

A estranha teoria quântica da luz

Vitor Oguri

Departamento de Física Nuclear e Altas Energias
Instituto de Física Armando Dias Tavares
Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ)

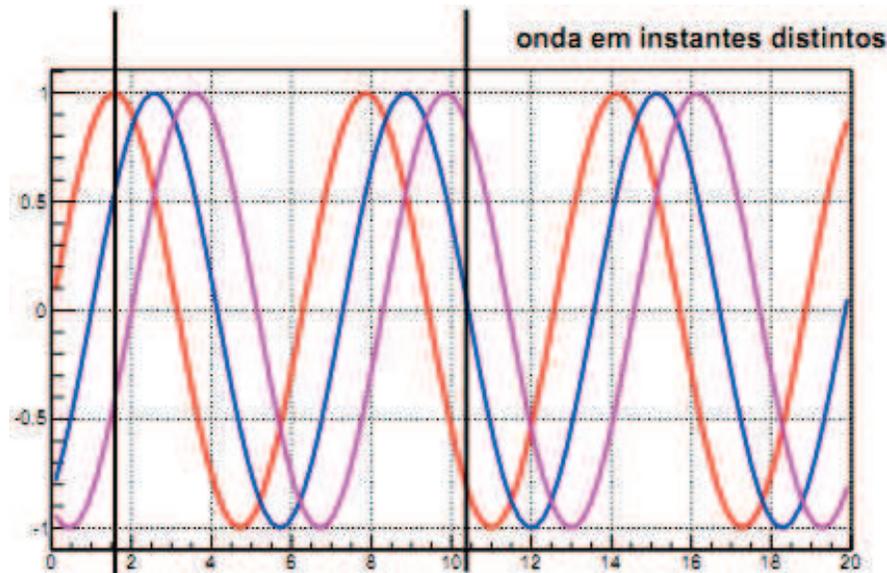
Manaus, 28 de julho de 2015

Sumário

- **Descrição eletromagnética da luz**
 - As ondas eletromagnéticas monocromáticas
 - O experimento da dupla fenda de Young
 - O princípio do tempo mínimo de Fermat
- **Eletrodinâmica Quântica**
 - As hipóteses de Feynman
 - A reflexão por um espelho
 - A interferência de um único fóton
 - Os diagramas de Feynman
 - O efeito Compton

As ondas eletromagnéticas monocromáticas

Luz - manifestação das perturbações dos campos eletromagnéticos em uma região do espaço



