

# Misura di $\alpha_{\text{QED}}$ in $e^+e^-$ : un approccio alternativo

A.Arbuzov D.Haidt C.Matteuzzi M.Paganoni L.T.

CERN-PH-TH/2004-016 - hep-ph/0402211

European Physics Journal C35, 267 (2004)

Luca Trentadue - IFAE - Catania, 30-03-2005

La proposta di un metodo per determinare  $\alpha_{\text{QED}}$  e  
la sua variazione con la scala di energia

Il metodo e' pensato per esperimenti ad alta  
statistica ai collider  $e^+e^-$  con luminometri nelle  
regioni angolari opportune usando il processo d'urto  
Bhabha a piccolo angolo

Si e' sviluppato un nuovo codice di simulazione  
MonteCarlo  
che riproduce il processo Bhabha a piccoli angoli

Il Modello Standard elettrodebole  $SU(2) \otimes U(1)$  contiene l'Elettrodinamica Quantistica QED come parte costitutiva.

La variazione della costante di accoppiamento elettromagnetica

$$\alpha_{\text{QED}}(q^2)$$

e' determinato dalla teoria

$$\alpha_{\text{QED}}(q^2) = \alpha_{\text{QED}}(0) / 1 - \Delta\alpha(q^2)$$

$$\alpha_{\text{QED}}(0) = \alpha_0$$

$$\alpha_0 = \frac{e^2}{2\pi\epsilon_0 hc}$$

*“costante di struttura fine”*

Sommerfeld



# Polarizzazione di vuoto

$$\Delta\alpha(q^2)$$

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_{lept} + \Delta\alpha_{had}$$

originata dai contributi dei loop quantistici al propagatore del fotone che contiene i contributi dei quark (adroni), dei leptoni e dei bosoni di gauge

Il contributo adronico e' calcolato  
nel canale s

mediante un integrale dispersivo a partire dalla sezione d'urto elettrone-positrone in adroni

S. Eidelman and F. Jegerlehner: Z. Phys. **C67** (1995) 602

F. Jegerlehner: hep-ph/0308117

M. Davier and A. Höcker: Phys. Lett. **B435** (1998) 427

M. Davier, S. Eidelman, A. Höcker and Z. Zhang: Eur. Phys. J. **C27** (2003) 497

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \sum_f \text{diagram} \\ &= \frac{\alpha}{3\pi} \sum_f Q_f^2 N_{cf} \left( \ln \frac{M_Z^2}{m_f^2} - \frac{5}{3} \right) \\ &= \Delta\alpha_{leptons} + \Delta\alpha_{quarks}^{(5)} \end{aligned}$$

$$\alpha(s) = \frac{\alpha}{1 - \Delta\alpha(s)}$$

$$\Delta\alpha(s) = -4\pi\alpha \text{Re} \left[ \Pi'_\gamma(s) - \Pi'_\gamma(0) \right] .$$

$$\text{Re}\Pi'_\gamma(s) - \Pi'_\gamma(0) = \frac{s}{\pi} \text{Re} \int_{s_0}^{\infty} ds' \frac{\text{Im}\Pi'_\gamma(s')}{s'(s' - s - i\varepsilon)}$$

and using the optical theorem (unitarity) one has

$$\text{Im}\Pi'_\gamma(s) = \frac{s}{e^2} \sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})(s) .$$

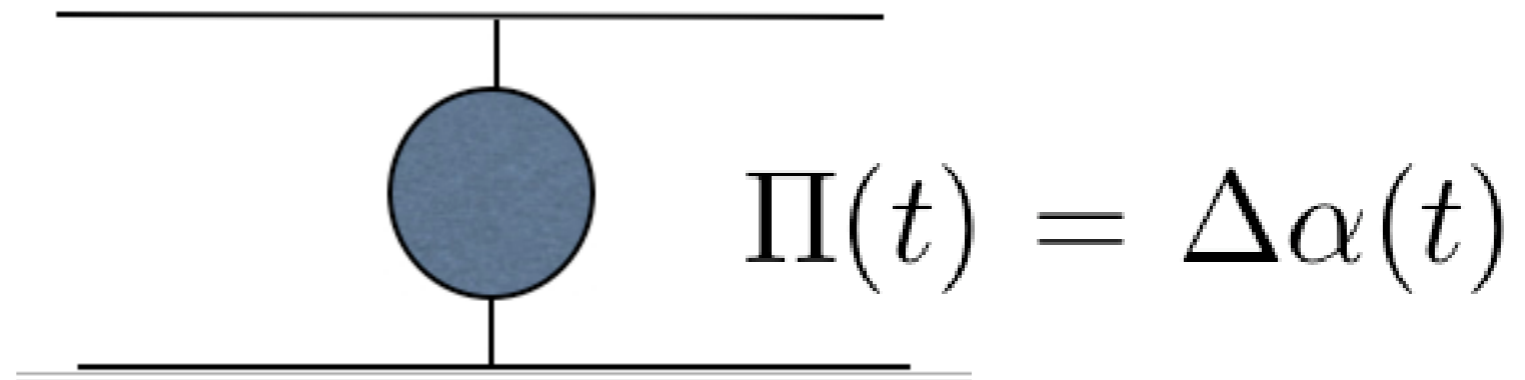
In terms of the cross-section ratio

$$R(s) = \frac{\sigma_{tot}(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-)} ,$$

where  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{3s}$  at tree level, we finally obtain

$$\Delta\alpha_{\text{hadrons}}^{(5)}(M_Z^2) = -\frac{\alpha M_Z^2}{3\pi} \text{Re} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{R(s)}{s(s - M_Z^2 - i\varepsilon)} .$$

Qui seguiamo un approccio alternativo:



$\alpha$

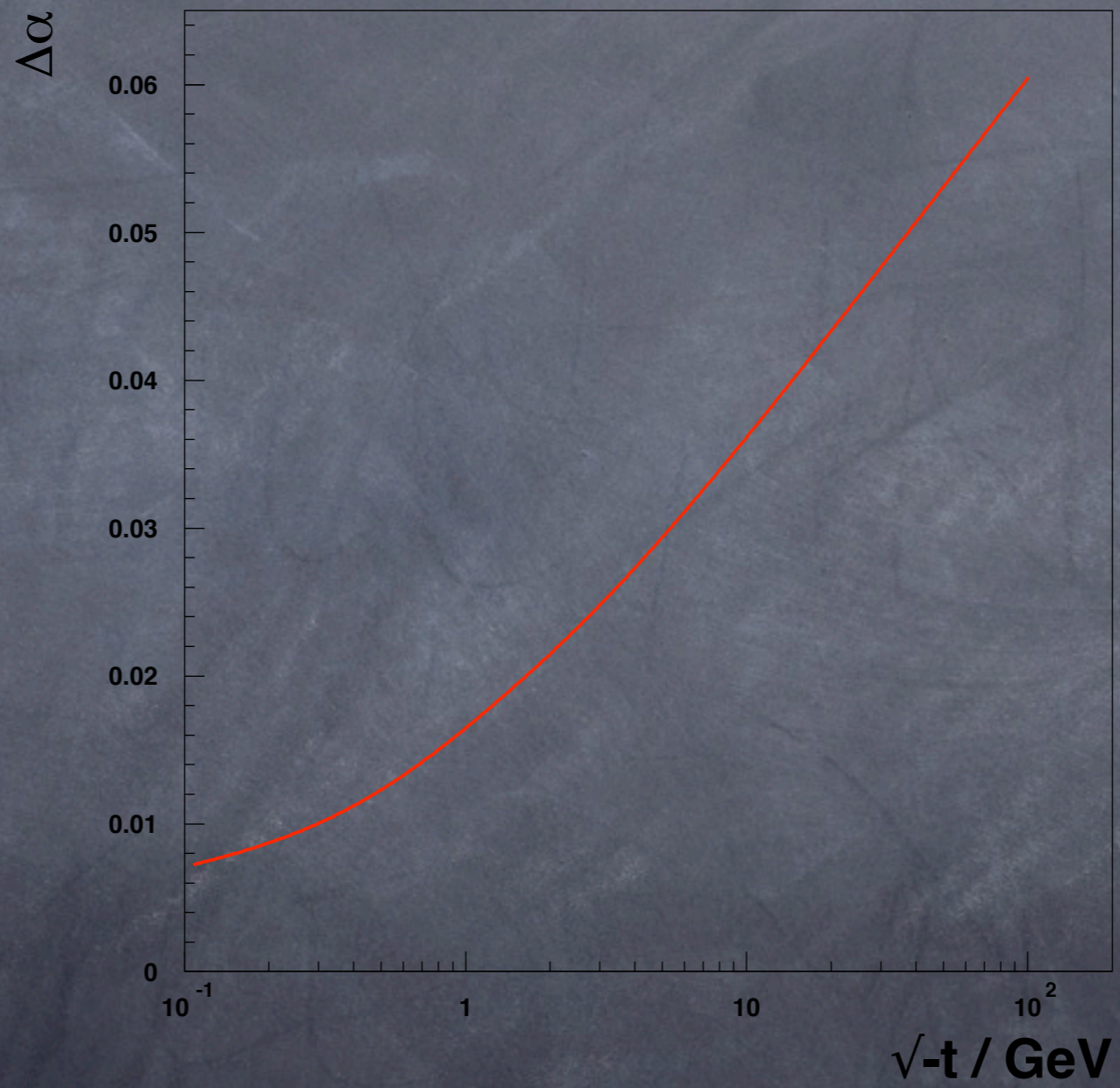
$t = -|q^2|$  nel canale t

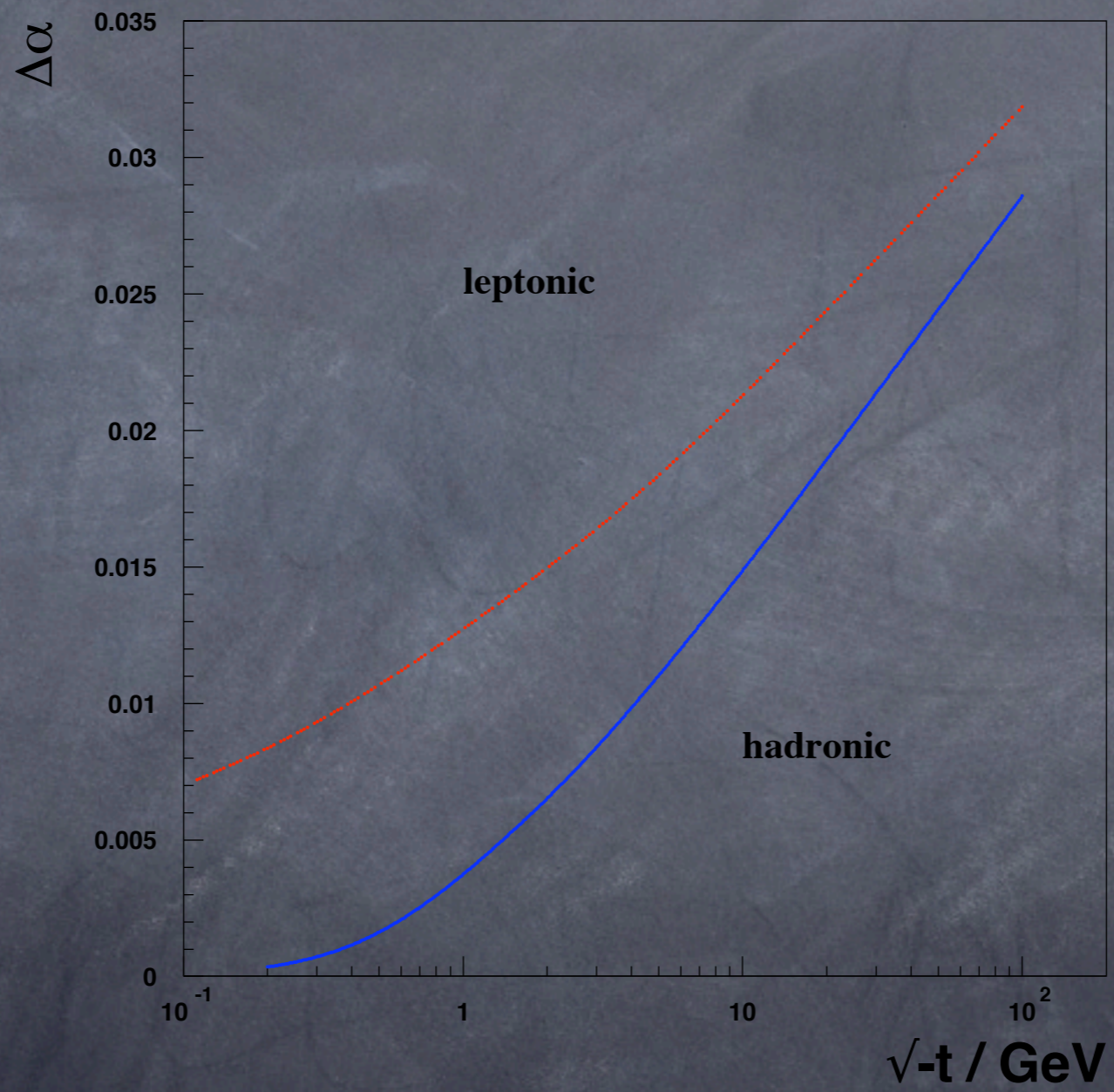
$t = - (1/2) s (1 - \cos \theta)$

$\sqrt{s} = 91.1 GeV$

$\theta = 30 \text{ mrad} \quad t = 2.2 GeV^2$

$\theta = 150 \text{ mrad} \quad t = 30 GeV^2$







# Il metodo per misurare la variazione di $\alpha$

utilizza il fatto che la sezione d'urto per il processo  $e+e^- \rightarrow e+e^-$  puo' essere scritta come prodotto di tre fattori:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma^0}{dt} \left( \frac{\alpha(t)}{\alpha(0)} \right)^2 (1 + \Delta r(t))$$

