Táguló sQGP tűzgömb többkomponensű kémiai kifagyása

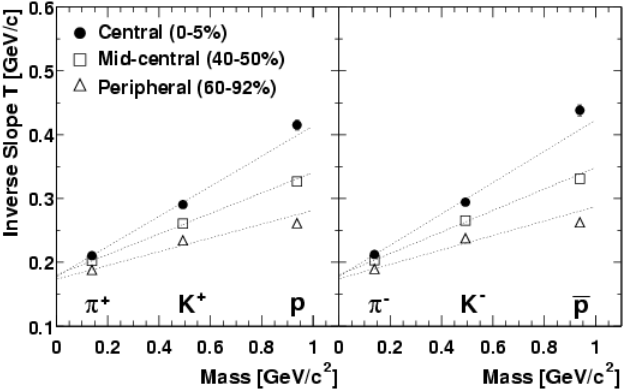
Kasza Gábor[1] és Csörgő Tamás[2,3]

[1]Eötvös Loránd Tudományegyetem
[2]Wigner Fizikai Kutatóintézet
[3]Károly Róbert Főiskola

2015. augusztus 17.
Gyöngyös - KRF

Motiváció

- Rehadronizáció folyamatának mélyebb megismerése
- Tűzgömb fejlődésének pontosabb leírása
- Eddigi ismert analitikus megoldások csak 1 komponenst vettek figyelembe
- Többkomponensű gázként kezelve realisztikusabb a kép
- Egyszerűsített, nem relativisztikus modell kidolgozása
- Relativisztikus számolások előkészítése



$$T = T_0 + m\langle u_t\rangle^2 \Longrightarrow T_i = T_0 + m_i\langle u_t\rangle^2 \qquad (1)$$

forrás:
PHENIX Collaboration: arXiv:nucl-ex/0307022

A nem relativisztikus hidrodinamika alapegyenletei

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla\left(n\mathbf{v}\right) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla\left(\varepsilon\mathbf{v}\right) = -p\nabla\mathbf{v} \tag{3}$$

$$mn\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}\nabla\right)\mathbf{v} = -\nabla p \tag{4}$$

A relativisztikus hidrodinamika alapegyenletei
Egyelőre mellőzzük:

$$\partial_\mu\left(nu^\mu\right) = 0, \tag{5}$$

$$\partial_\nu T^{\mu\nu} = 0, \tag{6}$$

Rehadronizáció előtti időszak

A kvarkok és az antikvarkok annihilálódhatnak, illetve párkeltéssel is keletkezhetnek: nincs részecskeszám megmaradás $\Longrightarrow$ át kell írnunk az egyenleteket:

$$\varepsilon = T\sigma - p + \mu n \Longrightarrow \varepsilon = T\sigma - p + \sum_i \mu_i n_i \tag{7}$$

$$\mu_i = 0 \Longrightarrow \varepsilon + p = T\sigma \Longrightarrow d\varepsilon = Td\sigma \tag{8}$$

Energiamegmaradásból:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla\left(\mathbf{v}\sigma\right) = 0 \tag{9}$$

Nincs részecskemegmaradás, helyette az entrópiára vonatkozó kontinuitási egyenletet nyerjük.

Euler egyenlet $\mu = 0$, $n \to 0$ esetben, $v \ll c$ közelítéssel*:

$$T\sigma \left(\partial_t + \mathbf{v}\nabla\right) \mathbf{v} = -\nabla p \tag{10}$$

Az állapotegyenletben megengedjük a hőmérséklet függést:

$$\varepsilon = \kappa(T)p \tag{11}$$

Az energiamegmaradás átírható:

$$\frac{1+\kappa}{T}\left[\frac{d}{dT}\frac{\kappa T}{1+\kappa}\right]\left(\partial_t + \mathbf{v}\nabla\right) T + \nabla\mathbf{v} = 0 \tag{12}$$

*forrás:
Csörgő T., Nagy M.I.: arXiv:1309.4390

Rehadronizáció utáni időszak

Alacsonyabb hőmérsékleten $T \ll m \Longrightarrow \mu \approx m$, egy komponensre ismert volt*:

$$\varepsilon + p = \mu n + T\sigma \approx mn \tag{13}$$

Ugyanez több komponensre:

$$\varepsilon + p \approx \sum_i m_i n_i \tag{14}$$

Visszakapjuk az Euler egyenlet eredeti formáját. A (12)-es formula is egyszerűsödik (főleg, ha κ egy konstans értékhez tart)*:

$$\left[\frac{d}{dT}\kappa T\right](\partial_t + \mathbf{v}\nabla)\,T + T\nabla\mathbf{v} = 0. \tag{15}$$