$$\Psi(x, t) = a \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right)$$

$$a e^{i2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \nu t \right)}$$

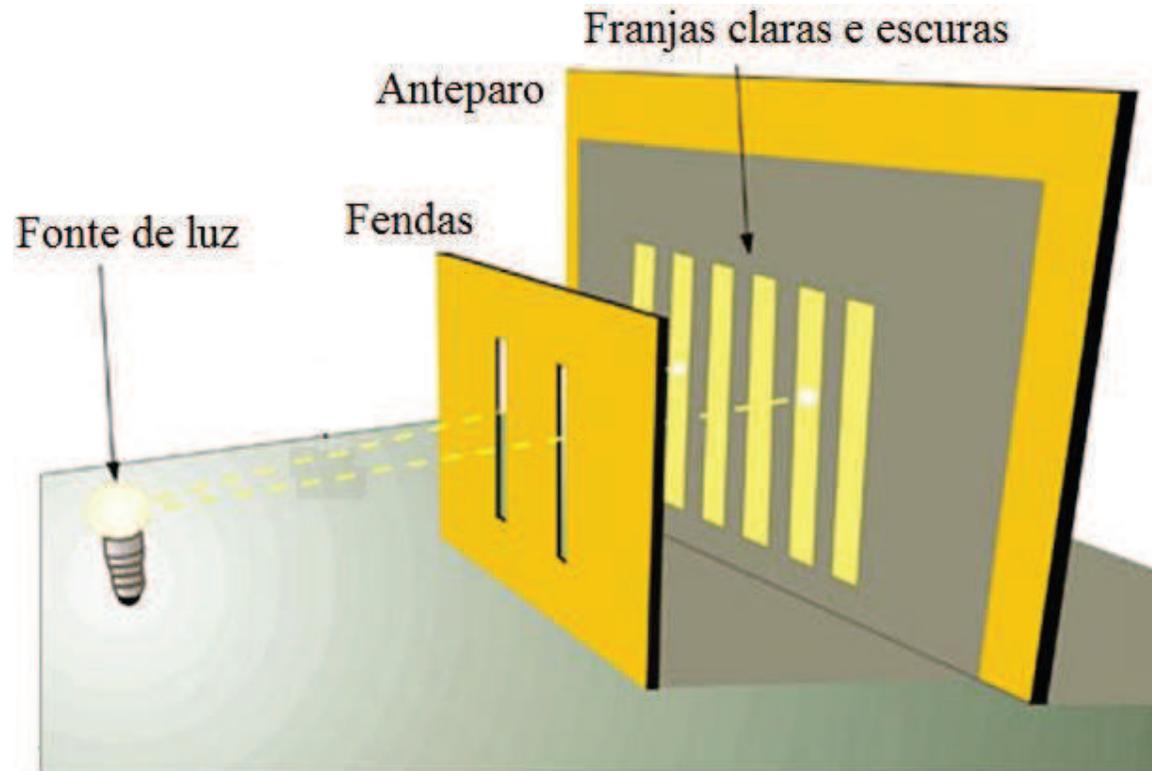
a - amplitude

λ - comprimento de onda

ν - frequência

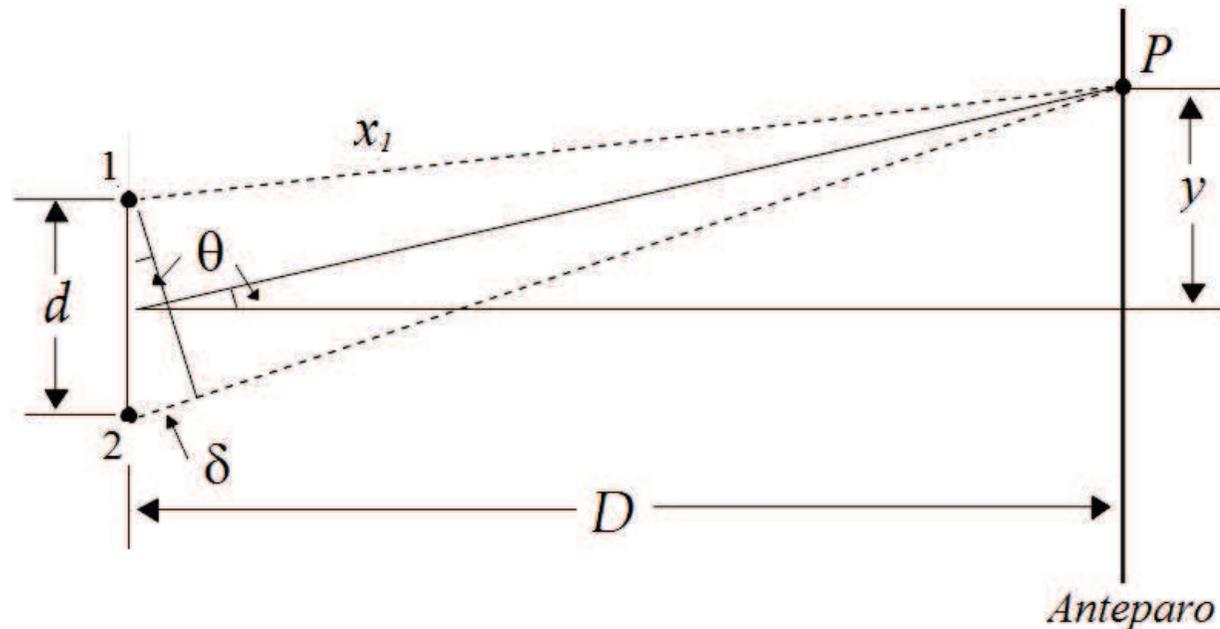
- propagação no sentido positivo do eixo x , com velocidade $c = \lambda \nu$
- intensidade da onda: $I \propto |\Psi|^2 \propto |a|^2$

O experimento da dupla fenda de Young



O padrão de interferência resulta da superposição de ondas que alcançam o anteparo por dois caminhos.

O experimento da dupla fenda de Young



funções de onda $\Psi_{1 \rightarrow P}$ e $\Psi_{2 \rightarrow P}$, que representam as ondas que emergem das fendas 1 e 2 e alcançam o ponto P no anteparo, em um instante t , são proporcionais a

$$a e^{i \frac{2\pi}{\lambda} x_1} \quad \text{e} \quad a e^{i \left(\frac{2\pi}{\lambda} x_1 + \frac{2\pi}{\lambda} \delta \right)}$$

onde δ é a chamada *diferença de marcha* ou *diferença de caminho*.

O experimento da dupla fenda de Young

A superposição linear resultante dessas funções,

$$\Psi_{1 \rightarrow P} + \Psi_{2 \rightarrow P} \propto a e^{i \frac{2\pi}{\lambda} x_1} \left(1 + e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \delta} \right)$$

implica que a intensidade I em um ponto P genérico do anteparo, proporcional ao quadrado do módulo da amplitude resultante, é dada por

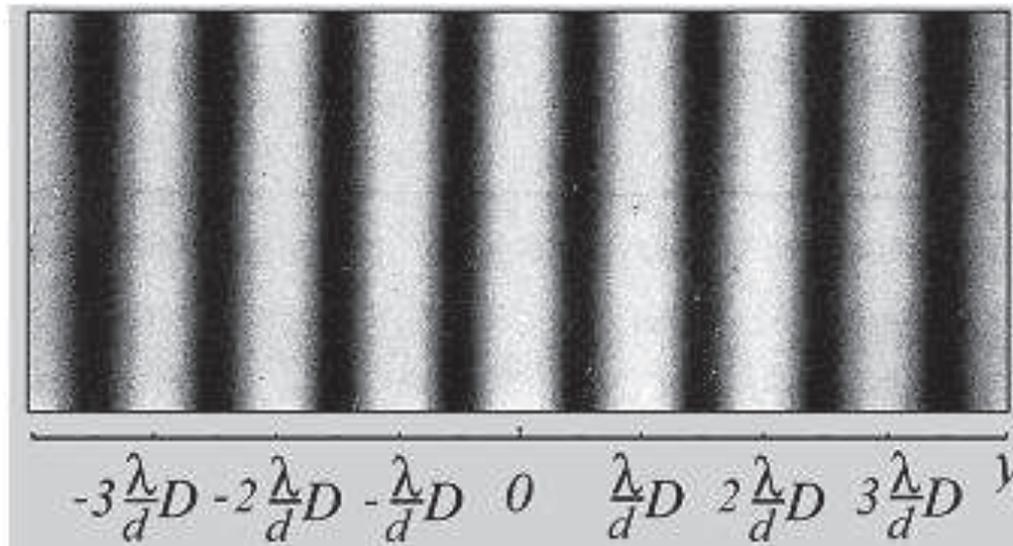
$$\begin{aligned} I &\propto \left| \Psi_{1 \rightarrow P} + \Psi_{2 \rightarrow P} \right|^2 = a^2 \left(1 + e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \delta} \right) \left(1 + e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \delta} \right) \\ &= a^2 \left(2 + \underbrace{e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \delta} + e^{-i \frac{2\pi}{\lambda} \delta}}_{2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} \delta} \right) \\ &= 2a^2 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \delta \right) = I_0 \cos^2 \frac{\pi}{\lambda} \delta \end{aligned}$$

- Se a diferença de marcha (δ) for um múltiplo inteiro do comprimento de onda (λ),

$$\delta = n\lambda \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

a interferência é construtiva (franjas claras)

O experimento da dupla fenda de Young



- interferência construtiva (franjas claras): $\delta = n\lambda \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

- pontos de ocorrência dos máximos: $y = n\lambda \frac{D}{d}$

O padrão de franjas claras e escuras no experimento da dupla fenda resulta da superposição de ondas que alcançam o anteparo por cada um dos possíveis caminhos.

O princípio do tempo mínimo de Fermat

- Fenômenos ópticos – decorrem da interação da luz com os elétrons
 - Lorentz (1900) : dispersão da luz em um dielétrico
 - Thomson (1904) : espalhamento de raios γ pela matéria
- **Óptica Geométrica**
 - raios que se propagam no vácuo em linha reta
 - **princípio do tempo mínimo de Fermat (1657)**
 - “ A trajetória de um raio de luz entre dois pontos é aquela percorrida no menor intervalo de tempo. ”
 - Apesar da simplicidade do princípio de Fermat, como a luz sabe a priori o caminho que corresponde ao tempo mínimo de percurso?

