

Škály v mikrosvětě

Jiří Dolejší, Olga Kotrbová, Univerzita Karlova v Praze

Na svět se díváme z lidského hlediska a proto i základní škály souvisí s **lidskými dimenzemi**:

- Lidé se rodí velcí okolo 0.5 **metru** a postupně vyrostou až na 1.5 - 2 metry, zajímavé dimenze jsou např. 0.9-0.6-0.9 m atd.
- Začínáme s hmotností několika **kilogramů** a postupně získáme desítky, maximálně stovky kg
- Typický časový interval, který jsme schopni postřehnout, je v rozsahu od zlomků **sekund** (někdy rozhodnutí mezi životem a smrtí na silnicích) do desítek **let** našeho života (přibližně od 10^{-1} s do 10^2 let $\approx 10^9$ s, protože 1 rok se přibližně rovná $\pi \cdot 10^7$ s - ověřte si to sami!)
- Jsme schopni nést sebe a k tomu ještě nějaké zavazadlo, tj. okolo 10^2 kg do kopce s rychlostí okolo 500 m za hodinu, což znamená výkon $mg\Delta h/\Delta t = 10^2 \cdot 10 \cdot 500/3600$ **wattů** = 140 W. To je zhruba jedna pětina výkonu koně („koňské síly“ 745 W) a dvojnásobek výkonu, který se obvykle nazývá lidská síla (1/10 koňské síly). 5 hodin stoupání odpovídá práci 2 500 000 **joulů** = 2.5 MJ. Denně získáme z jídla přibližně 10 MJ v jídle, dokonce i když neděláme „téměř nic“...

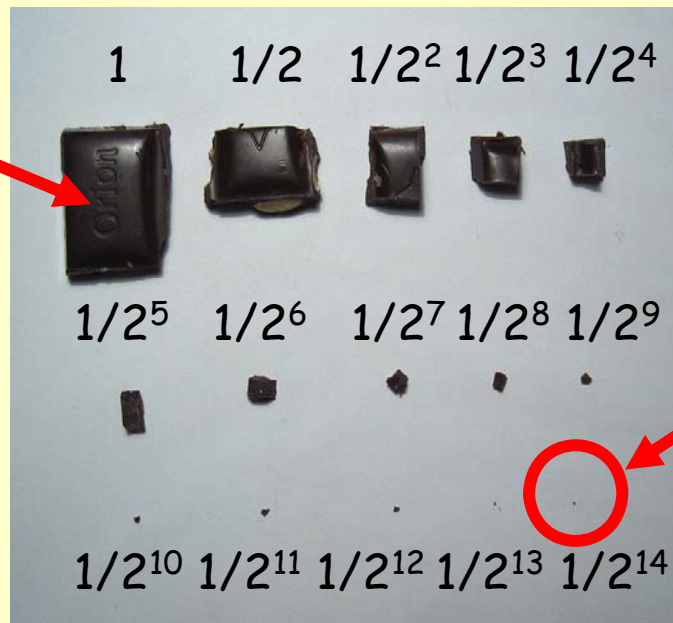
A co rozměry atomů? Zkusme se k nim dostat!

Můžeme zkusit rozkrájet nějaký makroskopický předmět na mikroskopické kousky - rozhodl jsem se rozdělit jenom kousek čokolády. Postupoval jsem půlením ...

