

OSCILAÇÕES DE NEUTRINOS

Mariana Martins
Nuno Santos

Instituto Superior Técnico

MEFT – HonQM

Julho 2016

Oscilações de neutrinos no vácuo

Os estados de sabor, $|\nu_\alpha\rangle$ ($\alpha = e, \mu, \tau$), são combinações lineares dos estados de massa, $|\nu_k\rangle$ ($k = 1, 2, 3$):

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle$$

Os estados de massa $|\nu_k\rangle$ são estados próprios do Hamiltoniano:

$$\mathcal{H} |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle, \quad E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}$$

Considerando os neutrinos partículas ultrarelativistas ($v \simeq c = 1$), a relação dispersão pode ser aproximada por

$$E_k \simeq E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad E = |\vec{p}|$$

Oscilações de neutrinos no vácuo

A probabilidade da transição $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ é

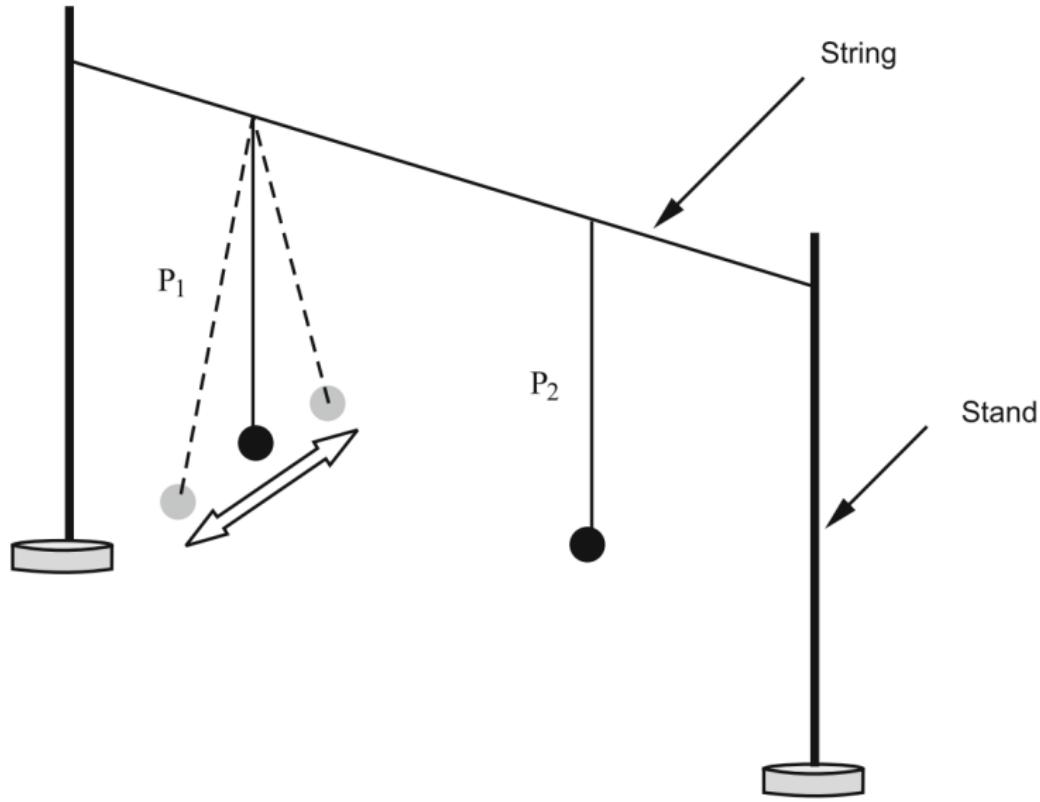
$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{kj}^2 t}{2E}\right)$$

