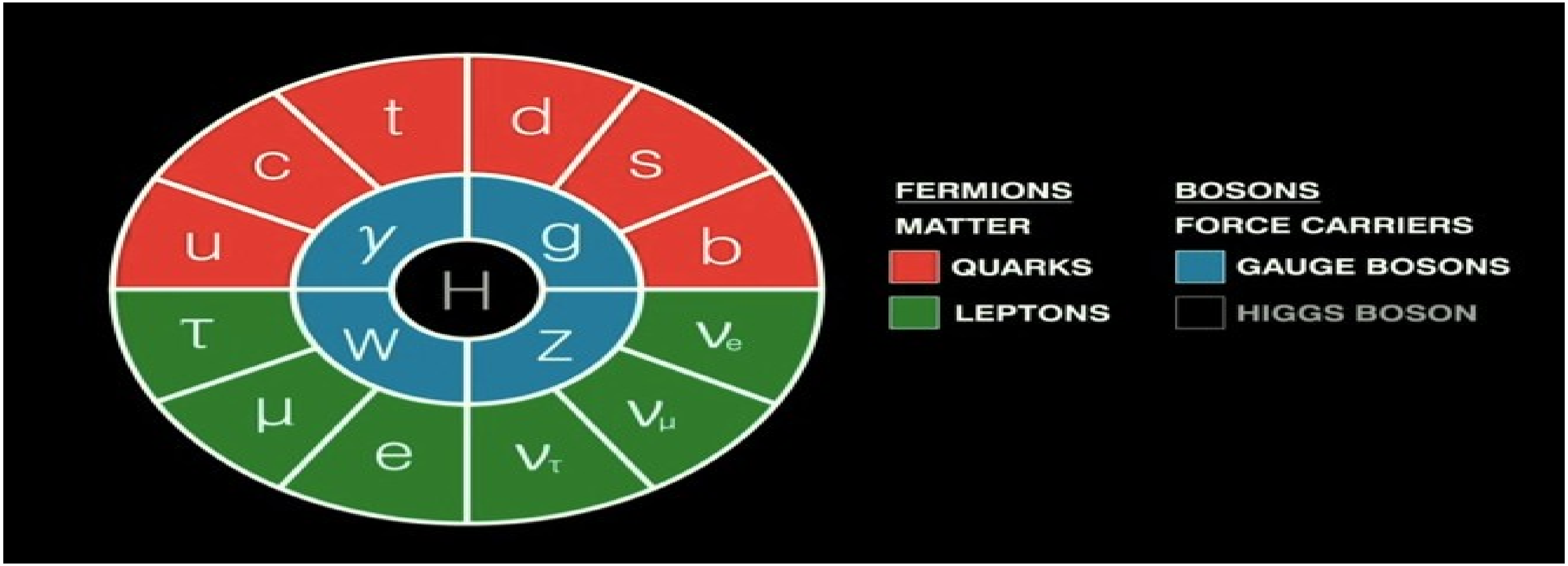
SUSY Supertalk

1st Progress Presentation
23 Julho 2015

Bernardo Gonçalves
Miguel Levy
Rodrigo Vicente
Sofia Freitas

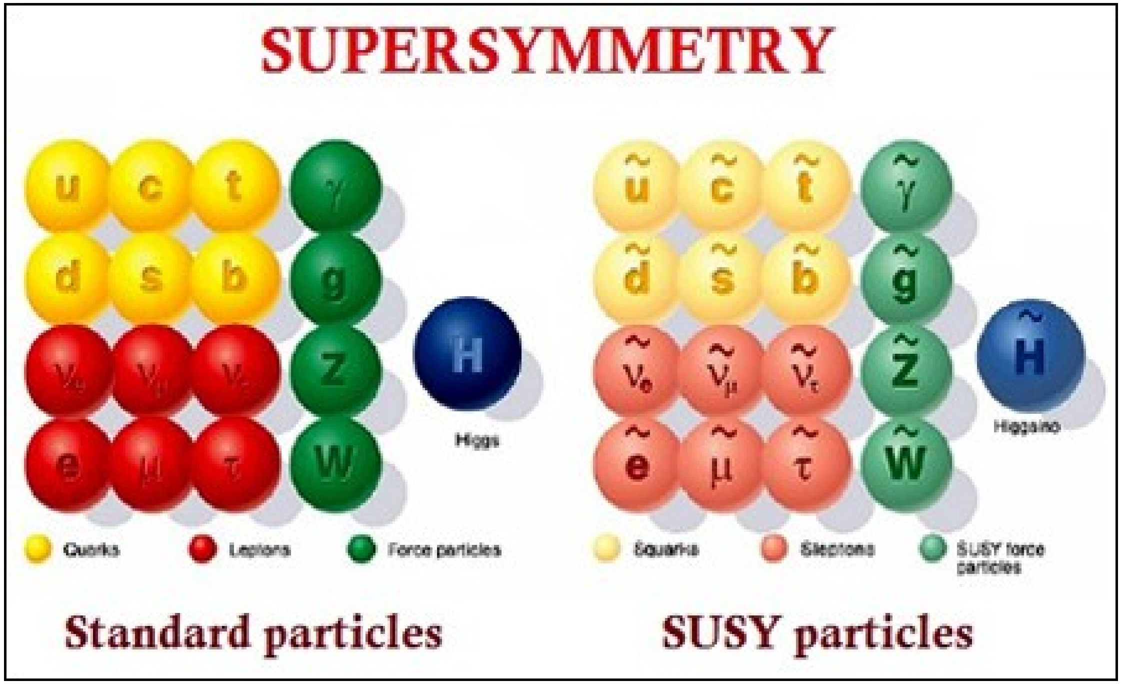
Introdução



- Preciso, mas incompleto
- Expansão do SM → unificação das interacções

Supersimetria SUSY

- Prevê um parceiro para cada partícula do SM:
  - Mesma massa
  - Spin diferente

