

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM

TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

**A nagyenergiás nehézion-ütközések direkt foton
spektrumának hidrodinamikai vizsgálata**

B.SC. SZAKDOLGOZAT



SZERZŐ:

Kasza Gábor

az ELTE TTK Fizika BSc hallgatója

TÉMAVEZETŐ:

Csörgő Tamás

az Európai Akadémia tagja
tudományos tanácsadó

MTA WIGNER FK Részecske és Magfizikai Intézet, Budapest

Budapest, 2015. május 29.

A nagyenergiás nehézion-ütközések direkt foton spektrumának hidrodinamikai vizsgálata

B.Sc. szakdolgozat

Írta: Kasza Gábor

2015.

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Atomfizikai Tanszék

Témavezető: Csörgő Tamás, az Európai Akadémia tagja, az MTA doktora, tudományos tanácsadó (Wigner FK), kutatóprofesszor (KRF), címzetes egyetemi tanár (ELTE)

A szakdolgozat az MTA Wigner FK Részecske és Magfizikai Intézetének elméleti fizikai osztályán készült.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
1.1. Az első pillanatok	1
1.2. A nehézion-fizika és a hidrodinamika kapcsolata	2
1.3. Az őszanyag hírnöke: a direkt foton spektrum	3
2. Hidrodinamikai modellek	4
2.1. Nem relativisztikus, gömbi szimmetriával rendelkező megoldás	4
2.2. Nem relativisztikus, ellipszoidális tágulást leíró megoldás	5
2.3. Relativisztikus, ellipszoidális tágulást leíró megoldás	7
2.3.1. Kapcsolat a nem relativisztikus megoldással	9
2.4. Forgó megoldás	10
3. Mérhető mennyiségek számítása	16
3.1. A forrásfüggvény	16
3.2. Invariáns impulzuseloszlás	17
3.2.1. Az elliptikus folyás átszámítása laborrendszerbe	17
3.3. Bose-Einstein korrelációs függvény	20
3.3.1. A HBT-sugarak átszámítása Bertsch-Pratt rendszerbe	22
3.4. A mérhető mennyiségek időfejlődése	23
4. A fázisátmenet vizsgálata	25
4.1. A rehadronizáció előtti időszak	25
4.2. A rehadronizáció utáni időszak	26
4.3. A rács QCD állapotegyenlete	26
4.4. Forgó és táguló tűzgömb megoldás vizsgálata a rács QCD állapotegyenletével	29
4.5. A kvarkanyag átalakulása többkomponensű hadrongázzá	32
4.6. Direkt foton spektrum	34
5. Összefoglalás	37

Ábrák jegyzéke

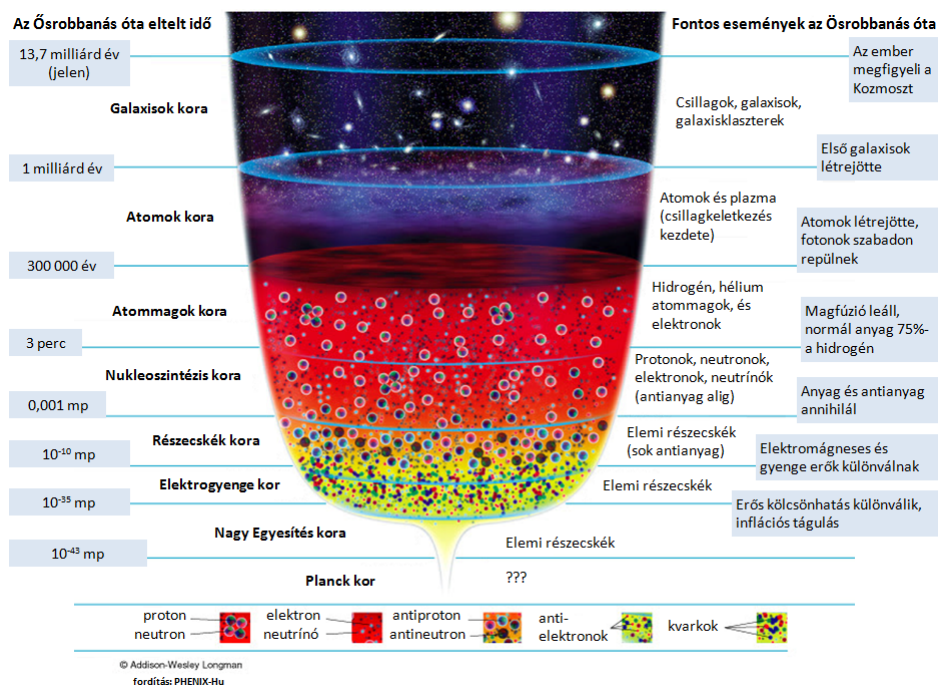
1.1. Az Univerzum történelme	2
2.1. A nem centrális ütközések során keletkező ellipszoidális tűzgömb	6
2.2. Az ellipszoid tengelyeinek és a tágulási sebességek időfüggése	7
2.3. A relativisztikus, forgó folyadékelem trajektóriája	15
2.4. A relativisztikus, forgó folyadékelem trajektóriája, felülnézetből logaritmikus spirál	15
3.1. v_1, v_2 folyási koeficiensek a rapiditás függvényében, ellentétes előjelű p_t esetén .	19
3.2. A diagonális sugarak (balra) és a kereszttagok (jobbra) időfejlődése	23
3.3. A v_2 folyási koeficiens és a hőmérsékleti paraméterek időfejlődése	23
4.1. $\kappa(T)$ illesztése rács QCD-s szimulációra [1]	28
4.2. $1/\kappa(T)$ illeszkedése a $c_s^2(T)$ adatokra [1]	28
4.3. A skálák időfüggése az illesztésből nyert állapotegyenlet esetén	29
4.4. Az elfordulási szög és a hőmérséklet időfüggése az illesztésből nyert állapotegyenlet esetén	30
4.5. κ és a hangsebesség időfüggése az illesztésből nyert állapotegyenlet esetén . . .	30
4.6. Az elfordulási szög időfejlődése $\omega_0 = 0.01 c/fm$ (balra) és $\omega_0 = 0.075 c/fm$ (jobbra) kezdőfeltétel esetén	31
4.7. Az elfordulási szög időfejlődése $\omega_0 = 0.2 c/fm$ (balra) és $\omega_0 = 0.4 c/fm$ (jobbra) kezdőfeltétel esetén	31
4.8. Az egyrészeszkés impulzuseloszlások $\kappa = konst.$ (balra) és $\kappa = \kappa(T)$ (jobbra) esetén	35

1. fejezet

Bevezetés

1.1. Az első pillanatok

A modern fizika mai álláspontja szerint a téridő létét az Ősrobbanástól értelmezzük, ugyanis ekkor keletkezett a minket körülvevő Univerzum. A nagyenergiás nehézion-fizika egyik érdekessége, hogy a keletkezés utáni másodpercek egy kis töredékét kutatja, amikor még az úgynevezett őanyag töltötte ki a teret. Ekkor elképzelhetetlen mértékű forróság és nyomás uralkodott a Világegyetem minden szegletében, tehát a jelenlévő anyag is mai szemmel szokatlan tulajdonságokkal bírt. Ezt a közeget az előzetes várakozások alapján kvark-gluon plazmának nevezzük, hiszen a fő alkotórészei éppen a nevében szereplő kvarkok és gluonok. Az Univerzum hőmérséklete ekkor olyan hatalmas volt, hogy az aszimptotikus szabadság fogalmán alapuló jóslatok szerint a kvarkok szabad állapotokban léteztek. A kvarkbezárás miatt a mai világban csak hadronokba zárva létezhetnek, mivel két kötött kvark távolodása esetén, az egyre mélyülő potenciálból új kvarkok keletkeznek, megakadályozva a szabad kvark állapotok létrejöttét. A Világegyetem tágulásával egyre inkább csökkent a hőmérséklet, és az erősen kölcsönható kvarkanyag (sQGP, azaz "strongly-coupled quark-gluon plasma") egy fázisátalakuláson esett át, amit hadronizációnak nevezünk. A folyamat során tulajdonképpen a kvarkok kötött állapotokba kerülnek és hadronokat alkotnak. A három kvark kötött állapotokat barionoknak, a kvark-antikvark kötött állapotokat pedig mezonoknak nevezzük. A keletkező részecskéket az erős kölcsönhatás tartja össze, ahol a kölcsönhatást közvetítő részecskék szerepét a gluonok töltik be. A fázisátmenet vizsgálatával a dolgozat végén foglalkozom részletesebben. Korunk fejlettségének köszönhetően a részecskegyorsítók segítségével ezen távoli pillanatok tanulmányozására is lehetőségünk nyílt (az 1.1-es ábra jól szemlélteti, hogy a mai kutatások milyen távol merészkednek a még felfogható fizikai skáláktól). A folyamatosan zajló kísérletek elemzésével több meghökkentő eredmény is született, ami radikálisan megváltoztatta az őanyagról alkotott elképzelésünket.



1.1. ábra. Az Univerzum történelme

1.2. A nehézion-fizika és a hidrodinamika kapcsolata

Ahogy az előző részben is utaltam rá, a nagyenergiás nehézion-ütköztetőben a kutatók képesek létrehozni a kvarkanyagot. A RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider), illetve négy kísérlete, a BRAHMS, a PHENIX, a PHOBOS és a STAR kollaboráció átírták a témával foglalkozó tankönyvek oldalait, ugyanis a kísérletek eredményei alapján nem beszélhetünk többé szabad kvarkokról. A RHIC kísérleti programjának eredményeit az LHC gyorsító nehézion kísérletei (az ALICE, az ATLAS és a CMS) megerősítették, és további részletekkel gazdagították. A kutatók a vizsgálatok során egy új jelenséget fedeztek fel. A várakozások szerint a nehézion-ütközésekben nyalábirányra merőlegesen, két ellentétes irányú jet keletkezik. Azonban a RHIC $Au + Au$ kísérleteiben csak az egyik irányból érkező részecskezápport tudták detektálni, a párok másik felénél a nagy transzverz impulzusú részecskéknek mindössze a 20%-át sikerült megfigyelni. Több elmélet is született a jelenség magyarázatára, de a legvalószínűbbnek az tűnt, hogy az ütközések során egy új anyag keletkezik, ami elnyeli a rajta átfutó részecskék egy részét. Az elméletek tisztázásának céljából a kutatók $d + Au$ ütközésekben végeztek ellenpróbát, mivel, ha az $Au + Au$ ütközések során létrejövő anyag a felelős a leírt effektusért, akkor az atommagok méretének csökkentésével az említett elnyomás mértéke redukálható. Ez esetben a jelenséget nem tudták kimutatni (azaz jóval kevesebb anyag keletkezik), így bizonyossá vált, hogy a részecskesugarak az ütközésekben keletkező közegben nyelődnek el. Egy ütközés során, a magok átfedési tartományában létrejön a tűzgömb, melynek geometriája a centralitástól, a magok típusától és az ütközés energiájától függően is változhat. A folyamatot a 2.1-es ábra szemlélteti, ahol látszik, hogy a kisebb centralitás egyre nagyobb

eltérést okoz a gömbszimmetriától, amit a kísérletek is kimutattak a később keletkező hadronok detektálásával. Az asszimetriát a v_2 elliptikus folyási paraméterrel jellemezzük, és a mérésekből kiderült, hogy ez a mennyiség koránt sem elhanyagolható. Ez úgy lehetséges, hogy a részecskék erősen kölcsönhatnak egymással, így a szabad úthosszuk kicsi, tehát az ütközések során létrejövő anyag halmazállapota inkább folyadéknak tekinthető. A kutatók további különös skálázási viselkedést fedeztek fel. A mezonok és a barionok elliptikus folyásának energiatfüggése különböző viselkedést mutat, viszont ha az energiát és a v_2 -t elosztjuk az adott részecskét alkotó kvarkok számával, akkor a két görbe egybeesik. Ez arra enged következtetni, hogy a hadronok egy kvarkokból álló anyagból keletkeznek. Ez cáfolta a kvark-gluon plazmáról alkotott eddigi képünket, mivel minden jel arra mutat, hogy az ütközésekben keletkező közeg halmazállapota folyadék. További kutatások azt is kimutatták, hogy a közeg kinematikai viszkozitása közel zérus, kb. negyede az eddig ismert legtökéletesebben folyó anyag, a szuperfolyékony hélium viszkozitásának. Emiatt a kvarkanyagot közel tökéletes folyadékként tartjuk számon, vagyis a folyás során elhanyagolható az entrópiatermelés. Ha mindez igaz, akkor a sQGP viselkedése leírható hétköznapi eszközökkel is, mégpedig a jól ismert hidrodinamika szabályaival. A tárgyalásmód érvényességét már több kísérlet is bizonyította, így a dolgozat első felében összefoglalom a tűzgömb hidrodinamika relatíve újabb megoldásait, majd bemutatom a mérhető mennyiségek származtatását.

1.3. Az őszanyag hírnöke: a direkt foton spektrum

A különböző kísérletekből nyert hadronspektrum a kifagyás pillanatát tükrözi, amikortól a hadronok kölcsönhatás mentesen repülnek a detektorok felé, viszont nem szolgál részletes információval az sQGP tulajdonságainak kifagyás előtti időfejlődéséről. Azonban a közeg létrejötte után kis idővel a rendszer termalizálódik, és innentől kezdve egészen a kifagyásig, közvetlenül a kvarkanyagból származó direkt fotonok keletkeznek. Ezek a közegen áthatolva, interakció nélkül eljuthatnak a detektorokba, ezzel informálva a kutatókat a kvark-gluon plazma hőmérsékletének időbeli alakulásáról. Észlelésük viszont nehezen megoldható, mivel el kell különíteni a később keletkező hadronok bomlásából származó járulékokat, például a $\pi^0, \eta \rightarrow \gamma + \gamma$ és az $\omega \rightarrow \gamma + \pi^0$ csatornák vagy a Dalitz-bomlások kontribúcióját. Ezt a PHENIX kísérlet tagjai a [2]-es publikációban elvégezték, így a mért direkt foton spektrum segítségével sikerült meghatározni többek közt a közeg kezdeti hőmérsékletét. A dolgozatom végén egy egyszerűsített, nem relativisztikus hidrodinamikai modell segítségével kiszámítom az kvarkanyag direkt foton spektrumát és megvizsgálom a rács QCD állapotegyenlet hatását.

2. fejezet

Hidrodinamikai modellek

Az nehézion-ütközések során keletkező új közeg fizikájának vizsgálatához először tekintsük a hidrodinamikát leíró alapegyenleteket. Ezek parciális differenciálegyenletek formájában vázolhatóak fel, ezáltal rendkívül nehéz hozzá analitikus megoldásokat találni. A szóban forgó egyenletrendszer az alábbi alakot ölti:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0, \quad (2.0.1)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon\mathbf{v}) = -p\nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (2.0.2)$$

$$mn \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = -\nabla p, \quad (2.0.3)$$

ahol \mathbf{r} a koordinátát, t az időt jelöli, $n(\mathbf{r}, t)$ a részecskeszám sűrűség, $\varepsilon(\mathbf{r}, t)$ az energiasűrűség, $p(\mathbf{r}, t)$ a nyomás, m egy részecske tömege, míg $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = (v_x, v_y, v_z)$ -vel a sebességmezőt jelöltem. Mindhárom egyenlet egy megmaradó mennyiséggel kapcsolatos. Az első összefüggés a n -re vonatkozó kontinuitási egyenlet, a második pedig az összenergia állandóságát fejezi ki. A harmadik egyenlőséget Euler-egyenletnek nevezzük, mellyel az impulzus megmaradást írjuk le. Annak érdekében, hogy lezárjuk, így megoldhatóvá tegyük az egyenletrendszert, kiegészítjük az állapotegyenlettel, ami modelltől függően változhat. A következőkben bemutatom a tűzgömb hidrodinamika három újabb, már publikált releváns megoldását, melyek közül a 2.2-es esetet a későbbiekben felhasználom a mérhető mennyiségek meghatározására.