100 g = 10^{-1} kg



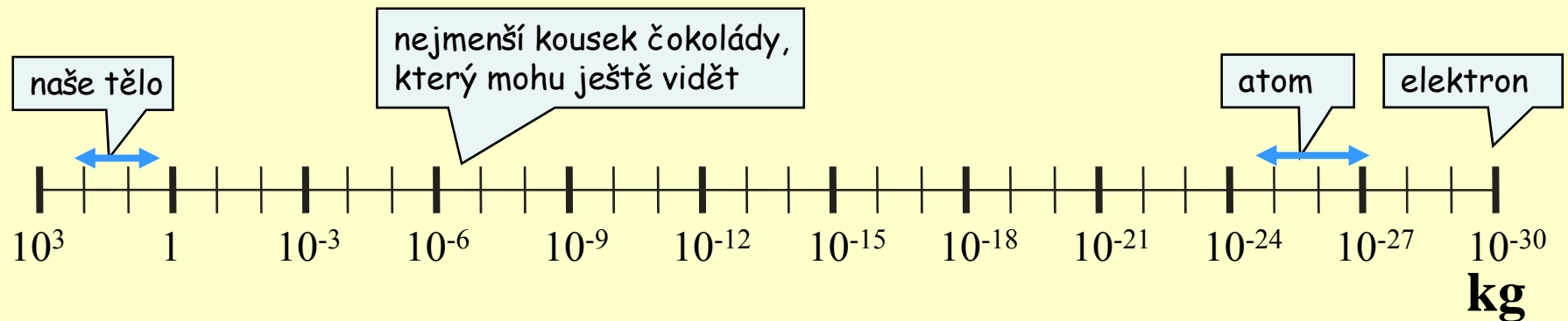
100/15 g



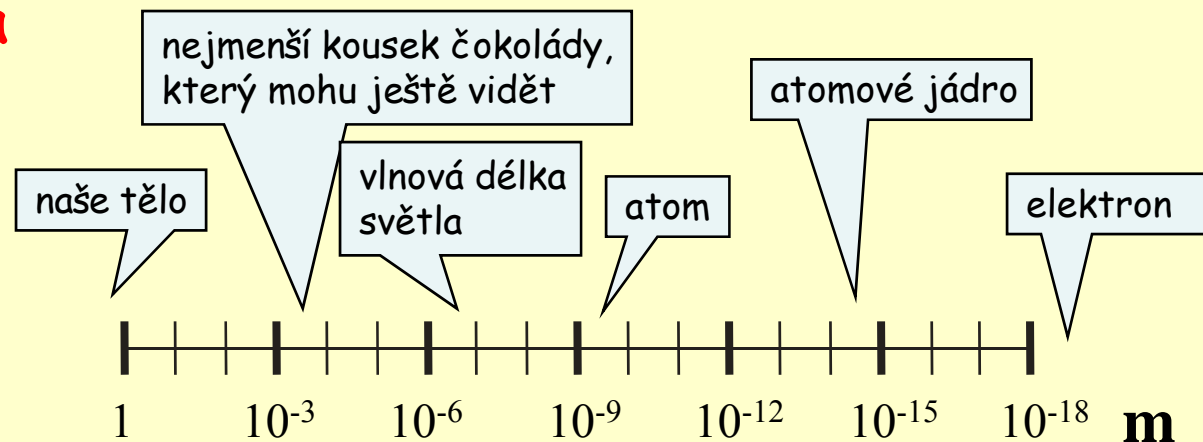
$100/15 \cdot 1/2^{14} \text{ g} =$
 $= 4 \cdot 10^{-4} \text{ g} =$
 $= 0.4 \text{ mg}$
Jak blízko jsme
atomům???

Trvalo to staletí než byly určeny rozměry atomů a jejich vlastnosti. Dnes víme, že typické rozměry atomů jsou 10^{-10} m a jejich hmotnost je řádově 10^{-27} - 10^{-25} kg. Nejlehčí částicí je elektron o hmotnosti 10^{-30} kg.

Hmotnostní škála



Délková škála



Z krájení čokolády se můžeme naučit, že atomy jsou mnohem menší a lehčí, než si dokážeme představit. **V světě atomů se těžko můžeme orientovat pomocí našich smyslů, měli bychom se raději naučit různé vztahy odhadovat.** Můžeme si pomoci chytře vybranými jednotkami. Pro hmotnost můžeme používat jednotku blízkou hmotnosti nejlehčího atomu (H) ... **"atomovou hmotnostní jednotku"** u , která je definována jako $1/12$ hmotnosti atomu uhlíku (^{12}C).

$$1 u = 1.660\,538\,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Další užitečná hmotnostní jednotka je zavedena pomocí Einsteinova vztahu pro energii a hmotnost $E = mc^2$: Hmotnost můžeme tedy vyjádřit v jednotkách energie dělené c^2 .