$$\Delta m_{kj}^2 \equiv m_k^2 - m_j^2$$

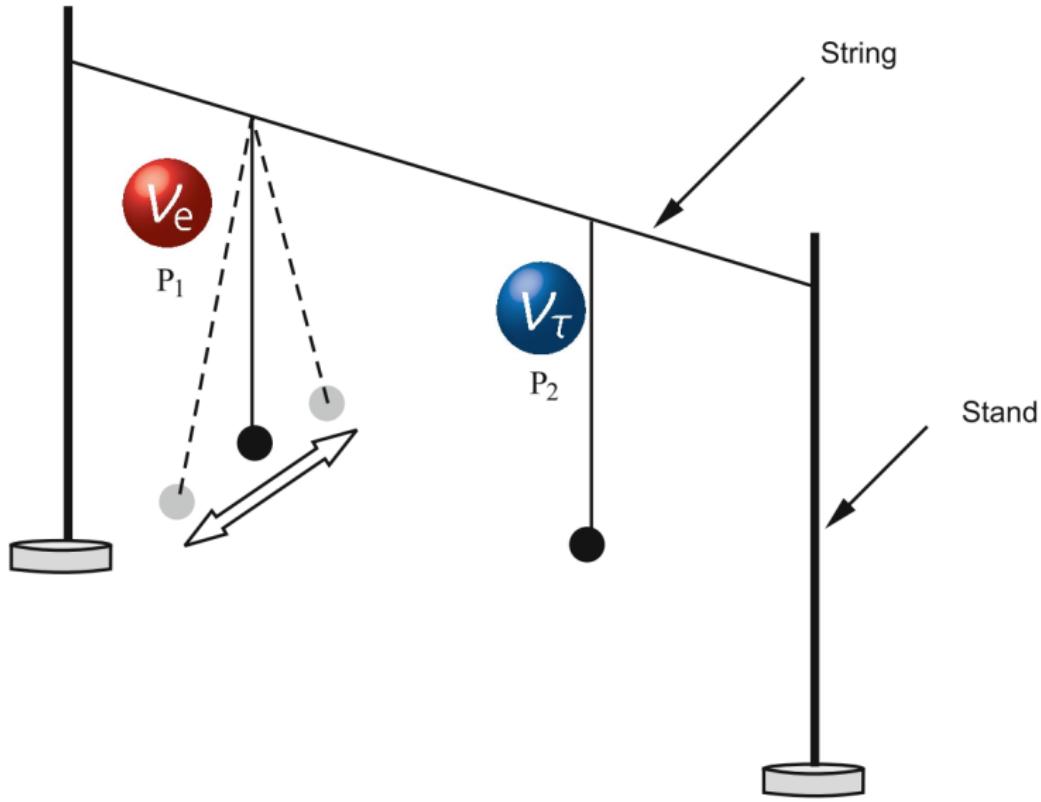
Condições necessárias à ocorrência de oscilações:

- os neutrinos têm que ser partículas massivas e as massas diferentes entre si
- os estados de sabor não podem coincidir com os estados de massa

Uma analogia mecânica para as oscilações de neutrinos



Uma analogia mecânica para as oscilações de neutrinos



De onde vêm os neutrinos?

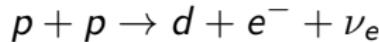
Os neutrinos são produzidos em:

- Reactores nucleares
- Aceleradores de partículas
- Explosões de super-novas
- Reacções de fusão nuclear no Sol

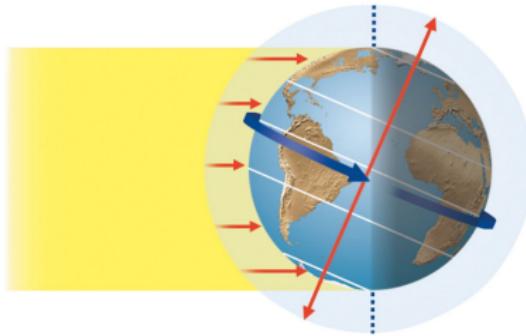
⇒ A maioria dos neutrinos que chegam à Terra é proveniente do Sol – cerca de 10^{11} por cm^2 por segundo!