2.1. Nem relativisztikus, gömbi szimmetriával rendelkező megoldás

A [3]-ban publikált eset egy nem-relativisztikus, gömbszimmetrikusan táguló megoldást közöl Gauss-os eloszlással. A tágulás adiabatikus, tehát felhasználva a termodinamikában tanultakat ez egy izentropikus folyamat. Az n , ε , p és σ függvények időfüggését (ahol σ az entrópiasűrűség) a kinetikus gázelmélet ütközésmentes megoldásai segítségével becsülték, és azt találták, hogy ezek egytől-egyig kielégítik a fenti hidrodinamikai tételeket. Az összenergia a részecskék rendezetlen, illetve rendezett mozgásának energiajárulékaiból adódik. Az előbbi a jól ismert hőenergia,

az utóbbi az ún. folyási tag. A megoldás egyik meglepő eredménye, hogy a speciálisan megválasztott kezdeti feltételeknek köszönhetően olyan rendszert ír le, amelyben a részecskék ütközésének nincs szerepe a lokális termodinamikai egyensúly fenntartásában. A megoldásokat röviden összefoglalhatjuk, ha feltételezzük, hogy a hőmérséklet $T = T(t)$ homogén:

$$\varepsilon = \frac{3}{2}p, \quad (2.1.1)$$

$$p = nT, \quad (2.1.2)$$

ahol

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{N}{(2\pi R^2)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{2R^2}} \quad (2.1.3)$$

a részecskesűrűség, \mathbf{r} a helyvektor, t az idő, $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r}, t)$ az energiasűrűség, $p = p(\mathbf{r}, t)$ a nyomás, N a kibocsátott részecskék száma, $R = R(t)$ pedig a táguló anyag sugara. A gömbszimmetrikus esetben a sebességtér Hubble-típusú, izotróp:

$$v(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{r}}{t}. \quad (2.1.4)$$

2.2. Nem relativisztikus, ellipszoidális tágulást leíró megoldás

Ebben az alfejezetben a [4]-es és [5]-ös cikkben található megoldást foglalom össze, melyre a gömbszimmetrikus eset általánosításaként tekinthetünk. A 2.0.1-től 2.0.3-ig tartó egyenletrendszert egészítjük ki az állapotegyenlettel, valamint a nyomás és hőmérséklet viszonyát leíró kifejezéssel:

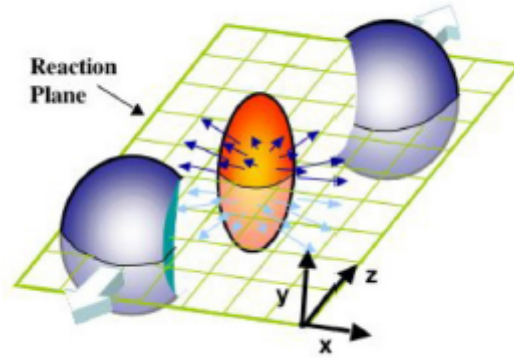
$$\varepsilon = \kappa(T)p, \quad (2.2.1)$$

$$p = nT, \quad (2.2.2)$$

ahol $\kappa(T)$ a kompresszibilitási együttható és feltételezzük a hőmérséklet homogenitását, vagyis $T(\mathbf{r}, t) = T(t)$ a térbeli koordinátáktól független. Mivel a nehézion ütközések többsége nem centrális, a keletkező tűzgömb alakja egy ellipszoidhoz hasonlítható. Ennek megértését segíti a 2.1 ábra. Emiatt a megoldásokat érdemes elliptikus szimmetriájú alakban keresni, így első lépésben definiáljuk a skálaváltozót:

$$s = \frac{r_x^2}{X(t)^2} + \frac{r_y^2}{Y(t)^2} + \frac{r_z^2}{Z(t)^2}, \quad (2.2.3)$$

ahol az r_i -vel jelölt mennyiségek a térbeli koordinátákat jelölik, míg az $X(t)$, $Y(t)$ és $Z(t)$ függvényeket skálaparamétereknek nevezzük, értéküket csupán az idő befolyásolja. Az $s = konst.$ feltéltel követve azt találjuk, hogy egy tetszőleges t_0 pillanathoz egy ellipszoidális szintfelület tartozik, amelyen a keresett függvényeink állandóak, tengelyeit pedig az $X(t_0)$, $Y(t_0)$ és $Z(t_0)$ értékek adják. Ebből kifolyólag a hidrodinamikai változóink a következő alakra hozhatók: $f = g(t)h(s)$, ahol az s -től függő tagot skálafüggvénynek fogjuk hívni, ugyanis a koordinátáktól való függés csak az s skálaváltozón keresztül történhet. Ez utóbbi még tovább faktorizálható a koordináták szerint:



2.1. ábra. A nem centrális ütközések során keletkező ellipszoidális tűzgömb

$h(s) = i(r_x)j(r_y)k(r_z)$. Ezt felhasználva, a kontinuitási egyenlet alapján belátható, hogy a tűzgömb sebességtere az Univerzum tágulásának analógiájára általánosított, irányfüggő "Hubble-profillal" írható fel, tehát egy kiválasztott pontból tekintve azon a helyen lesz nagyobb a tágulási sebesség, amely az idő során távolabbra került. Felvázolva komponensekben:

$$v_x = \frac{\dot{X}(t)}{X(t)} r_x, \quad (2.2.4)$$

$$v_y = \frac{\dot{Y}(t)}{Y(t)} r_y, \quad (2.2.5)$$

$$v_z = \frac{\dot{Z}(t)}{Z(t)} r_z. \quad (2.2.6)$$

A részecskeszám sűrűsége vonatkozó megoldást az alábbi kifejezés adja:

$$n(\mathbf{r}, t) = n_0 \frac{V_0}{V(t)} e^{-s/2} = n_0 \frac{V_0}{V(t)} v(s), \quad (2.2.7)$$

ahol $V_0 = X_0 Y_0 Z_0$ és n_0 tetszőlegesen megválasztható paraméterek. A hőmérsékletre és a skálaparaméterekre vonatkozóan a következő differenciálegyenleteket nyerjük:

$$\dot{T} \frac{d(\kappa T)}{dT} + T \left(\frac{\dot{V}}{V} \right) = 0, \quad (2.2.8)$$

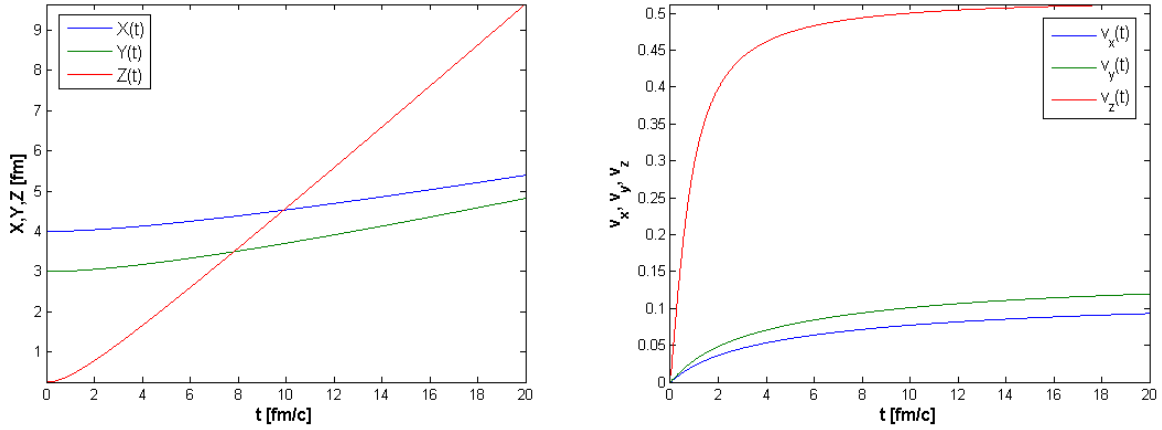
$$\ddot{X}X = \ddot{Y}Y = \ddot{Z}Z = \frac{T}{m}. \quad (2.2.9)$$

A térfogatot egyszerűen meghatározhatjuk, ha (2.2.8)-as egyenletet integrális alakra hozzuk:

$$\frac{V_0}{V} = e^{\kappa(T) - \kappa(T_0) + \int_{T_0}^T \frac{dT'}{T'} \kappa(T')}. \quad (2.2.10)$$

V invertálásával kiszámolhatjuk T -t, viszont bizonyos esetekben, pl. a rács QCD állapotegyenletét használva a közeg hőmérséklete nem határozza meg egyértelműen a térfogatot, tehát a $V(t)$ függvény nem invertálható. Ha feltesszük, hogy κ konstans, akkor jelentősen leegyszerűsödik a helyzetünk, ekkor a térfogatnak mindig lesz inverze:

$$T(t) = T_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\kappa}, \quad (2.2.11)$$



2.2. ábra. Az ellipszoid tengelyeinek és a tágulási sebességek időfüggése

$$\ddot{X}X = \ddot{Y}Y = \ddot{Z}Z = \frac{T_0}{m} \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\kappa}. \quad (2.2.12)$$

Vegyük észre, hogy a (2.2.12)-es összefüggés ekvivalens egy nem centrális, taszító potenciálban mozgó részecske Lagrange-függvényével, ahol a $X(t)$, $Y(t)$ és $Z(t)$ a részecske koordinátái, melyből adódnak a sebességek is (\dot{X} , \dot{Y} , \dot{Z}). A Lagrange-egyenletből kiolvasható a feltételezett potenciál:

$$\mathcal{L} = \frac{m}{2} (\dot{X} + \dot{Y} + \dot{Z}) - T_0 \kappa \left(\frac{X_0 Y_0 Z_0}{XYZ} \right)^{1/\kappa}. \quad (2.2.13)$$

Komponensenként felírva az Euler-Lagrange egyenletet, éppen a fenti (2.2.9)-es differenciál-egyenletet nyerjük. Ezt numerikusan megoldottam, ismertnek feltételezve a $t = t_0$ időpillanatban a tágulási sebességeket, a skálaparamétereket, valamint a T_0/m arányát. A 2.2-es ábrához a kezdeti feltételek értékeit egyelőre komolyabb fizikai megfontolás nélkül választottam, mivel itt még csak a megoldás viselkedését vizsgáljuk. A t_0 időhöz tartozó sebességeket 0-nak választottam, a tengelyek kezdeti méretei pedig $X_0 = 4 \text{ fm}$, $Y_0 = 3 \text{ fm}$ és $Z_0 = 0.25 \text{ fm}$. A T_0/m arányt 0.1-ként határoztam meg. A számoláshoz az ideális gáz állapotegyenletét használtam, így $\kappa = 3/2$ értéket helyettesítettem be, t_0 értékének pedig 0-t választottam, mint kezdő pillanat. Látható, hogy a z-tengely irányában a kezdeti lapultság, vagyis a nagyobb nyomás később sokkal magasabb sebességet eredményez, melyhez képest a transzverz komponensek tágulása messze elmarad.

2.3. Relativisztikus, ellipszoidális tágulást leíró megoldás

Most tekintsünk egy relativisztikus megoldást, mellyel a [6]-os publikáció tanulmányozása során ismerkedtem meg. Ez az eset az előző nem relativisztikus megoldás határesetének tekinthető. Ugyan a dolgozatom során többnyire nem relativisztikus modelleket fogok használni, érdemes bemutatni ezt a megoldást is, mivel az ütközésük előtt az atommagok ultra-relativisztikus sebességgel száguldanak, tehát gyorsabban, mint a fénysebesség 99,99%-a. Ettől függetlenül

a 2.2-es alfejezetben bemutatott összefüggésekből számolt mennyiségek is jól közelíthetők a kísérleti eredményeket, és kvalitatív viselkedésük könnyebben vizsgálható, mint a relativisztikus hidrodinamika esetében.

A relativisztikus tárgyalásmód miatt természetesen módosulnak az alapegyenletek:

$$\partial_\mu (nu^\mu) = 0, \quad (2.3.1)$$

$$\partial_\nu T^{\mu\nu} = 0, \quad (2.3.2)$$

ahol $n(x)$ a részecskesűrűség, u^μ a négyessebesség, míg $T^{\mu\nu}$ az energia-impulzus tenzor. Ha az utóbbit tökéletes folyadékra írjuk fel, akkor

$$T^{\mu\nu} = (\varepsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu} \quad (2.3.3)$$

alakban írható, melyben $g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ a Minkowski-tér metrikus tenzorát jelöli. Az állapotegyenletet és a nyomást

$$\varepsilon = mn + \kappa p \quad (2.3.4)$$

$$p = nT \quad (2.3.5)$$

formában vezetjük be, ahol T a hőmérséklet, m a tömeg, κ pedig szabad paraméter. A fentiekből visszakaphatjuk a nem-relativisztikus ideális gáz egyenleteit $\kappa = 3/2$ és $v^2 \ll c = 1$ közelítéssel.

A 2.2-es megoldási menet során ismertetett okok miatt itt is ellipszoidális szimmetriát feltételezünk. Így ismét alkalmazzuk az s skálaváltozót a (2.2.3)-as definíciónak megfelelően. A hármas sebességet a (2.2.4, 2.2.6)-os egyenlőségek szerint vezetjük be. Ezek természetesen a négyessebesség komponensei, amit a

$$u^\mu = \gamma(1, \mathbf{v}) \quad (2.3.6)$$

formula fejez ki. A fenti képletben γ a relativitáselméletből jól ismert

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - \mathbf{v}^2} \quad (2.3.7)$$

kifejezést takarja. A megoldást jelentő függvények a következők:

$$n(t, \mathbf{r}) = n_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^3 v(s), \quad (2.3.8)$$

$$p(t, \mathbf{r}) = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3/\kappa+3}, \quad (2.3.9)$$

$$T(t, \mathbf{r}) = \frac{T_0}{v(s)} \left(\frac{\tau_0}{\tau} \right)^{3/\kappa}, \quad (2.3.10)$$

ahol $\tau = \sqrt{x^\mu x_\mu} = \sqrt{t^2 - \mathbf{r}^2}$ a saját időt jelöli, valamint $T_0 = T(\tau_0, 0)$, $n_0 = n(\tau_0, 0)$, p_0 pedig az előző kettőből kapható a (2.3.5) szerint. Az utóbbi paramétereket meghatározó τ_0 értékét természetesen megválaszthatjuk. Az imént ismertetett függvények csak abban az esetben jelentenek

ténylegesen megoldást, ha a skálaparaméterek deriváltja állandó, azaz:

$$X = \dot{X}_0 \cdot t, \quad (2.3.11)$$

$$Y = \dot{Y}_0 \cdot t, \quad (2.3.12)$$

$$Z = \dot{Z}_0 \cdot t. \quad (2.3.13)$$

Így a hármasssebesség átírható:

$$\mathbf{v} = \left(\frac{r_x}{t}, \frac{r_y}{t}, \frac{r_z}{t} \right) = \frac{\mathbf{r}}{t}. \quad (2.3.14)$$

Ennek megfelelően itt is Hubble-típusú tágulást kaptunk:

$$u^\mu = \gamma(1, \mathbf{v}) = \frac{x^\mu}{\tau}. \quad (2.3.15)$$

Ez maga után vonja az alábbi eredményt:

$$(u^\nu \partial_\nu) u^\mu = 0, \quad (2.3.16)$$

miszerint az táguló rendszer relativisztikus gyorsulástere zérus. Ez könnyedén belátható pár sorban, először az idő komponensére ($\mu = 0$):

$$\left(\frac{t}{\tau} \partial^0 + \frac{r_x}{\tau} \partial^1 + \frac{r_y}{\tau} \partial^2 + \frac{r_z}{\tau} \partial^3 \right) \frac{t}{\tau} = \frac{t}{\tau^2} - \frac{t^3 - r^2 t}{\tau^4} = 0. \quad (2.3.17)$$

Most pedig válasszunk ki egy tetszőleges térbeli komponens ($\mu = i$):

$$\left(\frac{t}{\tau} \partial^0 + \frac{r_x}{\tau} \partial^1 + \frac{r_y}{\tau} \partial^2 + \frac{r_z}{\tau} \partial^3 \right) \frac{r_i}{\tau} = \frac{r_i}{\tau^2} + \frac{r^2 r_i - t^2 r_i}{\tau^4} = 0. \quad (2.3.18)$$

Tehát valóban zérust kaptunk a sebességtér együttmozgó deriváltjára.