Eletrodinâmica Quântica

Eletrodinâmica Quântica

- QED (Quantum Electrodynamics)
 - teoria quântico-relativística que descreve as interações eletromagnéticas entre partículas com carga elétrica e spin semi-inteiro (férmions, como o elétron)
 - energia dos campos é distribuída entre partículas sem massa, os fótons
 - interação eletromagnética mediada pela troca de fótons
 - interação fóton-elétron: equação de Dirac (1928)

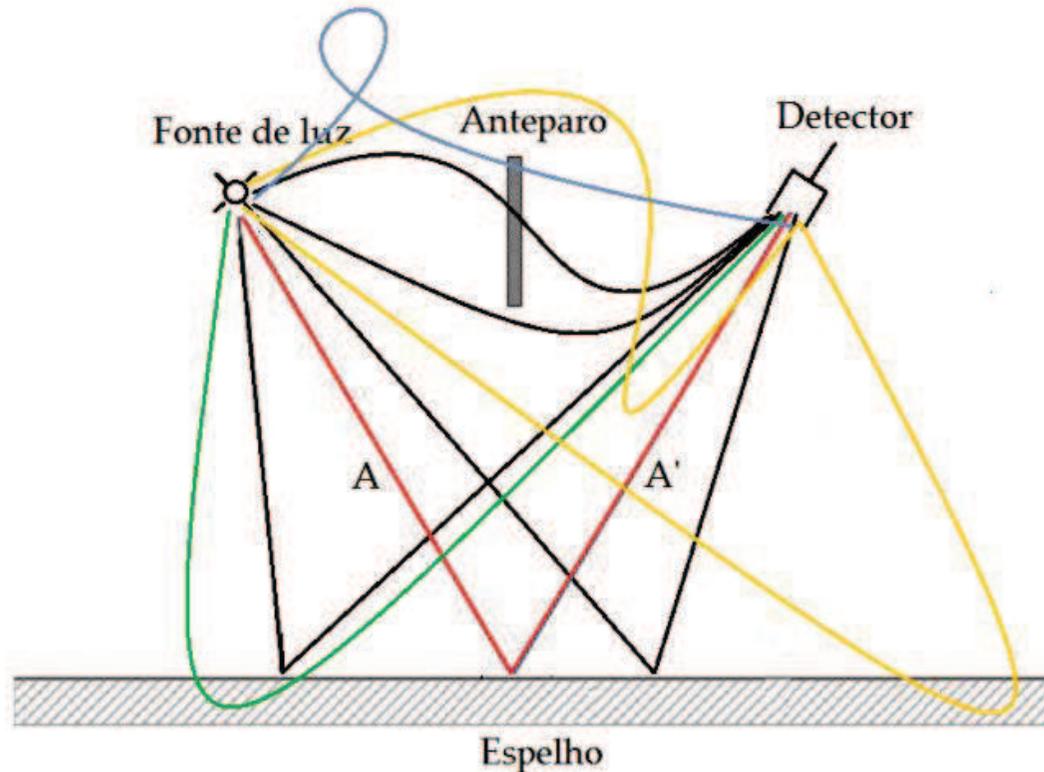
As hipóteses de Feynman

- fóton se propaga de um lugar (1) a outro (2) por qualquer caminho concebível e com qualquer velocidade, maior ou menor que c
- a cada caminho associa-se uma amplitude de probabilidade (Ψ) (análoga às funções de onda da Eletrodinâmica Clássica)
- probabilidade associada a um dado caminho é proporcional ao quadrado do módulo da amplitude correspondente

$$P_{1-2} \propto |\Psi|^2$$

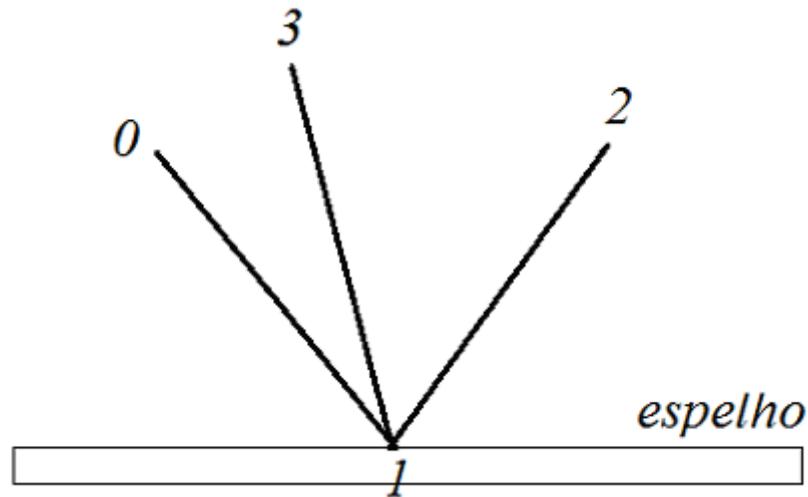
- amplitude de um processo = soma sobre todas os caminhos
- probabilidade de um processo \sim quadrado da amplitude

A reflexão por um espelho



- a princípio todos os caminhos concebíveis contribuem para a amplitude total do processo
- somente caminhos próximos à trajetória retilínea, para os quais a velocidade do fóton é praticamente c contribuem construtivamente para a soma das amplitudes
- em primeira aproximação a luz se comporta como um raio clássico

A reflexão por um espelho



- amplitudes associadas aos caminhos 0-1, 1-2 e 1-3

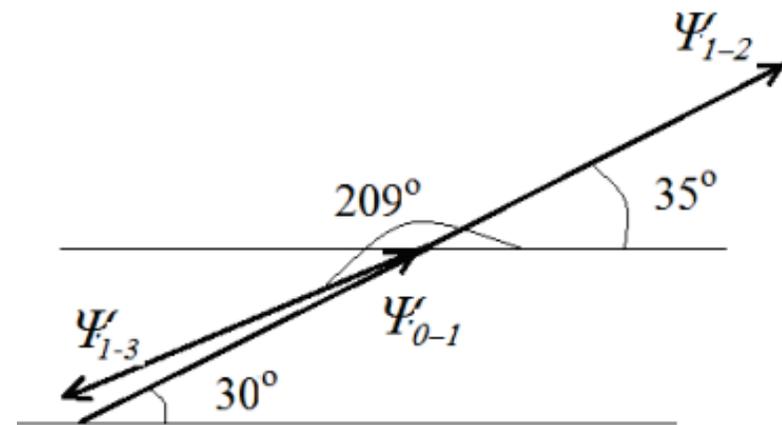
$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_{0 \rightarrow 1} = ae^{0,524i} \Rightarrow P_{0 \rightarrow 1} \propto |\Psi_{0 \rightarrow 1}|^2 = a^2 \\ \Psi_{1 \rightarrow 2} = ae^{0,611i} \Rightarrow P_{1 \rightarrow 2} \propto |\Psi_{1 \rightarrow 2}|^2 = a^2 \\ \Psi_{1 \rightarrow 3} = ae^{3,65i} \Rightarrow P_{1 \rightarrow 3} \propto |\Psi_{1 \rightarrow 3}|^2 = a^2 \end{array} \right.$$