Neutrinos solares

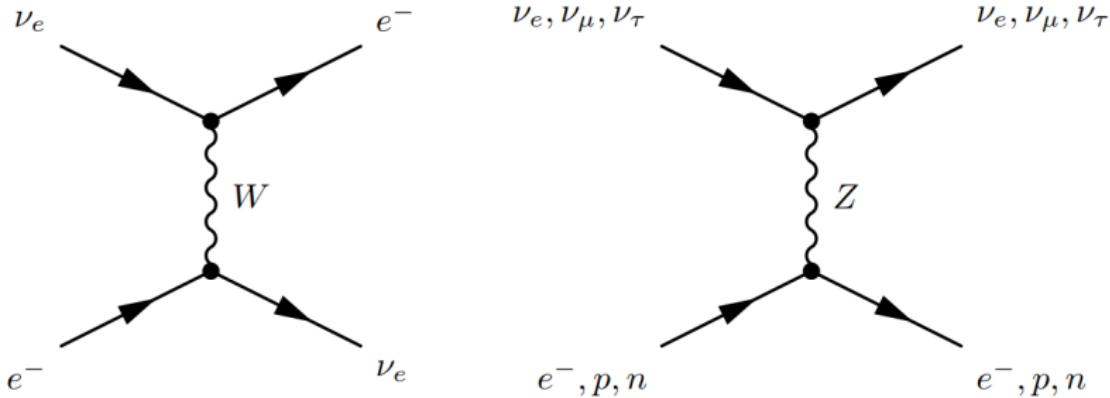
- Produção de neutrinos no núcleo do Sol por fusão nuclear



- Propagação desde o núcleo até à superfície do Sol
⇒ a densidade decresce de $\sim 10^2 \text{ g cm}^{-3}$ para
 $\sim 10^{-6} \text{ g cm}^{-3}$
- Propagação do Sol até à Terra
- Detecção dos neutrinos solares na Terra ⇒ *day-night effect*



Potenciais na matéria



$$V_{CC} = \sqrt{2} G_F N_e$$

$$V_{NC} = -\frac{1}{2} \sqrt{2} G_F N_n$$

Oscilações de neutrinos na matéria

Os estados de sabor são combinações lineares dos estados de massa:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha k}^* |\nu_k\rangle$$

O Hamiltoniano total é: $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I$.

$$\mathcal{H}_0 |\nu_k\rangle = E_k |\nu_k\rangle, \quad E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2}$$

$$\mathcal{H}_I |\nu_\alpha\rangle = V_\alpha |\nu_\alpha\rangle, \quad V_\alpha = \delta_{\alpha e} V_{CC} + V_{NC}$$



Os estados próprios de \mathcal{H}_0 e \mathcal{H}_I são diferentes!

Evolução temporal dos estados de sabor

A evolução temporal dos estados é regida pela equação de Schrödinger:

$$i \frac{d}{dt} |\nu_\alpha(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_\alpha(t)\rangle, \quad |\nu_\alpha(0)\rangle = |\nu_\alpha\rangle$$

A amplitude da transição $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ é

$$A_{\alpha\beta}(t) = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle, \quad A_{\alpha\beta}(0) = \delta_{\alpha\beta}$$

A evolução temporal da amplitude de transição é

$$i \frac{d}{dt} A_{\alpha\beta}(t) = \sum_{\eta} \left(\sum_k U_{\beta k} E_k U_{\eta k}^* + \delta_{\beta\eta} V_\beta \right) A_{\alpha\eta}(t)$$

Evolução temporal dos estados de sabor

Para neutrinos ultrarelativistas:

$$E_k \simeq E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad p \simeq E, \quad t \simeq x$$

A evolução temporal da amplitude de transição pode escrever-se como:

$$i \frac{d}{dx} A_{\alpha\beta}(x) = \sum_{\eta} \left(\sum_k U_{\beta k} \frac{\Delta m_{k1}^2}{2E} U_{\eta k}^* + \delta_{\beta e} \delta_{\eta e} V_{CC} \right) A_{\alpha\eta}(x)$$

