Ödev 1

Ödev 1'in aynısı, ister bunu, ister onu yapın.

- Bir deneyde sonuca (r) ulaşmak için 6 ayrı ölçümün (a_i) sonucunun toplanması ($r = a_1 + a_2 + \dots + a_6$) gerekiyor. Her bir ölçümün belirsizliği ϵ ile gösteriliyorsa, sonucun üzerindeki belirsizliğin $\sigma_r = (\epsilon\sqrt{6})$ olduğunu gösteriniz.
- Aynı cevabı bir oyuncak Monte Carlo programı yazarak göstermek istiyoruz. Bu yüzden yazdığımız kod yanda. Bu kodu belirsizlikMC.C adlı bir kütüğe yazıp çalıştırın.
root -l belirsizlikMC.C
- Programı değiştirerek, sonuç a_i 'lerden bazılarının toplanıp, bazılarının çıkartılması ile elde ediliyorsa dahi σ_r 'nin değişmediğini gösteriniz.
- Bonus: Programın bulduğu belirsizlik ile $\epsilon\sqrt{6}$ arasındaki küçük farkın kabul edilir seviyede olup olmadığını nasıl anlarız?



```
void belirsizlikMC() {
```

```
// Sonucu ve bir ornek girdiyi gormemiz icin histogramlar  
TH1F *ha1 = new TH1F("ha1","olculen a1",100,0,50);  
TH1F *hr = new TH1F("hr" ,"sonuc",200,50,250);
```

```
const unsigned int deneysayisi = 1000;  
const float epsilon = 8.; // her a_i'nin belirsizligi
```

```
for (unsigned int i=0; i<deneysayisi; ++i) {
```

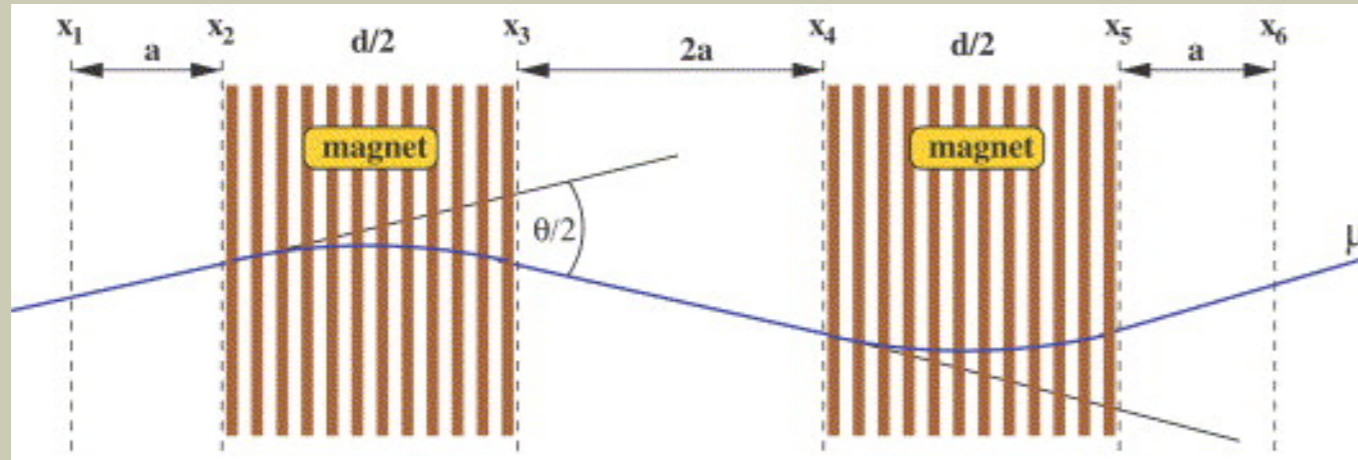
```
// Her bir olcum ayni belirsizlikle farkli sonuc veriyor  
float a1 = gRandom->Gaus(25, epsilon);  
ha1->Fill(a1);  
float a2 = gRandom->Gaus(17, epsilon);  
float a3 = gRandom->Gaus(33, epsilon);  
float a4 = gRandom->Gaus(22, epsilon);  
float a5 = gRandom->Gaus(29, epsilon);  
float a6 = gRandom->Gaus(19, epsilon);  
hr->Fill(a1+a2+a3+a4+a5+a6);
```

```
}
```

```
TCanvas *c1 = TCanvas::MakeDefCanvas(); c1->Divide(2);  
c1->cd(1); ha1->Draw(); ha1->Fit("gaus");  
c1->cd(2); hr ->Draw(); hr ->Fit("gaus");  
float sigmar = hr->GetFunction("gaus")->GetParameter("Sigma");  
cout << "Beklenen sonuc, kok(6)*eps = " << epsilon*sqrt(6) << endl  
<< "Oyuncak MC sonucu, sigmar = " << sigmar << endl;
```

```
}
```


Ödev 2



OPERA müon spektrometresinin süper modüllerinden birisi. Kesikli çizgilerin olduğu yerler algıç düzlemleri. Turuncu-beyaz kısımlar demir-çekerdekli mıknatıslar.

- Şekilde OPERA deneyinin müon spektrometresini görüyorsunuz. Müonun x pozisyonu 6 algıç tarafından ölçülüyor. Her bir ölçümün belirsizliğini σ_x diye ifade edersek, gösteriniz ki, müon spektrometresinin momentum çözünürlüğü şu şekilde ifade edilebilir:

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{1}{eBd} \sqrt{\frac{6P^2\sigma_x^2}{a^2} + \frac{d}{X_0} \left(\frac{14\text{MeV}}{c}\right)^2}$$

Burada P momentum, B manyetik alan, d iki mıknatısın toplam kalınlığı, X_0 demirin ışınım uzunluğu, a algıç düzlemleri arasındaki uzunluk (bkz. şekil).

- İpuçları: Momentumu parçağın yönünün manyetik alanda büküleceği açı (θ) cinsinden ifade ederek başlayın. θ 'yı küçük alın. θ 'yı x_i 'ler ve a 'nın bir fonksiyonu olarak yazın.