2.3.1. Kapcsolat a nem relativisztikus megoldással

Egy kis időre térjünk vissza a nem relativisztikus esethez ($m \gg T$). A [7] alapján egy skála-függvény erejéig módosíthatjuk a hőmérsékletre kapott (2.2.11)-es megoldást:

$$T(t) = T_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\kappa} \tau(s). \quad (2.3.19)$$

A részecskesűrűség kifejezése változatlan formában áll elő, azaz

$$n(\mathbf{r}, t) = n_0 \frac{V_0}{V(t)} v(s), \quad (2.3.20)$$

ahol ha kihasználjuk az aszimptotikus sorfejtést, akkor v az alábbi összefüggéssel adható meg:

$$v(s) = \frac{1}{\tau(s)} \exp \left(- \frac{m (\dot{X}_a^2 + \dot{Y}_a^2 + \dot{Z}_a^2)}{T_0} \int_0^s \frac{ds'}{\tau(s')} \right). \quad (2.3.21)$$

Ha τ -t megfelelően választjuk, akkor belátható, hogy az exponens egy Gauss-os faktort fog adni, melynek szélessége arányos az idővel. Ha figyelembe vesszük, hogy $|r| \ll t$, akkor az exponenciális tag sorfejtése az $1 + \mathcal{O}\left(\frac{r^2}{t^2}\right)$ kifejezést eredményezi. Ez alapján nagy időkre leegyszerűsödik a skálafüggvények közti összefüggés:

$$v(s) = \frac{1}{\tau(s)}. \quad (2.3.22)$$

Felhasználva a skálaparaméterek (X, Y, Z) aszimptotikus közelítését a térfogati tagok hányadosa

$$\frac{V_0}{V} = \left(\frac{t_0}{t}\right)^3 \quad (2.3.23)$$

alakra hozható, ha leosztunk az $\dot{X}_a \dot{Y}_a \dot{Z}_a$ szorzattal. Felhasználva az utóbbi két lépést, írjuk fel újra a hőmérsékletet és a részecskeszám sűrűséget:

$$T(t) \approx T_a \left(\frac{t_0}{t}\right)^{3/\kappa} \frac{1}{v(s)}, \quad (2.3.24)$$

$$n(\mathbf{r}, t) \approx n_a \left(\frac{t_0}{t}\right)^3 v(s), \quad (2.3.25)$$

ahol $T_a \neq T_0$ és $n_a \neq n_0$, mivel az aszimptotikus közelítéssel átskáláztuk a $v(s)$ függvényt. Vegyük észre, hogy ha a relativisztikus megoldásokban szereplő sajátidő megegyezik a t -vel, akkor éppen az imént kapott eredményeket kapjuk. Ebből kifolyólag elmondható, hogy nagy időkre a két különböző eset hasonló viselkedést mutat, tehát az $|r| \ll t$ tartományban nagy időkre a nem relativisztikus hidrodinamika megoldása a relativisztikus megoldáshoz tart.

2.4. Forgó megoldás

A [8]-as publikációban megismerkedtem egy olyan megoldással, ami egy forgó hidrodinamikai rendszert jellemez. A cikk gondolatait követve bevezethető egy olyan sebességtér, ami a Hubble-folyás mellett rotációs sebességet is tartalmaz. Ez egyszerűen felírható:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_H + \mathbf{v}_R = \mathbf{v}_H + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{r}. \quad (2.4.1)$$

Itt $\boldsymbol{\omega}(t) = (0, 0, \omega)$ a z -tengely körüli forgás szögsebessége, míg \mathbf{r} a folyadékkelem trajektóriája. A Hubble-sebességtér komponenseit a 2.2-es fejezet szerint tárgyaljuk. Így a teljes sebességtér

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} \frac{\dot{X}}{X} r_x - \omega r_y, \\ \frac{\dot{Y}}{Y} r_y + \omega r_x, \\ \frac{\dot{Z}}{Z} r_z \end{pmatrix} \quad (2.4.2)$$

alakban áll elő. Ezt helyettesítsük be az Euler-egyenletbe és feltételezzük a tűzgömb sferoidális szimmetriáját, azaz $X(t) = Y(t) = R(t) \neq Z(t)$. Ha a κ független a hőmérséklettől és a kontinuitási egyenlet érvényes, akkor a (2.2.12)-es differenciál egyenletek helyett az alábbi összefüggések lépnek érvénybe:

$$\ddot{R}R - R^2 \omega^2 = \ddot{Z}Z = \frac{T_0}{m} \left(\frac{V_0}{V}\right)^{1/\kappa}. \quad (2.4.3)$$

Tehát a Z -re kapott egyenlet változatlan, illetve $\omega = 0$ esetben visszkapjuk az általános, forgásmentes modellt.

Ezen felül érdemes megvizsgálnunk, hogy hogyan alakul egy folyadékelem trajektóriája, amelyet a [8] alapján az alábbi trajektória egyenlet jellemez:

$$\dot{\mathbf{r}}(t) = \mathbf{v}(\mathbf{r}(t), t). \quad (2.4.4)$$

Ennek megoldása hengerkoordinátákban:

$$\rho(t) = \rho_0 \frac{R(t)}{R(t_0)}, \quad (2.4.5)$$

$$z(t) = z_0 \frac{Z(t)}{Z(t_0)}, \quad (2.4.6)$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(t') dt', \quad (2.4.7)$$

ahol $\theta_0 = \theta(t_0)$. A [8]-ban már ismert volt, hogy a szögsebesség

$$\omega(t) = \omega_0 \frac{R(t_0)^2}{R(t)^2} \quad (2.4.8)$$

formában függ az időtől, ahol t_0 és ω_0 szabadon megválasztható paraméterek. Az előbbiekhöz kapcsolódóan, a [8]-as publikációban felfedeztem egy hibát. A cikk (81)-es és (82)-es kifejezései módosításra szorulnak, mivel a szerzők lehangyták a kifejezésekben szereplő ω_0/ω szorzófaktor hatványkitevőjét:

$$x(t) = \rho_0 \frac{\omega_0}{\omega} \cos \left(\theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(t') dt' \right), \quad (2.4.9)$$

$$y(t) = \rho_0 \frac{\omega_0}{\omega} \sin \left(\theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(t') dt' \right). \quad (2.4.10)$$

A fenti (2.4.5)-ös és (2.4.8)-as összefüggésekből belátható, hogy a folyadékelem trajektóriájának első két descartesi komponensének, tehát a [8]-as cikk (81) és (82)-es egyenletének helyes alakja

$$x(t) = \rho_0 \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} \cos \left(\theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(t') dt' \right), \quad (2.4.11)$$

$$y(t) = \rho_0 \sqrt{\frac{\omega_0}{\omega}} \sin \left(\theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(t') dt' \right) \quad (2.4.12)$$

formában írható. Most közelítsük nagy időkre a skálaparamétereket a (2.4.3)-as kifejezések alapján. Mivel a $Z(t)$ -re vonatkozó differenciálegyenlet nem változott a forgás bevezetésének következtében, ezért az aszimptotikus alakja egyszerűen integrálható:

$$Z(t) \simeq Z_{a,0} + \dot{Z}_a t, \quad (2.4.13)$$

ahol Z_a és \dot{Z}_a állandó. Ezzel szemben $R(t)$ -re egy új egyenletünk van, így azt behatóbban kell vizsgálnunk. Felhasználva a szögsebesség (2.4.8)-as alakját és feltételezve, hogy a hőmérséklet nagy időkre eltűnik, az alábbi egyenletet kapjuk a $T/m \ll 1$ határesetben:

$$R\ddot{R} = \frac{\omega_a^2 R_a^4}{R^2}. \quad (2.4.14)$$

Mivel $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = \infty$, ezért a jobb oldal eltűnik, tehát az alábbi homogén, másodrendű differenciál-egyenlet megoldását keressük:

$$R\ddot{R} = 0. \quad (2.4.15)$$

Ebből $R(t)$ könnyedén megadható kétszeri integrálással:

$$R(t) \simeq R_{a,0} + \dot{R}_a t. \quad (2.4.16)$$

Végül is ugyanarra az alakra jutottunk, mint előző alkalommal. Tehát vezető rendben a fenti közelítések eredményeiben nem látszik a forgás hatása, bár \dot{Z}_a és \dot{R}_a a forgás miatt nyilván változik. Egészítsük ki $Z(t)$ aszimptotikus sorfejtését egy további renddel:

$$Z(t) \simeq \dot{Z}_a t + Z_{a,0} + \frac{Z_{a,1}}{t} \implies \ddot{Z} = 2 \cdot \frac{Z_{a,1}}{t^3}. \quad (2.4.17)$$

Alakítsuk át a (2.4.3)-as kifejezés jobb oldalát:

$$T = T_0 \left(\frac{R_0^2 Z_0}{R_a^2 Z_a} \right)^{1/\kappa} \left(\frac{R_a^2 Z_a}{R^2 Z} \right)^{1/\kappa} = T_a \left(\frac{R_a^2 Z_a}{R^2 Z} \right)^{1/\kappa}, \quad (2.4.18)$$

ahol $R_a = R(t_a)$ és $Z_a = Z(t_a)$, t_a pedig az a pillanat, ahonnan beáll az aszimptotikus viselkedés. A T_a hőmérséklet definíciója leolvasható az egyenlőségből. Mivel nagy időkre teljesül az $R \simeq \dot{R}_a t$ és $Z \simeq \dot{Z}_a t$ közelítés:

$$T \simeq T_a \left(\frac{R_a^2 Z_a}{\dot{R}_a^2 \dot{Z}_a} \right)^{1/\kappa} \left(\frac{1}{t} \right)^{3/\kappa}. \quad (2.4.19)$$

Ennek segítségével a

$$Z\ddot{Z} = \frac{T_a}{m} \left(\frac{R_a^2 Z_a}{\dot{R}_a^2 \dot{Z}_a} \right)^{1/\kappa} \left(\frac{1}{t} \right)^{3/\kappa} \quad (2.4.20)$$

egyenletet kapjuk, amibe behelyettesítjük Z (2.4.17)-ban közölt kifejezéseit:

$$\frac{\dot{Z}_a Z_{a,1}}{t^2} = \frac{T_a}{2m} \left(\frac{R_a^2 Z_a}{\dot{R}_a^2 \dot{Z}_a} \right)^{1/\kappa} \left(\frac{1}{t} \right)^{3/\kappa}. \quad (2.4.21)$$

A bal oldalon t -ben csak a legmagasabb rendű tagokat tartottuk meg. Közelítsük a közeget ideális gázként, vagyis $\kappa = 3/2$ -et használunk. Ezzel kiesik az időfüggés, és egyszerűen kifejezhetjük $Z_{a,1}$ -et:

$$Z_{a,1} = \frac{1}{2\dot{Z}_a} \frac{T_a}{m} \left(\frac{R_a^2 Z_a}{\dot{R}_a^2 \dot{Z}_a} \right)^{2/3}. \quad (2.4.22)$$

Ha $R(t)$ esetében ugyanezt a gondolatmenetet követjük, és a (2.4.3)-as differenciálegyenlet szerint figyelembe vesszük a forgást, akkor az $R_{a,1}$ -re az

$$R_{a,1} = \frac{1}{2\dot{R}_a} \left[\frac{T_a}{m} \left(\frac{R_a^2 Z_a}{\dot{R}_a^2 \dot{Z}_a} \right)^{2/3} + \omega_a^2 \frac{R_a^4}{\dot{R}_a^2} \right] \quad (2.4.23)$$

kifejezést kapjuk. A $Z_{a,1}$ -hez képest megjelenő pozitív tag gyorsítja a tágulást. Ezzel az aszimptotikus sorfejtés eredménye a következő:

$$Z(t) \simeq \dot{Z}_a t + Z_{a,0} + \frac{1}{2\dot{Z}_a} \frac{T_a}{m} \left(\frac{R_a^2 Z_a}{\dot{R}_a^2 \dot{Z}_a} \right)^{2/3} \frac{1}{t}, \quad (2.4.24)$$

$$R(t) \simeq \dot{R}_a t + R_{a,0} + \frac{1}{2\dot{R}_a} \left[\frac{T_a}{m} \left(\frac{R_a^2 Z_a}{\dot{R}_a^2 \dot{Z}_a} \right)^{2/3} + \omega_a^2 \frac{R_a^4}{\dot{R}_a^2} \right] \frac{1}{t}. \quad (2.4.25)$$

Mivel a negatív kitevőjű rend nagy időkre elhanyagolhatóvá válik, ezért használható az egyszerű lineáris közelítés. Most lépünk tovább, és a (2.4.16)-os eredményt helyettesítsük be a rotációs sebesség képletébe

$$\omega(t) \simeq \omega_a \frac{t_a^2}{t^2} \quad (2.4.26)$$

és végezzük el a (2.4.7)-es integrált:

$$\theta(t) = \theta_a + \omega_a t_a - \omega_a \frac{t_a^2}{t}. \quad (2.4.27)$$

A sugár koordinátája egyszerűen kiszámolható:

$$\rho(t) = \rho_a \left(\frac{t}{t_a} \right). \quad (2.4.28)$$

Így az előbbieket szerint nagy időkre a következő egyenlőségek határozzák meg a trajektóriát:

$$r_{x,a} \simeq \rho_a \left(\frac{t}{t_a} \right) \cos \left(\theta_a + \omega_a t_a - \omega_a \frac{t_a^2}{t} \right), \quad (2.4.29)$$

$$r_{y,a} \simeq \rho_a \left(\frac{t}{t_a} \right) \sin \left(\theta_a + \omega_a t_a - \omega_a \frac{t_a^2}{t} \right), \quad (2.4.30)$$

$$r_{z,a} \simeq z_a \frac{t}{t_a}. \quad (2.4.31)$$

Most térjünk át relativisztikus tárgyalásmódba, azaz vizsgáljuk meg a forgó relativisztikus hidrodinamikai megoldások folyadéktrajektóriáinak az egyenleteit. Ez esetben a [9]-ben közölt sebégteret használjuk fel:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}(t), t) = \frac{\mathbf{r} + \mathbf{a} \cdot t + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}}{\mathbf{a} \cdot t}, \quad (2.4.32)$$

ahol $\boldsymbol{\Omega} = (0, 0, \omega_0 t_0)$ és \mathbf{a} konstans vektorok. Tekintsük azt a speciális esetet, amikor $\mathbf{a} \approx \mathbf{0}$, ekkor

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}(t), t) = \frac{\mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}}{t} = \frac{\mathbf{r}}{t} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{v}_H + \mathbf{v}_R \quad (2.4.33)$$

formulát nyerjük, tehát:

$$\omega = \frac{\Omega}{t} \longrightarrow |\omega| = \omega_0 \frac{t_0}{t}. \quad (2.4.34)$$

Most már minden adott, hogy megoldjuk a (2.4.4)-es differenciálegyenletet. Írjuk fel komponensenként, hengerkoordinátákban:

$$\dot{\rho} \cos\theta - \dot{\theta} \rho \sin\theta = \frac{\rho}{t} (\cos\theta - \omega_0 \sin\theta), \quad (2.4.35)$$

$$\dot{\rho} \sin\theta + \dot{\theta} \rho \cos\theta = \frac{\rho}{t} (\cos\theta + \omega_0 \sin\theta), \quad (2.4.36)$$

$$\dot{z} = \frac{z}{t}. \quad (2.4.37)$$

Az utolsó egyenletet leválasztva könnyedén kiszámítható a z koordináta ami egy egyszerű

$$z(t) = z_0 \frac{t}{t_0} \quad (2.4.38)$$

lineáris alakban áll elő. Az elfordulás szögének időfüggését megkapjuk, ha kiintegráljuk a szögsebességet:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t_0 \ln\left(\frac{t}{t_0}\right). \quad (2.4.39)$$

