Холографски мезони в геометрия на Пилх-Уорнър

Радослав Рашков, Цветан Вецов

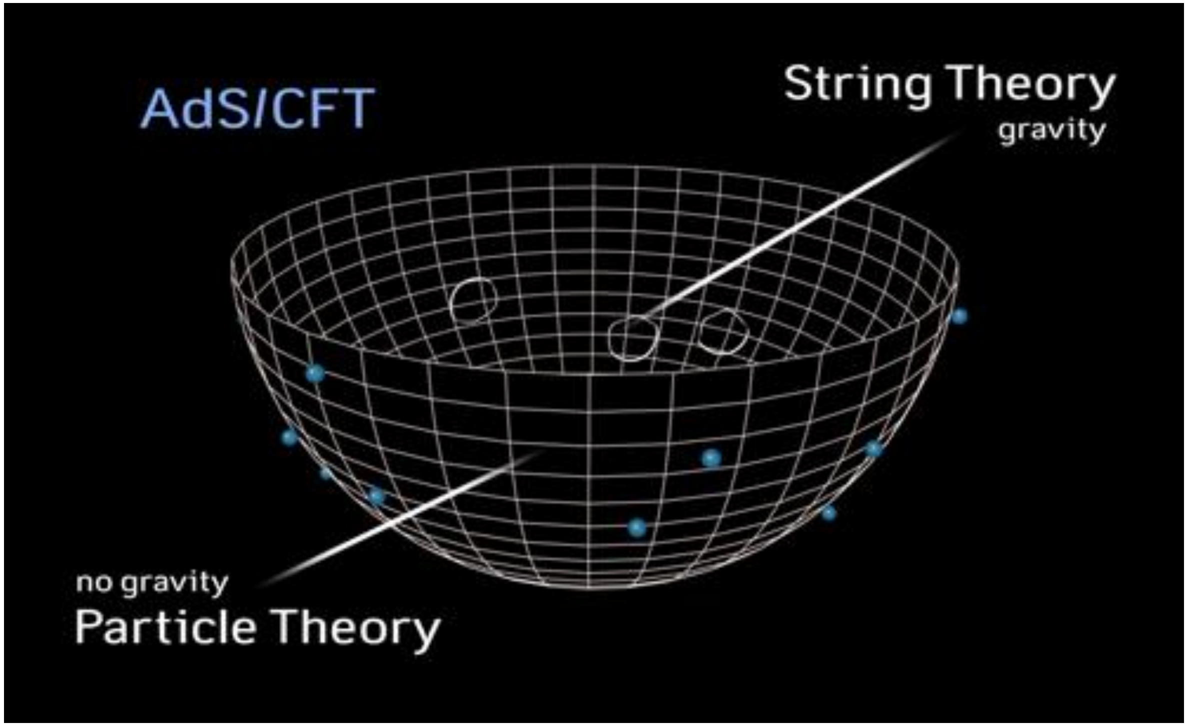
Matey Mateev Symposium

In commemoration of 75th anniversary of Prof. Matey Mateev
Sofia University „St. Kliment Ohridski“, Sofia, Bulgaria
April 17, 2015

Съдържание

- AdS/CFT съответствие
- D-брани и калибровъчни теории
- Холографски мезони

AdS/CFT Съответствие



През 1998 Хуан Малдасена изказва хипотеза за дуалност между 4-мерна $\mathcal{N} = 4$ суперконформна теория на Янг-Милс и тип IIB суперструнна теория в 10-мерно $AdS_5 \times S^5$ пространство.

AdS/CFT съответствие

AdS/CFT дуалността свързва високо-мерни гравитационни теории със слаба константа на връзката с калибровъчни теории с голяма константа на връзката, живеещи в пространство с по-малко измерения, и обратно.

Как се осъществява съответствието?

Това е едно към едно съответствие между локалните полета в гравитационната теория и полевите оператори в квантовата теория.

За какво ни служи?

С помощта на AdS/CFT съответствието можем да изучаваме квантовата динамика на полеви теории като анализираме свойствата на техните дуални супергравитационни решения.