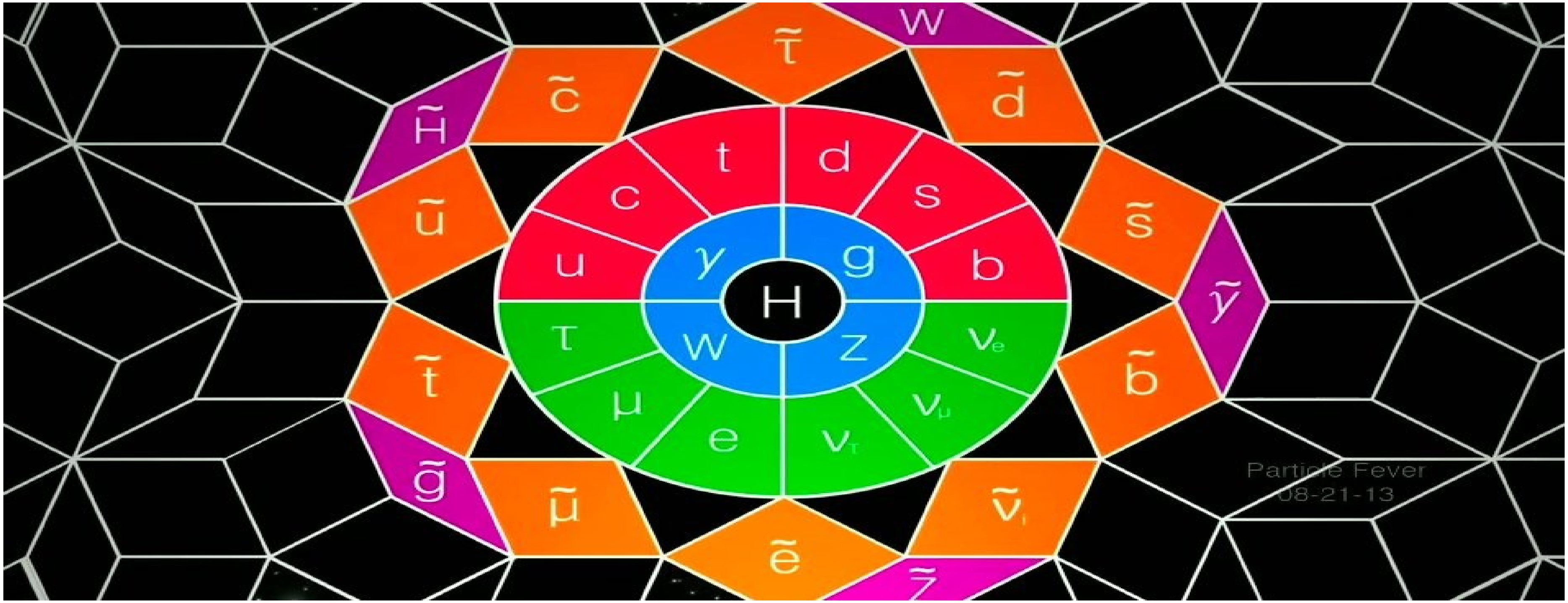


Estes parceiros nunca foram observados

Quebra espontânea da SUSY à presente escala de energia

Fermião Bosão

Resolução de problemas



- Massa leve do Higgs
- Matéria escura – a partícula SUSY mais leve seria estável e electricamente neutra

Factorização de H

- Redefinição do valor do espectro de energia de modo a que a energia do estado fundamental seja nula

$$H_1 \psi_0(x) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\psi_0(x) + V_1(x)\psi_0(x) = 0$$

$$V_1(x) = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\psi_0''(x)}{\psi_0(x)} \qquad \left[\psi_0(x) \neq 0 \ \forall x\right]$$

Superpotencial

$$H_1 = A^+ A$$

$$A = \frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\frac{d}{dx} + W(x) \qquad A^+ = \frac{-\hbar}{\sqrt{2m}}\frac{d}{dx} + W(x)$$

Factorização de H

$$H_1 \Psi_0(x) = A^{+} A \Psi_0(x) = \left(-\frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\frac{d}{dx} + W(x)\right)\left(\frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\frac{d}{dx} + W(x)\right)\Psi_0(x) =$$