- La sezione d'urto di Born per il processo Bhabha, contenente fotoni soffici e virtuali e' nota con grande precisione e conosce la dipendenza piu' forte in  $t$
- L'effetto della polarizzazione di vuoto nello scambio di fotone nel canale  $t$  e' incluso nella variazione di  $\alpha$  e da origine al fattore quadratico
- $\Delta r(t)$  contiene tutti gli effetti restanti di correzioni radiative reali ( in particolare collineari) e virtuali non compresi nella variazione di  $\alpha$
- I dati sperimentali ( dopo essere stati corretti per gli effetti del rivelatore) possono essere confrontati con questa distribuzione

# La misura della luminosita'

La misura precisa della luminosita' ai **collider e+e-** rappresenta un ingrediente fondamentale per ottenere una determinazione accurata di tutte le sezioni d'urto rilevanti

Necessariamente questo aspetto deve essere legato a un processo scelto come processo di riferimento che usualmente e' scelto essere il processo d'urto Bhabha a piccoli angoli.

Data l'alta precisione statistica raggiunta a LEP, e' stato necessario ottenere una conoscenza altrettanto precisa della sezione d'urto teorica per la stessa reazione.

I considerevoli risultati ottenuti negli anni 90 nel misurare la luminosita' a LEP hanno spinto piu' gruppi a cercare di ottenere una accuratezza teorica adeguata e confrontabile

dell'ordine dello **0.1%**

Questo obiettivo e' stato raggiunto sviluppando una strategia di calcolo opportuna. Per la prima volta il processo Bhabha, utilizzando nuove tecniche, e' stato calcolato analiticamente e questo ha permesso di raggiungere la precisione desiderata.

Arbuzov,Fadin,Lipatov,Merenkov,Kuraev,T.(1995)  
Nucl.Phys.B485(1997)457

Una accuratezza migliore potra' essere ottenuta una volta che sara' stato completato il calcolo della sezione d'urto Bhabha a due ordini (includendo le costanti all'ordine  $\alpha^2$ ) e di altri contributi agli ordini superiori

Calcolo analitico e codici MonteCarlo sono stati messi insieme per poter simulare adeguatamente le condizioni degli esperimenti a LEP

LABSMC

NLLBHA

SAMBHA

BHLUMI

LAVORI IN CORSO

LAVORI IN CORSO

LAVORI IN CORSO

## The cross section $d\sigma^0/dt$

$$\frac{d\sigma^0}{dt} = \frac{d\sigma^B}{dt} \left( \frac{\alpha(0)}{\alpha(t)} \right)^2$$

$$\frac{d\sigma^B}{dt} = \frac{\pi\alpha_0^2}{2s^2} \text{Re}\{B_t + B_s + B_i\},$$

$$B_t = \left(\frac{s}{t}\right)^2 \left\{ \frac{5 + 2c + c^2}{(1 - \Pi(t))^2} + \xi \frac{2(g_v^2 + g_a^2)(5 + 2c + c^2)}{(1 - \Pi(t))} \right.$$

$$\left. + \xi^2 \left( 4(g_v^2 + g_a^2)^2 + (1 + c)^2(g_v^4 + g_a^4 + 6g_v^2g_a^2) \right) \right\}$$

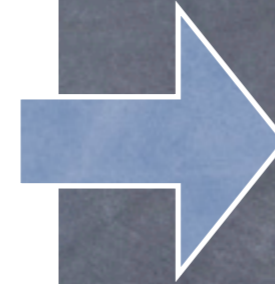
$$B_s = \frac{2(1 + c^2)}{|1 - \Pi(s)|^2} + 2\chi \frac{(1 - c)^2(g_v^2 - g_a^2) + (1 + c)^2(g_v^2 + g_a^2)}{1 - \Pi(s)}$$

$$+ \chi^2 [(1 - c)^2(g_v^2 - g_a^2)^2 + (1 + c)^2(g_v^4 + g_a^4 + 6g_v^2g_a^2)]$$

$$B_i = 2\frac{s}{t}(1 + c)^2 \left\{ \frac{1}{(1 - \Pi(t))(1 - \Pi(s))} \right.$$

$$+ (g_v^2 + g_a^2) \left( \frac{\xi}{1 - \Pi(s)} + \frac{\chi}{1 - \Pi(t)} \right)$$

$$\left. + (g_v^4 + 6g_v^2g_a^2 + g_a^4)\xi\chi \right\}$$



$$\Pi(t) = \Delta\alpha(t)$$

$$\chi = \frac{s}{s - m_Z^2 + im_Z\Gamma_Z} \cdot \frac{1}{\sin 2\theta_w}$$

$$\xi = \frac{t}{t - m_Z^2} \cdot \frac{1}{\sin 2\theta_w},$$

$$g_a = -\frac{1}{2}, \quad g_v = -\frac{1}{2} + 2\sin^2\theta_w,$$

$$t = (p_1 - q_1)^2 = -\frac{1}{2}s(1 - c),$$

$$c = \cos\theta, \quad \theta = \widehat{p_1 q_1}.$$

## The running of $\alpha$

$$\Pi(t) = \Delta\alpha(t)$$

$$\begin{aligned}\Pi(t) &= \frac{\alpha_0}{\pi} \left( \delta_t + \frac{1}{3}L - \frac{5}{9} \right) \\ &+ \left( \frac{\alpha_0}{\pi} \right)^2 \left( \frac{1}{4}L + \zeta(3) - \frac{5}{24} \right) \\ &+ \left( \frac{\alpha_0}{\pi} \right)^3 \Pi^{(3)}(t) + \mathcal{O}\left(\frac{m_e^2}{t}\right),\end{aligned}$$

$$L = \ln \frac{Q^2}{m_e^2}, \quad Q^2 = -t, \quad \zeta(3) = 1.202$$

# The radiative factor $1 + \Delta r(t)$ and neglected terms

For the present investigation of the small-angle Bhabha cross section only the correction consistently needed to maintain the required accuracy are kept