Геометрична същност на дуалността

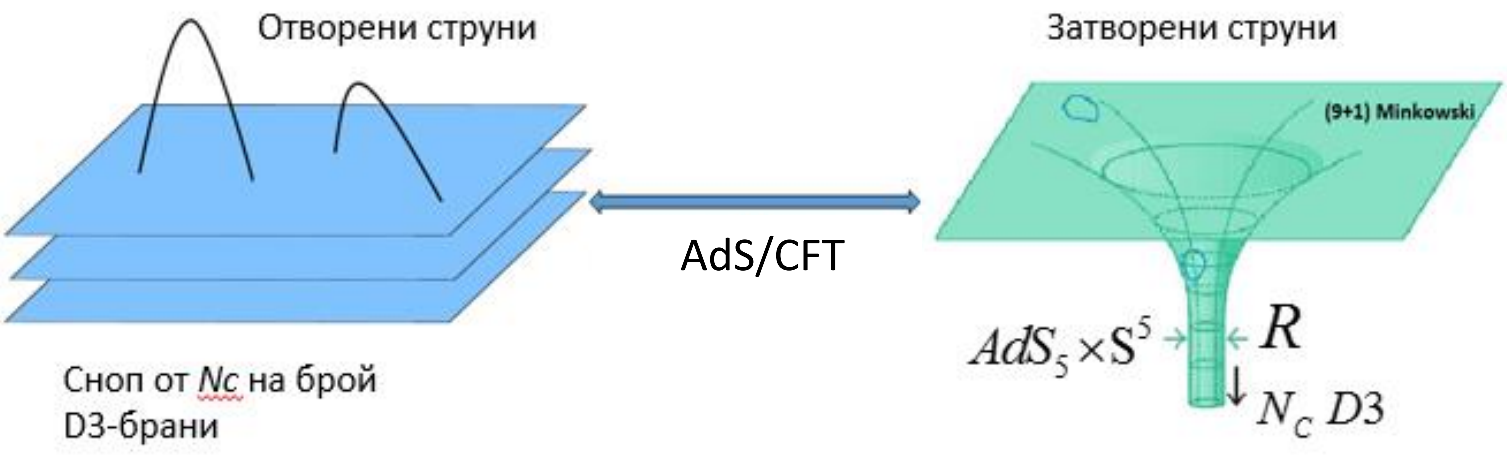
Две взаимно допълващи се описания на D-браните

Като хиперповърхнини, върху които се закрепят краищата на отворените струни

В сектора на отворените струни: D-бранната динамика се описва от суперсиметричната теория на Янг-Милс

Като солитонни решения на тип II нискоенергетично ефективно струнно действие

В сектора на затворените струни: D-браните са солитонни решения в класическата супергравитация



Граница На Декуплиране

$$\boldsymbol{g_S} \rightarrow \text{фиксирана} \qquad \boldsymbol{N_C} \rightarrow \infty \qquad \boldsymbol{l_S} \rightarrow \mathbf{0}$$

Метрика на *N* на брой съвпадащи D3-брани:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{R^4}{r^4}\right)^{-1/2} \eta_{ij}\, dx^i\, dx^j + \left(1 + \frac{R^4}{r^4}\right)^{1/2} \left(dr^2 + r^2\, d\Omega_5^2\right)$$

$r \gg R$

$$1 + \frac{R^4}{r^4} \rightarrow 1$$

9+1 мерно пространство на Минковски

$$g_S = g_{YM}^2 \qquad \lambda = 4\pi\, g_S\, N \qquad R^4 = \lambda\, \alpha'^2$$

$r \ll R$

$$z = \frac{R^2}{r}$$

$\boldsymbol{AdS_5 \times S^5}$

$$ds^2 = \frac{R^2}{z^2}\left(\eta_{ij}\, dx^i\, dx^j + dz^2\right) + R^2\, d\Omega_5^2$$

В границата на декуплиране отворените и затворените струни не си взаимодействат, оставяйки две независими описания на една и съща система

$$S = S_{BULK} + S_{BRANE} + S_{INT}$$

$\boldsymbol{S_{BULK} = S_{SUGRA}}$ + **поправки (производни от по-висок ред по** $\sim \boldsymbol{l_s}$)

$\boldsymbol{S_{BRANE} = S_{SYM4}}$ + **поправки (производни от по-висок ред** $\sim \boldsymbol{l_s}$)