$$= \left(-\frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\frac{d}{dx} + W(x)\right)\left(\frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\Psi_0'(x) + W(x)\Psi_0(x)\right) =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi_0(x) - \frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\frac{d}{dx}\left(W(x)\Psi_0(x)\right) + \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} W(x)\Psi_0'(x) + W^2(x)\Psi_0(x) =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\Psi_0(x)}{dx^2} - \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} W'(x)\Psi_0(x) + W^2(x)\Psi_0(x) = 0$$

- Eq. Riccati: $V_1(x) = W^2(x) - \frac{\hbar}{\sqrt{2m}} W'(x)$

Factorização de H

- Para ser solução da eq. Schrödinger basta satifazer:

$$A\psi_0 = 0 \Rightarrow H_1\psi_0 = 0$$

$$A\psi_0 = \frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\psi_0' + W\psi_0 = 0 \Leftrightarrow W(x) = -\frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\frac{\psi_0'}{\psi_0}$$

Solução Superpotencial

$$H_2 = AA^+ \qquad V_2(x) = W^2(x) + \frac{\hbar}{\sqrt{2m}}W'(x)$$

- V_1 e V_2 são potenciais parceiros SUSY

Relação entre H_1 e H_2

$$H_1 \psi_n^{(1)} = A^+ A \psi_n^{(1)} = \epsilon_n^{(1)} \psi_n^{(1)}$$

$$H_2 \psi_n^{(2)} = A A^+ \psi_n^{(2)} = \epsilon_n^{(2)} \psi_n^{(2)}$$

$$H_2 (A \psi_n^{(1)}) = A A^+ A \psi_n^{(1)} = \epsilon_n^{(1)} (A \psi_n^{(1)})$$