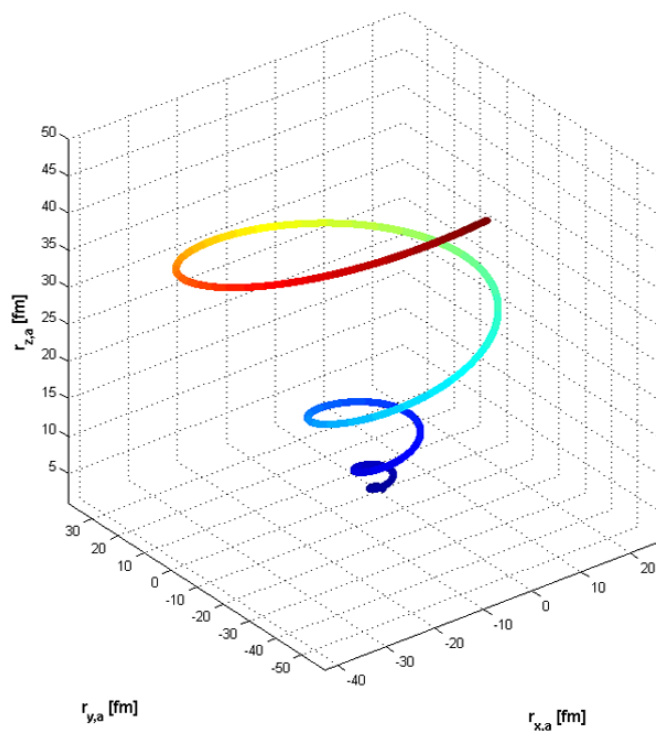
Tovább lépve, helyettesítsük be $\theta(t)$ fenti alakját az első két egyenlőségbe, amiket utána összeadunk, ezzel több tagot is kiejtve. Az előbbi lépésekkel egy hasonló alakú egyenlethez jutunk, mint a (2.4.37)-es, melynek a megoldása

$$\rho(t) = \rho_0 \frac{t}{t_0} \quad (2.4.40)$$

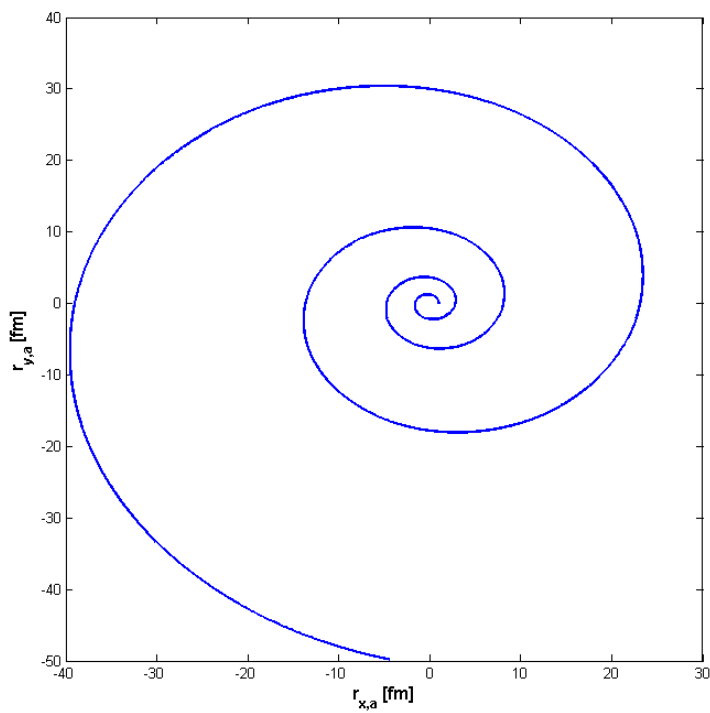
alakú a z komponenshez hasonlóan. A koordináták időfüggésében ismét látható az aszimptotikus közelítés szépsége, hiszen újra egyesítette a relativisztikus és a klasszikus számításokat. Vezessük be a $q = \ln\left(\frac{t}{t_0}\right)$ segédparamétert, amivel átírhatjuk a $\rho(t)$ függvényt a

$$\rho(t) = \rho_0 e^q = \rho_0 e^{\frac{\theta(t) - \theta_0}{\omega_0 t_0}} \quad (2.4.41)$$

alakba. A fenti transzformációval felismerhetővé vált, hogy a kapott hengerkoordináták a logaritmikus spirált parametrizálják. A relativisztikus esetet a 2.3-as és 2.4-es ábrán illusztráltam a felülnézettel egyaránt, melyen jól érzékelhető a görbe logaritmikus viselkedése.



2.3. ábra. A relativisztikus, forgó folyadékkelem trajektóriája



2.4. ábra. A relativisztikus, forgó folyadékkelem trajektóriája, felülnézetből logaritmicus spirál

3. fejezet

Mérhető mennyiségek számítása

3.1. A forrásfüggvény

A kvark-gluon plazma, azaz a tökéletes kvarkfolyadék hidrodinamikai modellekkel való leírása a kifagyás pillanatáig érvényes, utána pedig a fázisátalakulás során "kicsapódó" részecskék mérhető tulajdonságaival jellemezhetjük az őszanyagot. Ezen mennyiségek kiszámításához először be kell vezetnünk a forrásfüggvényt, amely megadja, hogy egy $\mathbf{r}=(r_x, r_y, r_z)$ koordinátával jellemzett helyen mekkora valószínűséggel keletkezik egy \mathbf{p} impulzusú részecske. Tekintsünk egy nem relativisztikus hidrodinamikai rendszert, amelyet a forrásfüggvénnyel jellemezhetünk a Boltzmann-egyenleten keresztül:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \right) f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = S(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \quad (3.1.1)$$

ahol t_f a kifagyás pillanata, f pedig az alábbi integrális kifejezés:

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = \int_{-\infty}^{t_f} S(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) dt. \quad (3.1.2)$$

Mivel S a részecskék keletkezését írja le és időben visszamenőleg ez nyilvánvalóan nem egy állandó folyamat, így adódik a határfeltétel, miszerint $f(\mathbf{x}, \mathbf{p}, t \rightarrow -\infty) = 0$. Ha a tűzgömböt ellipszoidális szimmetriával képzeljük el, valamint feltesszük, hogy a forrásfüggvény csak a kifagyási időhöz tartozó produktumot írja le és az átalakulás mindenhol egy időben történik, akkor az

$$S = C e^{-\frac{r_x^2}{2X_f^2} - \frac{r_y^2}{2Y_f^2} - \frac{r_z^2}{2Z_f^2} - \frac{(\mathbf{p}-m\mathbf{v})^2}{2mT_f}} \delta(t - t_f) \quad (3.1.3)$$

Gauss-os alakú függvény adja a megoldást, ahol T_f , X_f , Y_f és Z_f a 2.2.-es fejezetben megismert kifejezések $t = t_f$ időben vett értéke, \mathbf{v} a lineáris folyásért felelős sebességtér, \mathbf{p} a keletkező hadron impulzusa, míg C a normálási tényező. Megjegyzendő, hogy ekkor az állapotegyenlet megfeleltethető az ideális gáz esetének, azaz $\kappa(T_f) = 3/2$. A következő lépésekben, a kapott eredményt felhasználva kiszámítjuk a mérhető mennyiségeket.

3.2. Invariáns impulzuseloszlás

A forrásfüggvény segítségével megadható, hogy hány részecske keletkezik adott impulzusnál:

$$E \frac{d^3N}{dp^3} = N_1(p) = \int S(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) dt d^3\mathbf{r} \quad (3.2.1)$$

Ezt egyrészecskés invariáns impulzuseloszlásnak nevezzük, ahol az E szorzónak relativisztikus esetben van jelentősége, mivel az $E \frac{d^3N}{dp^3}$ egy relativisztikusan invariáns kifejezés. Ha bevezetjük a $p_t^2 = p_x^2 + p_y^2$ szerint a transzverz impulzust, illetve a hozzá tartozó ϕ azimutális szöveget, akkor az alábbi alakban írhatjuk az eloszlást:

$$N_1(p, \phi) = E \frac{d^3N}{p_t d\phi dp_t dp_z} \quad (3.2.2)$$

Ha a rendszer azimutálisan szimmetrikus, könnyedén elvégezhető ϕ -ben az integrálás:

$$N_1(p) = \frac{E}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d^3N}{p_t d\phi dp_t dp_z} = \frac{E}{2\pi} \frac{d^2N}{p_t dp_t dp_z}, \quad (3.2.3)$$

ahol a 2π -vel való osztásnál a normálási feltételt elégtjük ki. Ha a transzverz síkon belüli ϕ szerinti eloszlást is figyelembe kell vennünk, akkor a 3.2.2-es formulát Fourier-sorba fejtjük:

$$\frac{d^3N}{p_t d\phi dp_t dp_z} = \frac{d^2N}{2\pi p_t dp_t dp_z} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} v_k \cos(k\phi) \right). \quad (3.2.4)$$

A "nevezetes" együtthatókat tekintve v_1 az úgynevezett direkt folyás, v_2 pedig az azimutális asszimetriát kifejező elliptikus folyási paraméter, ami mérhető mennyiség. A Fourier-sorokról való ismereteink szerint

$$v_2 = \frac{\int_0^{2\pi} N_1(p, \phi) \cos(2\phi) d\phi}{\int_0^{2\pi} N_1(p, \phi) d\phi}, \quad (3.2.5)$$

a szokott módon számítható.

3.2.1. Az elliptikus folyás átszámítása laborrendszerbe

Tekintsük az ellipszoidális tűzgömb nem relativisztikus tárgyalását. Használjuk fel a forrásfüggvény (3.1.3)-as alakját, melyre belátható a

$$E \frac{d^3N}{dp^3} \propto E e^{-\frac{p_x^2}{2mT_x} - \frac{p_y^2}{2mT_y} - \frac{p_z^2}{2mT_z}} \quad (3.2.6)$$

arányosság, ahol a tűzgömb kifagyását jellemző paraméterek [5]:

$$T'_x = T_f + m\dot{X}_f^2, \quad (3.2.7)$$

$$T'_y = T_f + m\dot{Y}_f^2, \quad (3.2.8)$$

$$T'_z = T_f + m\dot{Z}_f^2. \quad (3.2.9)$$

Az f -el (mint "freeze-out" [5]) való indexelés a forrásfüggvényt tárgyaló fejezet jelölismódját követi. A vesszős jelölést pedig azért vezettük be, mert az impulzuseloszlás fenti formája a tűzgömb sajátrendszerében érvényes, amit jelöljünk K' -vel. A mérhető mennyiségek értékét viszont laborrendszerben határozzuk meg (K), ami az ütközés tömegközéppontjához igazodik, emiatt érthető módon bázis transzformációhoz kell folyamodnunk. Legyen θ a nyalábirány (z) és a longitudinális tágulás iránya (z') által közbezárt szög, φ definíciója pedig változatlan. Térjünk át a transzverzális komponensekre és végezzük el az impulzusok átalakítását:

$$p'_x = p_x \cos \theta + p_z \sin \theta = p_t \cos \varphi \cos \theta + p_z \sin \theta, \quad (3.2.10)$$

$$p'_y = p_y = p_t \sin \varphi, \quad (3.2.11)$$

$$p'_z = p_x \sin \theta + p_z \cos \theta = p_t \cos \varphi \sin \theta + p_z \cos \theta. \quad (3.2.12)$$

Behelyettesítve a transzformációkat, némi rendezés után, valamint φ -re átlagolva az alábbi eredményt kapjuk:

$$\frac{d^2 N}{2\pi p_t dp_t dp_z} \propto e^{-\frac{p_z^2}{2mT_z} - \frac{p_t^2}{2mT_{eff}} - \frac{p_t^2 \cos(2\varphi)}{4m} \left(\frac{1}{T_x} - \frac{1}{T_y}\right) - \frac{p_z p_t \sin 2\theta \cos \varphi}{2m} \left(\frac{1}{T'_x} - \frac{1}{T'_z}\right)}, \quad (3.2.13)$$

ahol bevezettük a

$$\frac{1}{T_x} = \frac{\cos^2 \theta}{T'_x} + \frac{\sin^2 \theta}{T'_z}, \quad (3.2.14)$$

$$\frac{1}{T_z} = \frac{\cos^2 \theta}{T'_z} + \frac{\sin^2 \theta}{T'_x}, \quad (3.2.15)$$

$$\frac{1}{T_y} = \frac{1}{T'_y}, \quad (3.2.16)$$

$$\frac{1}{T_{eff}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{T_x} + \frac{1}{T_y} \right) \quad (3.2.17)$$

mennyiségeket. Nevezzünk ki két új segédváltozót (u és w), majd emeljük ki az exponens utolsó két tagját, és használjuk a korábbi [5]-ben bevezetett $f(u, w)$ jelölést:

$$w = -\frac{p_t^2}{4m} \left(\frac{1}{T_x} - \frac{1}{T_y} \right), \quad (3.2.18)$$

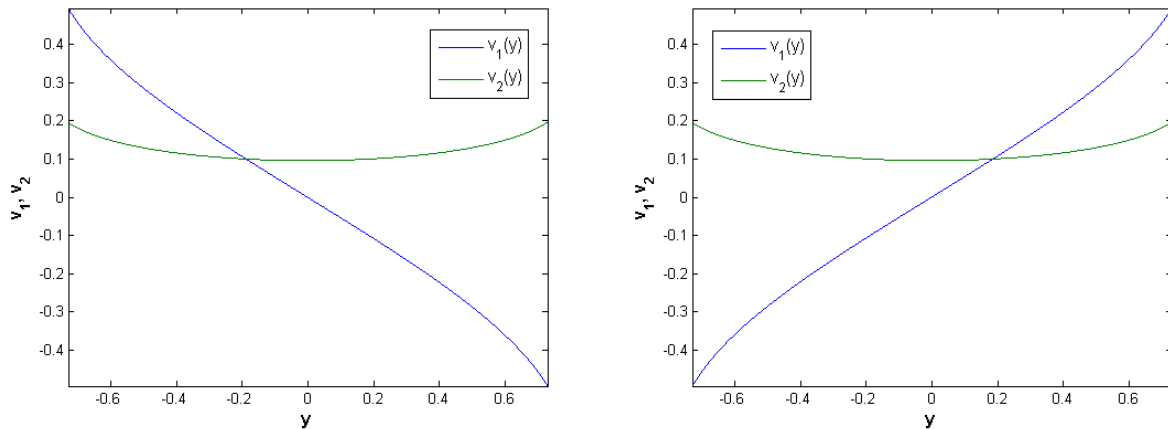
$$u = -\frac{p_z p_t \sin(2\theta)}{2m} \left(\frac{1}{T'_x} - \frac{1}{T'_z} \right). \quad (3.2.19)$$

Ezzel felírva újra a 3.2.13-as egyenletet:

$$\frac{d^2 N}{2\pi p_t dp_t dp_z} \propto e^{-\frac{p_z^2}{2mT_z} - \frac{p_t^2}{2mT_{eff}}} f(u, w), \quad (3.2.20)$$

az f függvény pedig a fentiek alapján

$$f(u, w) = e^{w \cos(2\varphi) + u \cos(\varphi)} \quad (3.2.21)$$



3.1. ábra. v_1, v_2 folyási koefficiensek a rapiditás függvényében, ellentétes előjelű p_t esetén

alakban írható. Ez közelíthető a hiperbolikus Bessel-függvényekkel, ha feltesszük, hogy $|v| \ll 1$ vagy a zenitális θ szög kicsi:

$$f(q, w) \simeq I_0(w) + \frac{u^2}{4} (I_0(w) + I_1(w)). \quad (3.2.22)$$

A (3.2.4)-es sorfejtést felhasználva az első két együttható, vagyis a folyási koefficiensek alakját a következő képletek határozzák meg:

$$v_1 = \frac{u}{2} \left(1 + \frac{I_1(w)}{I_0(w)} \right), \quad (3.2.23)$$

$$v_2 = \frac{I_1(w)}{I_0(w)} + \frac{u^2}{8} \left[1 + \frac{I_2(w)}{I_0(w)} - 2 \left(\frac{I_1(w)}{I_0(w)} \right)^2 \right]. \quad (3.2.24)$$

Ezeket ábrázolhatjuk a rapiditás függvényében, amit az alábbi összefüggés határoz meg:

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (3.2.25)$$

A detektorok elhelyezésének geometriájából fakadóan csak olyan részecskéket tudnak észlelni, melyeknek a longitudinális impulzuskomponense kicsi, emiatt az előző képletből fakadóan $E \gg \gg p_z$, azaz $y \approx 0$. A rapiditás 0-hoz egészen közeli tartományát nevezzük midrapiditásnak. A 3.1-es ábrához a szabad paramétereket $T'_x = 200 \text{ MeV}$, $T'_y = 150 \text{ MeV}$, $T'_z = 700 \text{ MeV}$, $m = 940 \text{ MeV}$, $k_t = \pm 500 \text{ MeV}$ és $\theta = \pi/5$ -nek választottam az [5] szerint. Észrevettem, hogy a cikk 1. ábrájához közölt paraméterek kisebb módosításra szorulnak, mivel v_1 -et a publikációban leírtakhoz képest ellentétes előjelű transzverz momentummal ábrázolták. Az ábra bal oldala mutatja a cikkben leírt feltételek mellett futó görbét, jobb oldalon pedig ellentétes előjelű transzverz momentummal reprodukáltam a publikációban szereplő grafikont.