All these corrections are included in the new code SAMBHA

All the following contributions have been proved to be negligible and are dropped:

- Any electroweak effect beyond the tree level, for instance appearing in boxes or vertices with  $Z^0$  and  $W$  bosons, running weak coupling, etc.
  - Box diagrams at order  $\alpha^2$  and larger
- Contributions of order  $\alpha^2$  without large logarithms, leading from order  $\alpha^4$  (i.e.  $\alpha^4 L^4$ ) and subleading higher order ( $\alpha^3 L^2$ ,  $\alpha^4 L^3$ , ...)
  - Contributions from pair-produced hadrons, muons, taus and the corresponding virtual pair corrections to the vertices (estimated to be of the order of  $0.5 \times 10^{-4}$ )

$\sqrt{s}$ (GeV)	91.187	91.2	189	206	500	1000	3000
	45 mrad $< \theta <$ 110 mrad						
$\sqrt{\langle -t \rangle}$ (GeV)	3.4	3.4	7.1	7.7	18.8	37.5	112.6
QED	51.428	51.413	11.971	10.077	1.7105	0.42763	0.047514
QED <sub><i>t</i></sub>	51.484	51.469	11.984	10.088	1.7124	0.42809	0.047566
EW	51.436	51.413	11.965	10.072	1.7105	0.42871	0.049507
EW+VP <sub><i>t</i></sub>	54.041	54.018	12.743	10.745	1.8590	0.47303	0.055748
EW+VP	54.036	54.013	12.742	10.744	1.8588	0.47296	0.055742
	5 mrad $< \theta <$ 50 mrad						
$\sqrt{\langle -t \rangle}$ (GeV)	1.1	1.1	2.2	2.4	5.8	11.6	34.8
QED	4963.4	4962.0	1155.4	972.54	165.08	41.271	4.5857
QED <sub><i>t</i></sub>	4963.5	4962.1	1155.4	972.57	165.09	41.272	4.5858
EW	4963.4	4962.0	1155.4	972.53	165.08	41.272	4.5885
EW+VP <sub><i>t</i></sub>	5075.0	5073.5	1190.6	1003.3	172.51	43.647	4.9603
EW+VP	5075.0	5073.5	1190.6	1003.3	172.51	43.646	4.9605

Table 1: Various cross sections in nb as a function of the centre-of-mass energy in GeV integrated over the two angular ranges 45–110 mrad and 5–50 mrad. The index *t* denotes the contribution of the corresponding *t* channel Feynman diagrams alone. The last columns are of interest for future Linear Colliders.

Un futuro Linear Collider

The program LABSMC, which was intended to describe large-angle Bhabha scattering at high energies, has been complemented with a set of routines from NLLBHA so as to be applicable to small-angle Bhabha scattering. This implied the insertion of the relevant second-order next-to-leading radiative corrections ( $\mathcal{O}(\alpha^2 L)$ ) in the Monte Carlo code<sup>1</sup>, which are crucial to achieve the per mille accuracy. The extension to cover small angles resulted in the new code SAMBHA containing the previously existing features together with the following new characteristics :

- the complete electroweak matrix element at the Born level;
- the complete set of  $\mathcal{O}(\alpha)$  QED radiative corrections (including radiation from amplitudes with  $Z$ -boson exchange);
- vacuum-polarization corrections by leptons, hadrons [19], and  $W$ -bosons;
- 1-loop electroweak radiative corrections and effective EW couplings by means of the DIZET v.6.30 [24] package; [24] D.Y. Bardin, M.S. Bilenkii, T. Riemann, M. Sachwitz and H. Vogt: Comput. Phys. Commun. **59** (1990) 303
- higher-order leading-logarithm photonic corrections by means of the electron structure functions [25, 26, 27, 28];
- light pair corrections in the  $\mathcal{O}(\alpha^2 L^2)$  leading-logarithm approximation including (optionally) the two-photon and singlet mechanisms.

The code is applicable with the following restrictions:

- a)  $E_{\text{beam}} \gg m_e$ : the energy has to be much larger than the electron mass;
- b)  $m_e/E_{\text{beam}} \ll \theta$ : extremely small angles are not described well, but the condition is fulfilled in practice for both small- and large-angle Bhabha measurements in the experiments at LEP, SLC and NLC;
- c) starting from the second order in  $\alpha$ , real photon emission is integrated over, i.e. events with two photons separated from electrons are not generated.

