

# AG 5: „Mikrokurse“

Ein *Mikrokurs Teilchenphysik* ist ein kurzer Zusatz zu (vorhandenem) Lehrplanthema

## Bearbeitete Materialien:

- Freier Fall mit Antimaterie (AEGIS-Experiment) (Mechanik)
- Teilchen in Feldern (Material J. Merkert) (Elektrodynamik)
- Rekonstruktion von Teilchenmassen (Relativitätstheorie)
- 
-

Material schon auf [leifiphysik](http://leifiphysik.de) hochgeladen:

**Freier Fall mit Antimaterie - das AEGIS-Experiment**

<http://stage.leifiphysik.de/themenbereiche/teilchenphysik/aufgaben>

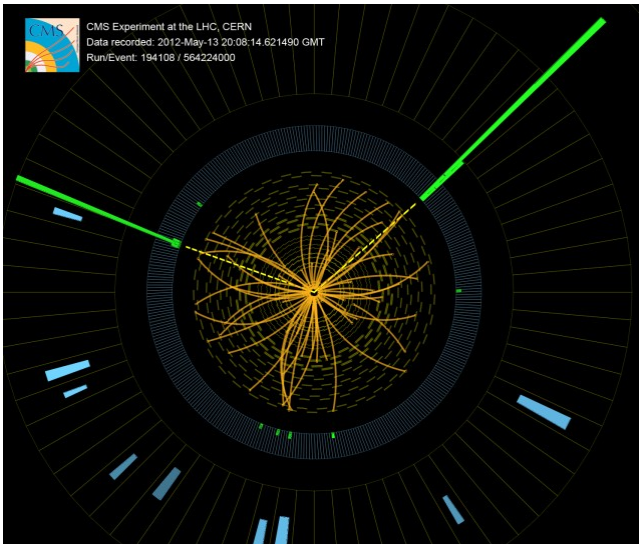
## Voraussetzungen:

- spezielle Relativitätstheorie  $E = m_r c^2 = \gamma m c^2$  mit  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$m_r$  ist dabei die geschwindigkeitsabhängige relativistische Masse, das Symbol  $m$  reservieren Teilchenphysiker für die „Ruhemasse“ die bei der Geschwindigkeit  $v=0$  m/s, also „in Ruhe“, bestimmt wird.

- Wissen aus der Mittelstufe:  
Alle Sorten von Elementarteilchen haben einen festen Wert der Masse, sozusagen als „charakteristischen Fingerabdruck“. Die meisten dieser Teilchen sind nicht stabil, sondern zerfallen in andere Elementarteilchen.

**FRAGE:** Wie kann man die Ruhemasse von instabilen Teilchen messen?



Beispiel:

Zerfall eines Higgs-Bosons in zwei Photonen im CMS-Detektor am Large Hadron Collider.

(Quelle: CMS Collaboration, May 2013  
<https://cds.cern.ch/record/1606503> )

Die beiden Photonen sind masselos, das zerfallende Objekt hat 133 mal mehr Masse als ein Proton.

Im Prinzip geht die Bestimmung der **Masse von stabilen Teilchen** genau wie in der Mechanik: z.B. aus der gemessenen kinetischen Energie und der gemessenen Geschwindigkeit:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow m = \frac{\sqrt{2E_{\text{kin}}}}{v}$$

**ABER:** die Teilchen sind sehr schnell und bewegen sich mit fast Lichtgeschwindigkeit.

Wir müssen das Problem also „relativistisch“ angehen – wie geht das ?

Energie und Geschwindigkeit messen und die Gleichung von oben nach  $m$  auflösen:

$$E = m\gamma c^2 \Rightarrow m = \frac{E}{\gamma c^2} = \frac{E\sqrt{c^2 - v^2}}{c^3}$$

**Achtung:** diese Umformung geht nur für  $v \neq c$

**Bestimmung der Masse von instabilen Teilchen** aus den Zerfallsprodukten**Hintergrundinformation:**

Je nach Teilchensorte können die Detektoren der Teilchenphysiker entweder die Energie (in sogenannten „Kalorimetern“) oder den Impuls geladener Teilchen sehr genau messen (durch die Krümmung der Bahn in einem Magnetfeld). Geschwindigkeiten sind in der Regel sehr schwer genau genug messbar, weil sich fast alle Teilchen mit nahe Lichtgeschwindigkeit bewegen.

