

# Oscilações de Neutrinos

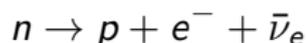
Mariana Martins  
Nuno Santos

Instituto Superior Técnico

MEFT – HonQM

Julho 2016

- 1914 - Chadwick mostra que o decaimento  $\beta$  apresenta um espectro contínuo
- 1930 - Para explicar o espectro do decaimento  $\beta$ , Pauli sugere a existência de uma partícula a que chamou neutrão



- Mais tarde, depois da descoberta do neutrão em 1932, Fermi chama a essa partícula *neutrino*
- 1956 - Descoberta experimental do neutrino,  $\nu_e$
- 1962 - Descoberta experimental do neutrino do  $\mu$ ,  $\nu_\mu$
- 2000 - Descoberta experimental do neutrino do  $\tau$ ,  $\nu_\tau$

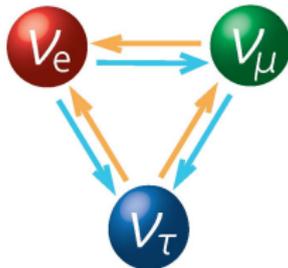
# Neutrinos no Modelo Standard

mass →	≈2.3 MeV/c <sup>2</sup>	≈1.275 GeV/c <sup>2</sup>	≈173.07 GeV/c <sup>2</sup>	0	≈126 GeV/c <sup>2</sup>
charge →	2/3	2/3	2/3	0	0
spin →	1/2	1/2	1/2	1	0
	<b>u</b> up	<b>c</b> charm	<b>t</b> top	<b>g</b> gluon	<b>H</b> Higgs boson
<b>QUARKS</b>	≈4.8 MeV/c <sup>2</sup>	≈95 MeV/c <sup>2</sup>	≈4.18 GeV/c <sup>2</sup>	0	
	-1/3	-1/3	-1/3	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	<b>d</b> down	<b>s</b> strange	<b>b</b> bottom	<b>γ</b> photon	
	0.511 MeV/c <sup>2</sup>	105.7 MeV/c <sup>2</sup>	1.777 GeV/c <sup>2</sup>	91.2 GeV/c <sup>2</sup>	
	-1	-1	-1	0	
	1/2	1/2	1/2	1	
	<b>e</b> electron	<b>μ</b> muon	<b>τ</b> tau	<b>Z</b> Z boson	
<b>LEPTONS</b>	<2.2 eV/c <sup>2</sup>	<0.17 MeV/c <sup>2</sup>	<15.5 MeV/c <sup>2</sup>	80.4 GeV/c <sup>2</sup>	
	0	0	0	±1	
	1/2	1/2	1/2	1	
	<b>ν<sub>e</sub></b> electron neutrino	<b>ν<sub>μ</sub></b> muon neutrino	<b>ν<sub>τ</sub></b> tau neutrino	<b>W</b> W boson	
					<b>GAUGE BOSONS</b>

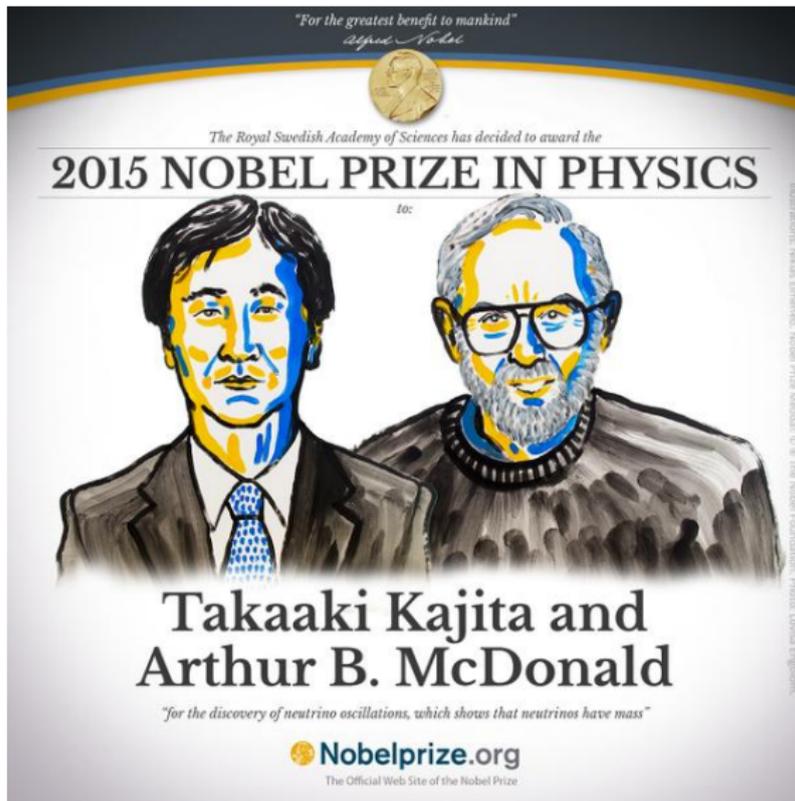
Apenas neutrinos *left-handed* ⇒ os neutrinos têm massa nula