A reflexão por um espelho

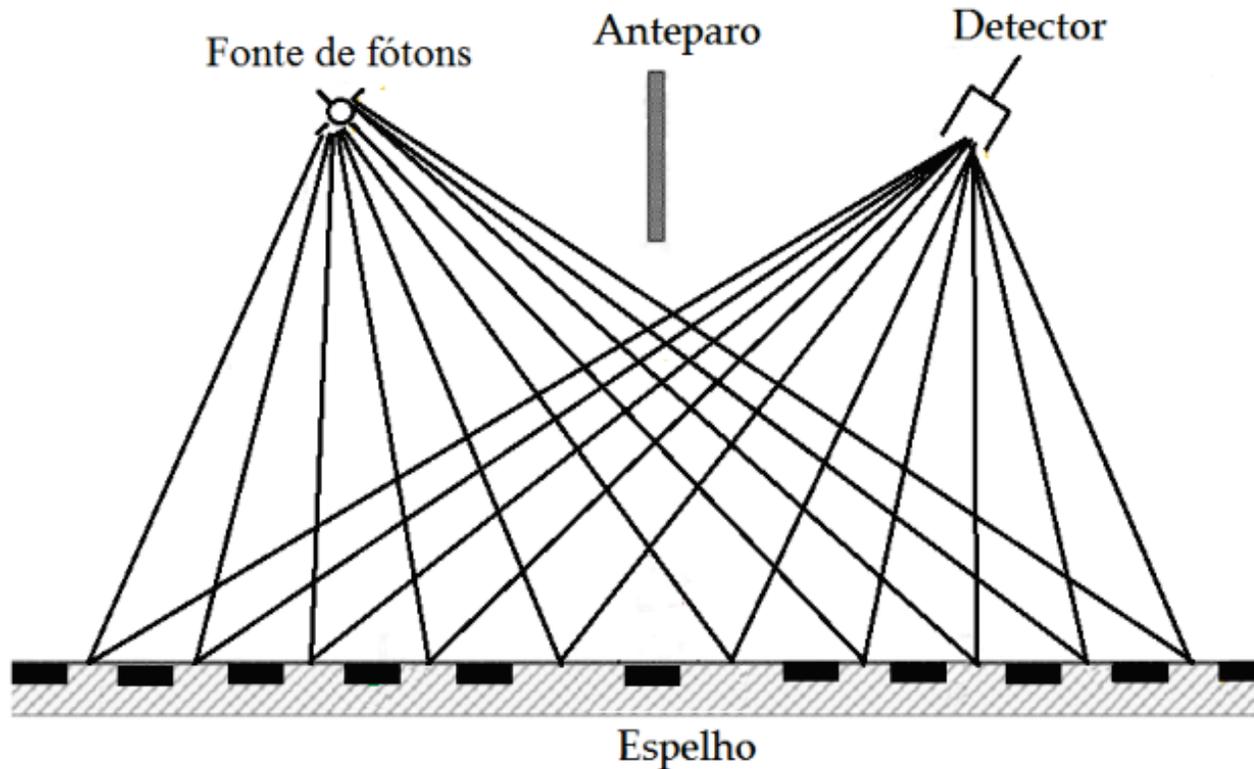
$$\begin{cases} \Psi_{0 \rightarrow 1} = a(0,866 + 0,5i) \\ \Psi_{1 \rightarrow 2} = a(0,819 + 0,574i) \\ \Psi_{1 \rightarrow 3} = a(-0,874 - 0,487i) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Psi_{0 \rightarrow 1} + \Psi_{1 \rightarrow 2} = a(1,685 + 1,074i) = 1,998ae^{0,567i} \\ \Psi_{0 \rightarrow 1} + \Psi_{1 \rightarrow 3} = a(-0,008 + 0,013i) = 0,0153ae^{2,122i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} P_{0 \rightarrow 1 \rightarrow 2} \propto 3,993a^2 \\ P_{0 \rightarrow 1 \rightarrow 3} \propto 0,00023a^2 \end{cases}$$



Rede de difração por reflexão



- regiões associadas a caminhos que cancelam caminhos vizinhos são removidas
- apenas regiões que contribuem para uma superposição construtiva participam do processo

Os fótons alcançam o detector por todos os caminhos.