Wir brauchen also eine Formel, die die Energie durch die Ruhemasse und den Impuls ausdrückt.

$$E = m\gamma c^2 = \frac{mc^3}{\sqrt{c^2 - v^2}} \quad \Rightarrow \quad E^2 = m^2 c^4 \frac{c^2}{c^2 - v^2}$$

mit  $\frac{c^2}{c^2 - v^2} = \frac{c^2 + v^2 - v^2}{c^2 - v^2} = \frac{v^2 + (c^2 - v^2)}{c^2 - v^2} = \frac{v^2}{c^2 - v^2} + 1$  erhalten wir

$$E^2 = m^2 c^4 + m^2 v^2 c^2 \frac{c^2}{c^2 - v^2} = m^2 c^4 + m^2 \gamma^2 v^2 c^2$$

mit der Abkürzung  $p = m\gamma v$  erhalten wir schließlich:

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \quad \text{bzw.} \quad m = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - p^2 c^2}$$

Die Größe  $p$  ist dabei der „relativistische Impuls“, die richtige Verallgemeinerung des Impulses aus der klassischen Mechanik.

*Anmerkung:* Bei der Herleitung wurde durch die Erweiterung mit  $(c^2 - v^2)$  explizit vorausgesetzt, dass die Geschwindigkeit nicht  $v=c$  sein darf, das Teilchen also kein z.B. kein Photon ist; durch eine Grenzwertbetrachtung kleiner Massen für  $m \rightarrow 0$  kann man aber zeigen, dass die obige Formel auch für Photonen gilt.

## Was haben wir erreicht ?

Die Ruhemasse ist durch die Erhaltungsgrößen  $E$  und  $p$  ausgedrückt –  
d.h. für ein zerfallendes Teilchen:

**Energie und den Impuls des „Mutterteilchens“ ergeben sich als die Summe der Energien und Impulse aller Tochterteilchen.**

Mit der oben hergeleiteten Formel können wir nun also die Ruhemasse bestimmen!

### Noch ein Trick der Teilchenphysiker:

Meistens kann man, wie schon gesagt, nur eine der beiden Größen, Energie oder Impuls, genau messen. **Ist das schlimm ?**

Nein, nicht, wenn man alle involvierten Teilchensorten in einem Zerfall kennt !

Dann setzte man in die Beziehung  $E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$

die bekannte Masse eines Tochterteilchens ein und bestimmt aus  $E$  oder  $p$  die fehlende andere Größe !

### Rezept zur Bestimmung der Masse von zerfallenden Teilchen:

- Messung einer der beiden Größen  $E$  oder  $p$  und die Bestimmung der Teilchensorte aller Zerfallsprodukte

*Da Impulse eine Richtung haben, müssen sie natürlich „vektoriell“ addiert werden.*

*Man braucht also auch die Flugrichtungen der Zerfallsprodukte !*

- Alle so bestimmten Energien und Impulse aufaddieren und dann die Energie und den Impuls des Mutterteilchens einsetzen in