$\boldsymbol{S_{INT} \sim l_s}$ – **описва взаимодействието между двете части**

Разширение На AdS/CFT Съответствието

$\mathcal{N} = 4\ SU(N)$ калибровъчна теория:

- $N \to \infty$
- **Суперсиметрия**
- **Конформна симетрия**
- **Полета в присъединеното представяне**

Квантова хромодинамика (QCD):

- $N = 3$
- **Няма суперсиметрия**
- **Конфайнмънт**
- **Полета във фундаменталното представяне**

Желано разширение на AdS/CFT:

Нарушаваме SUSY и конформната симетрия → Деформация на AdS пространството → Геометрия на Пилч-Уорнър

Добавяме кварки → Ароматни D-брани

Динамика На D-браните

- **Ниско-енергетичното ефективно действие:**

$$S_{Dp} = -T_p \int d^{p+1}\xi\, e^{-\Phi} \sqrt{-\det(P[G+B]_{ab} + \lambda F_{ab})} - \mu_p \int \sum P\left[C^{(n)}\, e^{B}\right] e^{\lambda F}$$

- **Действието на Дирак-Борн-Инфелд (DBI):**

  - описва взаимодействие на D-брани с безмасови полета на Невьо-Шварц *G*, *B* и *Ф*.

- **Действието на Вес-Зумино (WZ):**

  - описва взаимодействие на D-брани с безмасови полета на Рамон-Рамон *Cp*.
  - Суперсиметрията фиксира заряда на D-браните:

$$\mu_p = \pm T_p$$

Холграфски мезони
в геометрия на Пилх и Уорнър

Геометрия на Пилх-Уорнър

Изкривено (warped) AdS5 пространство (τ, ρ, ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3):

$$ds^2_{1,4}(IR) = L^2 \Omega^2 \left(-\cosh^2 \rho \, d\tau^2 + d\rho^2 + \sinh^2 \rho \, d\Omega_3^2\right)$$

Сплескана (squashed) 5-сфера (θ, α, β, γ, ϕ):

$$ds_5^2(IR) = \frac{2}{3} L^2 \Omega^2 \Bigg[d\theta^2 + \frac{4\cos^2\theta}{3-\cos 2\theta}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2\right) + \frac{4\sin^2 2\theta}{(3-\cos 2\theta)^2}(\sigma_3 + d$$

$$+ \frac{8}{3}\left(\frac{2\sin^2\theta - \cos^2\theta}{3-\cos 2\theta}\right)^2 \left(d\phi - \frac{2\cos^2\theta}{2\sin^2\theta - \cos^2\theta}\sigma_3\right)^2 \Bigg]$$

Деформиращ (warp) фактор: $\Omega^2 = \frac{2^{1/3}}{\sqrt{3}}\sqrt{3-\cos 2\theta}.$

Капа-симетрия, Суперсиметрия И Влагане На D-браните

- Условието за запазване на капа симетрията: $\Gamma_k \kappa = \kappa$
- Условието за запазване на суперсиметрията: $\Gamma_k \varepsilon = \varepsilon$

$\boldsymbol{\kappa}$ е 32 компонентен спинор на Вайл в 10-мерие

$\boldsymbol{\varepsilon}$ е 32 компонентният Килингов спинор на фона

- Алгебрична система: 32 уравнения за компонентите на спинора.
- Най-общото влагане на D7:

$$\boxed{\xi^a = (\tau, \rho, \phi_1, \phi_2, \phi_3, \alpha, \beta, \gamma), \quad \theta = \theta(\xi^a), \quad \phi = \phi(\xi^a)}$$

- Едно класическо капа-симетрично влагане на D7-браната:

$$\theta = \theta_0 = 0, \quad \phi + \beta = c$$

Флуктуации и мезонен спектър по ϕ

Скаларните флуктуации на D7-браната около класическото влагане са дуални на мезонни моди в калибровъчната теория.