A interferência de um único fóton

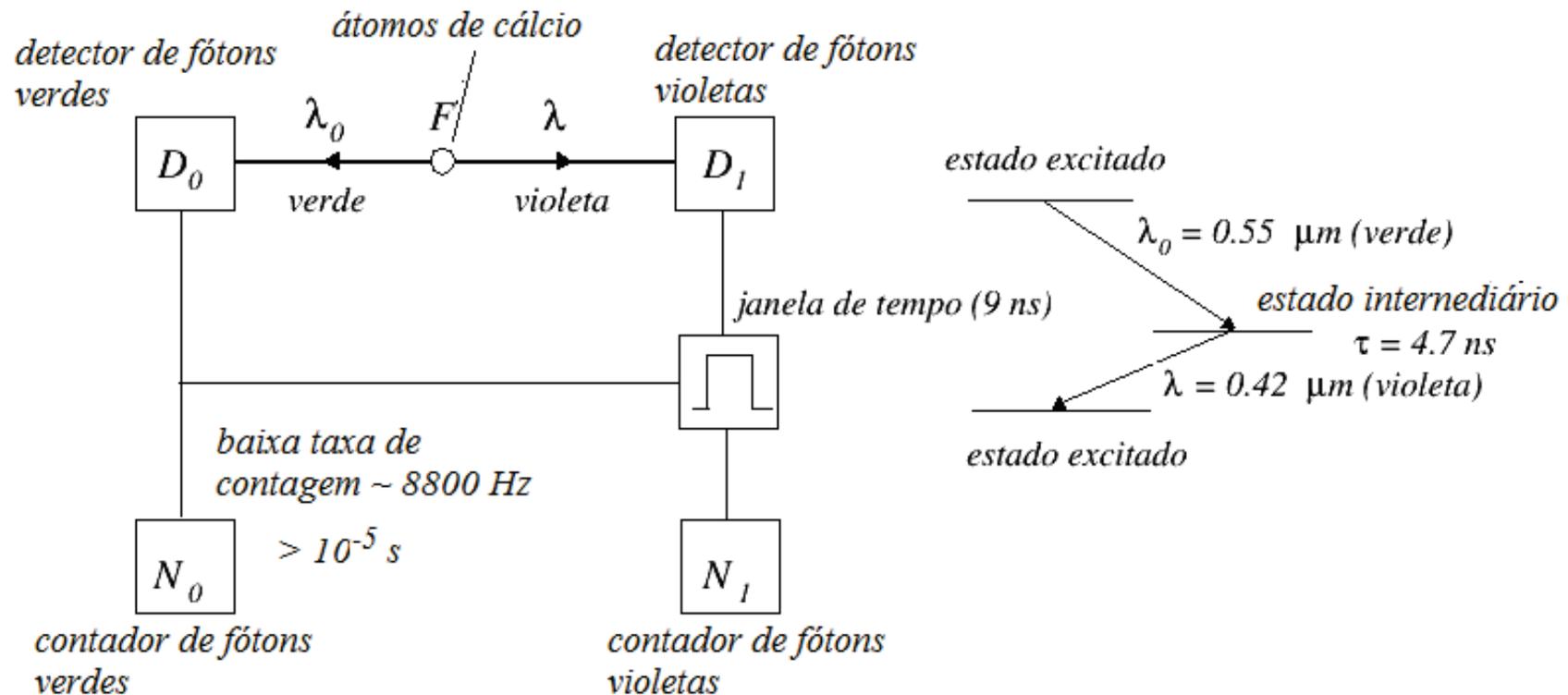
- A soma dos caminhos não resulta de um processo estatístico, ou seja, não está associado a um grande número de fótons, no qual cada fóton percorreria um caminho distinto do outro.
- O fóton não sabe qual o caminho mais rápido e o mais conveniente, os diversos caminhos que contribuem para a amplitude total estão associados a um único fóton.

“Cada fóton interfere somente com ele mesmo.
A interferência entre dois fótons nunca ocorre.”

Dirac (1930)

A interferência de um único fóton – experimentos de Orsay

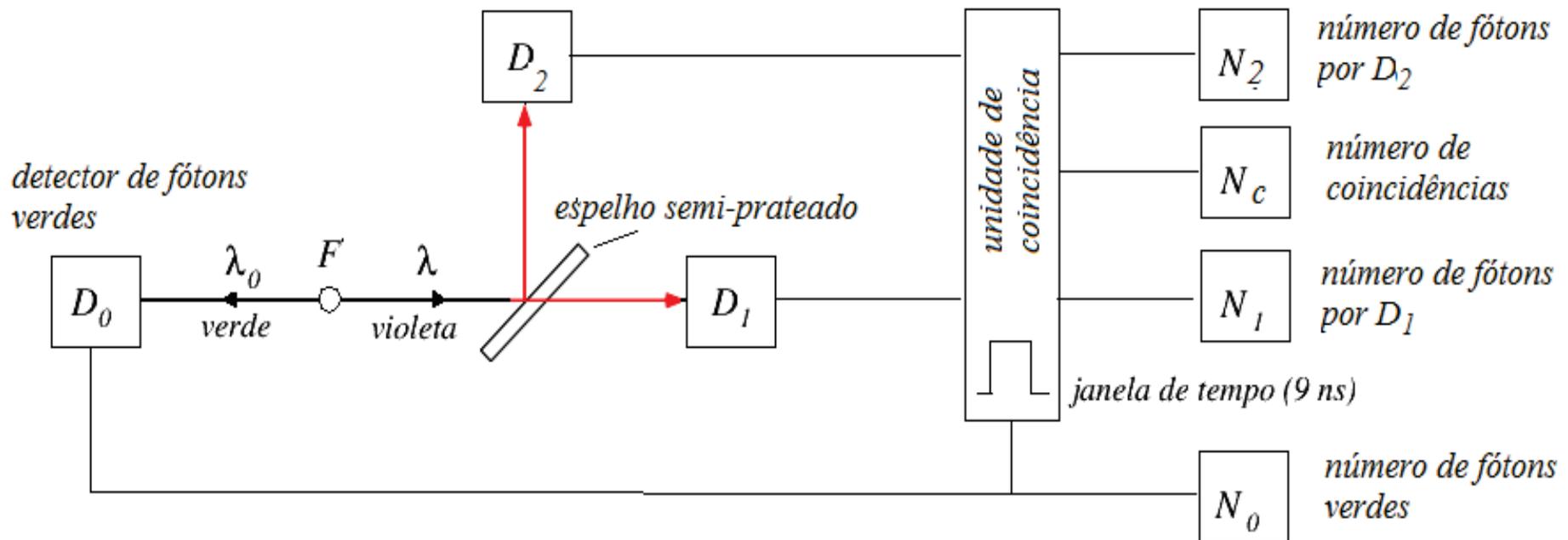
1) seleção de fótons individuais



- $N_1/N_0 \ll 1$
- estável após 5 horas
- *sequência de estados quânticos de um único fóton*