Nejčastěji používanou jednotkou pro energii v mikrosvětě jsou **elektronvolty**:

$$1 \text{ eV} = 1.602\,176\,46 \times 10^{-19} \text{ J}, \quad 1 \text{ eV}/c^2 = 1.782\,661\,73 \times 10^{-36} \text{ kg}$$

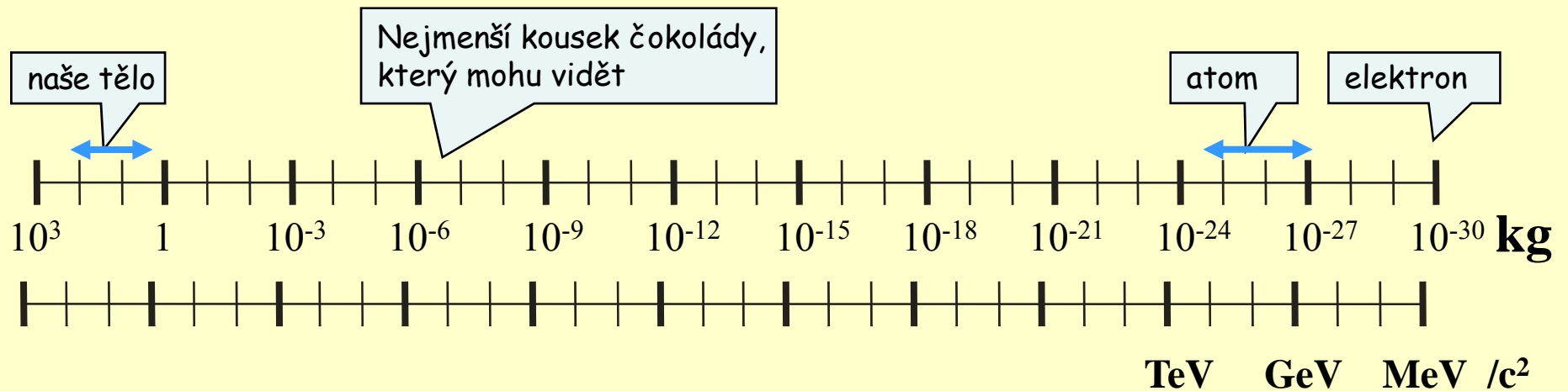
$$1 u = 931.494\,01 \text{ MeV}/c^2$$

Neočekáváme, že si někdo bude pamatovat tato ošklivá čísla. Ale je užitečné si pamatovat hmotnost protonu a elektronu, c a převod eV na J:

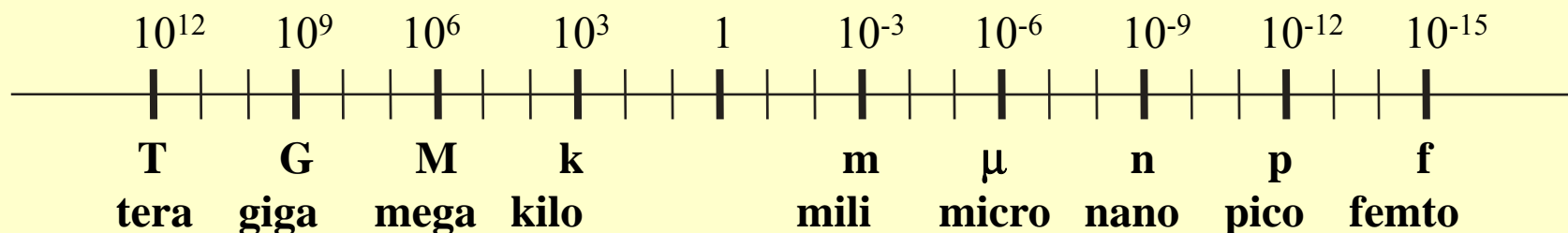
$$m_{\text{proton}} \approx u \approx 1 \text{ GeV}/c^2, \quad m_{\text{elektron}} \approx 0,5 \text{ MeV}/c^2$$

$$1 \text{ eV} \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}, \quad c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Hmotnostní a délková škála ještě jednou



Mnohem jednodušší je přizpůsobit **délkovou škálu** mikrosvětlu - je vhodné používat odpovídající předpony - zlomky **nanometrů** pro atomy a **femtometry** pro jádra. Podívejte se do kapitoly 2 na detailní popis experimentu odhalující strukturu atomu. Můžete se také setkat s angströmem ($1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$) a fermi ($1 \text{ F} = 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$).