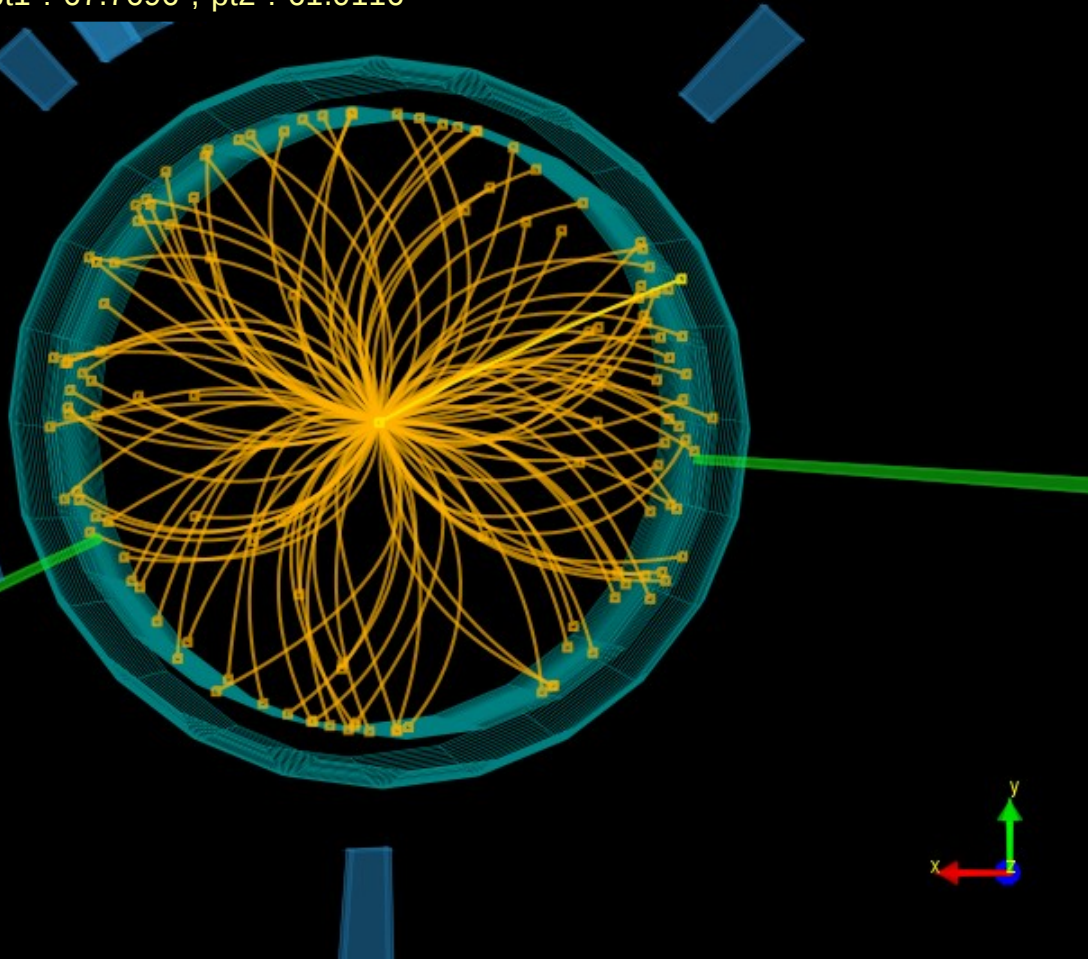
$$m = \frac{1}{c^2} \sqrt{E^2 - p^2 c^2}$$

keine Hexerei, nur etwas Relativitätstheorie !

**Aufgabe:**

Berechne die Masse des Teilchens, das hier in zwei Photonen (**grün**) zerfällt !

```
"Event": "845945372", "M": "124.77691549", "Run": "203987",  
"eta1": "-0.642111", "eta2": "-0.602803", "phi1": "-3.02522", "  
"phi2": "-0.374396", "pt1": "67.7696", "pt2": "61.0116"
```

**Angaben:**

E1 = GeV

Richtung: (x1  
y1  
z1 )

E2 = GeV

Richtung ( x2  
y2  
z2 )**Frage:**

M = ???



Quiz1: Das Rutherford-Streuexperiment

Was versteht man unter Alpha-Teilchen?

- Wasserstoff-Atome
- Helium-Atome
- Elektronen
- Kerne des Isotops He4
- Strahlung, die von einigen instabilen Atomkernen ausgeht

Alpha-Teilchen sind Bestandteile der beim radioaktiven Zerfall des Uran austretenden Strahlung. 1908 konnte Rutherford sie als Kerne des Heliums identifizieren. Diese sind vollständig ionisiert.

Ein Alpha-Teilchen hat eine Ladung von

- 1 Elementarladung
- 2 Elementarladungen
- 4 Elementarladungen
- Es ist ungeladen.

Helium ist im Periodensystem der Elemente das zweitleichteste, steht nach Wasserstoff an zweiter Stelle. Der Heliumkern enthält zwei Protonen, ist also zweifach positiv geladen.