A interferência de um único fóton – experimentos de Orsay

2) caminhos excludentes



- $N_0 \sim 10^8$

- $N_1 \sim N_2 \sim 10^5$

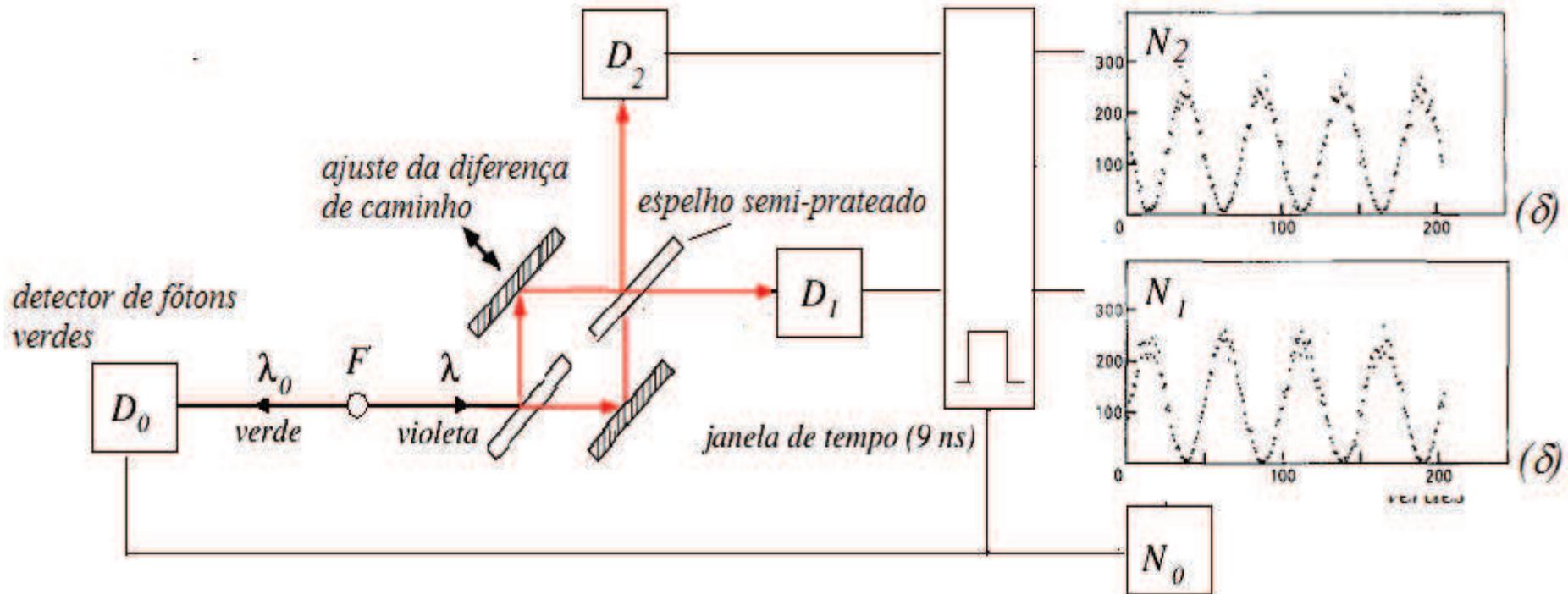
- $N_c \sim 10$

$N_{\text{clássico}} \sim 10^5$

- *fóton detectado por D_1 ou por D_2 , mas não simultaneamente*

A interferência de um único fóton – experimentos de Orsay

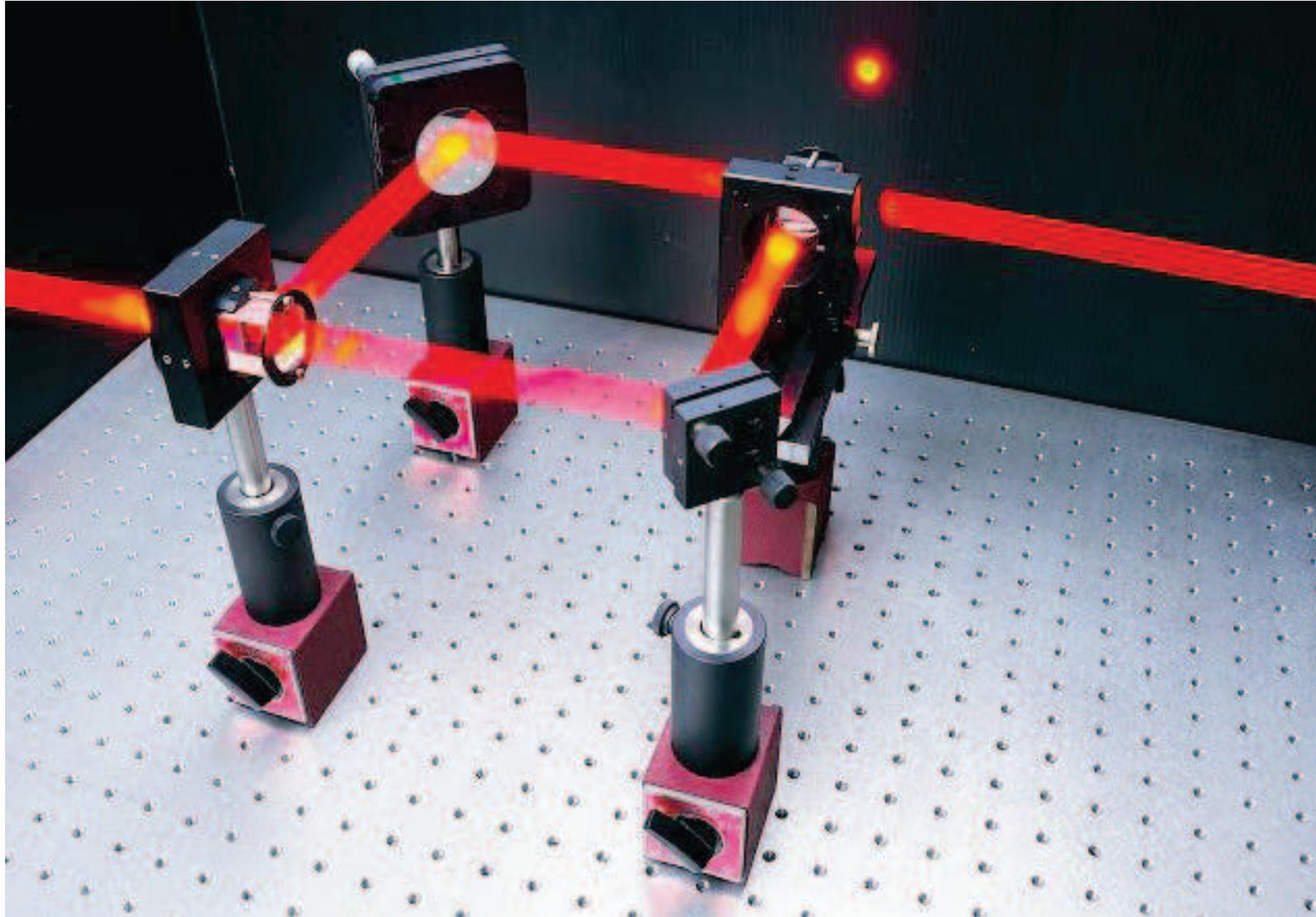
3) interferência de um único fóton



- correlação entre as contagens
- para cada valor da diferença de caminho o sistema exhibe um padrão de interferência, desde concentração máxima até concentração nula

Interferômetro de Mach-Zehnder

diferença de caminho controlada



A interferência de um único fóton

- As hipóteses de Dirac e Feynman removem a principal objeção que Lorentz e Bohr colocavam contra o caráter corpuscular da luz:

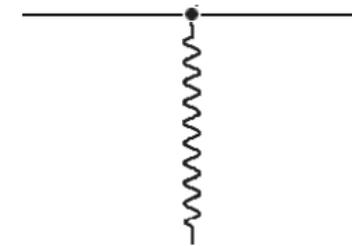
“Como um feixe de partículas pode dar lugar a fenômenos como os de interferência e difração?”