Evolução temporal dos estados de sabor

A equação anterior pode ser escrita na forma matricial

$$i \frac{d}{dx} \mathcal{A}_\alpha = \mathcal{H}_F \mathcal{A}_\alpha$$

Em que o Hamiltoniano efectivo, \mathcal{H}_F , pode ser escrito como

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{2E} (U \mathbb{M}^2 U^\dagger + \mathbb{A})$$

$$\mathcal{A}_\alpha = \begin{pmatrix} A_{\alpha e} \\ A_{\alpha \mu} \\ A_{\alpha \tau} \end{pmatrix}, \quad \mathbb{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{A} = \begin{pmatrix} A_{CC} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
$$A_{CC} = 2EV_{CC}$$

Mistura de dois neutrinos na matéria

No caso da mistura de dois neutrinos,

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \quad \mathbb{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta m^2 \end{pmatrix}$$

Considere-se transições entre ν_e e ν_μ e $|\nu_e(0)\rangle = |\nu_e\rangle$.

$$i \frac{d}{dx} \mathcal{A}_e = \mathcal{H}_F \mathcal{A}_e, \quad \mathcal{A}_e = \begin{pmatrix} A_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \\ A_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos(2\theta) + A_{CC} & \Delta m^2 \sin(2\theta) \\ \Delta m^2 \sin(2\theta) & \Delta m^2 \cos(2\theta) - A_{CC} \end{pmatrix}$$

Mistura de dois neutrinos na matéria

A matriz \mathcal{H}_F pode ser diagonalizada através da seguinte transformação ortogonal:

$$U_M^T \mathcal{H}_F U_M = \mathcal{H}_M$$

$$U_M = \begin{pmatrix} \cos \theta_M & \sin \theta_M \\ -\sin \theta_M & \cos \theta_M \end{pmatrix} \quad \mathcal{H}_M = \frac{\Delta m_M^2}{4E} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\Delta m_M^2 = \sqrt{(\Delta m^2 \cos(2\theta) - A_{CC})^2 + (\Delta m^2 \sin(2\theta))^2}}$$

Ângulo de mistura da matéria:

$$\tan(2\theta_M) = \frac{\tan(2\theta)}{1 - \frac{A_{CC}}{\Delta m^2 \cos(2\theta)}}$$

Ângulo de mistura na matéria

VÁCUO

- $N_e = 0$: **neutrinos livres**
- $|\nu_k\rangle$: estados próprios de \mathcal{H}
- **Parâmetros de interesse**: θ e Δm^2 (constantes físicas)

MATÉRIA

- $N_e \neq 0$: **neutrinos sujeitos a potenciais**
- $|\nu_k^M\rangle$: estados próprios de \mathcal{H}
- **Parâmetros de interesse**: θ_M e Δm_M^2 (variam com N_e)

Efeitos da matéria nas oscilações de neutrinos

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos(2\theta) + A_{CC} & \Delta m^2 \sin(2\theta) \\ \Delta m^2 \sin(2\theta) & \Delta m^2 \cos(2\theta) - A_{CC} \end{pmatrix}$$

A matriz \mathcal{H}_F pode ser escrita usando θ_M e Δm_M^2 :

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_M^2 \cos(2\theta_M) & \Delta m_M^2 \sin(2\theta_M) \\ \Delta m_M^2 \sin(2\theta_M) & \Delta m_M^2 \cos(2\theta_M) \end{pmatrix}$$

Em geral, $N_e = N_e(x)$, logo $\theta_M = \theta_M(x)$ e $\Delta m_M^2 = \Delta m_M^2(x)$

A equação $i \frac{d}{dx} \mathcal{A}_e = \mathcal{H}_F \mathcal{A}_e$ é geralmente difícil de resolver

Meio de densidade constante

Quando $\frac{dN_e}{dx} = 0$, o sistema de equações anterior é analiticamente integrável e a probabilidade da transição $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ é

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(x) = \sin^2(2\theta_M) \sin^2\left(\frac{\Delta m_M^2 x}{4E}\right)$$

Num meio em que densidade de electrões é constante, a evolução do estado de sabor dos neutrinos é semelhante à observada no vácuo.