Ein Alpha-Teilchen hat eine Masse von

- 1 atomaren Masseeinheit
- 2 atomaren Masseeinheiten
- 3 atomaren Masseeinheiten
- 4 atomaren Masseeinheiten

Die Kernbestandteile von chemischen Elementen sind Neutronen und Protonen. Sie haben jeweils eine Masse von etwa  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg. Diesen Wert bezeichnet man auch als atomare Masseeinheit (u). Der Kern des Helium4 (auch geschrieben als:  ${}^4\text{He}$ ) besteht aus zwei Protonen und zwei Neutronen, hat also eine Masse von 4u.

Die Masse atomarer Teilchen wird häufig auch als Energie angegeben. Dies ist möglich, weil

- Masse und Energie gemäß der Einsteinschen Gleichung  $E = mc^2$  einander äquivalent sind
- jede Masse von anderen Massen angezogen wird (Gravitation), also potentielle Energie besitzt
- jedem Körper eine Temperatur zugeordnet werden kann (mittlere kinetische Energie der Teilchen)
- beim Aufeinandertreffen von Teilchen Energie freigesetzt wird

Einstein formulierte 1905 seine berühmte Gleichung. Dem ging die Erkenntnis voraus, dass jede Änderung der inneren Energie eines Systems eine Änderung seiner Masse nach sich zieht. Dies ist zugleich Ausdruck des universellen Prinzips der Energieerhaltung. Beschleunigt man Teilchen auf sehr hohe Geschwindigkeiten, z.B. in die Nähe der Lichtgeschwindigkeit, macht sich dies als zunehmender „Widerstand“ bei der Beschleunigung (Trägheit), also als Massezuwachs bemerkbar.

Das Elektronenvolt ist

- ist die Spannung, die Elektronen aufbauen können
- ist die Energie, die ein Elektron nach dem Durchlaufen einer Spannungsdifferenz von 1 V erhält
- ist die Energie, die ein Proton nach dem Durchlaufen einer Spannungsdifferenz von 1 V erhält
- eine Energieeinheit, die etwa  $1,602 \cdot 10^{-19}$  J entspricht

(Bild zum „Elektronenvolt“). Jedes geladene Teilchen kann in einem elektrischen Feld, das durch eine Spannungsdifferenz gekennzeichnet ist, beschleunigt (oder auch abgebremst) werden. Dadurch gewinnt (verliert) es kinetische Energie. Die Energie lässt sich durch  $E = Q \cdot U$  berechnen. Sowohl für das Elektron als auch das Proton erhält man mit der Elementarladung ( $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  As) eine Energiebetrag von  $1,602 \cdot 10^{-19}$  Ws =  $1,602 \cdot 10^{-19}$  J .

Alpha-Strahlung tritt mit etwa 15.000 km/s aus zerfallenden Uran-Kernen aus. Dies entspricht einer kinetischen Energie von etwa

- 4 J
- 5 kJ
- 4 GeV
- 5 MeV

Die kinetische Energie des Alphateilchens lässt sich nach der klassischen Formel berechnen. Mit  $E = \frac{1}{2}mv^2$  erhält man  $E \approx 4,5 \text{ MeV}$ , was etwa 5 MeV entspricht. Zwar hat ein Alpha-Teilchen eine Ruhemasse von  $4u$ , was einer Energie von etwa 4 GeV entspricht. Diese Masse bleibt aber, z.B. nach Streuung im Rutherford-Experiment, unverändert.

Als Quelle mit hoher Geschwindigkeit austretender Teilchen stand Rutherford Uran zur Verfügung, das sowohl Alpha-Strahlung als auch Beta-Strahlung aussendet (Warum?). Alpha-Strahlung ist energiereicher als Beta-Strahlung, weil

- Alpha-Teilchen stärker elektrisch geladen als Betateilchen sind
- Alphateilchen schwerer als Beta-Teilchen sind
- Alpha-Strahlung schneller aus dem zerfallenden Atomkern austritt als Beta-Strahlung
- Alpha-Teilchen zusätzlich in der Atomhülle beschleunigt werden

Alpha-Teilchen bestehen aus Protonen und Neutronen, Betastrahlung besteht aus den etwa 2000 mal leichteren Elektronen. Daher besitzen Alphateilchen gegenüber Betateilchen, die sich mit gleicher Geschwindigkeit bewegen eine etwa 8000 mal größere kinetische Energie.