## Confronto tra i codici SAMBHA e BHLUMI

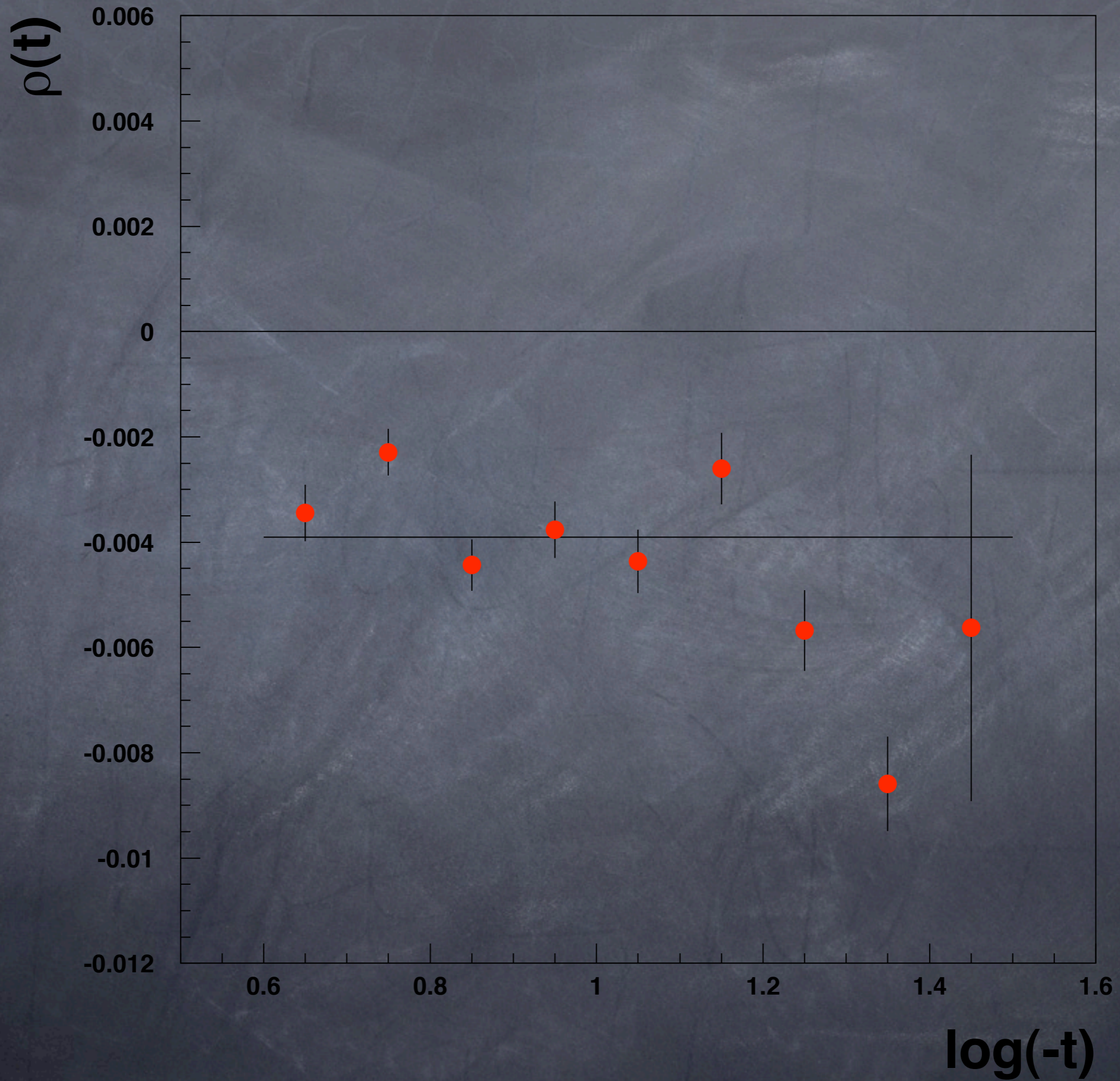
BHLUMI e' paragonato al codice SAMBHA nel caso di distribuzioni integrate e,  
per la prima volta  
anche  
di distribuzioni differenziali

Le misure reali sono di carattere calorimetrico

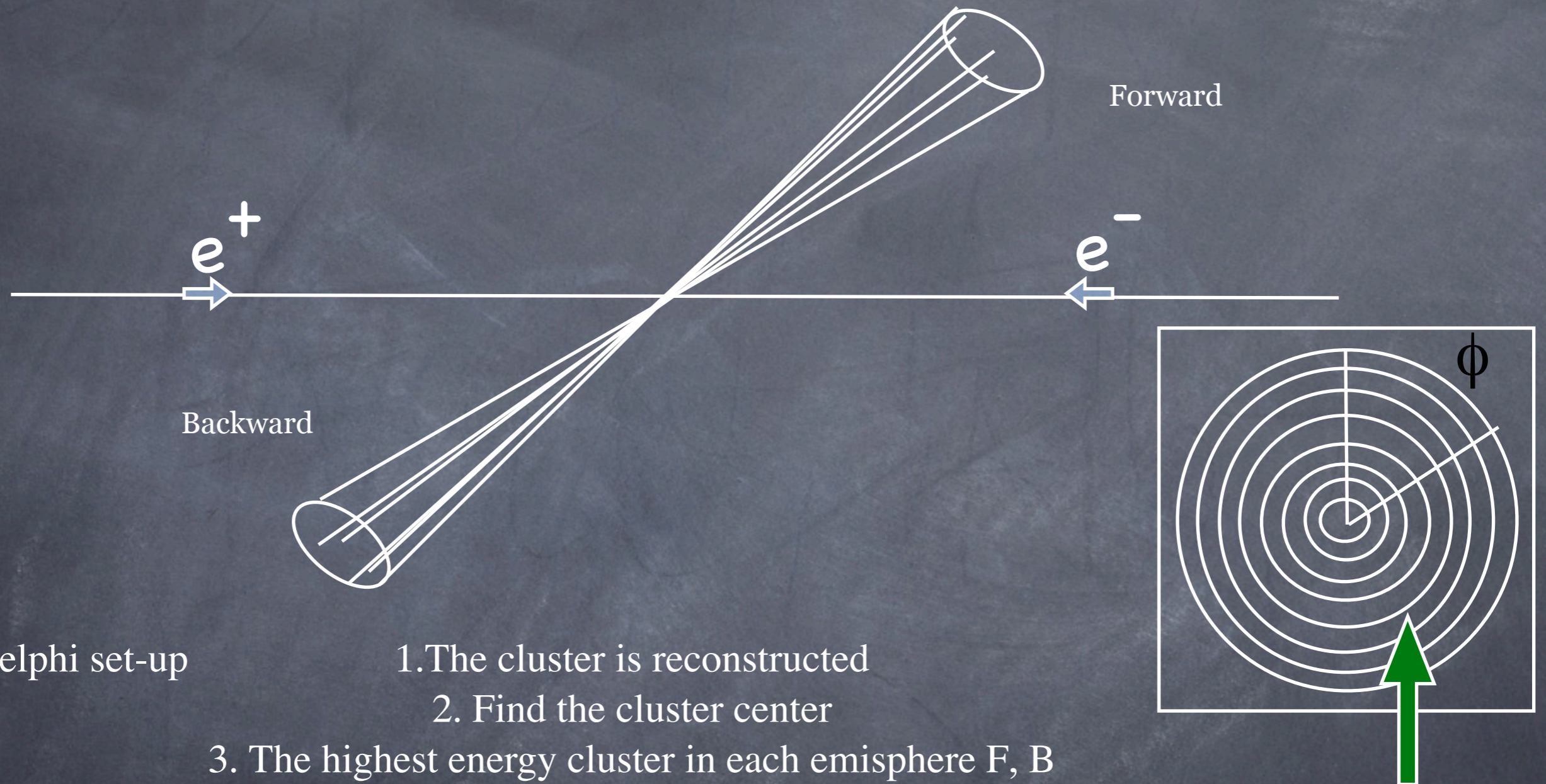
Quindi si sono simulati casi di eventi con entrambi i programmi, richiedendo che ogni evento soddisfacesse un insieme comune di criteri di tipo calorimetrico (CALO)

$$\rho(t) = (d\sigma_{\text{sambha}}/dt - d\sigma_{\text{bhlumi}}/dt) / d\sigma_{\text{bhlumi}}/dt$$