- Se as franjas de interferência no experimento da dupla fenda resultassem da interação entre dois fótons distintos, as leis de conservação de energia e *momentum* seriam violadas.
- A superposição de caminhos corresponde a uma soma de amplitudes de probabilidades, e não de atributos cinemáticos como a energia e o *momentum* de uma partícula.

Diagramas de Feynman

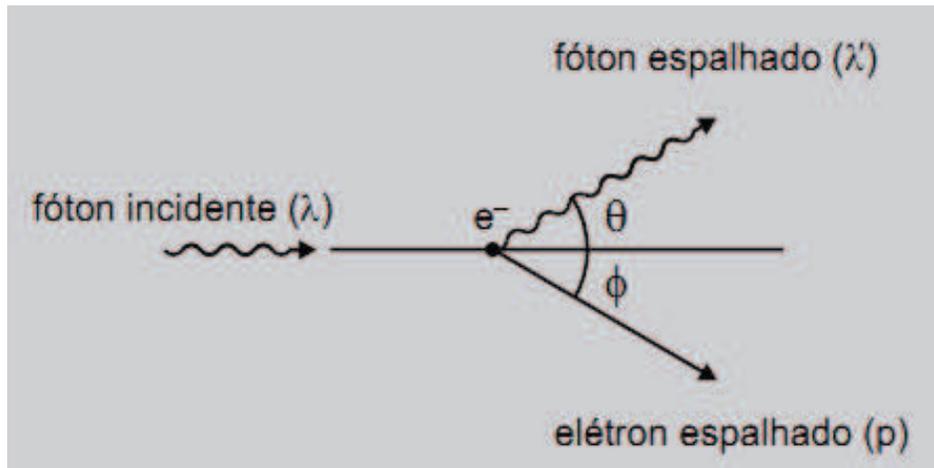
- Os principais aspectos da QED derivam de três ações básicas:

- um fóton vai de um lugar a outro
- um elétron vai de um lugar a outro
- um elétron emite ou absorve um fóton

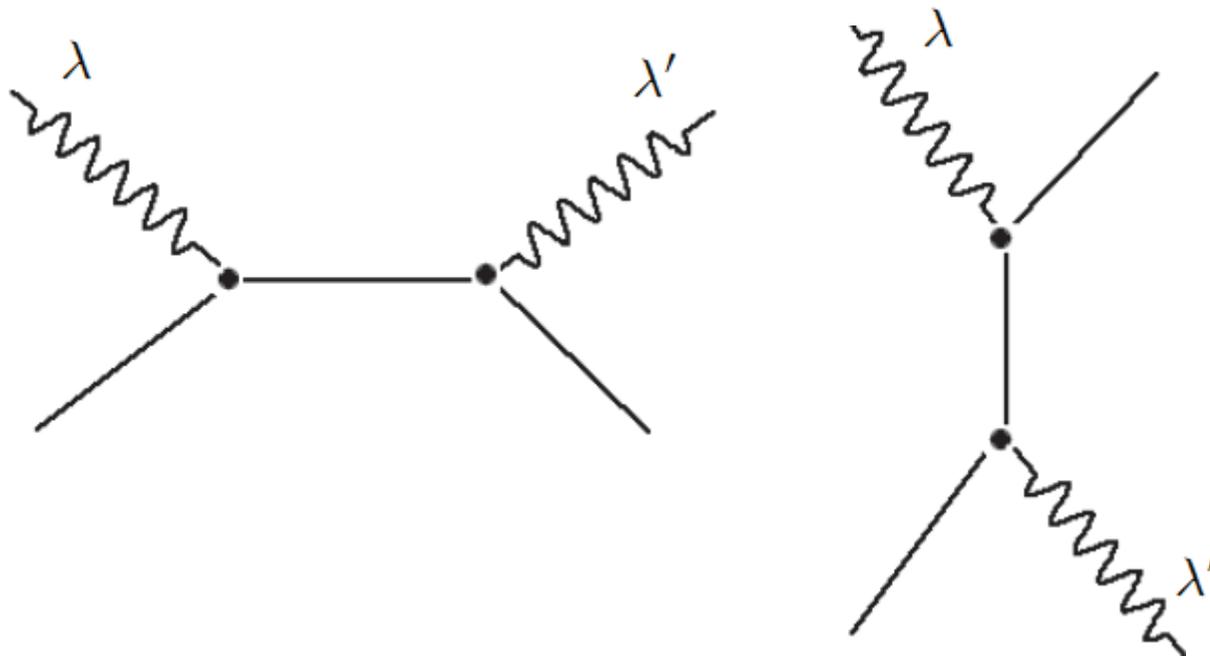


- A cada ação básica associam-se quantidades complexas, as amplitudes de probabilidade.
- A probabilidade de ocorrência é proporcional ao quadrado do módulo dessas amplitudes.

O efeito Compton



$$\lambda' = \lambda + A \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}$$