Meio de densidade variável e efeito MSW

$$\theta_M = \theta_M(x) \quad \tan(2\theta_M) = \frac{\tan(2\theta)}{1 - \frac{A_{CC}}{\Delta m^2 \cos(2\theta)}}$$

A relação entre θ e θ_M admite a condição de ressonância

$$A_{CC}^R = \Delta m^2 \cos(2\theta) \longrightarrow N_e^R = \frac{\Delta m^2 \cos(2\theta)}{2\sqrt{2} E G_F}$$

Quando um neutrino atravessa uma zona de ressonância, $\theta_M = \frac{\pi}{4}$ e a mistura é máxima.

Este e outros efeitos da matéria nas oscilações de neutrinos foram estudados por Mikheyev, Smirnov e Wolfenstein (MSW).

Mistura de três neutrinos

Os três estados de sabor, $|\nu_\alpha\rangle$ ($\alpha = e, \mu, \tau$), são combinações lineares dos três estados de massa, $|\nu_k\rangle$ ($k = 1, 2, 3$).

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k} |\nu_k\rangle \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{bmatrix}$$

Existem 6 parâmetros importantes na mistura de 3 neutrinos:

- Dois termos Δm^2 independentes (normalmente Δm_{21}^2 e Δm_{31}^2)
- Três ângulos de mistura: θ_{12} , θ_{13} e θ_{23}
- Uma fase de Dirac: δ_{CP}

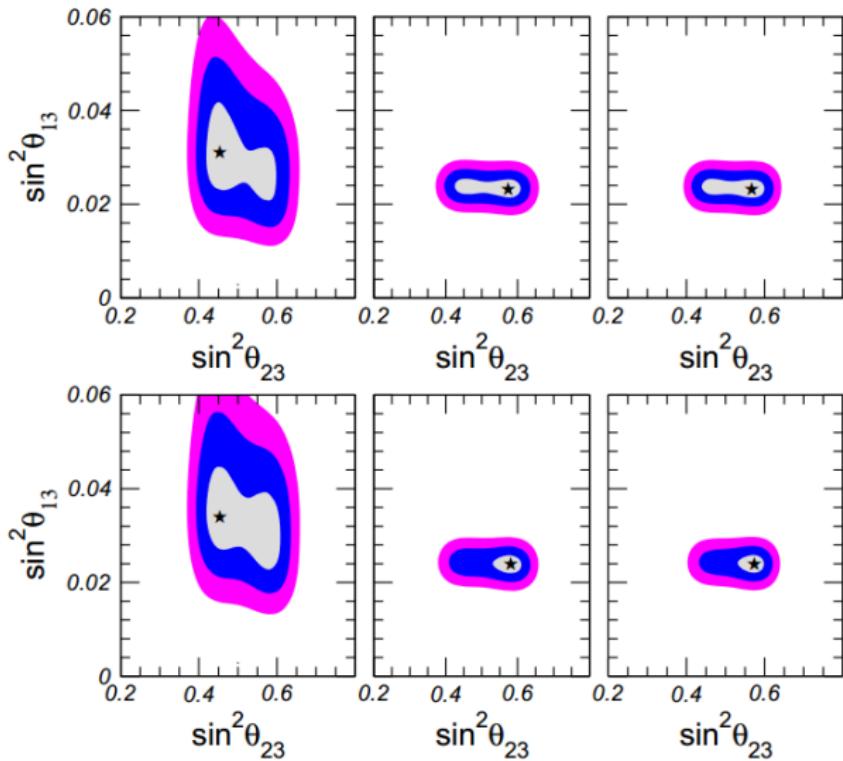
Resultados experimentais

Experiment	Dominant	Important
Solar Experiments	θ_{12}	$\Delta m_{21}^2, \theta_{13}$
Reactor LBL (KamLAND)	Δm_{21}^2	θ_{12}, θ_{13}
Reactor MBL (Daya-Bay, Reno, D-Chooz)	θ_{13}	$ \Delta m_{3\ell}^2 $
Atmospheric Experiments	θ_{23}	$ \Delta m_{3\ell}^2 , \theta_{13}, \delta_{CP}$
Accelerator LBL ν_μ Disapp (Minos, NOvA, T2K)	$ \Delta m_{3\ell}^2 , \theta_{23}$	
Accelerator LBL ν_e App (Minos, NOvA, T2K)	δ_{CP}	$\theta_{13}, \theta_{23}, \text{sign}(\Delta m_{3\ell}^2)$