# Una misura di tipo calorimetrico



Delphi set-up

1. The cluster is reconstructed

2. Find the cluster center

3. The highest energy cluster in each emisphere F, B

4. Energy Cuts (suppresses the Initial State Radiation)  $\min(E_F, E_B) > 0.65 E_{\text{beam}}$

$$\text{Max}(E_F, E_B) > 0.95 E_{\text{beam}}$$

5. Take the angle of the center of the most energetic cluster: this defines  $\theta$

6. Repeat this procedure for several "rings" segmented detector to reproduce the differential distribution

# Confronto e misura

Table 3: Numbers of events generated with BHLUMI

$\sqrt{s}(\text{GeV})$	91.2	189	200
$\int \mathcal{L} dt (\text{pb}^{-1})$	75	150	200
Ring 2	1844850	863571	1028210
Ring 3	907754	425586	506131
Ring 4	513696	240550	286994
Ring 5	313218	146731	174740
Ring 6	201893	94033	112168

$$\sigma_i = \sigma_i^0 \left( \frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)} \right)^2 (1 + \Delta r_i),$$

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \int^{R_i} dt \frac{d\sigma}{dt} \\ \sigma_i^0 &= \int^{R_i} dt \frac{d\sigma^0}{dt} \\ \left( \frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)} \right)^2 &= \int^{R_i} \frac{dt}{t_{\max} - t_{\min}} \left( \frac{\alpha(t)}{\alpha(0)} \right)^2, \\ 1 + \Delta r_i &= \left( \frac{\alpha(0)}{\alpha(t_i)} \right)^2 \frac{\sigma_i}{\sigma_i^0} \end{aligned}$$

$$\left( \frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)} \right)^2 = \frac{N_i}{\sigma_i^0 \int \mathcal{L} dt} \frac{1}{1 + \Delta r_i},$$

$$\left( \frac{\alpha(t)}{\alpha(0)} \right)^2 = (u_0 \pm \delta u_0) + (u_1 \pm \delta u_1) \cdot \log \frac{-t}{\langle -t \rangle}$$

Table 4: Theoretical predictions for each ring of the three factors of eq. 7. For the conditions defined in sect. 5.1 the angular boundary of ring  $i$  is  $\theta_i = \arctan(7+3(i-1))/220$ .

No. of ring	1	2	3	4	5	6	7
$\sqrt{s} = 91.2 \text{ GeV}$							
$\sigma_i^0$	63.077	24.728	12.170	6.8694	4.2517	2.8120	1.9552
$\left(\frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)}\right)^2$	1.0425	1.0475	1.0516	1.0551	1.0582	1.0609	1.0634
$1 + \Delta r_i$	0.9426	0.9440	0.9412	0.9395	0.9240	0.8915	0.7982
$\sqrt{s} = 189 \text{ GeV}$							
$\sigma_i^0$	14.685	5.7563	2.8324	1.5984	0.9889	0.6537	0.4542
$\left(\frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)}\right)^2$	1.0554	1.0613	1.0661	1.0702	1.0736	1.0767	1.0794
$1 + \Delta r_i$	0.9377	0.9390	0.9360	0.9329	0.9165	0.8858	0.7898
$\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$							
$\sigma_i^0$	13.115	5.1406	2.5295	1.4274	0.8831	0.5838	0.4057
$\left(\frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)}\right)^2$	1.0565	1.0625	1.0673	1.0714	1.0749	1.0780	1.0807
$1 + \Delta r_i$	0.9376	0.9387	0.9352	0.9330	0.9158	0.8847	0.7896
$\sqrt{s} = 1000 \text{ GeV}$							
$\sigma_i^0$	0.5248	0.2059	0.1014	0.0573	0.0356	0.0236	0.0165
$\left(\frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)}\right)^2$	1.0921	1.0994	1.1050	1.1096	1.1135	1.1169	1.1199
$1 + \Delta r_i$	0.8622	0.8620	0.8590	0.8545	0.8398	0.8084	0.7205
$\sqrt{s} = 3000 \text{ GeV}$							
$\sigma_i^0$	0.0590	0.0234	0.0117	0.0067	0.0042	0.0028	0.0020
$\left(\frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)}\right)^2$	1.1192	1.1267	1.1325	1.1373	1.1414	1.1448	1.1479
$1 + \Delta r_i$	0.8467	0.8457	0.8422	0.8381	0.8253	0.7956	0.6975

# Formula finale:

$$\left( \frac{\alpha(t_i)}{\alpha(0)} \right)^2 = \frac{N_i}{\sigma_i^0 \int \mathcal{L} dt} \frac{1}{1 + \Delta r_i},$$

Che può essere interpretata in termini di dipendenza da  $t$  di  $\alpha$  :

$$\left( \frac{\alpha(t)}{\alpha(0)} \right)^2 = (u_0 \pm \delta u_0) + (u_1 \pm \delta u_1) \cdot \log \frac{-t}{\langle -t \rangle}$$

Table 5: Table of fit results; the uncertainties  $\delta u_0$  and  $\delta u_1$  are uncorrelated.

$\sqrt{s}$	91.2 GeV	189 GeV	200 GeV
$u_0$	$1.0573 \pm 0.0005$	$1.0698 \pm 0.0008$	$1.0703 \pm 0.0007$
$u_1$	$0.0242 \pm 0.0028$	$0.0284 \pm 0.0041$	$0.0318 \pm 0.0038$
$\langle -t \rangle$	8.5 GeV <sup>2</sup>	36.6 GeV <sup>2</sup>	40.9 GeV <sup>2</sup>

$$\int \mathcal{L} dt = \frac{n_0}{1 + 2\Delta\alpha(\langle t \rangle)}$$

$$\frac{\delta n_0}{n_0} = 10^{-3} \quad \text{statistical precision}$$

Altre formule:

$$n_0 = \int \mathcal{L} dt \cdot \left( 1 + 2\Delta\alpha(\langle t \rangle) \right)$$
$$n_1 = \int \mathcal{L} dt \cdot \left( \frac{d}{d \log(-t)} 2\Delta\alpha(t) \right).$$

$$n_i = u_i \cdot \int \mathcal{L} dt$$

$$\frac{d}{d \log(-t)} \Delta\alpha = \frac{n_1}{2n_0} \left( 1 + 2\Delta\alpha(\langle t \rangle) \right)$$

# Linear Collider

Consideriamo il caso di un collider  $e^+e^-$  con  
 $E_{\text{c.m.}}$  da 500 a 1000 GeV