Über die Geschwindigkeit der beim radioaktiven Zerfall austretenden Betateilchen lässt sich selbst bei einer bestimmten Atomsorte keine eindeutige Aussage treffen: Der Impulsübertrag beim Betazerfall verteilt sich auf das Elektron und ein (Anti-)neutrino. Es lässt sich daher nur ein Geschwindigkeitsbereich für ein Beta-Teilchen angeben. Dieser reicht bis an die Lichtgeschwindigkeit heran (bis ca. 1 MeV). Alpha-Teilchen sind dagegen monoenergetisch, d.h. sie haben für eine bestimmte instabile Atomsorte immer den gleichen Geschwindigkeitsbetrag. Obwohl Uran dem Alpha-Zerfall unterliegt, lassen sich auch austretende Beta-Teilchen feststellen, da diese von einigen der Zerfallsprodukte (Uran-Radium-Reihe, Uran-Actinium-Reihe) ausgehen.

Alpha-Strahlung tritt mit etwa 15.000 km/s aus zerfallenden Uran-Kernen aus. Dies entspricht einer kinetischen Energie von etwa

- 4 J
- 5 kJ
- 4 GeV
- 5 MeV

Die kinetische Energie des Alphateilchens lässt sich nach der klassischen Formel berechnen. Mit  $v = 15.000 \text{ km/s}$  erhält man  $E = 4 \text{ MeV}$ , was etwa 5 MeV entspricht. Zwar hat ein Alpha-Teilchen eine Ruhemasse von  $4u$ , was einer Energie von  $4u \cdot c^2$  entsprechen würde, aber dies ist die Ruheenergie, die nicht zur Bewegung beiträgt. Die kinetische Energie  $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$  ist die relevante Größe für die Durchdringung von Materie.

Zum Nachweis hochenergetischer Teilchen eignet sich prinzipiell

- die Nebelkammer
- ein Funkenzähler
- ein Geiger-Müller-Zählrohr
- ein Szintillator (Szintillationszähler)
- ein Halbleiter-Detektor

Hochenergetische Teilchen wirken ionisierend. Dies lässt sich sowohl sichtbar machen (Nebelkammer: ionisierte Gasatome dienen als Kondensationskeime für einen übersättigten Dampf, Funkenzähler: ionisierte Gasatome führen zu einem Funkenüberschlag, Szintillationszähler: ionisierte Atome eines sogenannten Szintillators strahlen die empfangene Energie als Licht ab.) als auch als Spannungsimpuls elektrisch registrieren (Geiger-Müller-Zählrohr: ionisierte Gasatome lassen Strom zwischen den Elektroden des Zählrohres fließen, Halbleiter-Detektor: Ionisation im pn-Übergang führt zur Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren)

Der Nachweis der gestreuten Alpha-Teilchen im Rutherford-Experiment erfolgte

- mit einer Nebelkammer
- mit einem Funkenzähler
- mit einem Geiger-Müller-Zählrohr
- mit einem Szintillator
- mit einem Halbleiter-Detektor

Als zuverlässiges (und relativ empfindliches) Nachweisgerät stand Rutherford Zinksulfid als Szintillatormaterial zur Verfügung. Seine Assistenten Marsden und Geiger (der 1913 einen ersten „Geiger“-Zähler entwickelte) mussten lange Zeit im Dunkeln ihre Augen anpassen. Dann waren sie in der Lage, Licht, das von einem einzigen Photon repräsentiert wurde, wahr zu nehmen.

Das Rutherford-Experiment zeigt, dass

- das Atom aus Protonen besteht
- das Atom aus Neutronen besteht
- einen kleinen Kern hat, der positive Ladung trägt
- das Atom einen kleinen Kern hat, der negative Ladung trägt
- das Atom im Wesentlichen leer ist

Die meisten der positiv geladenen Alpha-Teilchen durchflogen die Goldfolie ohne messbare Ablenkung. Einige wenige wurden gegen die Anflugrichtung zurückgestreut. Dies lässt auf abstoßende elektrische Kräfte schließen, die nur in einem kleinen Bereich räumlichen Bereich des Goldatoms Wirkung zeigten. Das Proton als Kernbestandteil wurde von Ernest Rutherford 1919 als Kern des Wasserstoffatoms identifiziert, das Neutron, als weiterer Bestandteil von Atomkernen, erst 1932 von James Chadwick entdeckt.