Ödev 3

- Momentumu 1 GeV olan bir müon ışını düşünelim. Bu ışındaki müonlar 1cm kalınlığında bir bakır plakanın içinden geçerken ortalama olarak ne kadar enerji kaybederler? ($Z_{Cu}=29$, $A_{Cu}\approx 63.5\text{g/mol}$, $\rho_{Cu}=8.94\text{ g/cm}^3$)
- İpucu: Birim mesafede ve birim yoğunluk için sunumda verilmiş grafiği kullanabilirsiniz.
- Dikkat: Son hesabı yaparken, yoğunlukla (ρ) çarpmayı unutmayın!

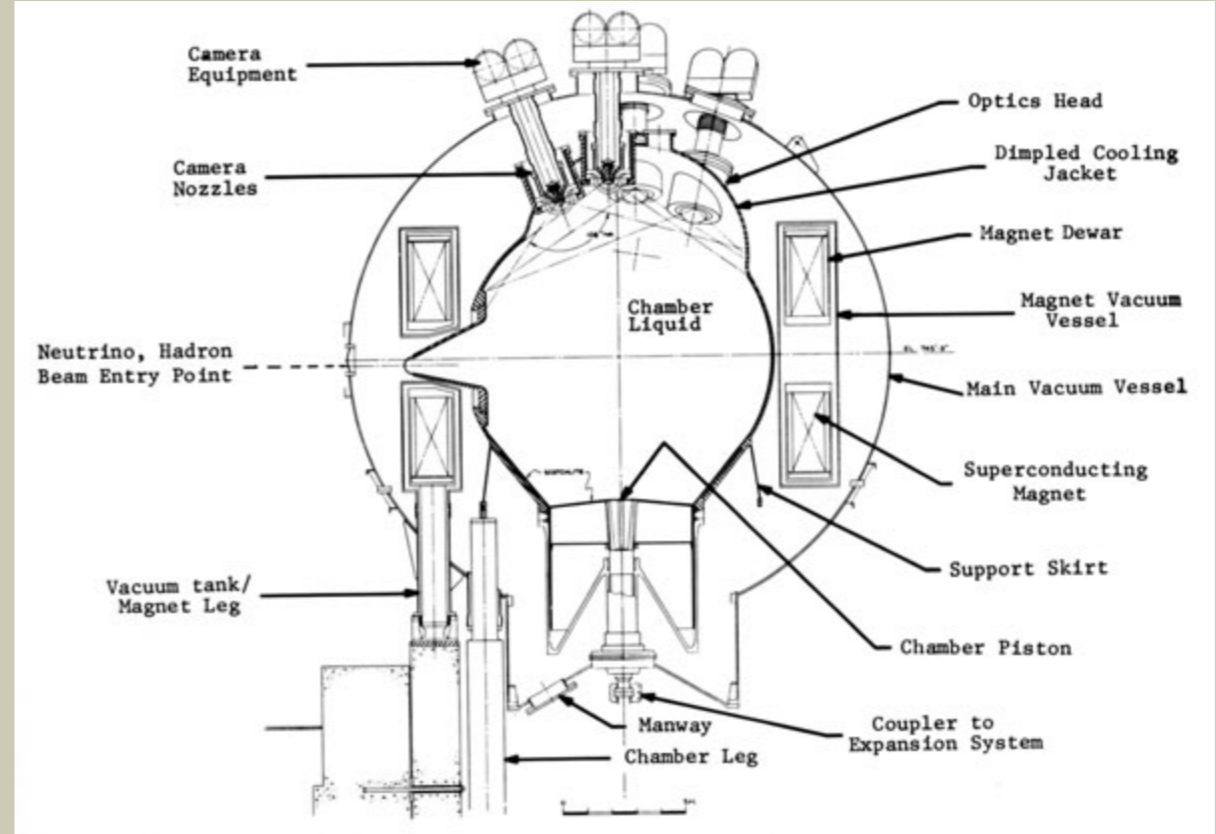
Yedekler

Bira, Köpük Odası ve Biraz Tarih

- Donald Glaser'ın köpük odasını fikrini biradaki baloncuklardan aldığı rivayet edilmiştir. Ancak verdiği bir konuşmada bunun doğru olmadığını belirtmiştir. Buna karşılık, birayı köpük odasına doldurmayı denediğini, fakat kötü bir koku ve çevredekilerin kuşkulu bakışları dışında bir sonuç alamadığı için biradan vazgeçtiğini aktarmıştır.

- Glaser, köpük odasıyla ilgili verdiği bir seminerden sonra, teorik olarak köpük odasının nasıl çalıştığı ile ilgili Enrico Fermi'nin sorularına maruz kalmıştır. Daha sonraları Fermi'nin de köpük odası fikrini düşünmüş olduğunu ancak bir hesap hatası sebebiyle çalışmasının imkansız olacağına kanaat getirdiği için bu fikirden vazgeçtiğini öğrenmiştir.