$$H_1 (A^+ \psi_n^{(2)}) = \epsilon_n^{(2)} (A^+ \psi_n^{(2)})$$

- Os estados dos hamiltonianos são degenerados

Vectores próprios

$A\psi_n^{(1)}$ — H_2 $\qquad \psi_n^{(2)} \propto A\psi_{n+1}^{(1)}$

$A^+\psi_n^{(2)}$ — H_1 $\qquad \psi_{n+1}^{(1)} \propto A^+\psi_n^{(2)}$

Relação entre H_1 e H_2

- Como $\epsilon_0^{(1)} = 0 = A\psi_0^{(1)}$ $\qquad \epsilon_{n+1}^{(1)} = \epsilon_n^{(2)}$

- Normalização:

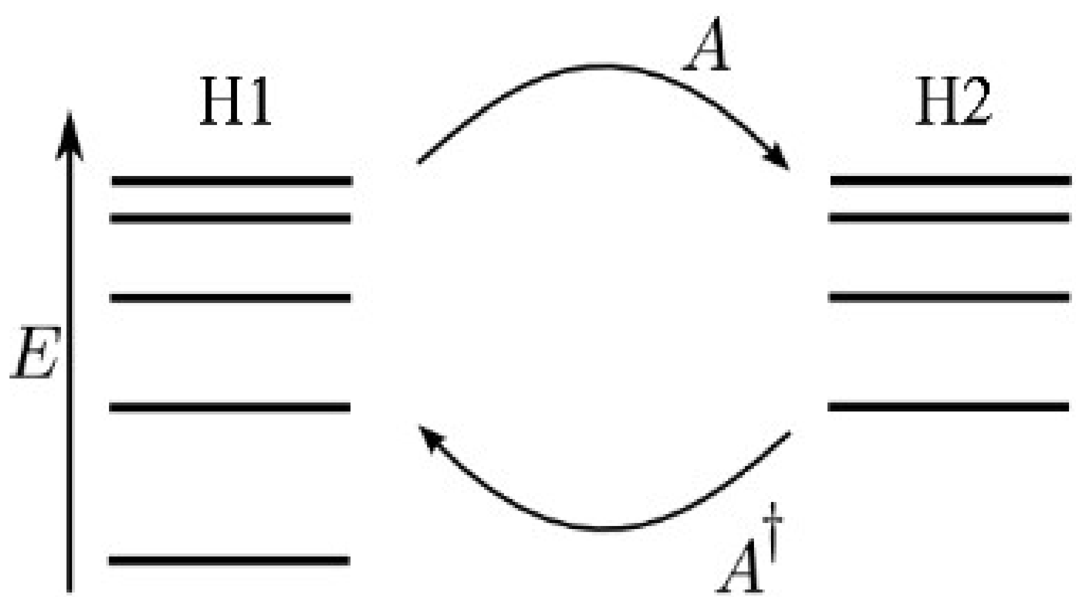
$$1 = \int \psi_n^{(2)*} \psi_n^{(2)} = \int C \cdot \psi_{n+1}^{(1)*} A^+ C A \psi_{n+1}^{(1)} = |C|^2 \int \psi_{n+1}^{(1)*} H \psi_{n+1}^{(1)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 = |C|^2 \epsilon_{n+1}^{(1)} \int \psi_{n+1}^{(1)*} \psi_{n+1}^{(1)} \Leftrightarrow C = \left(\epsilon_{n+1}^{(1)}\right)^{-1/2}$$

$$\psi_n^{(2)} = \left(\epsilon_{n+1}^{(1)}\right)^{-1/2} A \psi_{n+1}^{(1)}$$

$$\psi_{n+1}^{(1)} = \left(\epsilon_n^{(2)}\right)^{-1/2} A^+ \psi_n^{(2)}$$

Espectros de energia



- Operadores A e A^+ trocam entre estados próprios dos dois hamiltonianos de igual energia