- Motivation der Unschärferelation
- Vom Fadenstrahlrohr zum Beschleuniger
- Zusammenhang zwischen Auflösung und Impuls
- Berechnung der notwendigen Flussdichte  $B$  im LHC
- Selbsttest

Beispiel:

## Auf dem Weg zur Heisenberg'schen Unschärferelation



Auf dem Weg zur Heisenberg' schen Unschärferelation ...



Welcher der beiden folgenden Töne ist höher ?



Wir wiederholen das Experiment !





## Ergebnis:

Die Töne können besser unterschieden werden, je länger sie gespielt werden, d.h. die Messung einer Frequenz  $f$  mit Messunsicherheit  $\Delta f$  erfolgt umso genauer, je länger die Messzeit (das Zeitintervall der Messung)  $\Delta t$  ist.

Wenn wir für eine Frequenzmessung eine Auflösung  $\Delta f$  benötigen, so erfordert dies ein Zeitintervall  $\Delta t$ , das größer ist als eine bestimmte Mindestzeit, die von  $\Delta f$  abhängt:

$$\text{Messzeit} \geq \frac{1}{\Delta f} \quad \text{oder} \quad \Delta t \geq \frac{1}{\Delta f}$$

Auf dem Weg zur Heisenberg' schen Unschärferelation ...



Wir nehmen an, dass dieser Zusammenhang für alle Wellen gültig ist, auch für die „mysteriösen“ Wellen in der Quantenwelt. Für diese Wellen kennen wir den Zusammenhang  $E = h \cdot f$ .

Multiplizieren wir die rechte Seite der obigen Beziehung mit  $h$ , so erhalten wir:

$$\Delta t \geq \frac{rh}{h\Delta f} = \frac{rh}{\Delta E}$$

Dies ist die Heisenberg' sche Unschärferelation in der Form:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq r h$$

wobei  $r = \text{konstant}$  ( $r = \frac{1}{4\pi}$ ).

Auf dem Weg zur Heisenberg' schen Unschärferelation ...



Wenn wir die Energie eines quantenmechanischen Systems mit der Genauigkeit  $\Delta E$  messen möchten, so benötigen wir eine Zeit, die größer ist als

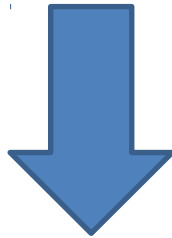
$$\Delta t \geq \frac{rh}{\Delta E}$$

Auf dem Weg zur Heisenberg' schen Unschärferelation ...



**Ausblick:**

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$



$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$$

... nicht schwer

**Aufgabe 1:** Welche der folgenden Teilchen können mit Hilfe eines elektrischen Feldes beschleunigt werden?

- a) Protonen,
- b) Neutronen,
- c) Positronen,
- d) Neutrinos.

**Aufgabe 2:** Wenn in einem magnetischen Feld Elektronen nach links abgelenkt werden, dann werden

- a) Protonen nach rechts abgelenkt,
- b) Neutronen nach links abgelenkt,
- c) Positronen nach links abgelenkt,
- d) Neutrinos sowohl nach rechts als auch nach links abgelenkt.

**Aufgabe 3:** Ein Linear-Beschleuniger

- a) ist nur in der Lage Protonen zu beschleunigen,
- b) muss sehr lang sein, um hohe Energien zu erreichen,
- c) verwendet für die Ablenkung der Teilchen Magnetfelder.

**Aufgabe 4:** Ein Ringbeschleuniger (Collider)

- a) verwendet elektrische und magnetische Felder,
- b) ist nur in der Lage Elektronen zu beschleunigen,
- c) kann auch Antimaterie beschleunigen.

**Aufgabe 5:** Ein wesentlicher Vorteil eines Fixed-Target-Experiments besteht darin,

- a) dass keine elektrischen Felder benötigt werden,
- b) dass Strahlen mit Sekundärteilchen erzeugt werden können,
- c) dass auch Antimaterie beschleunigt werden kann.