Jelikož jsou atomy tak malé, v jakémkoli kousku hmoty jich je velké množství - v každém molu $6.022\ 142\ 0 \times 10^{23}$ (Avogadrovo číslo). Spočítejme, kolik atomů je ve sklenici vody (řekněme o objemu 0.2 litru).

Objem \times hustota =
= hmotnost vody

Hmotnost vydělená molární hmotností
($2 \times 1 + 16 = 18$ g pro H_2O)

$$\text{počet atomů H} = \frac{V \cdot \rho}{m_{\text{mol H}_2\text{O}}} \cdot N_{\text{Avogadro}} \cdot 2 = \frac{200 \text{ cm}^3 \cdot 1 \text{ g/cm}^3}{18 \text{ g/mol}} \cdot 6.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 2 = 1.3 \times 10^{25}$$

Dva atomy H
na molekulu H_2O

Jaký je průměrný objem, který zabírá jedna molekula vody? Ve zmíněné sklenici je 0.67×10^{25} molekul vody, proto

$$V_{H_2O \text{ molekuly}} = \frac{200 \text{ cm}^3}{0.67 \times 10^{25}} = 3.0 \times 10^{-23} \text{ cm}^3 = 3.0 \times 10^{-29} \text{ m}^3 = 0.03 \text{ nm}^3$$

Kdyby byl tento objem ve tvaru krychle, tak její hrana bude mít délku 0.3 nm.

Stránky pro experty! Můžete je přeskočit, ale co to zkusit !

Dokázali by jste spočítat energii protonu padajícího z nekonečna na povrch Země (při zanedbání vzduchu)? Komentář: Uvědomme si, že gravitace je v podstatě efektivní urychlovač, přinejmenším pro kameny, letadla, sebevrahy atd. a tak můžeme očekávat docela nezanedbatelnou energii ...

Možná si pamatujete, že potenciál pole je užitečná veličina, pomocí které vyřešíme náš problém, určitě jste už viděli potenciál centrálního gravitačního anebo centrálního Coulombovského pole. Tento potenciál je v nekonečnu nulový a v dané vzdálenosti r od zdroje pole nabývá hodnoty

$$\varphi_{\text{gravitation}} = -\kappa \frac{M}{r}, \quad \varphi_{\text{electric}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

Záporné znaménko v gravitačním potenciálu vyjadřuje, že těleso o hmotnosti m má zápornou potenciální energii $E = \phi(r)m$. Těleso je přitahováno gravitací, aby bylo volné, měli bychom mu dodat energii $-E$. Energii $|E| = -E$ můžeme nazývat vazbová energie tělesa v poli. V našem případě předpokládejme proton v klidu v nekonečnu (s nulovou kinetickou, potenciální a celkovou energií), který bude urychlen přitažlivou silou (získá kladnou kinetickou energii, která vykompenzuje zápornou potenciální energii a celková energie zůstane nulová). Kinetickou energií nám padající proton vrazí do hlavy, toto je veličina, která nás zajímá:

$$E_{\text{p kin}} = -m_{\text{p}} \varphi_{\text{gravitačra}}(R_{\text{Země}}) = m_{\text{p}} \kappa \frac{M_{\text{Země}}}{R_{\text{Země}}} = m_{\text{p}} \left(\kappa \frac{M_{\text{Země}}}{R_{\text{Země}}^2} \right) R_{\text{Země}} = m_{\text{p}} g R_{\text{Země}}$$