3.3. Bose-Einstein korrelációs függvény

Hanbury Brown és Twiss 1956-ban publikált cikkében egy új csillagászati mérési módszerről számoltak be, amit mára HBT-effektusnak neveznek. Két fotoelektron-sokszorozót egymástól kb. 6 méterre, elszeparálva a Sirius felé irányítottak. A két detektor jele között pozitív korrelációt találtak, annak ellenére, hogy a fotonok fázisáról nem állt rendelkezésükre információ. Megállapították, hogy ez az úgynevezett intenzitás korreláció felhasználható a csillagok látszólagos szögátmérőjének meghatározására. Tekintsük is át nagy vonalakban ezt a módszert, amit ma már a nehézion-fizikában használnak.

Először definiáljuk a kétrészecske-korreláció függvényt:

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \frac{N_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{N_1(\mathbf{p}_1)N_1(\mathbf{p}_2)}. \quad (3.3.1)$$

Itt N_1 az egyrészecskés, míg N_2 a kétrészecskés invariáns impulzuseloszlás:

$$N_1(\mathbf{p}) = \int S(\mathbf{r}, \mathbf{p}) |\Psi(\mathbf{r})|^2 d^3 \mathbf{r} dt, \quad (3.3.2)$$

$$N_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = \int S(\mathbf{r}_1, \mathbf{p}_1) S(\mathbf{r}_2, \mathbf{p}_2) |\Psi_{1,2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)|^2 d^3 \mathbf{r}_1 d^3 \mathbf{r}_2 dt_1 dt_2, \quad (3.3.3)$$

ahol ψ és $\psi_{1,2}$ az egy-, illetve kétrészecskés hullámfüggvény, míg $S(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ a már jól ismert forrásfüggvény. $\psi_{1,2}$ a kvantummechanikai ismereteink alapján a detektorhoz közeli tartományban felírható

$$\Psi_{1,2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_1 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_2)} \pm e^{i(\mathbf{p}_1 \mathbf{r}_2 + \mathbf{p}_2 \mathbf{r}_1)} \right) \quad (3.3.4)$$

síkhullámok szuperpozíciójaként, ahol figyelembe vesszük, hogy bozonok esetén a térbeli koordináták cseréjére szimmetrikus, fermionok tekintve pedig antiszimmetrikus a hullámfüggvény. Ha ezt behelyettesítjük C_2 -be, akkor a korrelációs függvény kifejezhető S Fourier-transzformáltjával $\Delta r \rightarrow \Delta p = q$ változók között:

$$C_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) = 1 \pm \frac{\tilde{S}(\mathbf{q}, \mathbf{p}_1) \tilde{S}(\mathbf{q}, \mathbf{p}_2)}{\tilde{S}(0, \mathbf{p}_1) \tilde{S}(0, \mathbf{p}_2)}, \quad (3.3.5)$$

ahol kihasználtuk, hogy bármely f függvényre igaz a

$$\tilde{f}(0) = \int f \quad (3.3.6)$$

egyenlőség. Tegyük fel, hogy $p_1 \approx p_2$, ekkor a számtani közepükre igaz, hogy $K = (p_1 + p_2)/2 \approx p_1 \approx p_2$. Ezt felhasználva az alábbi formulát nyerjük:

$$C_2(\mathbf{q}, \mathbf{K}) \simeq 1 \pm \frac{|\tilde{S}(\mathbf{q}, \mathbf{K})|^2}{|\tilde{S}(0, \mathbf{K})|^2}. \quad (3.3.7)$$

Ezzel a közelítéssel azt kaptuk, hogy egy inverz Fourier-transzformációval megkaphatjuk a részecskekeletkezés forrásfüggvényét a koordináták terén. Kövessük az előző fejezetek példáját és

induljunk ki (3.1.3)-as egyenletből, azaz

$$S(\mathbf{r}, \mathbf{K}) \propto e^{-\frac{(\mathbf{K}-m\mathbf{v})^2}{2mT_f} - \sum_{i=1}^3 \frac{r_i^2}{2L_i^2}}, \quad (3.3.8)$$

ahol $\mathbf{L} = (X_f, Y_f, Z_f)$, $i = \{1, 2, 3\}$, \mathbf{v} pedig a Hubble sebességtér. Ezt ügyesen rendezve azt kapjuk, hogy minden koordinátában az

$$f = e^{-\frac{(r_i - a_i)^2}{b_i}} \quad (3.3.9)$$

kifejezésen kell elvégezni a Fourier-transzformációt, ahol a_i és b_i az (3.3.8)-as egyenlet exponensében szereplő együtthatók különböző kombinációi. A kapott függvény

$$|\tilde{f}| = e^{-\frac{b_i q_i^2}{4}}, \quad (3.3.10)$$

ahol legyen $b_i/2 = R_i^2$, ami a forrás szélességéről ad információt, tehát:

$$R_x^2 = \frac{X_f^2}{1 + \frac{m}{T_f} \dot{X}_f^2} = \frac{T_f}{T_x} X_f^2, \quad (3.3.11)$$

$$R_y^2 = \frac{Y_f^2}{1 + \frac{m}{T_f} \dot{Y}_f^2} = \frac{T_f}{T_y} Y_f^2, \quad (3.3.12)$$

$$R_z^2 = \frac{Z_f^2}{1 + \frac{m}{T_f} \dot{Z}_f^2} = \frac{T_f}{T_z} Z_f^2. \quad (3.3.13)$$

Ezeket HBT-sugaraknak nevezzük. A nevezőkben felismerhetőek a (3.2.7)-(3.2.9)-es kifejezések. Vizsgáljuk meg, hogyan viselkednek a sugarak a tömeg és a hőmérséklet hányadosának határeseiben. Ha a tömeg elhanyagolhatóan kicsi, tehát $m/T \rightarrow 0$, akkor látható,

$$R_x^2 \rightarrow X_f^2, \quad (3.3.14)$$

$$R_y^2 \rightarrow Y_f^2, \quad (3.3.15)$$

$$R_z^2 \rightarrow Z_f^2, \quad (3.3.16)$$

hogy a geometriai skálákat kapjuk, így a forrás kifagyási méreteiről nyerünk ismeretet. Ezzel szemben, ha $m/T \rightarrow \infty$, azaz a tömeg elég nagy, és felhasználjuk az $L_i = \dot{L}_i t$ közelítést, akkor $R_i \rightarrow \frac{T_f}{m}$ mindhárom esetben, ami gömbszimmetriát mutat.

A Fourier-transzformáció eredménye:

$$|\tilde{S}(\mathbf{q}, \mathbf{K})| \propto e^{-\frac{1}{2} q_x^2 R_x^2 - \frac{1}{2} q_y^2 R_y^2 - \frac{1}{2} q_z^2 R_z^2}. \quad (3.3.17)$$

Ezzel felírhatóvá vált a kétrészesekes korrelációs függvény

$$C_2(\mathbf{q}) = 1 + e^{-q_x^2 R_x^2 - q_y^2 R_y^2 - q_z^2 R_z^2}. \quad (3.3.18)$$

Hogy a kísérleti adatokkal jobban összevethető alakot kapjunk, a korrelációs függvényt írjuk át a

$$C_2(\mathbf{q}) = 1 + \lambda e^{-q_x^2 R_x^2 - q_y^2 R_y^2 - q_z^2 R_z^2}, \quad (3.3.19)$$

ahol a λ paramétert a Mag-Glória (vagy Core-Halo) modell alapján vezetjük be [10]-ből származó ötletet követve. Az elmélet szerint a keletkező részecskék egy bizonyos hányada a kifagyáshoz képest később, hosszú életű rezonanciák bomlásával keletkezik, ők alkotják a glóriát. A mag hozama ($N_{1,c}$) közvetlenül a kifagyásból származik, és λ ennek éppen a teljes részecskeszámmal vett arányát jellemzi:

$$\lambda = \left(\frac{N_{1,c}(\mathbf{p})}{N_1(\mathbf{p})} \right)^2. \quad (3.3.20)$$

Ennek jelentősége, hogy mérhető $\Delta\mathbf{p} = \mathbf{q}$ tartományban a korrelációs függvény éppen $1 + \lambda$ -hoz tart. A Mag-Glória modell szerint $0 \leq \lambda \leq 1$.

3.3.1. A HBT-sugarak átszámítása Bertsch-Pratt rendszerbe

A Bose-Einstein korrelációs függvényeket az ún. Bertsch-Pratt (BP) parametrizáció szerint szokás felírni. Ez három fő irányt jelöl ki: a longitudinális koordináta párhuzamos a bejövő részecskenyalábbal, a kimenő (out) irány az átlagos transzverz impulzussal esik egy egyenesbe, a harmadik (oldalsó vagy side) koordináta pedig az előző kettőre merőleges. Ebben a rendszerben a korrelációs függvény

$$C_2(\mathbf{q}) = 1 + \lambda e^{-\sum_{i,j} q_i q_j R_{ij}^2} \quad (3.3.21)$$

alakra hozható, ahol $i, j = \{o, s, l\}$. A kereszttagok megjelenése a tűzgömb kezdeti geometriájának köszönhető és az alábbi kifejezésekből származtathatjuk őket:

$$R_{ol}^2 = \frac{1}{2} (R_x'^2 - R_z'^2) \sin(2\theta) \cos\varphi + \beta_l^2 \beta_o^2 \Delta t^2, \quad (3.3.22)$$

$$R_{os}^2 = \frac{1}{2} (R_x'^2 \cos^2\theta + R_z'^2 \sin^2\theta - R_y'^2) \sin(2\varphi), \quad (3.3.23)$$

$$R_{sl}^2 = \frac{1}{2} (R_x'^2 - R_z'^2) \sin(2\theta) \sin\varphi. \quad (3.3.24)$$

A BP rendszer sajátirányaihoz tartozó sugarakat pedig az

$$R_s^2 = R_y'^2 \cos^2\varphi + (R_x'^2 \cos^2\theta + R_z'^2 \sin^2\theta) \sin^2\varphi, \quad (3.3.25)$$

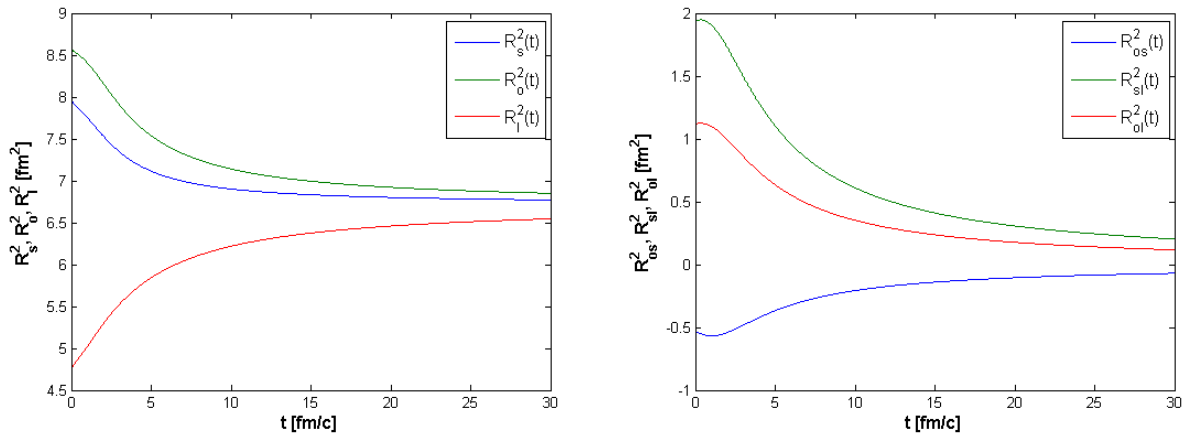
$$R_o^2 = R_y'^2 \sin^2\varphi + (R_x'^2 \cos^2\theta + R_z'^2 \sin^2\theta) \cos^2\varphi + \beta_l^2 \Delta t^2, \quad (3.3.26)$$

$$R_l^2 = R_x'^2 \sin^2\theta + R_z'^2 \cos^2\theta + \beta_l^2 \Delta t^2 \quad (3.3.27)$$

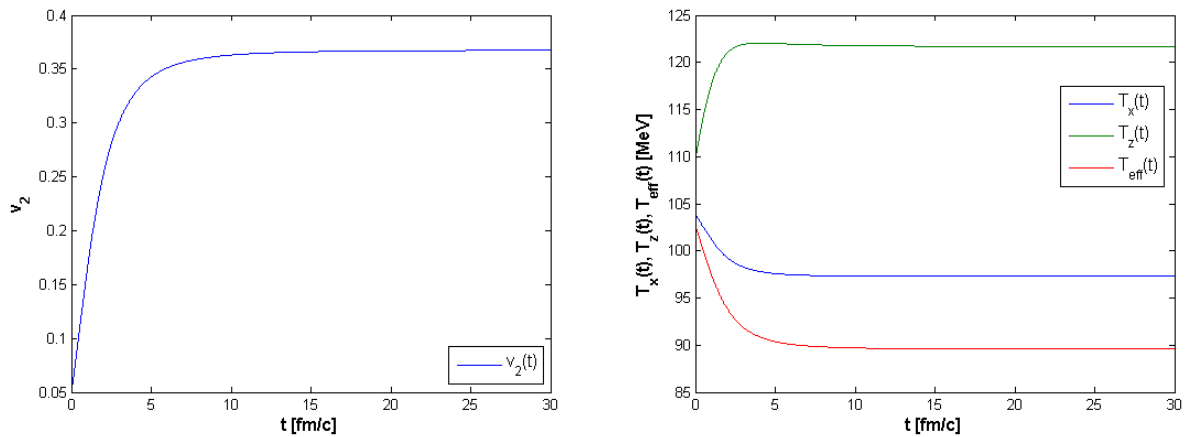
összefüggések adják. A fenti formulákban a tűzgömb rendszerében (K') vett értékekre a vesszős jelölés utal. A θ szöggel a K' -beli (x, z) altér (vagy eseménysík) y irány körüli elfordulását jellemezzük, míg φ az átlagos transzverz impulzus és az imént említett sík által bezárt szög. A részecsképár átlagos sebességét $\beta = (\beta_o, 0, \beta_l)$ -ként írhatjuk. A kimenő ($o = out$) komponens adja a transzverzális összetevőt, emiatt $\beta_s = 0$. A Δt pedig a kifagyási idő (t_f) bizonytalanságának szűk intervallumát ($\Delta t \ll 1$) jellemzi. A megoldások φ szerint oszcillálnak, a θ -függés pedig egyben az időfejlődést is hordozza, amit a következő fejezetben tárgyalunk.

3.4. A mérhető mennyiségek időfejlődése

Az előző részekben bevezetett folyási koeficiensek, valamint HBT-sugarak időfüggő mennyiségek, ráadásul figyelembe vehetjük a $\theta(t)$ szög változását is. Az elfordulás időfüggését a (2.4.7)-es egyenlet adja, ahol a rotációs sebességnek a szokásos alakját használjuk. Az elliptikus folyási (v_2), az impulzuseloszlás hőmérsékleti paramétere (T_x, T_z, T_{eff}) és a (3.3.22)-(3.3.27)-es összefüggésekben közölt HBT-sugarak időfejlődése a 3.2-es és 3.3-as ábrán látható.



3.2. ábra. A diagonális sugarak (balra) és a kereszttagok (jobbra) időfejlődése



3.3. ábra. A v_2 folyási koeficiens és a hőmérsékleti paraméterek időfejlődése

Mindkét szimulációhoz azonos kezdeti paramétereket használtam, azaz:

$$T_0 = 100 \text{ MeV}, \quad m = 140 \text{ MeV}$$

$$X_0 = Y_0 = 3 \text{ fm}, \quad Z_0 = 2 \text{ fm}$$

$$\dot{X}_0 = \dot{Y}_0 = 0.1, \quad \dot{Z}_0 = 0.3$$

$$\omega_0 = 0.2 \text{ c/fm}, \quad \theta_0 = 0.5$$

$$p_t = 500 \text{ MeV}, \quad p_z = 0 \text{ MeV}.$$

Az ábrázolást a midrapiditás tartományában végeztem, ezért p_z elhanyagolhatóan kicsi p_t mellett, ezért a longitudinális impulzust nullával közelítettem. Nem véletlenül választottam két skálaparaméternek (X_0 és Y_0) is ugyanazt az értéket, hiszen a θ időfüggését szolgáltató forgó megoldásban is szferoidális szimmetriát feltételeztünk. A sugarakhoz tartozó ábrákról jól leolvasható, hogy a kezdeti asszimmetriák kisimulnak, tehát a rendszer HBT sugarak által belátható része, az úgynevezett homogenitási tartomány nagy időkre gömbszimmetrikussá válik.