Fermilab 15' (4.6m) köpük odasının çizimi

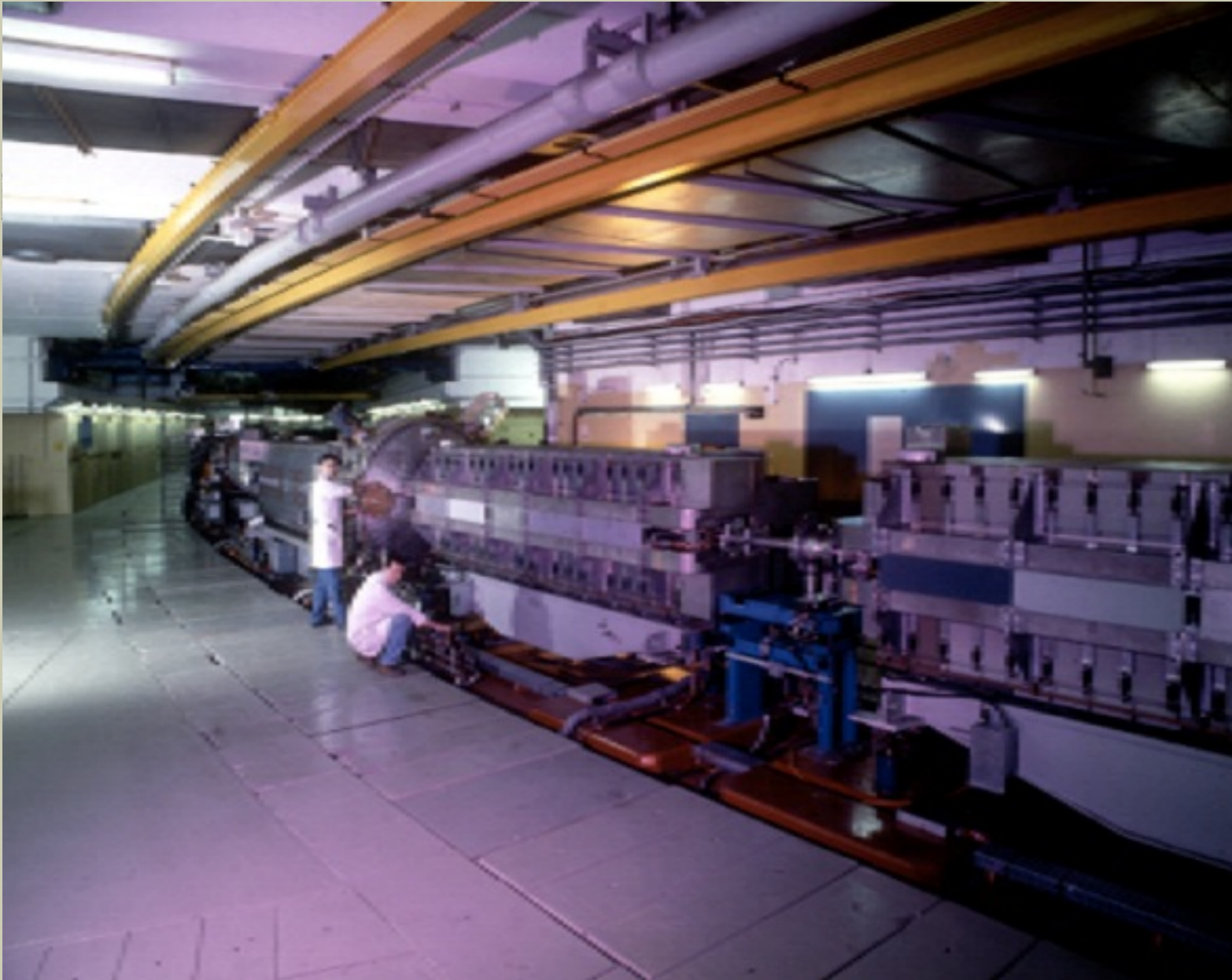


history.fnal.gov/neutrino.html

D. Glaser, Invention of the Bubble Chamber and Subsequent Events, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 36 (1994)3-18