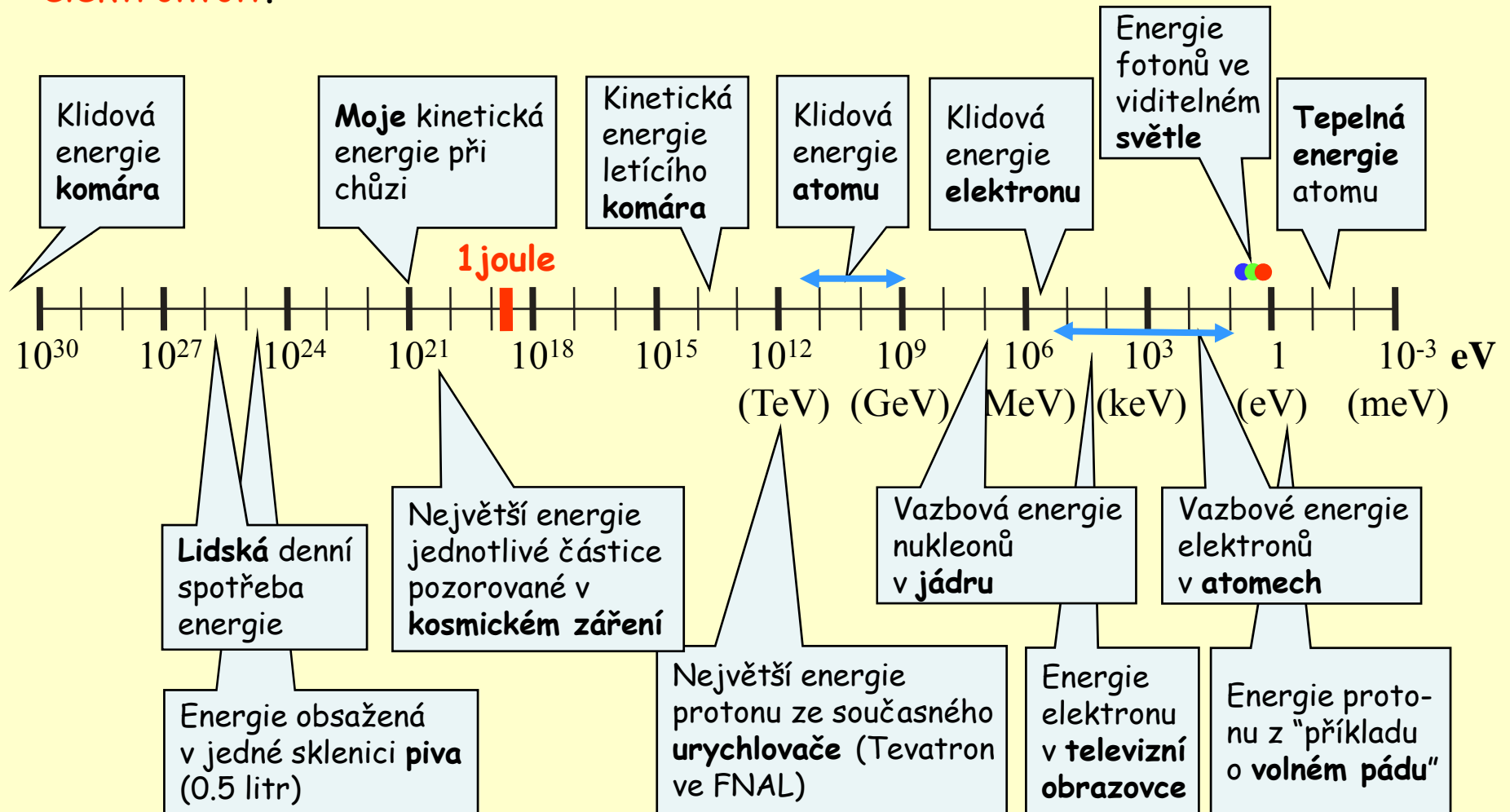
$$E_{\text{p kin}} = 1.6 \times 10^{-27} \text{ kg } 9.8 \text{ ms}^{-2} 6400 \text{ km} = 1.1 \times 10^{-19} \text{ J} = 0.7 \text{ eV}$$

Toto je gravitační zrychlení g

To znamená, že elektrické pole vytvořené tužkovou baterií ve vašem walkmanu urychlí proton více než gravitační pole Země!!!

Energetická škála

Jak už jsme se zmínili, nejčastěji používanou jednotkou v mikrosvětě je **elektronvolt**.



To be continued