4. fejezet

A fázisátmenet vizsgálata

A tűzgömb kifagyása után a részecskék száma állandónak tekinthető, viszont a kvarkbezárás előtt más a helyzet. A nehézion-ütközések során a két atommag térfogatában átfedés történik, és létrejön a tűzgömb. Egyelőre ismeretlen idő alatt a rendszer termalizálódik, ami egy nemegyensúlyi folyamat, és csak ezek után értelmezhető a közeg hőmérséklete. Ekkor egészen a rehadronizációig direkt fotonok keletkeznek, amelyek a hadrokémiai kifagyás előtti időszakra szállítanak információt. A rehadronizáció után a kvarkok és gluonok összeállnak hadronokká és az eddigi tökéletes kvarkfolyadékot táguló hadrongáz váltja fel. Ekkor már nem keletkeznek új részecskék. Ezt követően megtörténik a kinetikus kifagyás, vagyis a hadrongáz kölcsönhatás mentessé válik. A részecskekeletkezés szempontjából e két elkülönülő időszakra más egyenletek vonatkoznak, melynek lényegi tárgyalása a jelen fejezet célja. Először röviden ismertetem az alapvető, nem relativisztikus összefüggéseket, majd ezekbe beágyazom a rács QCD állapotegyenletét a $\kappa(T)$ meghatározásán keresztül.

4.1. A rehadronizáció előtti időszak

Az előzőekből látható, hogy a rehadronizáció előtt nem teljesülhet a részecskeszám megmaradása, mivel a kvarkok és az antikvarkok annihilálódhatnak, illetve párkeltéssel is keletkezhetnek, tehát nincs állandó részecskeszám, csak a barionszám marad meg, ami $\sqrt{s} \rightarrow \infty$ esetben nullával közelíthető. Ennek köszönhetően a hidrodinamikai egyenleteket át kell írunk, amik új megoldásokhoz vezethetnek. Először idézzük fel az alábbi termodinamikai egyenlőséget

$$\varepsilon = T\sigma - p + \mu n, \quad (4.1.1)$$

és vegyük figyelembe, hogy jelen esetben a kémiai potenciál zérus. Ezzel az alábbi

$$\varepsilon + p = T\sigma \quad (4.1.2)$$

fundamentális relációhoz jutunk. Ennek differenciális alakja a következő:

$$d\varepsilon = Td\sigma. \quad (4.1.3)$$

Ha ezt behelyettesítjük az energia megmaradás (2.0.2)-es képletébe, egyszerűen megkapjuk az entrópiára vonatkozó

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}\sigma) = 0 \quad (4.1.4)$$

megmaradási tételt. Tehát a (2.0.1)-es összefüggés helyett az entrópiasűrűség kontinuitási egyenletét használhatjuk. Az állapotegyenletet a szokásos alakban írhatjuk, annyi különbséggel, hogy a κ arányossági tényező most legyen hőmérsékletfüggő, tehát:

$$\varepsilon = \kappa(T)p. \quad (4.1.5)$$

Az Euler-egyenlet is módosításra szorul a $\mu = 0$, $n \rightarrow 0$ esetben. Ekkor az Euler-összefüggés relativisztikus formájából (2.3.3) kiindulva $v \ll c$ közelítést felhasználva, követve a [8] logikáját, a

$$T\sigma(\partial_t + \mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p \quad (4.1.6)$$

formulát nyerjük. Az állapotegyenlet segítségével az energiamegmaradást leíró összefüggésből a hőmérsékletre vonatkozó differenciálegyenlet adható meg [8]:

$$\frac{1 + \kappa}{T} \left[\frac{d}{dT} \frac{\kappa T}{1 + \kappa} \right] (\partial_t + \mathbf{v}\nabla)T + \nabla\mathbf{v} = 0. \quad (4.1.7)$$

4.2. A rehadronizáció utáni időszak

A hadrongáz létrejötte, azaz a hadrokémiai kifagyás után a részecskeszám közelítőleg állandónak tekinthető, tehát minden egyes hadronra újra érvényes lesz $n(\mathbf{r}, t)$ -re vonatkozó kontinuitási egyenlet, így az Euler-egyenlet alakja sem változik. Az állapotegyenletben kifejezhetjük a nyomást a részecskeszám és a hőmérséklet segítségével [8]:

$$\varepsilon = \kappa(T)nT = \kappa(T)p. \quad (4.2.1)$$

A T -re vonatkozó differenciálegyenlet pedig szintén a [8]-as eredményei szerint

$$\left[\frac{d}{dT} \kappa T \right] (\partial_t + \mathbf{v}\nabla)T + T\nabla\mathbf{v} = 0. \quad (4.2.2)$$

formában áll elő. Ideális gáz közelítésben a $\kappa = 3/2$ konstanshoz tart, tehát az egyenletek lényegesen leegyszerűsödnek.

4.3. A rács QCD állapotegyenlete

A kvantumtérelméletben, ahogy azt neve is mutatja, a részecskéket nem egy pontszerű objektumként kezelik, hanem olyan mezőként, melyek a téridő koordinátáinak függvényei. A rácskérdelmélet esetén, ezeket a mezőket csak a téridő rácspontjaiban értelmezzük, ezáltal a fizikai kölcsönhatások is ezen a rácson írhatóak fel. Eszerint járunk el a kvantum-színdinamika esetében

is, ami a kvarkok és gluonok közötti erős kölcsönhatást leíró térelmélet, tehát a rács QCD felfogható ennek diszkretizációjaként is.

Az [1]-es publikációban az imént ismertetett elmélet segítségével különböző szimulációkat végeztek, melynek eredményeként meghatározták a nyomást, energiát, entrópiát és a hangsebességet, továbbá az úgynevezett "trace-anomáliát", amit az alábbi összefüggés definiál:

$$I = \varepsilon - 3p = T^5 \frac{\partial p(T)}{\partial T T^4}. \quad (4.3.1)$$

A további mennyiségek a nyomás és a trace-anomália segítségével kalkulálható:

$$\varepsilon = I + 3p, \quad (4.3.2)$$

$$s = \frac{\varepsilon + p}{T}, \quad (4.3.3)$$

$$c_s^2 = \frac{dp}{d\varepsilon}. \quad (4.3.4)$$

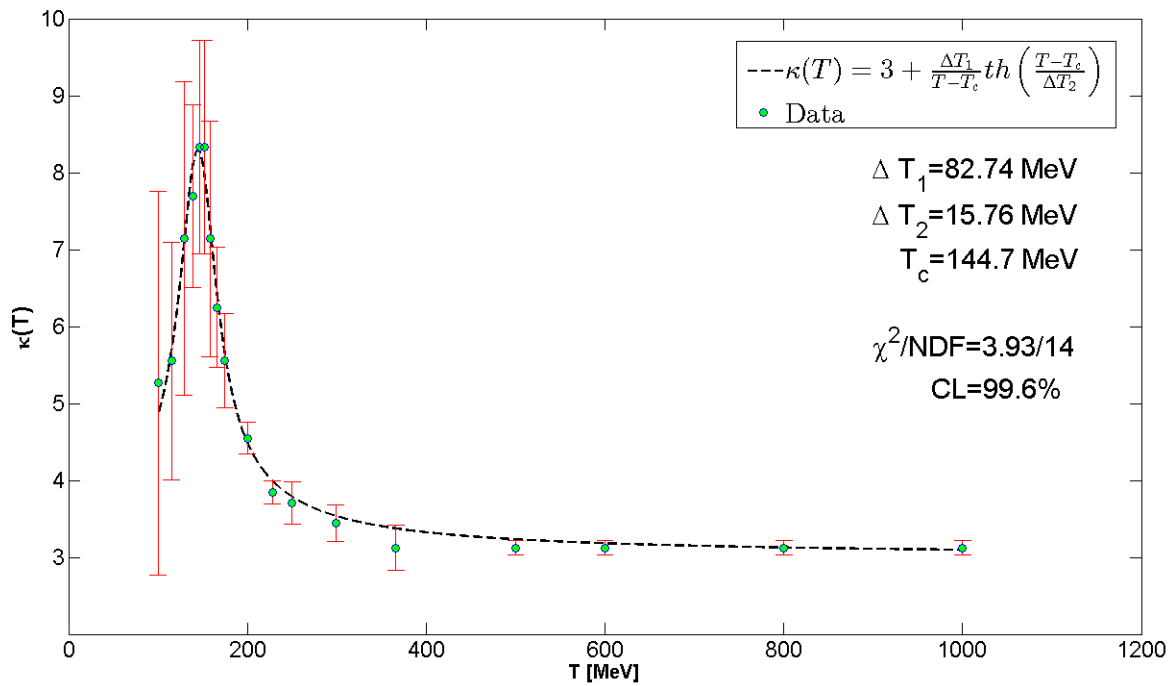
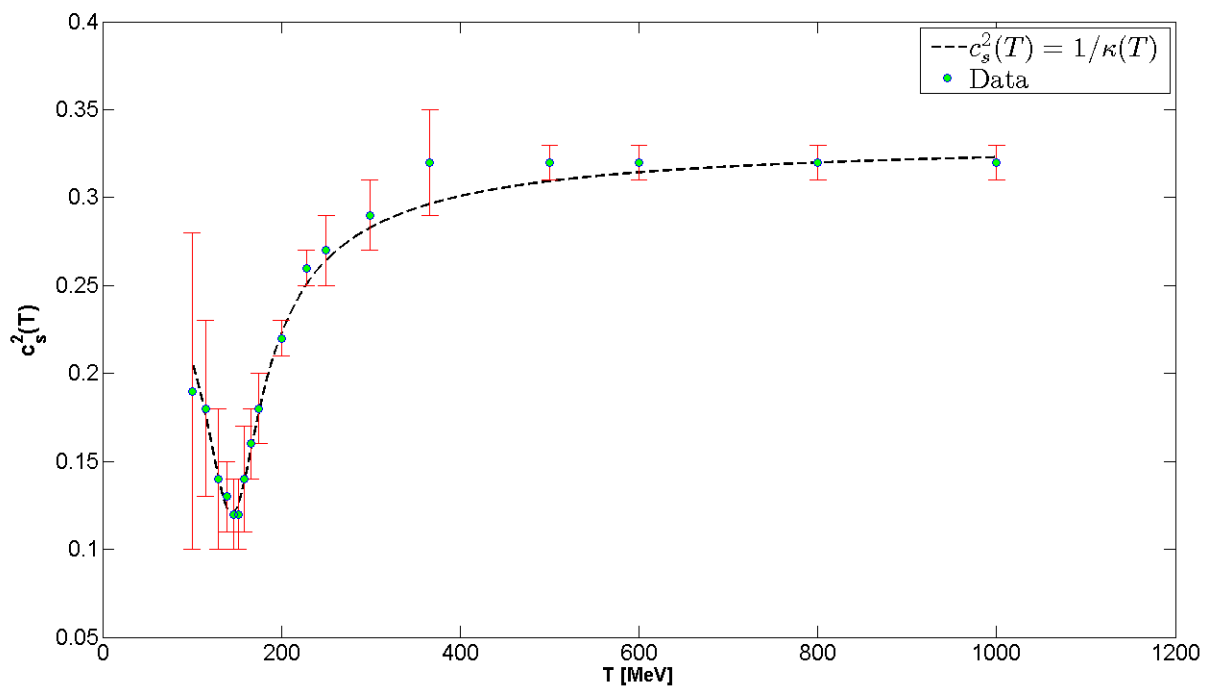
A szimuláció segítségével T függvényében táblázatba foglalták többek közt a hangsebesség értékeit, amit a $\mu_B = 0$ esetben érvényes $1/c_s^2 = \kappa$ egyenlőséggel átszámítottam a minket érdeklő formába. Ezek után függvényillesztéssel kerestem $\kappa(T)$ analitikus alakját, amit felhasználhatunk a hidrodinamikai egyenletek kezelésénél. Az illesztéshez az önállóan talált fenomenologikus formulát, a

$$\kappa(T) = 3 + \frac{\Delta T_1}{T - T_c} \cdot th\left(\frac{T - T_c}{\Delta T_2}\right) \quad (4.3.5)$$

függvényt használtam. Ez a függvény T_c -re szimmetrikus, de az adatpontok elhelyezkedése (amit 4.1-el sorszámozott táblázatban pontosan összefoglaltam) ezt a tulajdonságot nem cáfolja. A illesztés paramétereit és a (4.3.5)-ös görbét az 4.1 ábra mutatja. A $\kappa(T)$ függvény meghatározásából adódóan a hőmérsékletfüggést átszámíthatjuk a hangsebesség négyzetének megfelelően, és megvizsgálhatjuk a $c_s^2(T)$ adatpontokra való illeszkedését (4.2-es ábra).

$T [MeV]$	$\kappa(T)$	$\Delta\kappa$	$T [MeV]$	$\kappa(T)$	$\Delta\kappa$	$T [MeV]$	$\kappa(T)$	$\Delta\kappa$
100	5.26	2.49	158	7.14	1.53	299	3.44	0.24
115	5.56	1.54	166	6.25	0.78	366	3.13	0.29
129	7.14	2.04	175	5.56	0.62	500	3.13	0.09
139	7.69	1.18	200	4.54	0.21	600	3.13	0.09
147	8.33	1.39	228	3.84	0.15	800	3.13	0.09
152	8.33	1.39	250	3.70	0.27	1000	3.13	0.09

4.1. táblázat: A rács QCD szimulációjából számolt $\kappa(T)$ adatpontok [1]

4.1. ábra. $\kappa(T)$ illesztése rács QCD-s szimulációra [1]4.2. ábra. $1/\kappa(T)$ illeszkedése a $c_s^2(T)$ adatokra [1]

4.4. Forgó és táguló tűzgömb megoldás vizsgálata a rács QCD állapot-egyenletével

Most tekintsük át, hogy az előző részben ismertetett $\kappa(T)$ függvény segítségével hogyan jellemezhetjük egy táguló és forgó tűzgömb hidrodinamikai paramétereit az idő függvényében. Ehhez újból felhasználjuk a 2.4-ben bevezetett sebességteret

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_H + \mathbf{v}_R = \mathbf{v}_H + \boldsymbol{\omega}(t) \times \mathbf{r} \quad (4.4.1)$$

a Hubble és egy rotációs tag összegeként. Itt $\boldsymbol{\omega}(t)$ -nek megtartjuk a (2.4.8)-as alakját, és a skálaparaméterekre továbbra is érvényes a szferoidális szimmetria ($X = Y = R \neq Z$). Felhasználva a (4.1.4)-től (4.1.7)-ig terjedő egyenleteket, valamint feltételezve, hogy a $T = T(t)$ a térben homogén ($\nabla T = 0$), az entrópiára a

$$\sigma(\mathbf{r}, t) = \sigma_0 \frac{V_0}{V} e^{-s/2} \quad (4.4.2)$$

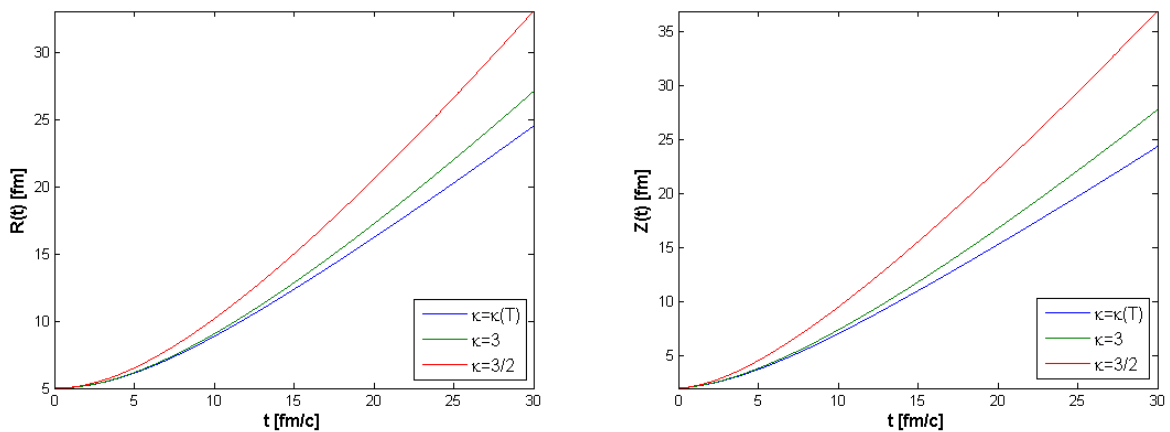
kifejezést nyerjük, ahol

$$s = s_R + s_Z = \frac{r_x^2 + r_y^2}{R^2} + \frac{r_z^2}{Z^2}, \quad (4.4.3)$$

a skálaparaméterekre vonatkozó (2.4.3)-as differenciálegyenlet helyett pedig a következő összefüggést használhatjuk fel [8]:

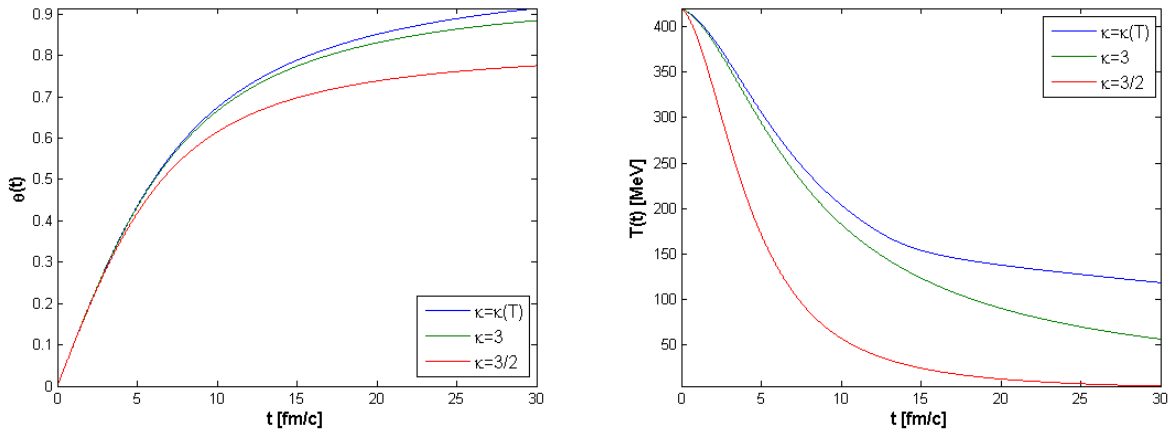
$$\ddot{R}R - R^2 \omega^2 = \ddot{Z}Z = \frac{1}{1 + \kappa(T)}, \quad (4.4.4)$$

ahol a $\kappa(T)$ függvényt 4.3-as szekció szolgáltatja. Ebből numerikusan meghatároztam, majd ábrázoltam a skálaparaméterek és az elfordulási szög időfejlődését, illetve összehasonlítottam klasszikus ($\kappa = 3/2$) és a relativisztikus ($\kappa = 3$) ideális gáz görbéivel. A [2]-es hivatkozás szerint a

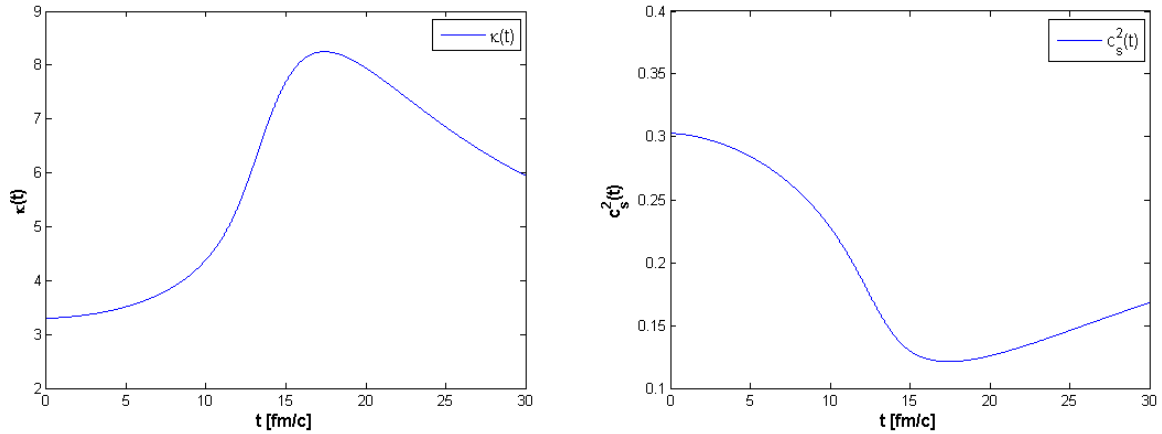


4.3. ábra. A skálák időfüggése az illesztésből nyert állapotegyenlet esetén

dilepton-spektrumokból leválasztható a direkt fotonoktól származó, alacsony invariáns tömeggel



4.4. ábra. Az elfordulási szög és a hőmérséklet időfüggése az illesztésből nyert állapotegyenlet esetén



4.5. ábra. κ és a hangsebesség időfüggése az illesztésből nyert állapotegyenlet esetén

rendelkező e^+e^- párok hozama. Ennek vizsgálatával meghatározták a közeg kezdeti hőmérsékletét, ami ugyanezen publikáció szerint 300 MeV és 600 MeV közé tehető a termalizációs idő megválasztásától függően. Így részben ebből kiindulva 4.3-as, a 4.4-es, valamint a 4.5-ös ábrához a kezdeti paramétereket az alábbi felsorolás szerint választottam:

$$T_0 = T_{init} = 420 \text{ MeV}$$

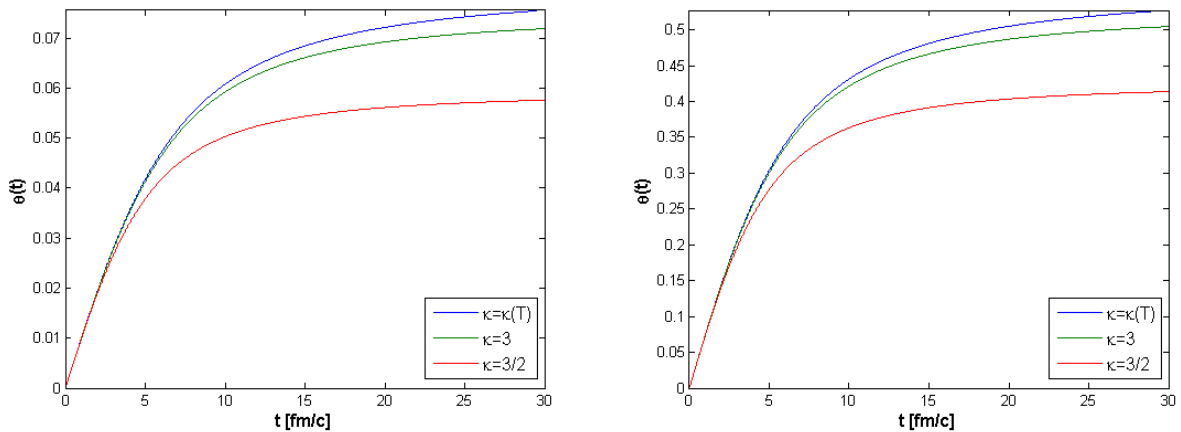
$$R_0 = 5 \text{ fm}, \quad Z_0 = 2 \text{ fm}$$

$$\dot{R}_0 = 0, \quad \dot{Z}_0 = 0.1$$

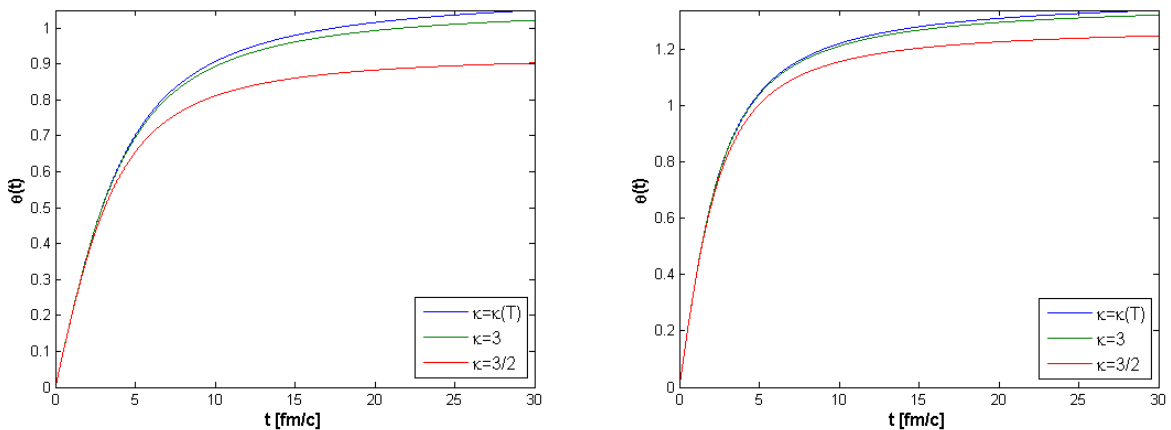
$$\omega_0 = 0.1 \text{ c/fm}, \quad \theta_0 = 0.$$

Ezen felül ábrázoltam a κ , a hangsebesség és a hőmérséklet időfüggését ugyanezen megoldás keretein belül, tehát a kezdeti feltételek megegyeznek. A 4.1-es és a 4.5-ös grafikont tekintve észrevehető, hogy alacsonyabb hőmérsékleteken a $\kappa(T)$ és a $T(t)$ függvény viselkedése szemmel

láthatóan változik. Nem véletlenül, hiszen a $T_c = 144.7 \text{ MeV}$ illesztett paraméter a fázisátmenet kritikus pontjához tartozó hőmérséklet. Alacsony barion kémiai potenciál esetén, ha elegendően magas a hőmérséklet az átalakuláshoz, akkor a termodinamikai változóknak nincs ugrásuk, ezáltal folytonos átmenetről beszélhetünk. Ez valósul meg ebben a szimulációban is. Kisebb kiegészítésként megismételtem a fenti ábrákhoz tartozó szimulációt gömbszimmetrikus kezdő feltételekkel, azaz $R_0 = Z_0 = 3 \text{ fm}$ és $\dot{R}_0 = \dot{Z}_0 = 0$. Ebben az esetben csak a $\theta(t)$ viselkedését vizsgáltam a szögsebesség kezdeti értékétől függően. A ábrákról jól leolvasható, hogy ω_0 növekedésével egyre kevésbé különbözik a három különböző κ -hoz tartozó görbe fejlődése.



4.6. ábra. Az elfordulási szög időfejlődése $\omega_0 = 0.01 \text{ c/fm}$ (balra) és $\omega_0 = 0.075 \text{ c/fm}$ (jobbra) kezdőfeltétel esetén



4.7. ábra. Az elfordulási szög időfejlődése $\omega_0 = 0.2 \text{ c/fm}$ (balra) és $\omega_0 = 0.4 \text{ c/fm}$ (jobbra) kezdőfeltétel esetén

4.5. A kvarkanyag átalakulása többkomponensű hadrongázzá

Ahogy korábban tárgyaltuk, az átmenet előtt nincs megmaradó részecskeszám, csak az entropiára vonatkozik a kontinuitási egyenlet. Az átalakulás következtében a kvarkanyag rehadronizálódik különböző részecskékre, melyek számsűrűségére felírható a kontinuitási egyenlet. A dolgozatban ezidáig egykomponensű hadrongáz közelítéssel éltünk, de a kifagyás során értelem-szerűen nem csak egy típusú részecske keletkezik. A pontosabb tárgyalás érdekében most vegyük figyelembe, hogy a keletkező hadrongáz egy keverék. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért összefoglaltam a két halmazállapotra vonatkozó egyenleteket a 4.2-es táblázatban.

sQGP	Több komponensű hadrongáz
$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}\sigma) = 0$	$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla(\mathbf{v}n_i) = 0, \forall i$
$T\sigma(\partial_t + \mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p$	$\sum_i m_i n_i (\partial_t + \mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -T \sum_i \nabla n_i$
$\frac{1+\kappa}{T} \left[\frac{d}{dT} \frac{\kappa T}{1+\kappa} \right] (\partial_t + \mathbf{v}\nabla)T + \nabla\mathbf{v} = 0$	$\frac{3}{2} (\partial_t + \mathbf{v}\nabla)T + T\nabla\mathbf{v} = 0$

4.2. táblázat: A két különböző halmazállapotú közegre vonatkozó egyenletek

Az i -vel való indexelésen keresztül vesszük figyelembe a több komponens járulékát. A hadrongáz esetében felhasználtuk a nem relativisztikus, ideális gáz közelítést, vagyis $\kappa_0 = 3/2$, valamint alacsony hőmérsékleteken már a pionok sem tekinthetők relativisztikus részecskének ($T \ll m$), ezáltal $\mu_i \approx m_i$. Ennek megfelelően módosult az Euler-egyenlet, mivel ebben a határesetben:

$$\varepsilon + p = \sum_i \mu_i n_i + T\sigma \approx \sum_i m_i n_i. \quad (4.5.1)$$

A gáz kollektív nyomása megegyezik az alkotórészek parciális nyomásával, így p is egy összeg alakjában áll elő. Mivel ideális gázoknál $p = nT$, ezért a nyomás az alábbi alakra hozható:

$$p = \sum_i p_i = T \sum_i n_i. \quad (4.5.2)$$

Ahhoz, hogy továbblépünk, ki kell kötnünk néhány feltételt. Tegyük, fel, hogy az alábbi mennyiségek a fázisátalakulás során folytonosan változnak, azaz a hadrokémiai kifagyás pillanatában nincs ugrásuk:

$$T_B(t_r) = T_A(t_r), \quad (4.5.3)$$

$$\mathbf{v}_B(t_r) = \mathbf{v}_A(t_r), \quad (4.5.4)$$

$$\kappa(T_B(t_r)) = \kappa_0. \quad (4.5.5)$$

Itt B -vel (before) az átmenet előtti, míg A -val (after) a rehadronizáció utáni közeget jellemző mennyiségeket jelöltem. A t_r a hadronkémiai kifagyáshoz tartozó időpillanat. A kontinuitási

egyenletből következik, hogy a folyamat során az entrópiasűrűség és a megfigyelhető részecskeszám közötti konverzió zajlik le. Ebből kifolyólag felírhatjuk az alábbi

$$\frac{\sigma(\mathbf{r}, t)}{\sigma_r} = \frac{n_i(\mathbf{r}, t)}{n_{i,r}} \quad (4.5.6)$$

egyenlőséget, mely azt jelenti, hogy $\sigma \sim \sigma_r$. A következő lépésben élünk még egy kikötéssel, miszerint

$$X_B(t_r)Y_B(t_r)Z_B(t_r) = X_A(t_r)Y_A(t_r)Z_A(t_r) \quad (4.5.7)$$

a rehadronizáció pillanatában a skálaparaméterek átmenete folytonos, és olyan megoldást keresünk, amelyben nem szükséges a hadrongáz egyes komponenseit külön skálázni. Ezen felül fontos megemlíteni, hogy a hőmérsékletet jelen esetben is térben homogénnek tételezzük fel.