PS (Proton Sinkrotron) Hızlandırıcısı

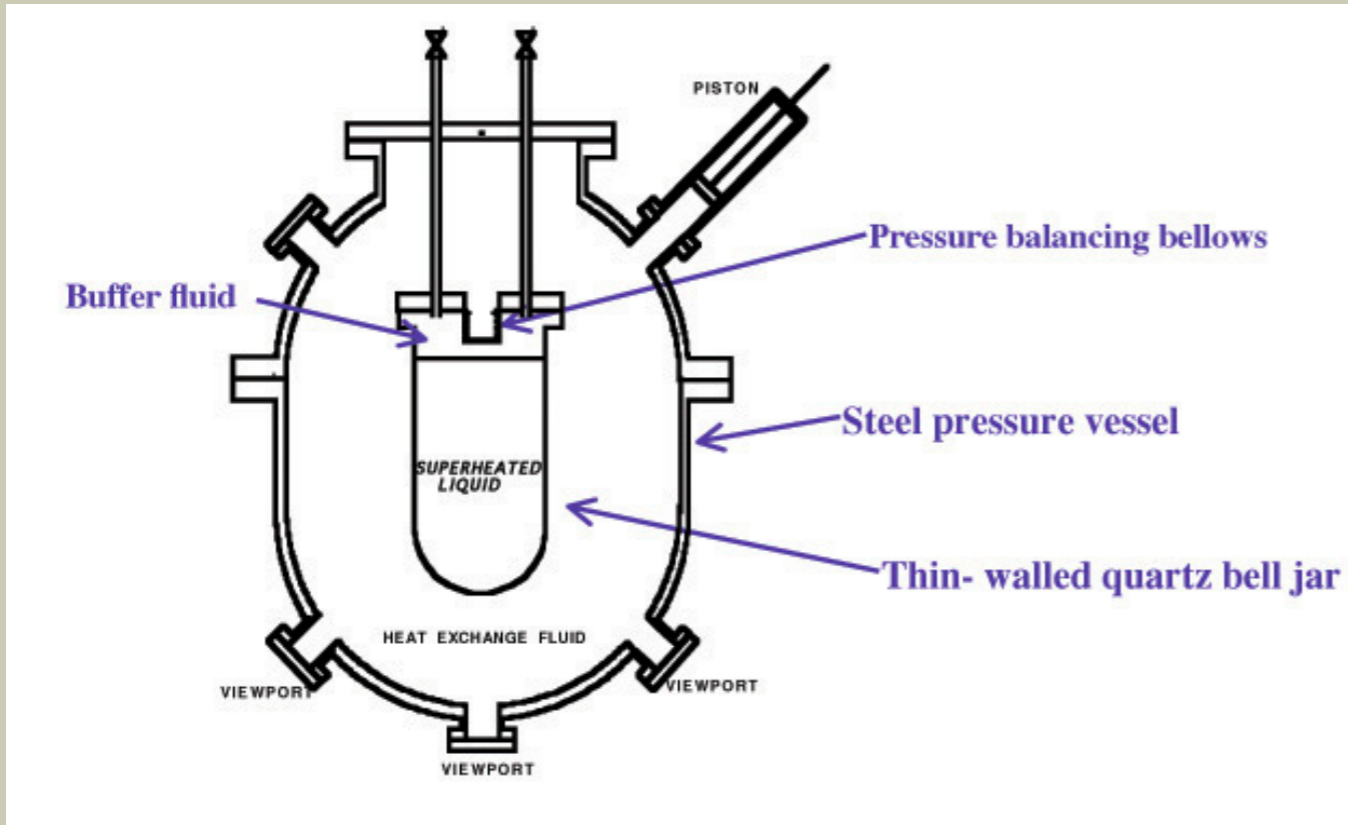
HBC200'ün demet kaynağı

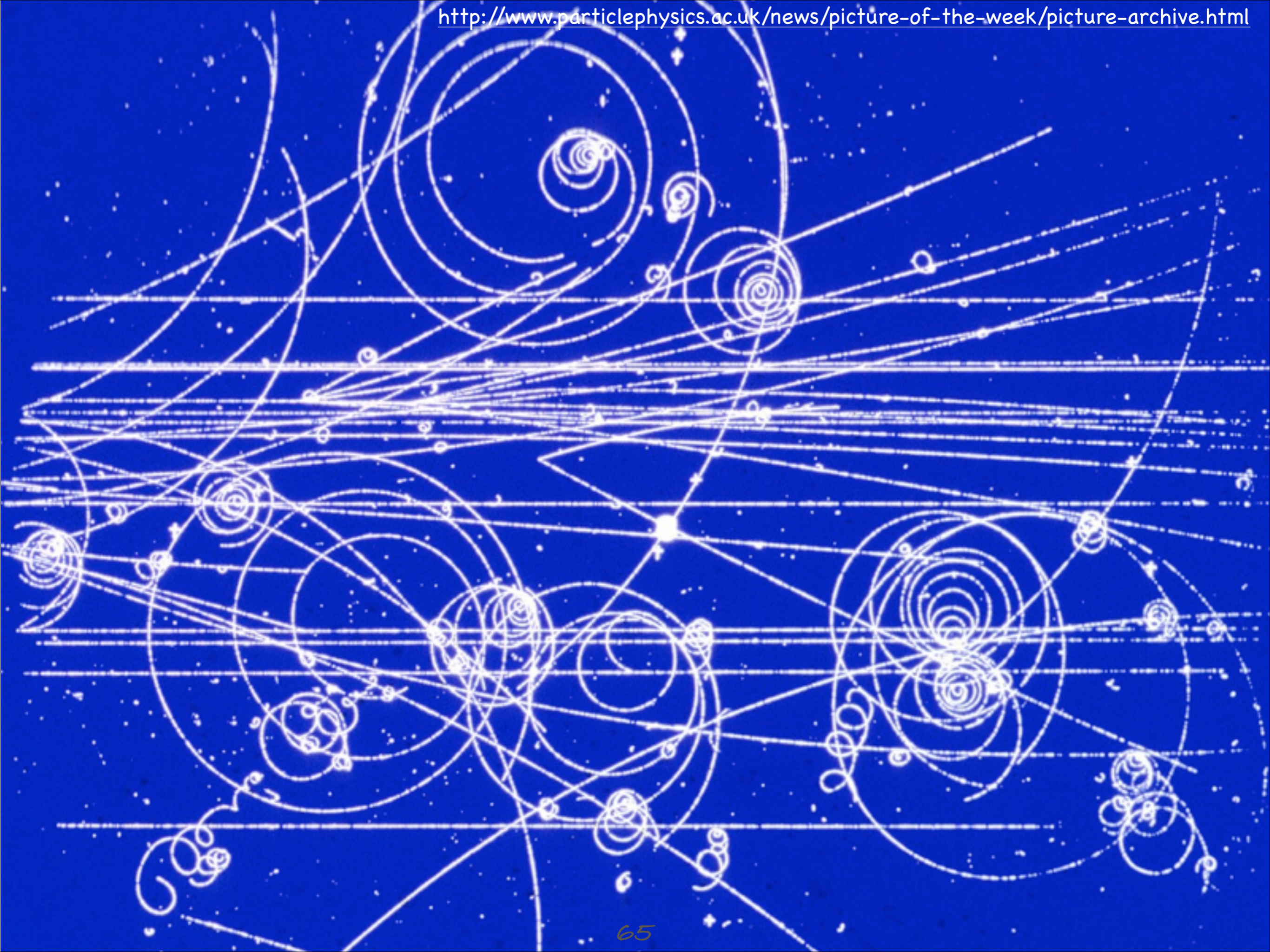


- * 628m uzunluğunda çembersel proton hızlandırıcısı
- * Manyatıklar parçacık demetlerini odaklar ve bir çember üzerinde tutar.