# Oscilação de neutrinos

- Pontecorvo propôs em 1957 a possibilidade de os neutrinos se transformarem em antineutrinos:  $\nu \rightleftharpoons \bar{\nu}$
- Depois de descobertos os neutrinos  $\nu_\mu$  e  $\nu_\tau$ , Pontecorvo sugeriu que as transformações eram feitas entre sabores



# Oscilações de neutrinos e o Prémio Nobel



# Importância da descoberta das oscilações de neutrinos

1. As oscilações indicam que os neutrinos têm massa



Existe física para além do Modelo Standard!

2. Explicam o problema dos neutrinos solares

# Estados de sabor e estados de massa

Os estados de sabor,  $|\nu_\alpha\rangle$  ( $\alpha = e, \mu, \tau$ ), são combinações lineares dos estados de massa,  $|\nu_k\rangle$  ( $k = 1, 2, 3$ ):

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle$$

Estados de massa ortogonais  $\langle \nu_k | \nu_j \rangle = \delta_{kj}$

$$U^\dagger U = \mathbf{1} \longrightarrow \langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta}$$

$$|\nu_k\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle$$

# Evolução temporal dos estados de massa

Os estados de massa  $|\nu_k\rangle$  são estados próprios do Hamiltoniano:

$$\mathcal{H} |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle, \quad E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}$$

A evolução temporal dos estados é ditada pela equação de Shcrödinger:

$$i \frac{d}{dt} |\nu_k(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_k(t)\rangle \longrightarrow |\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle$$



Os estados  $|\nu_k\rangle$  evoluem como ondas planas

# Evolução temporal dos estados de sabor

Suponha-se que  $|\nu_\alpha(t=0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle$

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k(t)\rangle$$

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle$$

$$|\nu_k\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha k} |\nu_\alpha\rangle$$

↓

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle$$

# Evolução temporal dos estados de sabor

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle$$

O estado de sabor  $\alpha$  produzido em  $t = 0$  torna-se uma sobreposição de estados de sabor para  $t > 0$ , se a matriz de mistura  $U$  não for diagonal, i.e., se houver mistura de neutrinos.

# Amplitude e probabilidade de transição

Estado do sistema no instante  $t$ :

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \left( \sum_k U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle$$

Prob. de encontrar o sistema no estado de sabor  $|\nu_\beta\rangle$  no instante  $t$ :

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = |A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}|^2$$

$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle$  é a amplitude da transição  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$

$$A_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_k U_{\alpha k}^* U_{\beta k} e^{-iE_k t}$$

# Probabilidade de transição

A probabilidade da transição  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  é

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t}$$

Para partículas ultrarelativistas ( $v \simeq c = 1$ ), a relação dispersão pode ser aproximada por

$$E_k \simeq E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad E = |\vec{p}|$$

$$E_k - E_j = \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E}$$

$$\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2$$

# Probabilidade de transição

A probabilidade da transição  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  é

$$\begin{aligned} P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} &= \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t} \\ &= \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 t}{2E}\right) \end{aligned}$$

Para neutrinos ultrarelativistas,  $v \simeq c = 1$ , logo assume-se  $t = L$ , em que  $L$  é a distância entre a fonte e o detector.

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right)$$

# Probabilidade de transição

A probabilidade da transição  $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$  pode ser escrita na forma

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 2 \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \left[ 1 - \cos\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \right] \\ + 2 \sum_{k>j} \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right)$$

ou

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \Re[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin^2\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right) \\ + 2 \sum_{k>j} \Im[U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*] \sin\left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{2E}\right)$$

# Mistura de dois neutrinos

Considere-se:

- Dois sabores:  $\alpha$  e  $\beta$
- Matriz de mistura:

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

- Ângulo de mistura  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
- $\Delta m^2 \equiv \Delta m_{12}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$

# Probabilidade de transição

A probabilidade de transição é dada por:

$$\begin{aligned}P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) &= \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \left[ 1 - \cos\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right) \right] \\ &= \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)\end{aligned}$$

E a probabilidade de sobrevivência é:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}(L, E) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\Delta m^2 L}{4E}\right)$$

A probabilidade média de transição é:

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} \rangle = \frac{1}{2} \sin^2(2\theta)$$