*forrás:

Csörgő T., Nagy M.I.: arXiv:1309.4390

sQGP	Többkomponensű hadron gáz
$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}\sigma) = 0$	$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}n_i) = 0, \quad \forall i$
$T\sigma(\partial_t + \mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p$	$\sum_i m_i n_i (\partial_t + \mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\sum_i \nabla p_i$
$\frac{1+\kappa}{T}\left[\frac{d}{dT}\frac{\kappa T}{1+\kappa}\right](\partial_t + \mathbf{v}\nabla) T = -\nabla \mathbf{v}$	$\kappa_0 (\partial_t + \mathbf{v}\nabla) T = -T\nabla\mathbf{v}$

Ideális gáz közelítéssel:

$$p = \sum_i p_i = T \sum_i n_i. \tag{16}$$

$$\sum_i m_i n_i (\partial_t + \mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -T\sum_i \nabla n_i \tag{17}$$

III. Kvarkanyag átalakulása többkomponensű hadrongázzá

Határfeltételek (B=before, A=after)

$$T_B(t_r, \not{\mathbf{r}}) = T_A(t_r, \not{\mathbf{r}}) \quad (18)$$

$$\mathbf{v}_B(t_r) = \mathbf{v}_A(t_r) \quad (19)$$

$$\kappa(T_B(t_r)) = \kappa_0 \quad (20)$$

$$\{X_B(t_r), Y_B(t_r), Z_B(t_r)\} = \{X_A(t_r), Y_A(t_r), Z_A(t_r)\} \quad (21)$$

t_r: *közelítőleg a rehadronizáció "pillanata"*
Olyan megoldást keresünk, amelyben nem szükséges a hadrongáz egyes komponenseit külön skálázni, vagyis a hadrongáz együttesen tágul. Felhasználjuk Landau feltevését:

$$\frac{\sigma(\mathbf{r}, t)}{\sigma_r} = \frac{n_i(\mathbf{r}, t)}{n_{i,r}} \Longrightarrow \sigma \sim \sigma_r \quad (22)$$

A megoldás keresése

Az entrópia sűrűség alakja:

$$\sigma(\mathbf{r},t) = \sigma_r \frac{V_r}{V} e^{-s/2} = \frac{\sigma_r}{n_{i,r}} n_i(\mathbf{r},t) \tag{23}$$

$$s = \frac{r_x^2}{X^2} + \frac{r_y^2}{Y^2} + \frac{r_z^2}{Z^2} \tag{24}$$

Tehát:

$$n_i(\mathbf{r},t) = n_{i,r}\left(\frac{X_r Y_r Z_r}{XYZ}\right) e^{-\frac{r_x^2}{2X^2}-\frac{r_y^2}{2Y^2}-\frac{r_z^2}{2Z^2}} = n_{i,r}\frac{V_r}{V}\nu(s) \tag{25}$$

III. Kvarkanyag átalakulása többkomponensű hadrongázzá

A sebességteret a szokásos Hubble-profillal írjuk fel:

$$v_x = \frac{\dot{X}(t)}{X(t)} r_x \tag{26}$$

$$v_y = \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} r_y \tag{27}$$

$$v_z = \frac{\dot{Z}(t)}{Z(t)} r_z \tag{28}$$

Ebből kifolyólag a hőmérséklet alakja is ismert:

$$T_A(t) = T_r \left(\frac{X_r Y_r Z_r}{XYZ} \right)^{1/\kappa_0} \tag{29}$$

ahol $T_r = T_A(t_r) = T_B(t_r) \approx T_c \approx 145\ MeV$ az átmenet hőmérséklete.