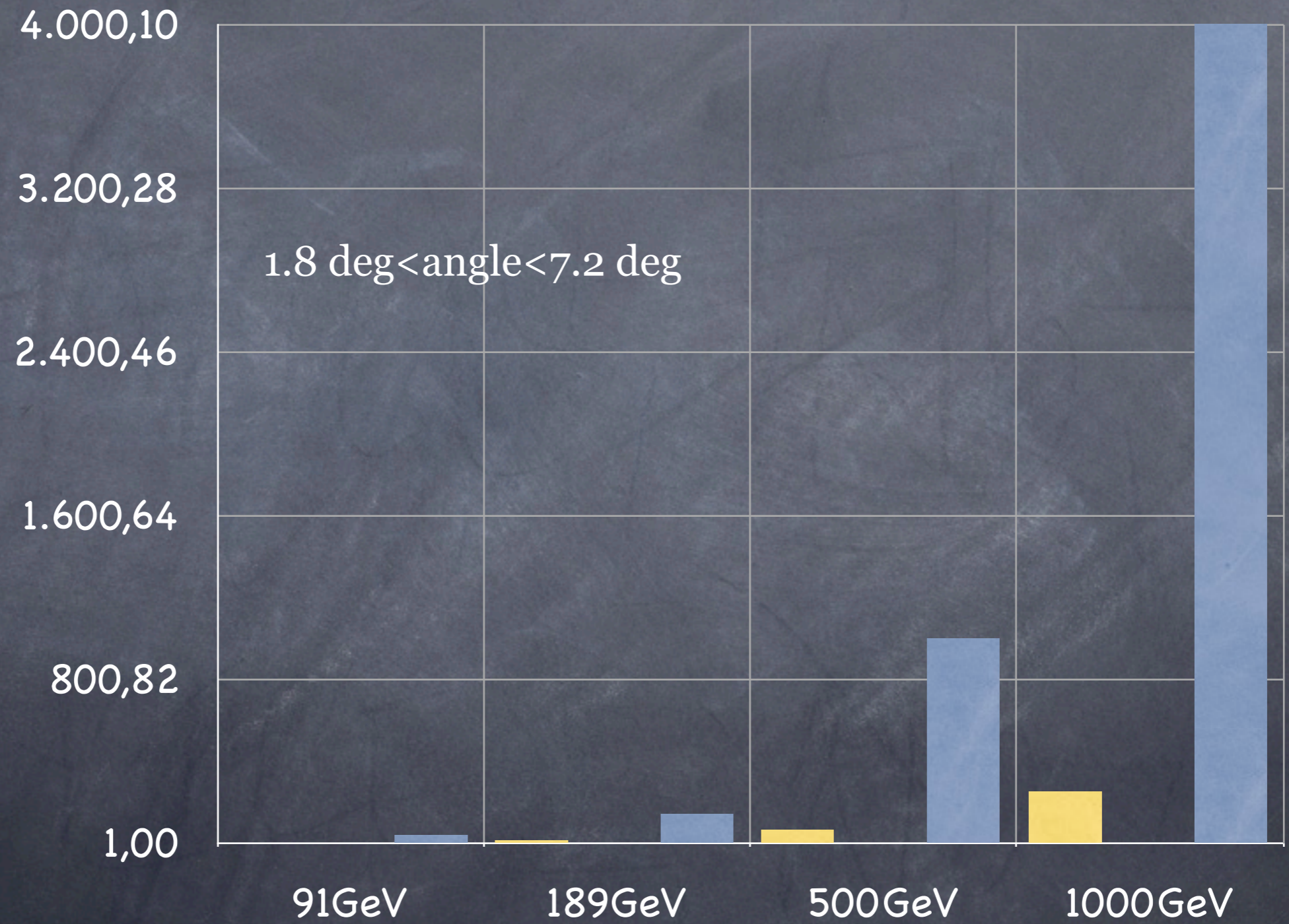
accettanza angolare per la determinazione della luminosità e

$$1.8^{\circ} < \theta < 7.2^{\circ}$$

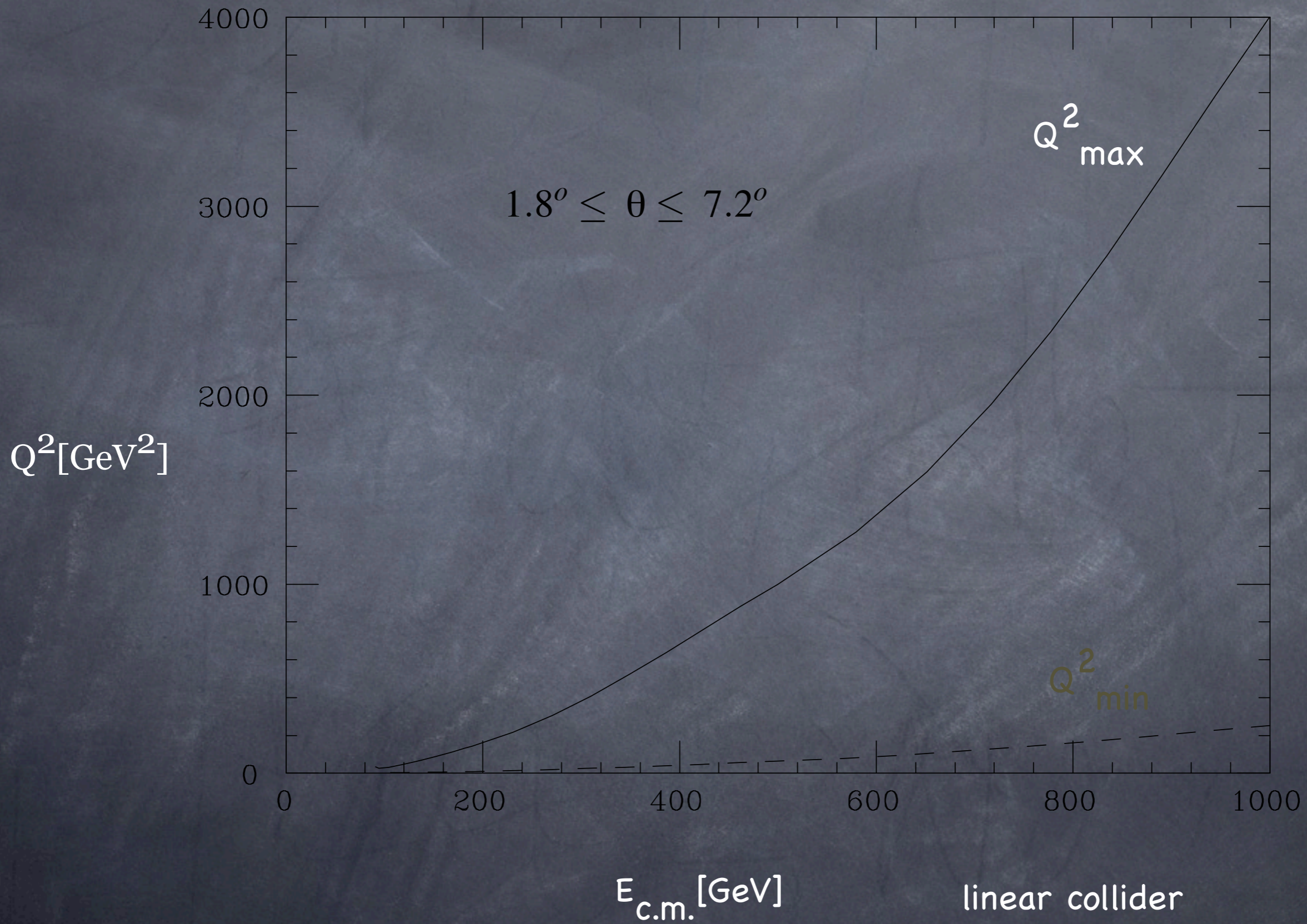
I valori min and Max per  $t = -Q^2$   
sono così dati

