Quantum computation I

Hands on Quantum Mechanics

João Sabino

Sumário

- Quantum bit (qubits)
- Single Qubit Gates
    - Not
    - Z
    - Hadamard
- Propriedades das Single Qubit Gates

Quantum bit (qubit)

Unidade básica da informação quântica

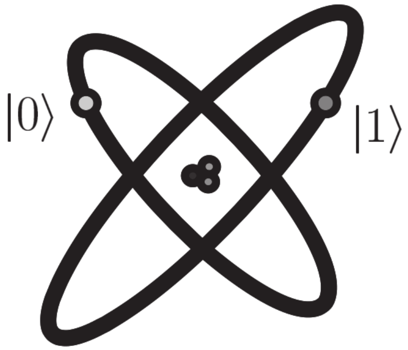
Tem um estado, tal como o bit clássico

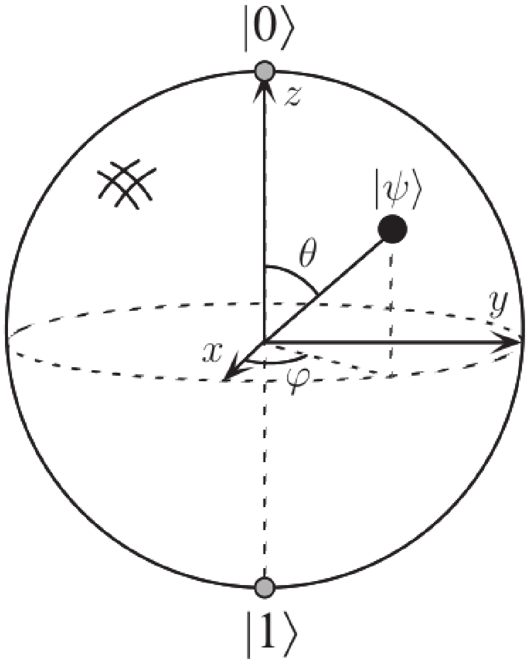
Classicamente

0 ou 1

Quânticamente

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle$$



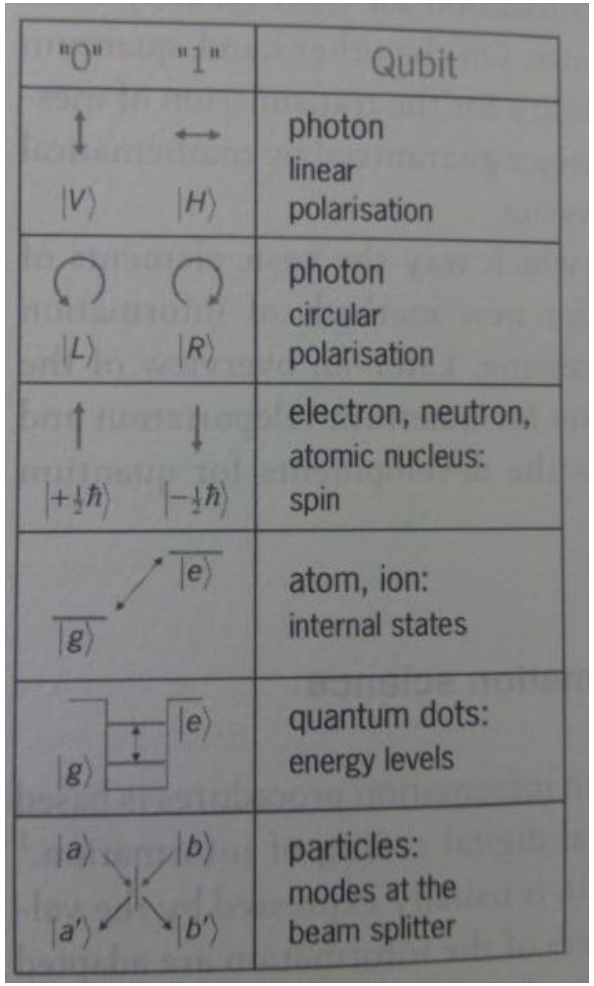


Quantum bit (qubit)

Fórmula geral

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma}\left(\cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle\right)$$

Pode ser realizado fisicamente

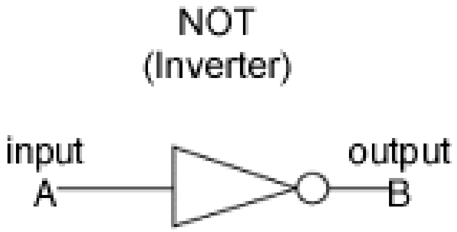


"0"	"1"	Qubit
$\|V\rangle$	$\|H\rangle$	photon linear polarisation
$\|L\rangle$	$\|R\rangle$	photon circular polarisation
$\|+\frac{1}{2}\hbar\rangle$	$\|-\frac{1}{2}\hbar\rangle$	electron, neutron, atomic nucleus: spin
$\|g\rangle$	$\|e\rangle$	atom, ion: internal states
$\|g\rangle$	$\|e\rangle$	quantum dots: energy levels
$\|a\rangle$, $\|a'\rangle$	$\|b\rangle$, $\|b'\rangle$	particles: modes at the beam splitter

Single Qubit Gates

Temos, portas quânticas, análogas às clássicas, por exemplo a porta NOT? Sim!