Most tekintsük át, hogy a fenti ansatzok fényében és a hadrongáz keverék figyelembevételével hogyan módosul a hadrongáz fázisban a tágulást leíró differenciálegyenlet. Az entrópiasűrűség (4.4.2)-es alakjából és a (4.5.6)-os egyenlőségből adódóan a részecskeszám sűrűség egyetlen komponensre az

$$n_i(\mathbf{r}, t) = n_{i,r} \left(\frac{X_r Y_r Z_r}{XYZ} \right) e^{-\frac{r_x^2}{2X^2} - \frac{r_y^2}{2Y^2} - \frac{r_z^2}{2Z^2}} = n_{i,r} \frac{V_r}{V} \mathbf{v}(s) \quad (4.5.8)$$

Gauss-os formulával írható. A sebességtér a szokásos Hubble-profil követi, így a hőmérséklet is a megszokott

$$T_A(t) = T_r \left(\frac{X_r Y_r Z_r}{XYZ} \right)^{1/\kappa_0} \quad (4.5.9)$$

formát követi, ahol $T_r = T_A(t_r) = T_B(t_r) \approx T_c \approx 145 \text{ MeV}$ az átmenet hőmérséklete. A sebességtér és az $n_i(\mathbf{r}, t)$ függvényt helyettesítsük be a megfelelő Euler-egyenletbe, és a levezetést az x irányú komponenseken végezzük el:

$$\sum_i m_i n_i \frac{\ddot{X}}{X} r_x = -T \sum_i \nabla_x n_i, \quad (4.5.10)$$

$$\nabla_x n_i = -n_{i,r} \mathbf{v}(s) \frac{r_x}{X^2}. \quad (4.5.11)$$

Ha a gradienst beírjuk a (4.5.10)-be, akkor az $\frac{r_x \mathbf{v}(s)}{X^2}$ kifejezéssel egyszerűsíthetünk, tehát:

$$\sum_i m_i n_{i,r} \ddot{X} X = T \sum_i n_{i,r}. \quad (4.5.12)$$

Most vezessük be a részecskék tömegének átlagát, amit az alábbi

$$\langle m \rangle = \frac{\sum_i m_i n_{i,r}}{\sum_i n_{i,r}} \quad (4.5.13)$$

képlettel definiálhatunk. Ezt helyettesítsük be a (4.5.12)-es egyenletbe, valamint használjuk ki, hogy az utóbbi levezetés minden komponensre azonos eredményt ad:

$$X\ddot{X} = Y\ddot{Y} = Z\ddot{Z} = \frac{T}{\langle m \rangle}. \quad (4.5.14)$$

Tehát pontosan ugyanazt a differenciálegyenletet nyertük, mint az egykomponensű közelítés esetében, csak m helyére az m_i tömegek átlagát írjuk. Ezzel sikerült belátnunk egy rendkívül fontos feltevést, miszerint nem szükséges bevezetnünk minden részecskére külön skálát, a keverék együttesen tágul. Ezt a viselkedést a hétköznapi gázoknál is megfigyelhetjük, hiszen áramlás közben a levegő sem esik szét alkotórészeire, a komponensek kollektív mozgást végeznek. Ennek következtében a $v(s)\frac{V_r}{V}$ kifejezés minden részecskére megegyezik, így a j -edik komponens részaránya a keverékben:

$$\frac{n_{j,r}}{\sum_i n_{i,r}} = \frac{N_{j,r}}{\sum_i N_{i,r}}, \quad (4.5.15)$$

mivel

$$N_j = \int_{-\infty}^{\infty} n_j(\mathbf{r}, t_r) d^3\mathbf{r} = n_{j,r} (2\pi)^{3/2} V_r \implies \sum_i N_i = (2\pi)^{3/2} V_r \sum_i n_{i,r}, \quad (4.5.16)$$

ahol N a mérhető részecskeszám, tehát a kapott eredmény szerint a hadrongáz dinamikáját jellemző (4.5.14)-es egyenletben szereplő $\langle m \rangle$ a mért részecskeszámokkal súlyozott tömeg:

$$\langle m \rangle = \frac{\sum_i N_i m_i}{\sum_i N_i}. \quad (4.5.17)$$

4.6. Direkt foton spektrum

A direkt foton spektrum kiszámításához az alábbi forrásfüggvényt használjuk:

$$S(x^\mu, \mathbf{p}) d^4x = \mathcal{N} H(t) \frac{p_\mu u^\mu}{e^{p_\mu u^\mu / T} - 1} d^4x, \quad (4.6.1)$$

ahol $\mathcal{N} = g/(2\pi)^3$, melyben g a degeneráció foka, $H(t)$ pedig a részecske-emisszió időbeli eloszlását jellemző ablakfüggvény, ami fotonok esetén egyenletes eloszlású, mivel azok akadálymentesen áthatolnak a közegen. A fotonok tömege zérus, tehát $p_\mu u^\mu = E$, ami a tömeghőfeltétel alapján éppen a hármassimpulzus abszolút értékével egyezik meg, amit most jelöljünk p -vel. A nevezőben a konstans tag elhanyagolható az exponens mellett, tehát az integrálandó forrásfüggvény alakja:

$$S(x^\mu, \mathbf{p}) d^4x = \mathcal{N} H(t) E \cdot e^{-E/T(t)} d^3x dt. \quad (4.6.2)$$

Elvégezve térben az integrálást:

$$N_1(E) = \mathcal{N} E \int_{t_0}^{t_r} H(t) V(t) e^{-E/T(t)} dt. \quad (4.6.3)$$

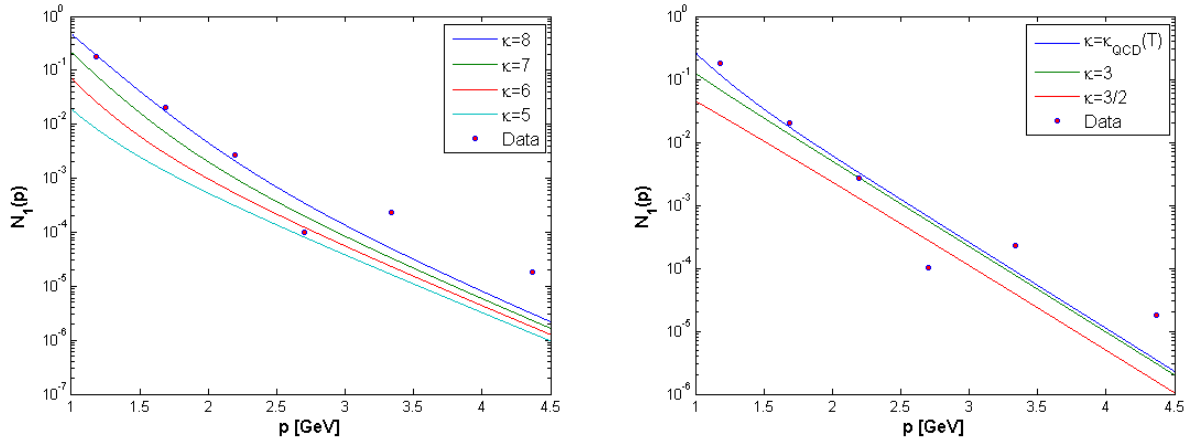
Innentől kezdve két esetet vizsgálhatunk. Tekintsük először a $\kappa = konstans$ verziót, ahol $V(t)$ -t a skálaparamétereken keresztül az

$$X\ddot{X} = Y\ddot{Y} = Z\ddot{Z} = \frac{1}{1 + \kappa} \quad (4.6.4)$$

összefüggés határozza meg. A hőmérsékletre a szokásos

$$T(t) = T_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^{1/\kappa} \quad (4.6.5)$$

kifejezést alkalmazzuk. A másik eset, amikor felhasználjuk a rács QCD-ből nyert κ -t. Ekkor a (4.6.4)-es kifejezéssel megegyezően nyerjük a skálákat, a hőmérsékletet pedig a (4.1.7)-es differenciálegyenletből számoljuk, ahol $\nabla T=0$. Az kapott görbéket a 4.8-as képek ábrázolják. A



4.8. ábra. Az egyrészeskés impulzuseloszlások $\kappa = konst.$ (balra) és $\kappa = \kappa(T)$ (jobbra) esetén

második esetet kiegészítettem az relativisztikus, illetve klasszikus ideális gáz határesettel, hogy az előző fejezetekhez hasonlóan összevethetőek legyenek a rács QCD állapotegyenletével. A bal oldali ábrához gömbszimmetrikus kezdeti paramétereket választottam:

$$T_0 = T_{init} = 410 \text{ MeV}$$

$$X_0 = Y_0 = Z_0 = 0.035 \text{ fm}$$

$$\dot{X}_0 = \dot{Y}_0 = \dot{Z}_0 = 0$$

$$\Delta t = t_r - t_0 = 1 \text{ fm}/c.$$

Ugyanezek a jobb oldali szimuláció esetében:

$$T_0 = T_{init} = 310 \text{ MeV}$$

$$X_0 = Y_0 = Z_0 = 0.125 \text{ fm}$$

$$\dot{X}_0 = \dot{Y}_0 = \dot{Z}_0 = 0$$

$$\Delta t = t_r - t_0 = 1 \text{ fm}/c.$$

A kísérleti adatokat szemléltetés céljából a [2]-es publikáció 20-40% centralitás osztályához tartozó táblázatából nyertem. A kapott paraméterek nem tükrözik a mennyiségek valódi értékeit, mivel egy egyszerűsített, nem relativisztikus modellt használtam. Ettől függetlenül az egy ígertes

eredménynek tekinthető, hogy a κ_{QCD} -vel számolt spektrum alakja közelítőleg megfelel a várakozásoknak. A forgás hatását a direkt foton spektrumra a későbbiekben, egy TDK dolgozat keretében szeretnénk kiszámítani.

5. fejezet

Összefoglalás

Dolgozatommal napjaink egyik korszerű kutatási területéhez csatlakozhattam, a nehézionfizika kísérleti és elméleti ágába egyaránt betekintést nyertem. A diplomamunkám készítése során átolvastam a témához kapcsolódó főbb publikációkat és a hidrodinamikai modellekről megszerzett tudásomat a második fejezetben foglaltam össze. A cikkekben szereplő számítások egy részét ellenőriztem, melynek során felfedeztem két korrigálandó elírást. Az elsőt a [5]-ös hivatkozásban, melyben a folyási együtthatók rapiditás függéséhez a leírtakhoz képest ellentétes előjelű transzverz impulzus tartozik. A második korrekció a [8]-as publikációhoz kötődik, melynek (81)-es és (82)-es egyenletét a dolgozatom (2.4.11)-es, illetve (2.4.12)-es kifejezései szerint kell módosítani. A második fejezet utolsó részében rátértem a forgó megoldások tárgyalására. Korábbi publikációk alapján megismerkedtem a forgás nélküli rendszerek aszimptotikus határesetével, így ezen ismereteim és témavezetőm segítségével megvizsgáltam a forgó, nem relativisztikus megoldás nagy idők esetén érvényes közelítését. Feltételezéseink szerint a relativisztikus, forgó rendszer éppen az előbb említett megoldás határeseté. Ennek részletes analízise a mai napig folyik, sajnos a BSc szakdolgozatra szánt időkeretbe nem fért bele, hogy befejezzük. A harmadik fejezetben korábbi cikkek sorait idézve és röviden összefoglalva leírtam a mérhető mennyiségek származtatását, majd különböző kezdeti feltételeket választva ellenőriztem a HBT-sugarak és az elliptikus folyás időfejlődését. Az utolsó, és egyben legfontosabb fejezetben egy olyan hidrodinamikai problémát vizsgáltam, melynek során a kvarkfolyadék hadrongázzá alakul. Az állapotegyenletet rács QCD-s szimulációkból határoztam meg, melynek segítségével tovább elemezhetjük a forgó rendszerek viselkedését. Témavezetőm koordinálásával kiszámoltuk, hogy a hadrongáz többkomponensű keverékként is egyetlen tűzgömb tágulását folytatja, tehát létezik olyan analitikus megoldás, amelyben a hadronok keveréke kollektívan tágul. Az expanziót leíró differenciálegyenletekben nem lép fel változás az egykomponensű gázra vonatkozó egyenletekhez képest, csupán az éppen adott részecske tömege helyett kell bevezetnünk a részecskeszám által súlyozott átlagos tömeget. A dolgozatot lezáró 4.5-ös fejezetben egy egyszerűsített modellt alkalmazva kiszámoltam az sQGP direkt foton spektrumát. Mivel nem relativisztikus modellt használtam, a kapott paraméterek nem tekinthetőek

reális eredménynek. Ennek ellenére mindenképpen bővíti a szemléletünket, hiszen látható, hogy a rács QCD-ből származó számítások is illeszthetők az adatpontokra. Dolgozatomnak ezen része későbbi munkák előkészítéseként értelmezhető. Egy mondatban összefoglalva, szerencsésnek tartom magam, hogy egy ilyen modern és izgalmas területen keresztül nyertem bevezetést a fizikai kutatások világába.

Irodalomjegyzék

- [1] Sz. Borsányi, G. Endrődi, Z. Fodor, A. Jakovác, S. D. Katz, et al. *The QCD equation of state with dynamical quarks. JHEP*, 1011:077, 2010.
- [2] A. Adare et al. *Enhanced production of direct photons in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV and implications for the initial temperature. Phys.Rev.Lett.*, 104:132301, 2010.
- [3] P. Csizmadia, T. Csörgő, and B. Lukács. *New analytic solutions of the nonrelativistic hydrodynamical equations. Phys.Lett.*, B443:21–25, 1998.
- [4] S.V. Akkelin, T. Csörgő, B. Lukács, Yu.M. Sinyukov, and M. Weiner. *Simple solutions of fireball hydrodynamics for selfsimilar elliptic flows. Phys.Lett.*, B505:64–70, 2001.
- [5] T. Csörgő, S.V. Akkelin, Y. Hama, B. Lukács, and Yu.M. Sinyukov. *Observables and initial conditions for selfsimilar ellipsoidal flows. Phys.Rev.*, C67:034904, 2003.
- [6] T. Csörgő, L.P. Csernai, Y. Hama, and T. Kodama. *Simple solutions of relativistic hydrodynamics for systems with ellipsoidal symmetry. Heavy Ion Phys.*, A21:73–84, 2004.
- [7] T. Csörgő. *Simple solutions of fireball hydrodynamics for selfsimilar, ellipsoidal flows. Acta Phys.Polon.*, B37:483–494, 2006.
- [8] T. Csörgő and M.I. Nagy. *New family of exact and rotating solutions of fireball hydrodynamics. Phys.Rev.*, C89(4):044901, 2014.
- [9] M.I. Nagy. *New simple explicit solutions of perfect fluid hydrodynamics and phase-space evolution. Phys.Rev.*, C83:054901, 2011.
- [10] T. Csörgő, B. Lörstad, and J. Zimányi. *Bose-Einstein correlations for systems with large halo. Z.Phys.*, C71:491–497, 1996.
- [11] T. Csörgő and J. Zimányi. *Inflation of fireballs, the gluon wind and the homogeneity of the HBT radii at RHIC. Heavy Ion Phys.*, 17:281–293, 2003.
- [12] T. Csörgő, B. Lörstad, and J. Zimányi. *Quantum statistical correlations for slowly expanding systems. Phys.Lett.*, B338:134–140, 1994.

- [13] M. Csanád and M. Vargyas. *Observables from a solution of 1+3 dimensional relativistic hydrodynamics*. *Eur.Phys.J.*, A44:473–478, 2010.
- [14] M. Csanád and I. Májér. *Initial temperature and EoS of quark matter from direct photons*. *Phys.Part.Nucl.Lett.*, 8:1013–1015, 2011.
- [15] M. Csanád, M.I. Nagy, and S. Lökös. *Exact solutions of relativistic perfect fluid hydrodynamics for a QCD equation of state*. *Eur.Phys.J.*, A48:173, 2012.
- [16] M.J. Tannenbaum. *Highlights from BNL-RHIC*. pages 347–367, 2014.
- [17] M. Csanád, T. Csörgő, A. Ster, B. Lörstad, N.N. Ajitanand, et al. *Universal scaling of the elliptic flow data at RHIC*. *Eur.Phys.J.*, A38:363–368, 2008.
- [18] T. Csörgő. *Mérföldkövek. Élet és Tudomány*, pages 1542–1544, 2010.
- [19] R. Hanbury Brown and R.Q. Twiss. *A Test of a new type of stellar interferometer on Sirius*. *Nature*, 178:1046–1048, 1956.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Csörgő Tamásnak, aki fáradhatatlanul segítette munkámat, és példátlan szakértelmével gyarapította tudásomat. Köszönöm Nagy Mártonnak és Vargyas Mártonnak, hogy szabadidejüket rám áldozva segítették témám haladását, valamint szintén hálámat fejezném ki Csanád Máténak, akihez bármikor bátran fordulhattam tanácsokért. Továbbá köszönöm családomnak a folyamatos és lelkes támogatást, külön kiemelve nagypapámat, aki szakmailag és emberileg egyaránt olyan példát mutatott, ami a nehéz pillanatokban is motivációt nyújtott.

Nyilatkozat

Név: Kasza Gábor László

ELTE Természettudományi Kar, szak: Fizika BSc

Neptun azonosító: ARLIXC

Szakedolgozat címe: A nagyenergiás nehézion-ütközések direkt foton spektrumának hidrodinamikai vizsgálata

A **szakedolgozat** szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest 2015. május 29.