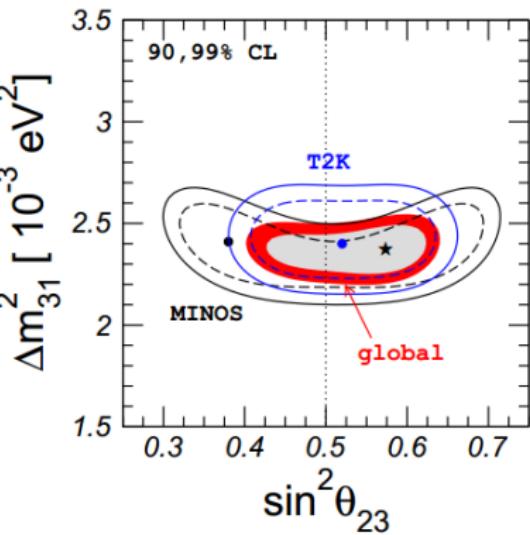
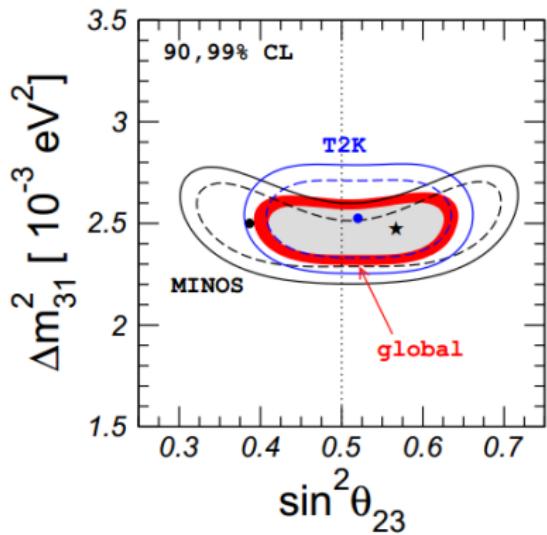
Actualmente, os valores das magnitudes das componentes da matriz U num intervalo de 3σ são:

$$|U| = \begin{bmatrix} 0.801 \rightarrow 0.845 & 0.514 \rightarrow 0.580 & 0.137 \rightarrow 0.158 \\ 0.225 \rightarrow 0.517 & 0.441 \rightarrow 0.699 & 0.614 \rightarrow 0.793 \\ 0.246 \rightarrow 0.529 & 0.464 \rightarrow 0.713 & 0.590 \rightarrow 0.776 \end{bmatrix}$$

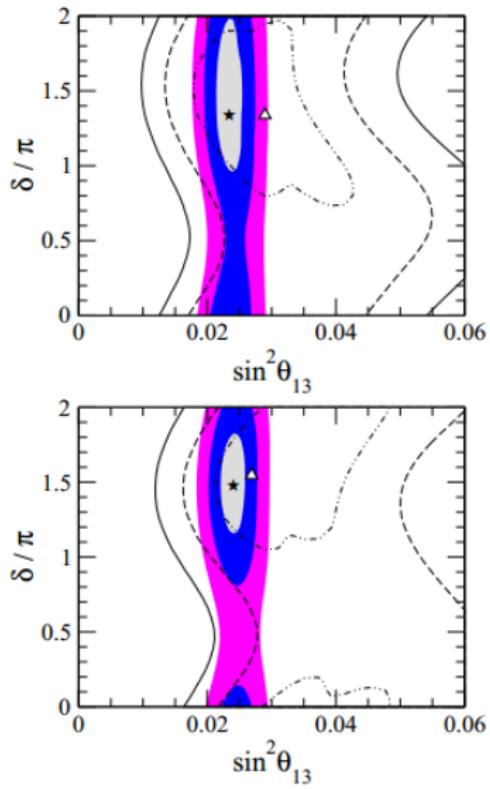
Resultados experimentais



Resultados experimentais



Resultados experimentais



Hierarquia dos neutrinos de massa