Como funciona uma porta NOT em computação quântica?



A	B
0	1
1	0

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \longrightarrow \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle$$

Single Qubit Gates

Como representar teoricamente as portas NOT?

Podemos representar as operações com matrizes!

Se representarmos os estado como um vector:

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \longrightarrow \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

A matriz correspondente para a porta NOT

$$X \equiv \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$X \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} \longrightarrow \alpha|1\rangle + \beta|0\rangle$$

Single Qubit Gates

Qualquer matriz representa uma Single Qubit Gate? Não.

A matriz (2x2) tem que ser unitária para garantir que a condição de normalização é garantida para o estado resultante.

Classicamente: 1 porta de um bit.

Quânticamente: infinitas portas de 1 qubit.

Fórmula geral para uma single qubit gate

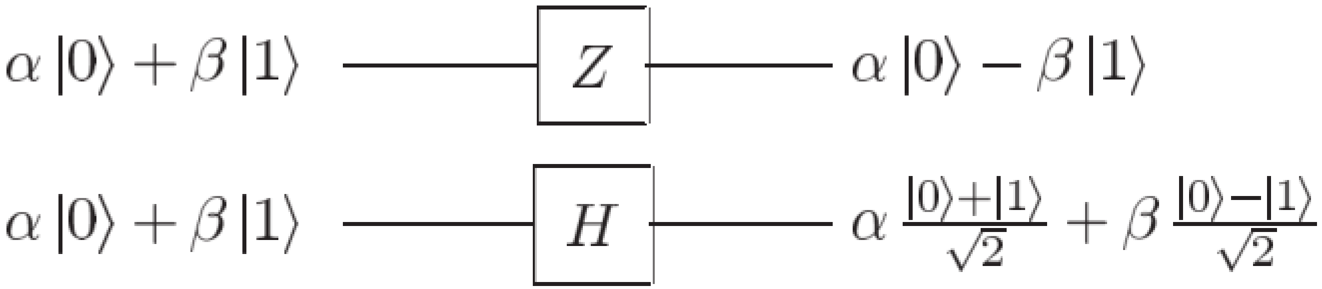
$$U = e^{i\alpha} \begin{bmatrix} e^{-i\beta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\beta/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\frac{\gamma}{2} & -\sin\frac{\gamma}{2} \\ \sin\frac{\gamma}{2} & \cos\frac{\gamma}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\delta/2} & 0 \\ 0 & e^{i\delta/2} \end{bmatrix}$$

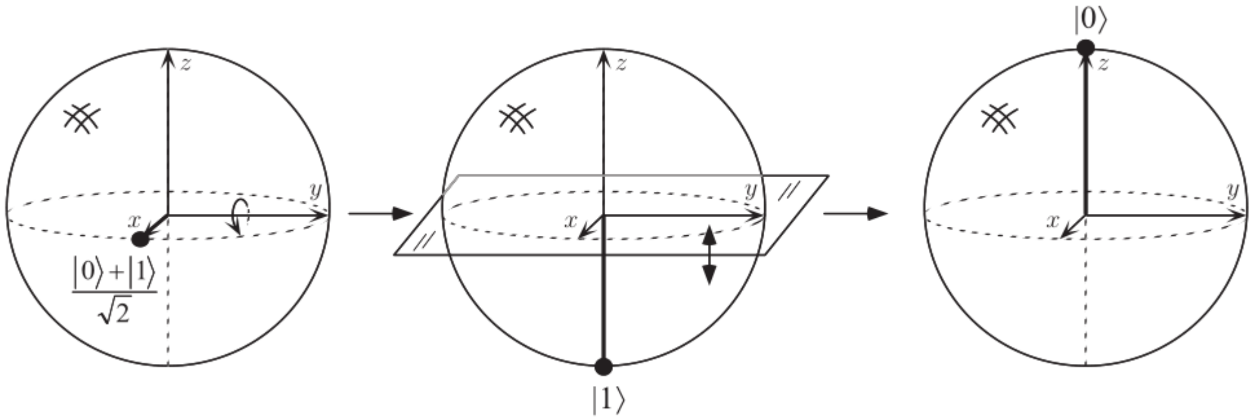
Single Qubit Gates

Outros exemplos de portas importantes:

$$Z \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H \equiv \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$





Vender o peixe

Computação quântica é fixe!

- Capacidade computacional cresce exponencialmente
- Bell States
- Crptografia

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|\Psi^-\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$$