- * Elektrik alanlar parçacıkları hızlandırır.
- * Hızlandırılan protonları değişik hedeflere çarptırarak başka çeşit parçacık ışınları oluşturmak mümkün.
- * 1960'larda faaliyete geçmiş, halen kullanılıyor.

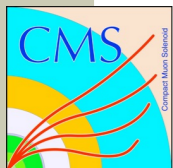
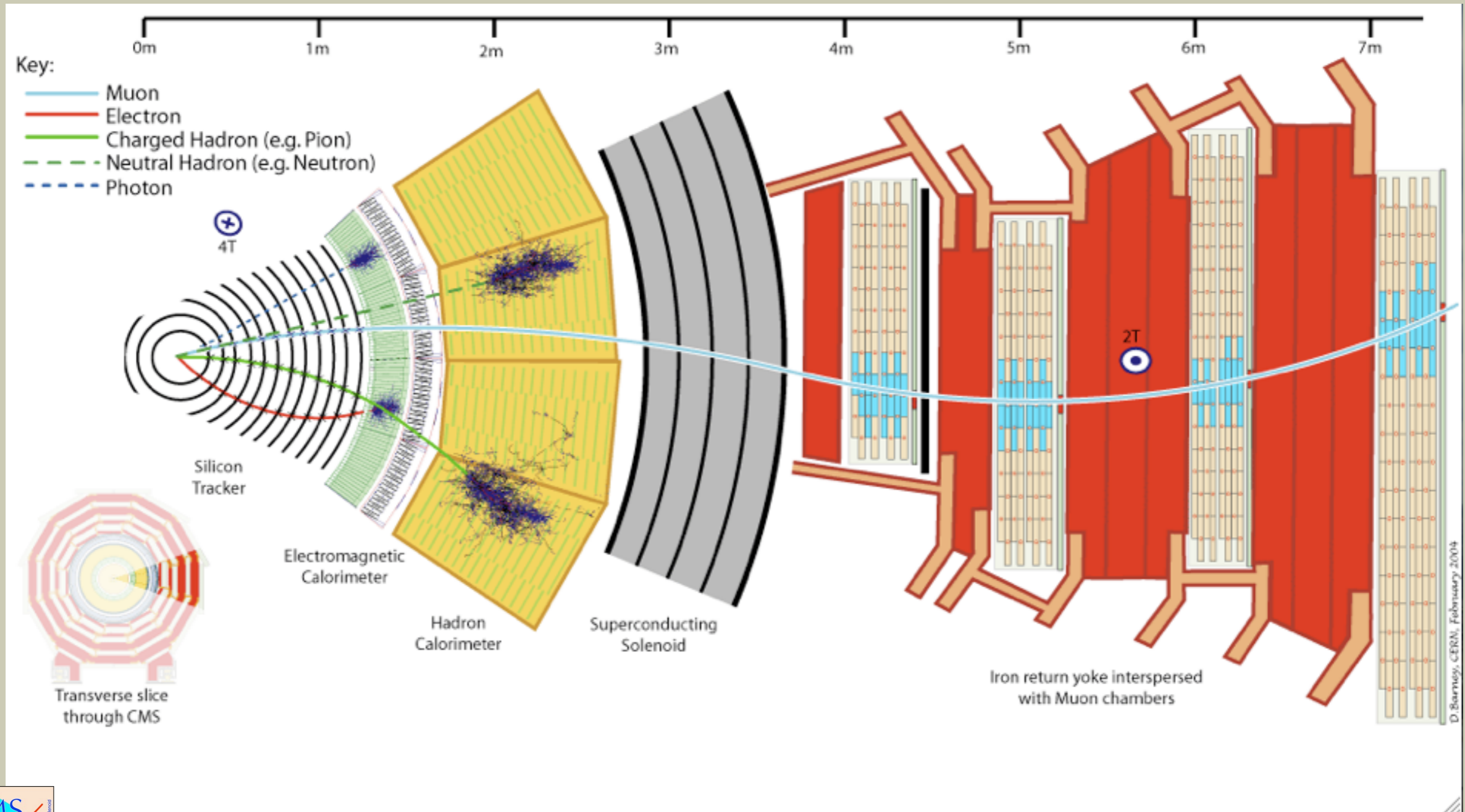
Köpük Odaları Hala Moda