Neste caso o comprimento de oscilação é:

$$L^{osc} = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}$$

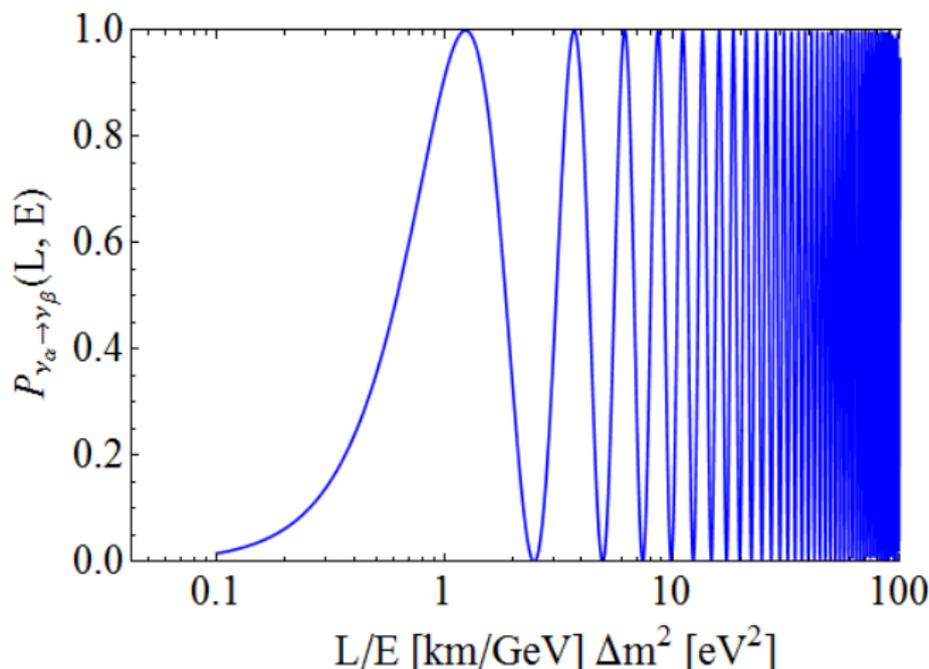
Para as experiências é conveniente considerar:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left( 1.27 \frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{4E [\text{MeV}]} \right)$$

$$L^{osc} = 2.47 \frac{E [\text{MeV}]}{\Delta m^2 [\text{eV}^2]} \text{m}$$

# Probabilidade de transição

$$\text{Para } \sin^2(2\theta) = 1, P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sin^2 \left( 1.27 \frac{\Delta m^2 [\text{eV}^2] L [\text{m}]}{4E [\text{MeV}]} \right)$$



- **Experiências de aparecimento**

*Background* pequeno quando o sabor final não está presente no feixe inicial

Sensíveis a ângulos de mistura pequenos

- **Experiências de desaparecimento**

Medem a probabilidade de sobrevivência de um sabor

Não são sensíveis a ângulos de mistura pequenos

# Sensibilidade de $\Delta m^2$

$$\frac{\Delta m^2 L}{2E} \sim 1$$

Type of experiment	$L$	$E$	$\Delta m^2$ sensitivity
Reactor SBL	$\sim 10$ m	$\sim 1$ MeV	$\sim 0.1$ eV <sup>2</sup>
Accelerator SBL (Pion DIF)	$\sim 1$ km	$\gtrsim 1$ GeV	$\gtrsim 1$ eV <sup>2</sup>
Accelerator SBL (Muon DAR)	$\sim 10$ m	$\sim 10$ MeV	$\sim 1$ eV <sup>2</sup>
Accelerator SBL (Beam Dump)	$\sim 1$ km	$\sim 10^2$ GeV	$\sim 10^2$ eV <sup>2</sup>
Reactor LBL	$\sim 1$ km	$\sim 1$ MeV	$\sim 10^{-3}$ eV <sup>2</sup>
Accelerator LBL	$\sim 10^3$ km	$\gtrsim 1$ GeV	$\gtrsim 10^{-3}$ eV <sup>2</sup>
ATM	$20$ – $10^4$ km	$0.5$ – $10^2$ GeV	$\sim 10^{-4}$ eV <sup>2</sup>
Reactor VLB	$\sim 10^2$ km	$\sim 1$ MeV	$\sim 10^{-5}$ eV <sup>2</sup>
Accelerator VLB	$\sim 10^4$ km	$\gtrsim 1$ GeV	$\gtrsim 10^{-4}$ eV <sup>2</sup>
SOL	$\sim 10^{11}$ km	$0.2$ – $15$ MeV	$\sim 10^{-12}$ eV <sup>2</sup>

Não é possível medir  $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$ :

- $L$  tem uma incerteza associada
- A resolução em energia do detector é finita



É necessário calcular  $\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) \rangle$

No caso da mistura de dois neutrinos,

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) \rangle = \frac{1}{2} \sin^2(2\theta) \left[ 1 - \left\langle \cos \left( \frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) \right\rangle \right], \quad (\alpha \neq \beta)$$

$$\left\langle \cos \left( \frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) \right\rangle = \int \cos \left( \frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) \phi \left( \frac{L}{E} \right) d\frac{L}{E}$$