Флуктуации Φ по направление на ϕ: $\phi = \phi_0 + 2\pi\alpha'\Phi$

Уравнение за Φ:

$$\boxed{-\partial_\tau^2\Phi + \cosh^2\rho\,\tilde{\Delta}_\rho\Phi + \coth^2\rho\,\Delta_{\phi_i}\Phi + 3\cosh^2\rho\,\tilde{\Delta}_{\alpha_i}\Phi = 0}$$

Разделяне на променливите:

$$\Phi = R(\rho)\,e^{i\omega\tau}\,\mathrm{Y}^{\ell}(S^3_{warped})\,\mathrm{Z}^{\nu}(\tilde{S}^3_{squashed})$$

Спектрални уравнения:

$$\boxed{\ddot{T}(\tau) = -\omega^2 T(\tau)} \qquad \boxed{\frac{\Delta_{\phi_i}\mathrm{Y}^{\ell}(\phi_i)}{\mathrm{Y}^{\ell}(\phi_i)} = -\ell(\ell+2)} \qquad \boxed{\frac{\tilde{\Delta}_{\alpha_i}\mathrm{Z}^{\nu}(\alpha_i)}{\mathrm{Z}^{\nu}(\alpha_i)} = -\nu}$$

$$R''(r) + \frac{3+5r^2}{r\left(r^2+1\right)}R'(r) + \left(\frac{\omega^2}{\left(r^2+1\right)^2} - \frac{\ell(\ell+2)}{r^2\left(r^2+1\right)} - \frac{3\nu}{r^2+1}\right)R(r) = 0$$

$$R(r) = c\,r^{\ell}\left(r^2+1\right)^{-\frac{\omega}{2}}\,{}_2F_1\left(a+\ell+1, b+\ell+1; 2+\ell; -r^2\right)$$

$$a = \frac{1}{2}\left(-\ell-\omega-\Delta+2\right)$$

$$b = \frac{1}{2}\left(-\ell-\omega+\Delta-2\right)$$

$$\Delta = 2+\sqrt{3\nu+4}$$

Мезонен спектър: $\boxed{\omega = \Delta + 2n + \ell}$

Флуктуации и мезонен спектър по θ

Уравнение по Θ: $$\theta = \theta_0 + 2\pi\alpha'\Theta$$

$$\boxed{-\partial_\tau^2\Theta + \cosh^2\rho\,\tilde{\tilde{\Delta}}_\rho\Theta + \coth^2\rho\,\Delta_{\phi_i}\Theta + 3\cosh^2\rho\,\tilde{\tilde{\Delta}}_{\alpha_i}\Theta + 3\cosh^2\rho\,\Theta = 0}$$

Разделяне на променливите: $$\Theta(\xi^a) = e^{i\omega\tau}R(\rho)\,Y^\ell(S^3_{\phi_i})\,Z(\tilde{S}^3_{\alpha_i})$$

Спектрални уравнения: $$\boxed{\ddot{T}(\tau) = -\omega^2 T(\tau)} \quad \boxed{\frac{\Delta_{\phi_i}Y^\ell(\phi_i)}{Y^\ell(\phi_i)} = -\ell(\ell+2)} \quad \boxed{\frac{\tilde{\tilde{\Delta}}_{\alpha_i}Z^{\tilde{\nu}}(\alpha_i)}{Z^{\tilde{\nu}}(\alpha_i)} = -\tilde{\nu}}$$

$$R''(r) + \frac{6+13r^2}{2(r+r^3)}R'(r) + \left(\frac{\omega^2}{(1+r^2)^2} - \frac{\ell(\ell+2)}{r^2(1+r^2)} - \frac{3\tilde{\nu}-3}{1+r^2}\right)R(r) = 0$$

$$R(r) = (r^2+1)^{-\frac{1}{8}\left(3+\sqrt{16\omega^2+9}\right)} r^\ell\, {}_2F_1\left(a, b, \ell+2, -r^2\right)$$

$$a = \frac{1}{8}\sqrt{16\omega^2+9} + \frac{\Delta}{2} + \frac{\ell}{2},$$

$$b = -\frac{1}{8}\sqrt{16\omega^2+9} - \frac{\Delta}{2} + \frac{\ell}{2}$$

$$\Delta = \left(8 + \sqrt{73+48\tilde{\nu}}\right)/4$$

Мезонен спектър: $$\boxed{\omega^2 = (\Delta + \ell + 2n)^2 - \frac{9}{16}}$$

Благодаря ви за вниманието!