- COUPP algıcı, WIMP araştırmalarında kullanılan bir köpük odası.
- Donald Glaser'ın köpük odalarını tasarlarken aklında asıl olan şey bir dağa çekilip kozmik ışın fiziği yapmış.

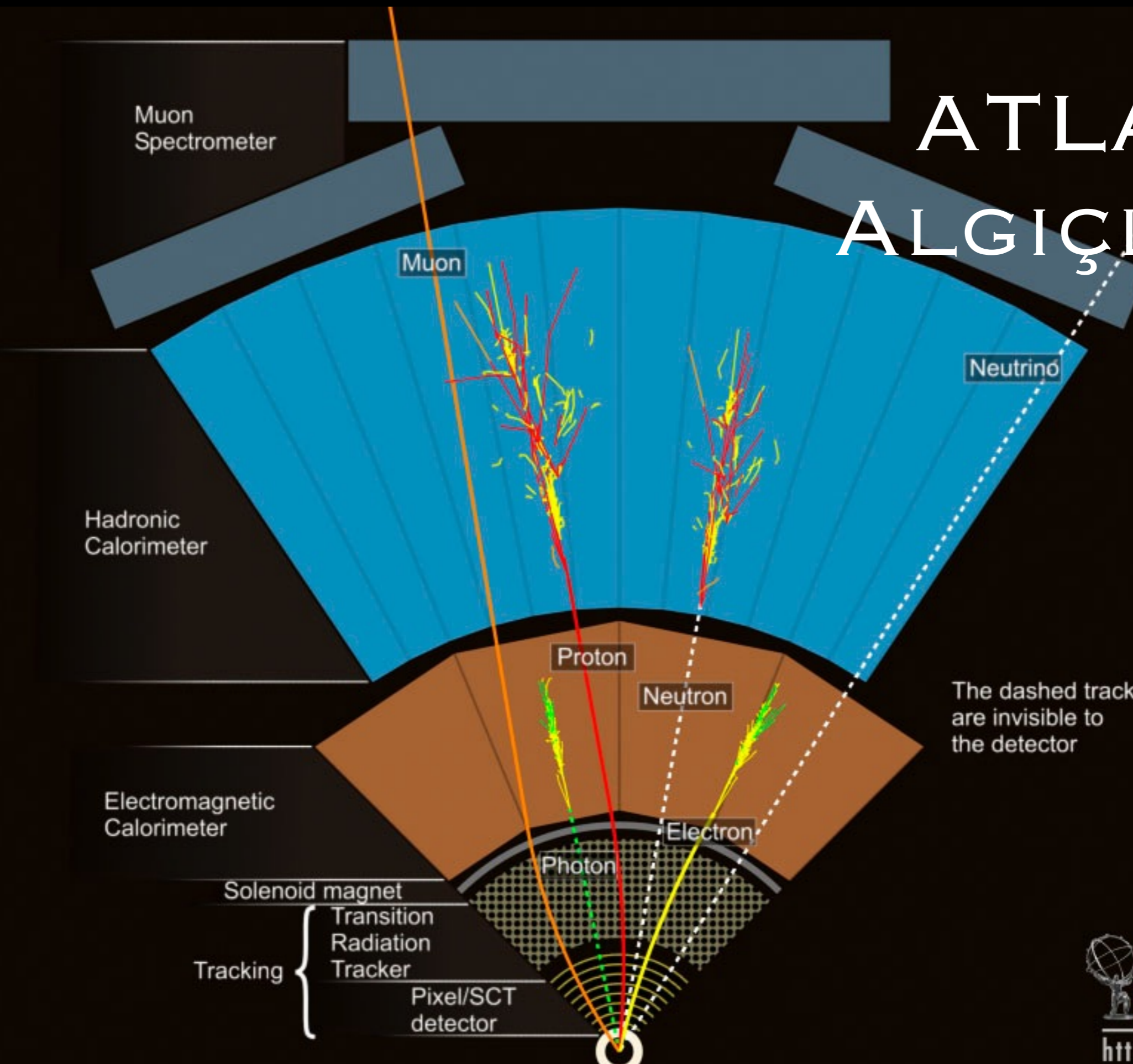




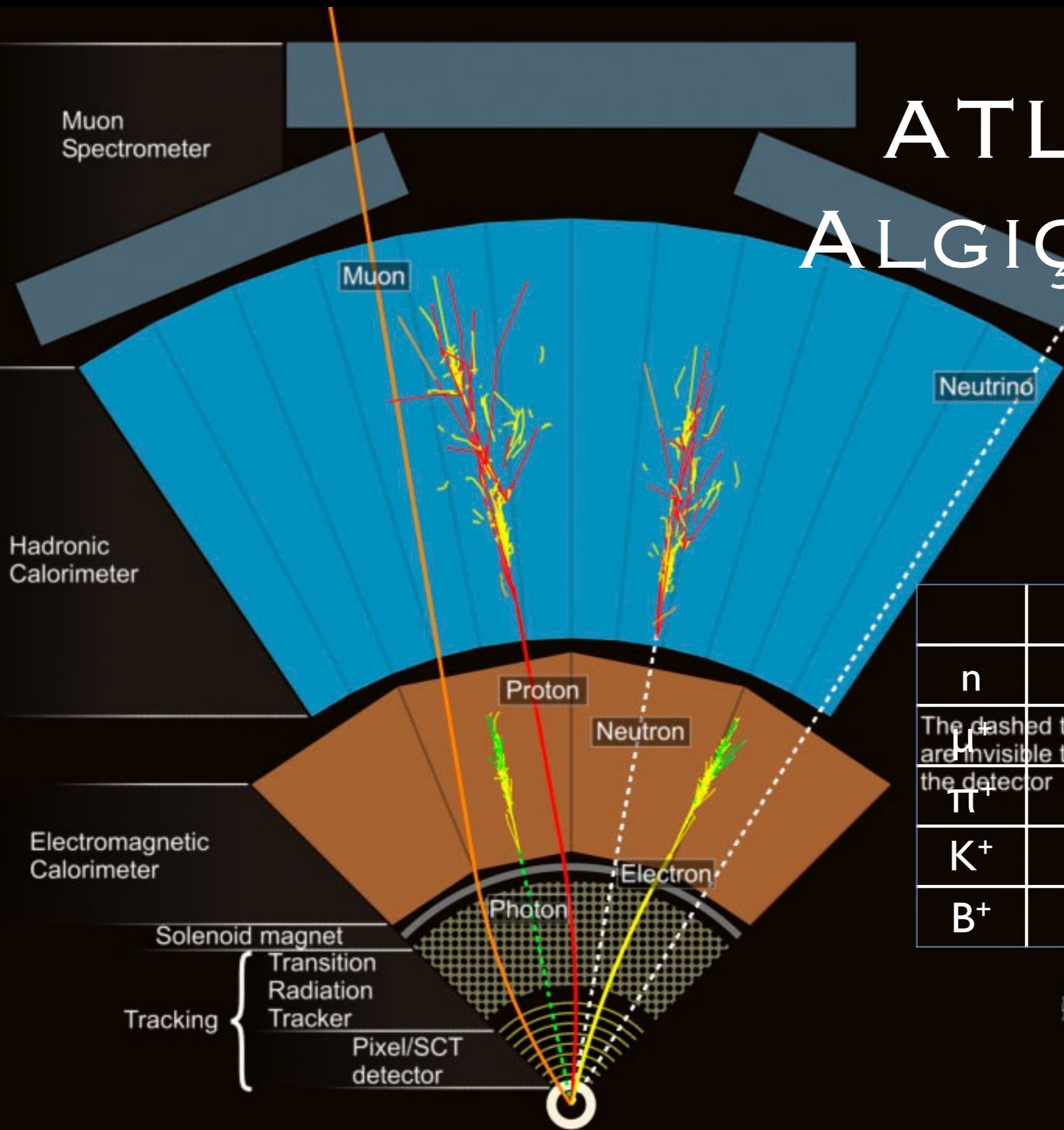
CMS Algıçları



ATLAS ALGIÇLARI



ATLAS ALGIÇLARI



	c τ (m)
n	2.7×10^{11}
μ^+	659
π^+	7.8
K^+	3.71
B^+	4.9×10^{-4}

The dashed tracks are invisible to the detector



$e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B+B^-$
 $B^- \rightarrow X\mu^- \quad B^+ \rightarrow K_s\pi$