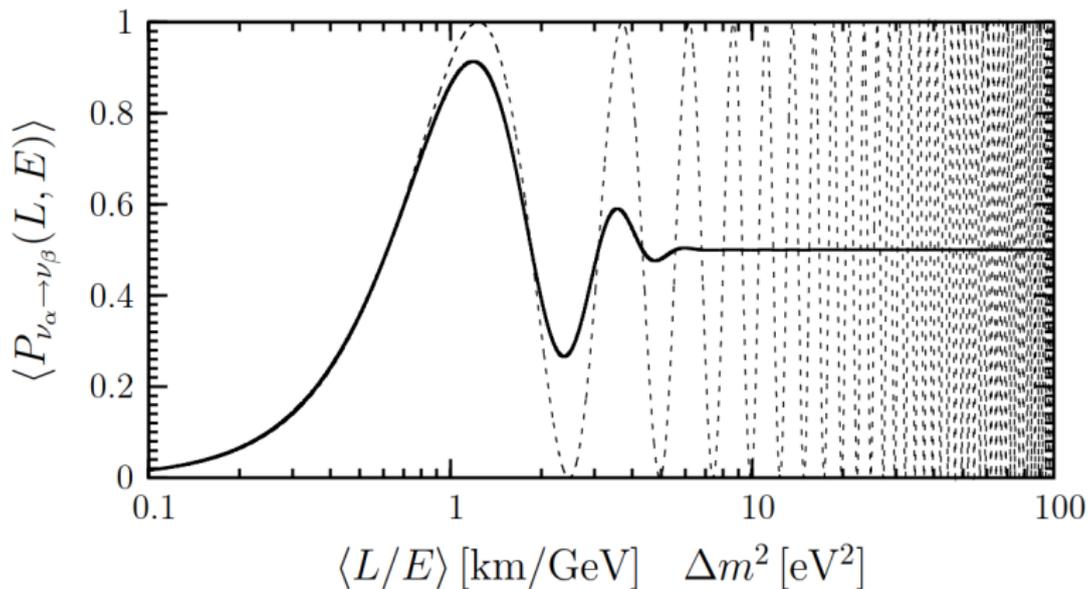
$\phi \left( \frac{L}{E} \right)$  é a distribuição do valor do rácio  $\frac{L}{E}$

Se  $L/E$  seguir uma distribuição gaussiana de valor médio  $\left\langle \frac{L}{E} \right\rangle$  e desvio-padrão  $\sigma_{L/E}$ ,

$$\left\langle \cos \left( \frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) \right\rangle = \cos \left( \frac{\Delta m^2}{4} \left\langle \frac{L}{E} \right\rangle \right) \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta m^2}{2} \sigma_{L/E} \right)^2 \right]$$

# Probabilidade média de transição

Prob. transição média para  $\sin^2(2\theta) = 1$  e  $\sigma_{L/E} = 0.2 \langle L/E \rangle$



# Zona de exclusão

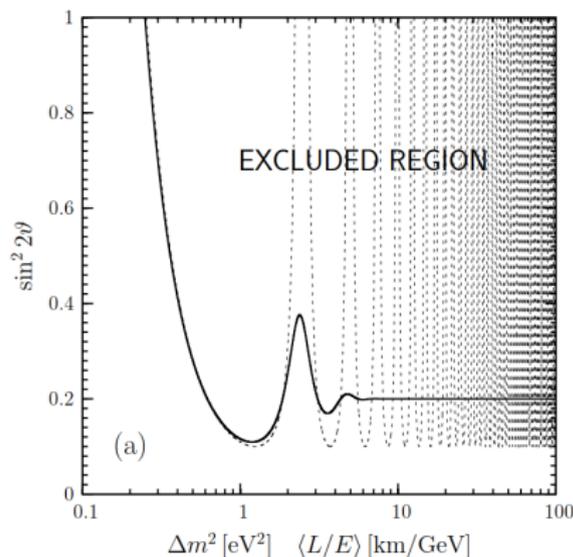
$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^{\max} = 0.1, \sigma_{L/E} = 0.2 \langle L/E \rangle$$

$$\langle P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) \rangle \leq P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^{\max}$$

$$\sin^2(2\theta) \leq \frac{2 P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}^{\max}}{1 - \left\langle \cos \left( \frac{\Delta m^2 L}{4E} \right) \right\rangle}$$



Limita a zona de exclusão



## Oscilações de neutrinos na matéria

Neutrinos sujeitos a um potencial



Necessário considerar um ângulo de mistura efectivo

# Dados experimentais (<http://hitoshi.berkeley.edu/neutrino/>)