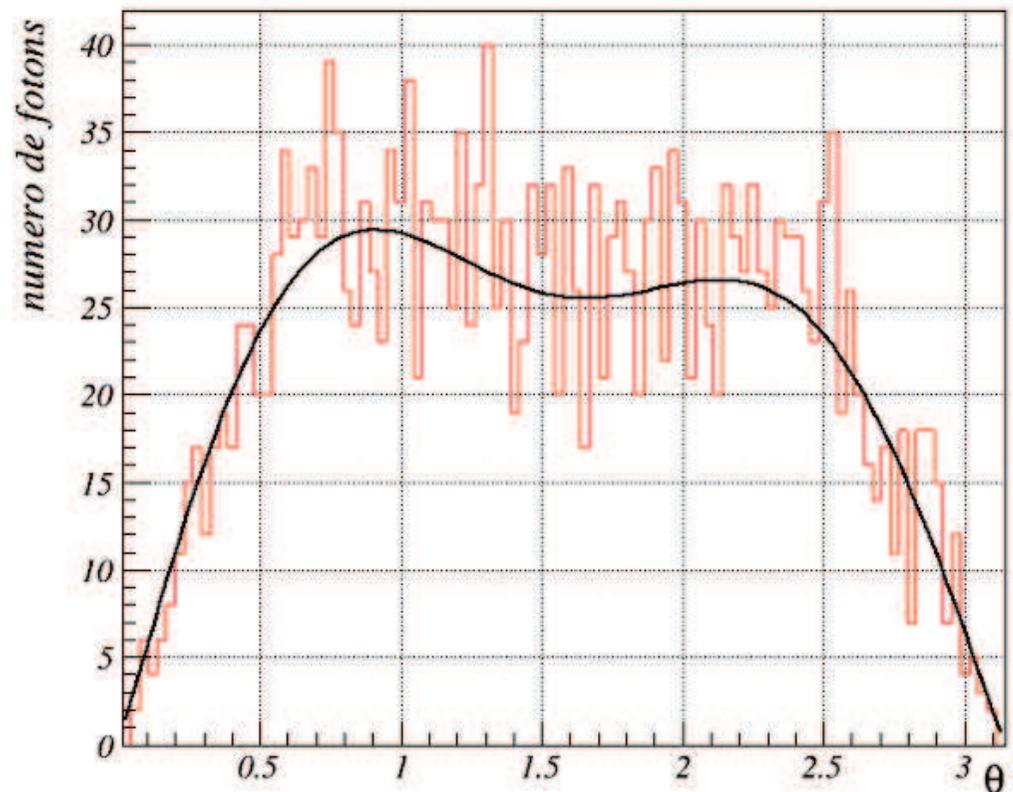
O efeito Compton

Fórmula de Klein-Nishina

$$\frac{dN}{d\theta} \propto \alpha^2 \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda'} \right)^3 + \left(\frac{\lambda}{\lambda'} \right) - \left(\frac{\lambda}{\lambda'} \right)^2 \text{sen}^2 \theta \right] \text{sen} \theta$$

$$\alpha = 1/137$$

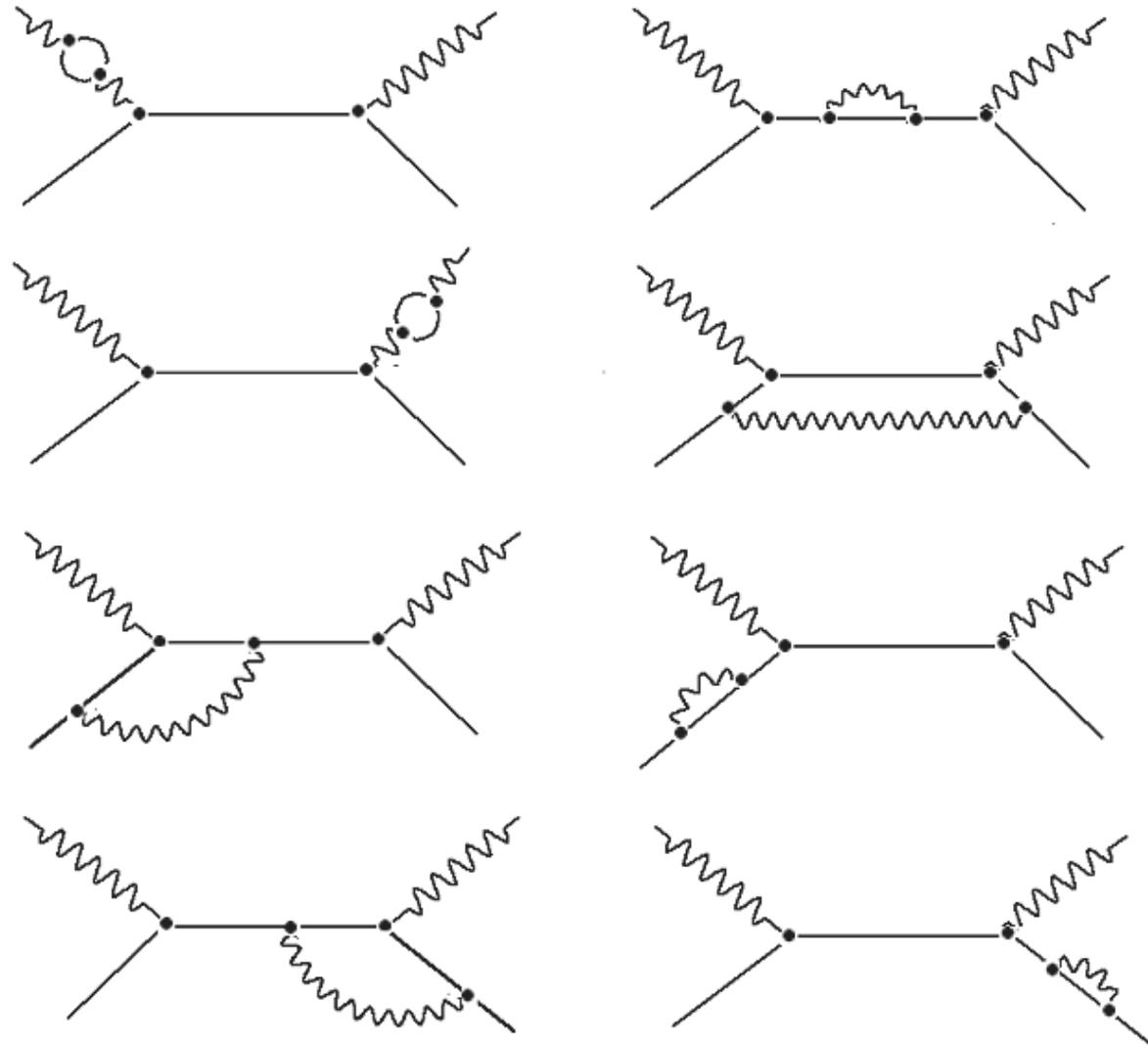
fóton incidente: 5 keV



O efeito Compton

Correções ao efeito Compton (L. Brown & R. Feynman, 1952)

α^4



Bibliografia

- R. P. Feynman, *QED: A estranha teoria da luz e da matéria*, Gradiva, 1988.
- P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Oxford Press, 4th ed., 1957.
- C. Schiller, *Motion Mountain: The Adventures of Physics*, vol. IV, *The Quantum of Change - The free physics textbook*: <http://motionmountain.net/>
- O. Klein & Y. Nishina, *Z, Physik*, 52, 853 (1929).
- L. M. Brown & R. P. Feynman. *Phys. Review*, 85(2), 231, 1952.