■  $Q^{*2}_{min}(\text{GeV}^{*2})$

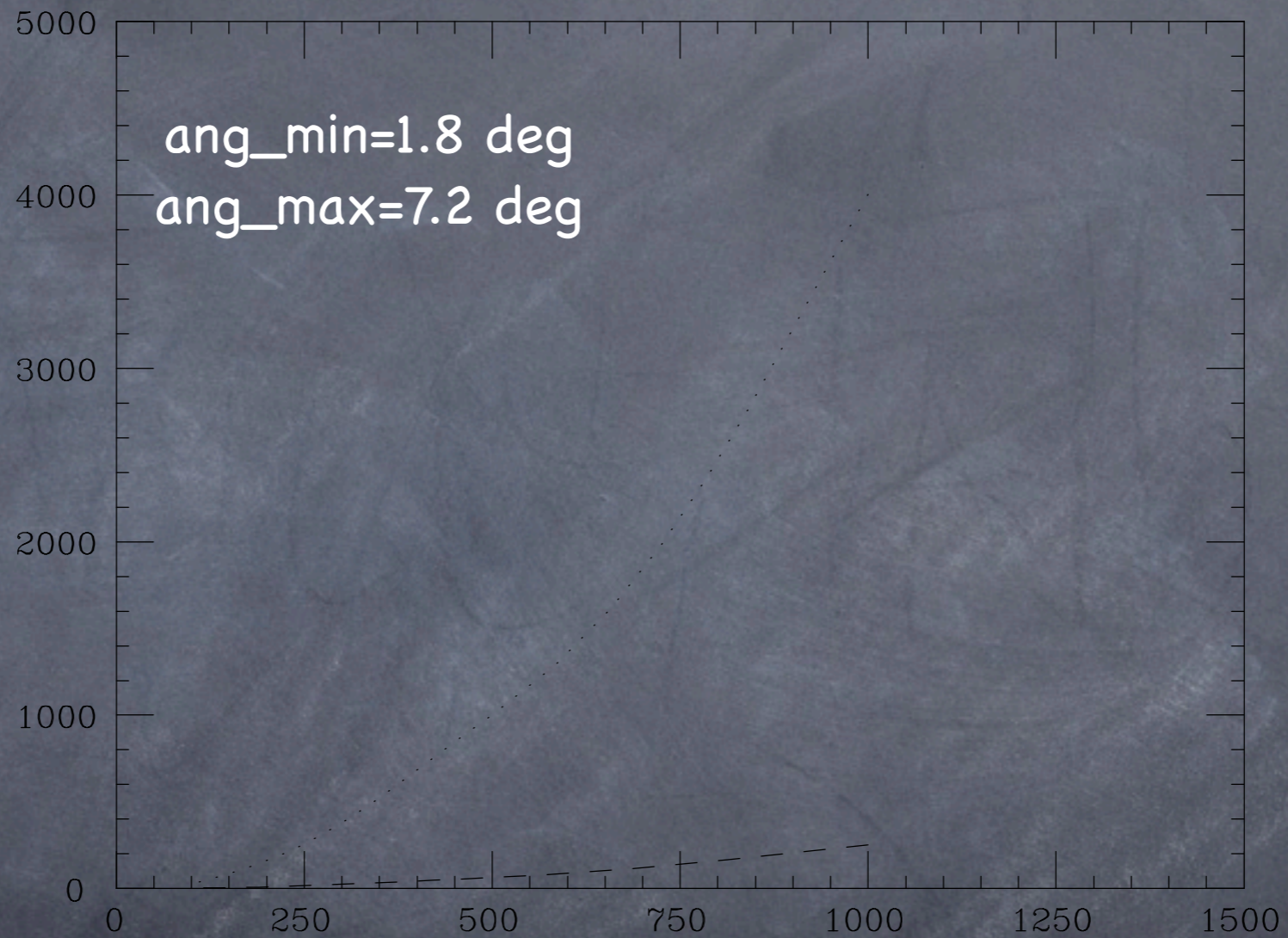
■  $Q^{*2}_{MAX}(\text{GeV}^{*2})$







$Q^{**2}$   
[GeV $^{**2}$ ]



$E_{CM}$  [GeV]

# Conclusioni

→ Si propone un nuovo metodo ed un'approccio alternativo per determinare  $\alpha_{QED}$  e misurarne la variazione.

→ Il metodo utilizza la reazione Bhabha a piccoli angoli. Può essere coperto, dipendendo dalla regione angolare accessibile un intervallo consistente di valori del momento  $t$ .

→ La applicabilità del metodo è messa in evidenza da un nuovo codice **SAMBHA**, per calcolare sezioni d'urto Bhabha a piccoli angoli con accuratezza teorica dell'ordine del 0.1%. L'informazione ottenuta nel canale  $t$  può essere confrontata con i risultati già disponibili nel canale  $s$ .

→ L'approccio proposto è complementare, diretto, trasparente, e basato solo su interazioni elettromagnetiche e libero dalle complicazioni inerenti al metodo nel canale  $s$ .

→ Il metodo presentato può essere direttamente applicato agli esperimenti a LEP e SLC, ai collider a più alte energie così come alle macchine a più basse energie già esistenti.

→ Si può pensare ad una misura estremamente precisa di della costante di accoppiamento della QED  $\Delta\alpha(t)$  a piccoli valori di  $t$  con un luminometro dedicato a basse energie. La determinazione di  $\Delta\alpha_{had}(t)$  è limitata solo dalla precisione sperimentale.