III. Kvarkanyag átalakulása többkomponensű hadrongázzá

Levezetés x irányú komponensekben:
$n_i(\mathbf{r}, t)$, $v_x(\mathbf{r}, t) \Longrightarrow$ Euler egyenlet

$$\sum_i m_i n_i \frac{\ddot{X}}{X} r_x = -T \sum_i \nabla_x n_i, \tag{30}$$

$$\nabla_x n_i = -n_{i,r} \nu(s) \frac{r_x}{X^2}. \tag{31}$$

Behelyettesítve:

$$\sum_i m_i n_i \frac{\ddot{X}}{X} r_x = T \nu(s) \frac{r_x}{X^2} \sum_i n_{i,r} \tag{32}$$

$$\nu(s) \ddot{X} \frac{V_r}{V} \frac{r_x}{X} \sum_i m_i n_{i,r} = T \nu(s) \frac{r_x}{X^2} \sum_i n_{i,r} \tag{33}$$

Ami egyszerűsítés után marad:

$$\ddot{X}X \sum_i m_i n_{i,r} = T \sum_i n_{i,r}. \tag{34}$$

Részecskék tömegének átlaga:

$$\langle m \rangle = \frac{\sum\limits_i m_i n_{i,r}}{\sum\limits_i n_{i,r}} \tag{35}$$

A tágulás differenciálegyenlete:

$$X\ddot{X} = Y\ddot{Y} = Z\ddot{Z} = \frac{T}{\langle m \rangle}. \tag{36}$$

Ugyanez egykomponensű rendszerben:

$$X\ddot{X} = Y\ddot{Y} = Z\ddot{Z} = \frac{T}{m} \tag{37}$$

Szinte megegyeznek! Egyetlen különbség: $m \Longleftrightarrow \langle m \rangle$.
Konklúzió:

Nem szükséges bevezetnünk minden részecskére külön skálát, a keverék együttesen tágul!

Hétköznapi analógia: levegő áramlása $\Longrightarrow$ kollektív mozgás.

Mérhető részecskeszám:

$$N_i = \int_{-\infty}^{\infty} n_i(\mathbf{r}, t_r) d^3\mathbf{r} = n_{i,r}(2\pi)^{3/2} V_r \tag{38}$$

$$\sum_i N_i = (2\pi)^{3/2} V_r \sum_i n_{i,r} \tag{39}$$

V_r minden részecskére azonos.
A j-edik komponens részaránya a keverékben:

$$\frac{n_{j,r}}{\sum_i n_{i,r}} = \frac{N_j}{\sum_i N_i}, \tag{40}$$

Tehát $\langle m \rangle$ a mért részecskeszámokkal súlyozott tömeg:

$$\langle m \rangle = \frac{\sum_i m_i n_{i,r}}{\sum_i n_{i,r}} = \frac{\sum_i m_i N_i}{\sum_i N_i} \approx 280\ MeV \tag{41}$$

Impulzuseloszlás

$$\frac{d^3 n_i}{dp_x dp_y dp_z} \propto \int I(r) J_i\left(\mathbf{r} - t_0 \frac{\mathbf{p}_i}{m_i}\right) d^3 r \tag{42}$$

ahol

$$J_i\left(\mathbf{r} - t_0 \frac{\mathbf{p}_i}{m_i}\right) = C_1 \cdot exp\left(-\frac{\mathbf{r} - t_0 \frac{\mathbf{p}_i}{m_i}}{2 t_0^2 T_0 / m_i}\right) \tag{43}$$

$$I\left(r\right) = C_2 \cdot exp\left(-\frac{r^2}{2 t_0^2 \langle u \rangle^2}\right) \tag{44}$$

A forráscikk* logikáját követve a Gaussok összevonhatóak, és némi átalakítás után az integrál elé kiemelhető az impulzuseloszlást meghatározó faktor:

$$exp\left(-\frac{p_i^2}{2 m_i T_i}\right) \tag{45}$$

ahol $T_i = T_0 + m_i \langle u \rangle^2$.

*forrás: *Csörgő T., Zimányi J., B. Lörstad: arXiv:nucl-th/9408022*

V. Összefoglalás

- Rehadronizáció: folytonos átmenet $\Longrightarrow$ egyszerű határfeltételek
- Több komponens figyelembevétele
- Részecskék fajtájától független skálák bevezetése
- Hasonló viselkedésű dinamikai egyenlet $\Longleftrightarrow$ a keverék figyelembevétele nem bonyolítja az összefüggéseket
- Különbség: részecskeszámokkal súlyozott átlagos tömeg
- Inverse slope paraméter: $T_i = T_0 + m_i \langle u \rangle^2$

Köszönöm a figyelmet!

Várjuk az ötleteket!