2.636 GeV

pi+

mu-

pi-

pi+

pi-

pi+

pi+



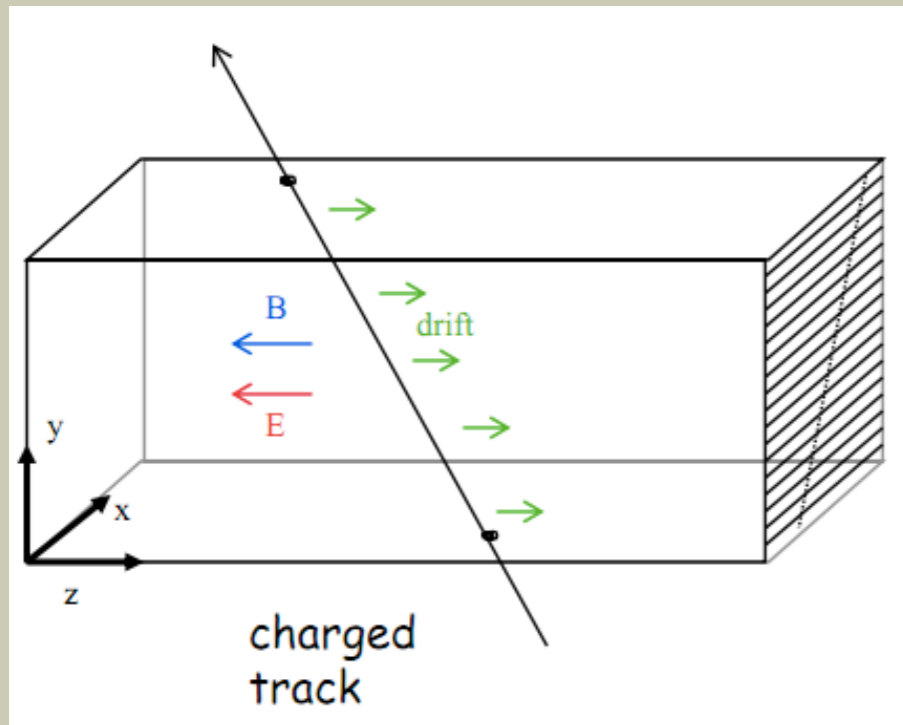
The PEP-II/BaBar B-Factory

Run: 27583

Timestamp: 7f:7ffff:233556/e79dd43b:j

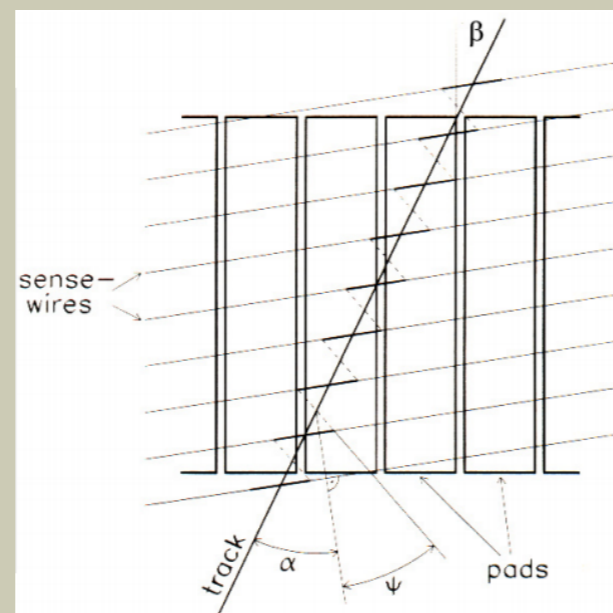
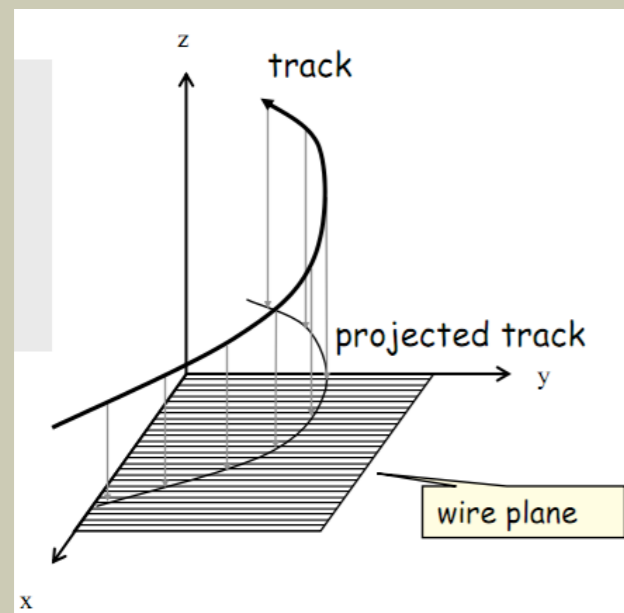
Date Taken: Fri Apr 12 11:26:25.785091000 2002 PDT

TPC



□ Bir TPC'de neler vardır?

- Gaz. Örneğin Ar + %10-20 CH₄
- Elektrik alan: birkaç yüz V/cm
- Manyetik alan: Elektrik alana paralel, olabildiğince yüksek şiddette (momentum ölçümü ve elektronların dağılmasının önlenmesi)
- Sürüklenen (drift) elektronların ölçülmesi için teller ve ince levhalar.



Drift velocity

Drift of electrons in E- and B-fields (Langevin)

$$\vec{v}_d = \frac{\mu}{1 + (\omega\tau)^2} \left(\vec{E} + (\omega\tau) \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{|\vec{B}|} + (\omega\tau)^2 \frac{(\vec{E} \cdot \vec{B})\vec{B}}{|\vec{B}|^2} \right)$$

$$(\omega\tau) \ll 1 \quad v_d \text{ along E-field lines}$$

$$(\omega\tau) \gg 1 \quad v_d \text{ along B-field lines}$$

$$\tau = \text{mean drift time between collisions}$$

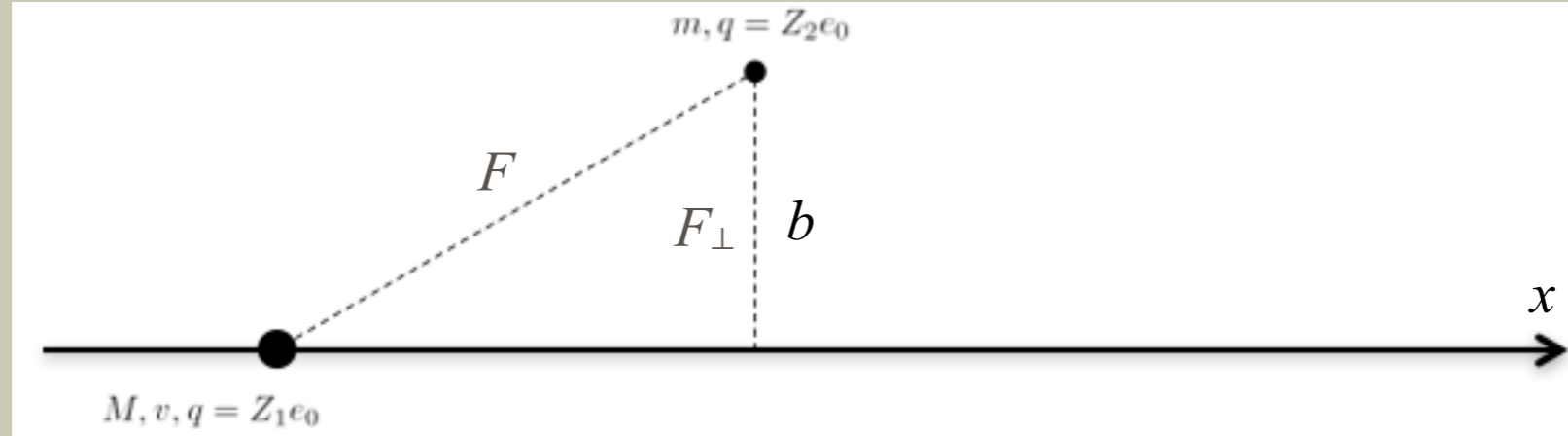
$$\mu = \frac{e\tau}{m} = \text{particle mobility}$$

$$\omega = \frac{eB}{mc} = \text{cyclotron frequency}$$

Typically $\sim 5 \text{ cm}/\mu\text{s}$ for gases like Ar(90%) + CH₄(10%)
Electrons tend to follow the magnetic field lines ($\omega\tau \gg 1$)

y koordinatını belirlemek için levhalar.