Super-Álgebra

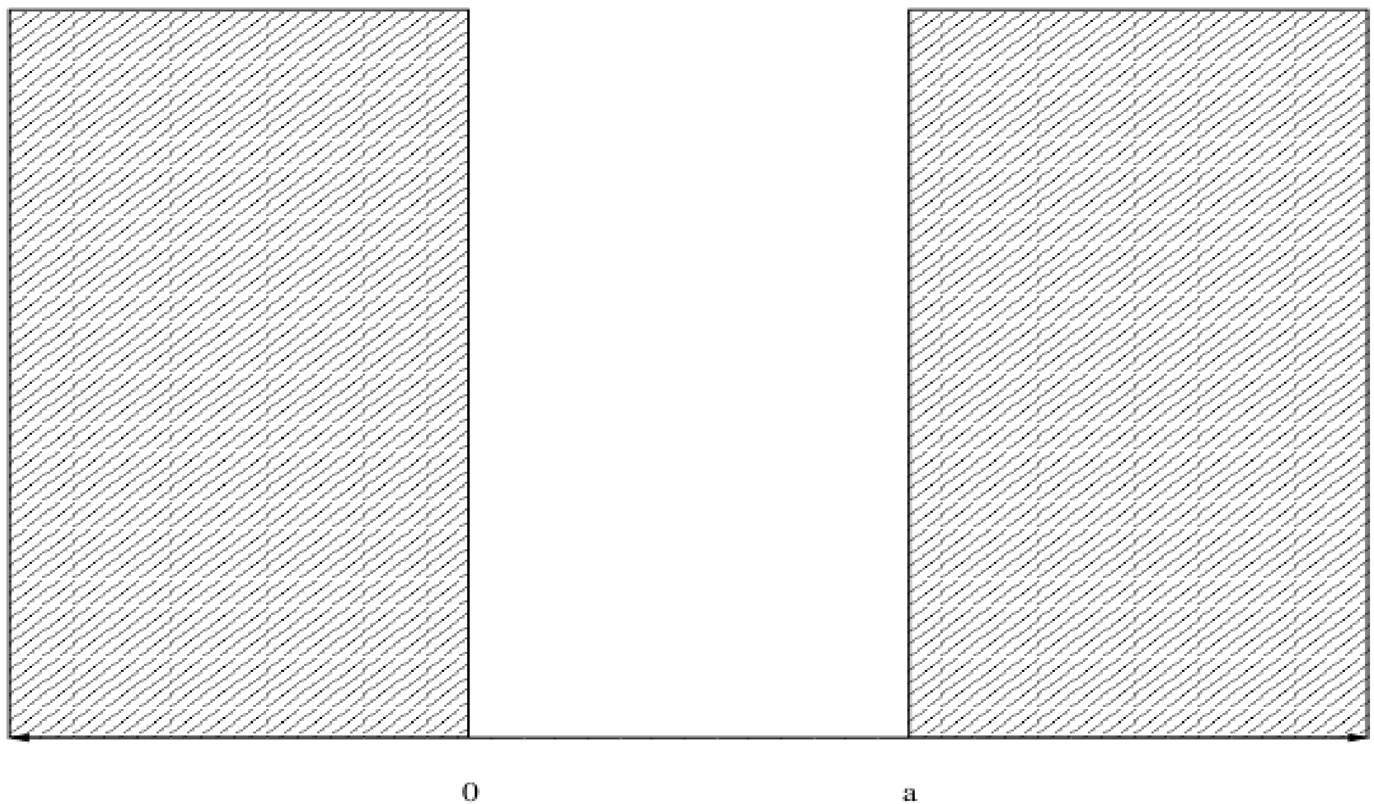
$$H = \begin{bmatrix} H_1 & 0 \\ 0 & H_2 \end{bmatrix} \qquad Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A & 0 \end{bmatrix} \qquad Q^+ = \begin{bmatrix} 0 & A^+ \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[H, Q] = [H, Q^+] = 0 \qquad \{Q, Q^+\} = H \qquad \{Q, Q\} = \{Q^+, Q^+\} = 0$$

- Q, Q^+ = supercargas
- Q e Q^+ podem ser interpretados como operadores que trocam graus de liberdade bosónicos e fermiónicos

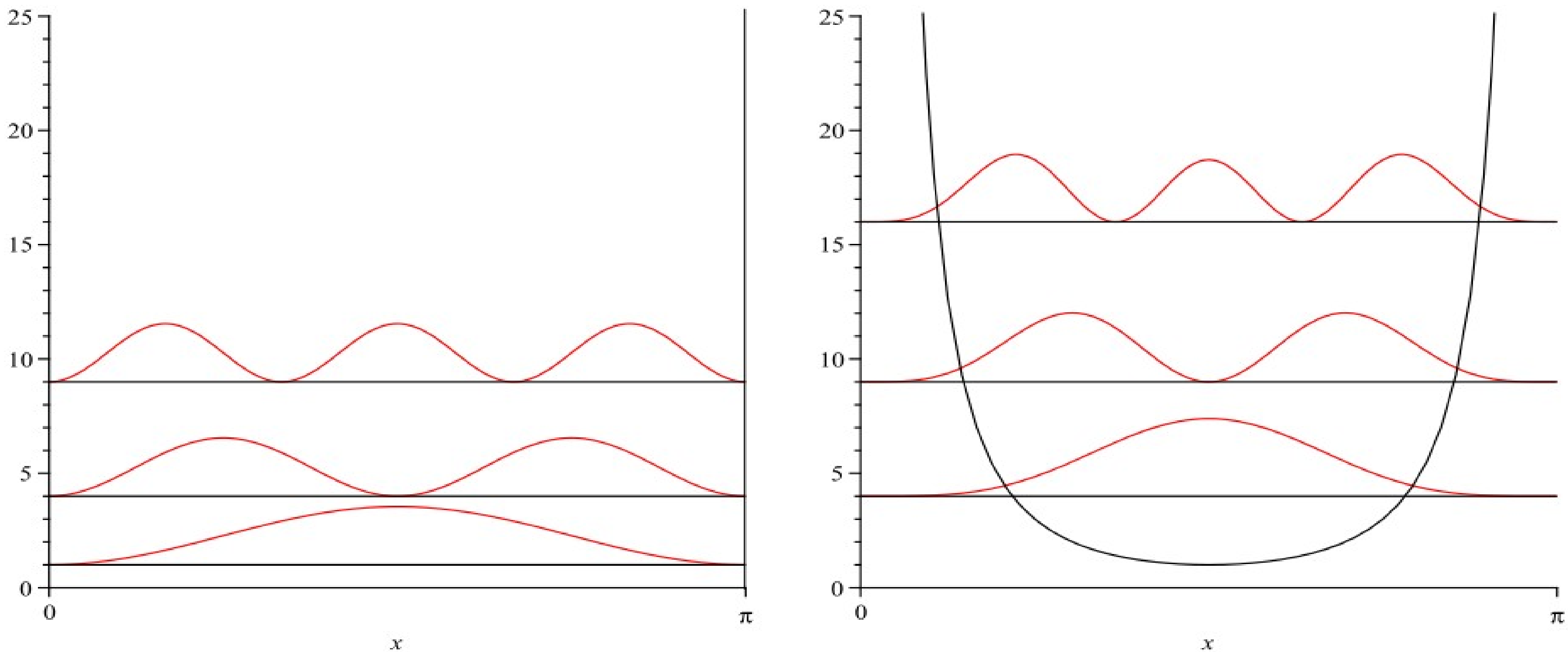
Aplicação — Poço de Potencial

$$V_{isw}(x) = \begin{cases} 0 & : 0 \leq x \leq a \\ \infty & : else \end{cases}$$



Aplicação — Poço de Potencial

$V_1(x) = 0$ $\qquad$ $V_2(x) = \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}\left[2\,\mathrm{cosec}^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) - 1\right]$



$$W(x) = -\frac{\hbar}{\sqrt{2m}}\frac{\pi}{a}\,\mathrm{cotan}\left(\frac{\pi}{a}x\right)$$