İki Parçacık Arası Coulomb Kuvveti



- Z_1e_0 yüklü bir parçacık Z_2e_0 yüklü parçacığın yanından geçerken Coloumb kuvveti sebebiyle olan momentum transferi.

$$F_{\perp} = \frac{b}{\sqrt{b^2 + (vt)^2}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2 e_0^2}{b^2 + (vt)^2} \quad \Delta p = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\perp} dt = \frac{2Z_1 Z_2 e_0^2}{4\pi\epsilon_0 v b}$$

- Aktarılan enerji: $\Delta E = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \frac{Z_2^2}{m} \frac{2Z_1^2 e_0^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 v^2 b^2}$

$$\Delta E(\text{electrons}) = Z_2 \frac{1}{m_e} \frac{2Z_1^2 e_0^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 v^2 b^2} \quad \Delta E(\text{nucleus}) = \frac{Z_2^2}{2Z_2 m_p} \frac{2Z_1^2 e_0^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 v^2 b^2} \quad \frac{\Delta E(\text{electrons})}{\Delta E(\text{nucleus})} = \frac{2m_p}{m_e} \approx 4000$$

- O halde, bu şekilde kaybedilen enerjinin çoğu elektronlarla etkileşim sebebiyle.

Not: Bu hesap relativistik yapıldığında da aynı sonuçları alırız. Deneyebilirsiniz.

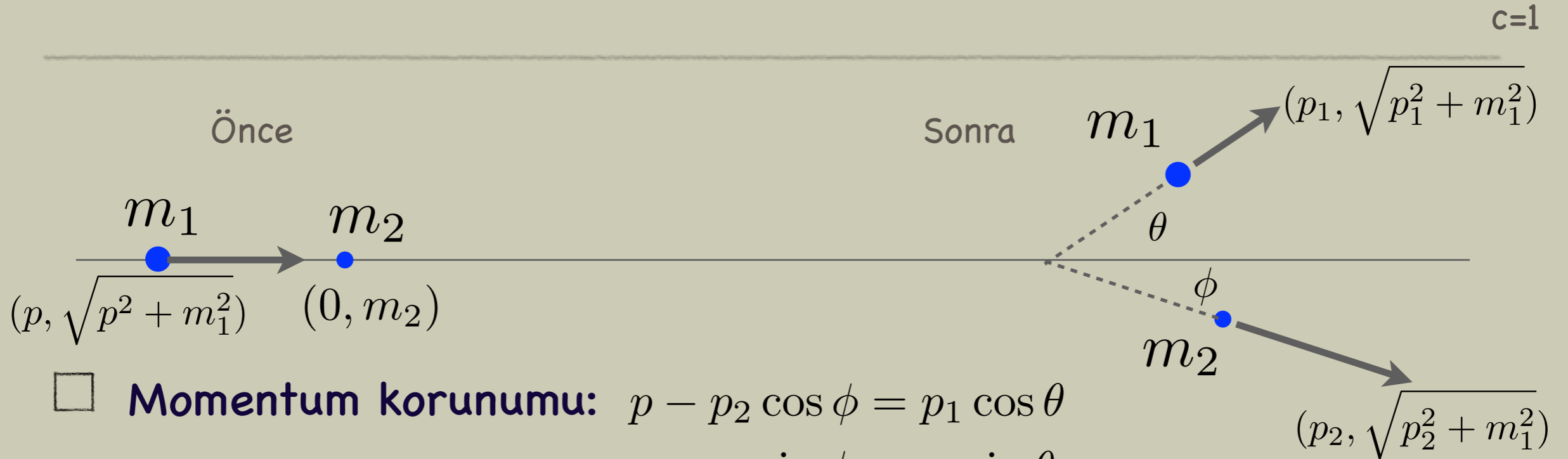
Hedefin İyonlaşması, Uyarılması

$$\Delta E(\text{electrons}) = \frac{2Z_2 Z_1^2 m_e c^2}{\beta^2 b^2} \frac{e_0^4}{(4\pi\epsilon_0 m_e c^2)^2} = \frac{2Z_2 Z_1^2 m_e c^2}{\beta^2 b^2} r_e^2$$

- Hedef madde: Atom ağırlığı A , atom numarası Z_2 , yoğunluk ρ :
 - Birim hacme düşen atom sayısı (cm^{-3}): $N_A \frac{\rho}{A}$
- O halde herşeyi bir araya getirip b üzerinden integral alabiliriz.
 - İntegral limitleri: $b_{\min}=0$ olmamalı, olabilecek en yüksek enerji transferine karşılık gelmeli. => Görelî kinematikle hesaplayabiliriz.
 - b_{\max} =sonsuz olmamalı, aktarılacak en düşük enerji transferine karşılık gelmeli. => Ortalama olarak hedefin iyonlaşma/uyarılma enerjisi seviyesinde alabiliriz.

$r_e \equiv$ elektronun klasik yarıçapı

Azami Enerji Aktarımı



□ **Momentum korunumu:** $p - p_2 \cos \phi = p_1 \cos \theta$
 $p_2 \sin \phi = p_1 \sin \theta$

$$p^2 - 2pp_2 \cos \phi + p_2^2 = p_1^2$$

□ **Enerji korunumu:** $\sqrt{p^2 + m_1^2} + m_2 = \sqrt{p_1^2 + m_1^2} + \sqrt{p_2^2 + m_2^2}$

□ **Aktarılan enerji:** $T = \sqrt{p_2^2 + m_2^2} - m_2 = \frac{2m_2 p^2 \cos^2 \phi}{(m_2 + \sqrt{p^2 + m_1^2})^2 - p^2 \cos^2 \phi}$

□ **Elektronlara aktarılan azami enerji:** $T_{max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma m_e / m_1 + (m_e / m_1)^2}$

Acaba yazılanlar doğru mu? Üç denklem, dört bilinmeyen. T için olan formülü kontrol edebilir misiniz?

Bethe Formülü

- İntegrali aldığımızda ortaya çıkan sonuç (T_{max} azami enerji, I ortalama uyarılma enerjisi):

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -2\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{Z_1^2}{\beta^2} N_A \frac{Z}{A} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} \right]$$

- Bethe formülü:

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -4\pi r_e^2 m_e c^2 \frac{Z_1^2}{\beta^2} N_A \frac{Z}{A} \times \left[\frac{1}{2} \ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 T_{max}}{I^2} - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

elektronun spini
 kuvantum mekaniği

"density effect" -
 maddenin polarize olması.
 $\delta(\beta\gamma) = \ln h\omega_P/I + \ln \beta\gamma - 1/2$