

$E = mc^2$ et après ? (1)

Sébastien Descotes-Genon

`descotes@th.u-psud.fr`

Laboratoire de Physique Théorique

CNRS, Univ. Paris-Sud, Université Paris-Saclay 91405 Orsay, France

CERN, 20 octobre 2015



Particle fever

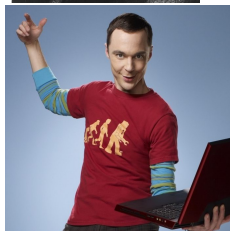
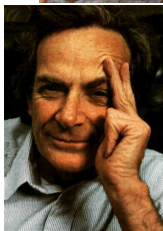
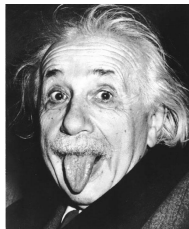


Particle fever

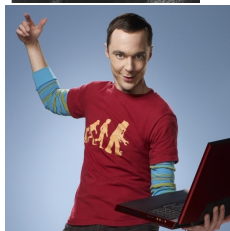
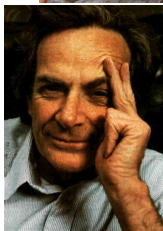
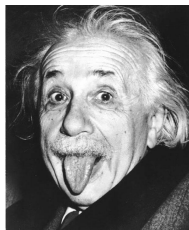


- Intéressant et frustrant par son point de vue théorique
- Polarisation forte entre les théories (discutable)
- Interaction entre théoriciens et expérimentateurs (intéressant)

D'autres (images de) théoriciens

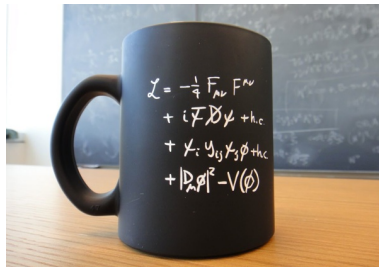
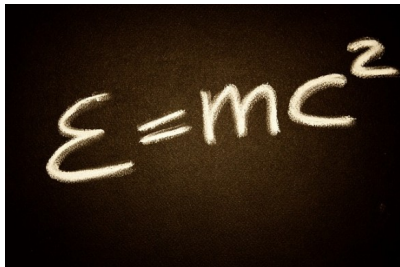


D'autres (images de) théoriciens



- Peu conventionnels ? Surprenants ? Asociaux ? Irritants ?
- Des fulgurances ? Accès à des “mondes” incompréhensibles ?
- Quelques minutes ensemble pour parler de théorie

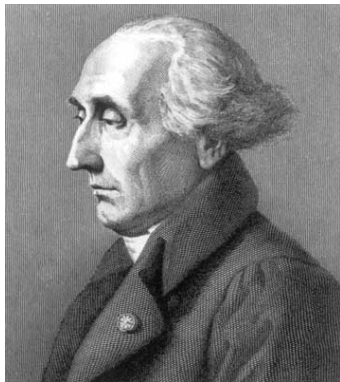
$E = mc^2$ et après ?



- “Modèle Standard” : l’équation qui hante le CERN
- Description actuelle de l’infiniment petit
- Grand pouvoir de prédiction quantitatif
- Fil rouge pour introduire des concepts théoriques de la physique des particules. . . et vous faire toucher du doigt le rôle de la théorie

Le Lagrangien

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ & + i\bar{\psi}\not{D}\psi \\ & + \bar{\psi}_i y_{ij}\psi_j\phi + \text{h.c.} \\ & + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

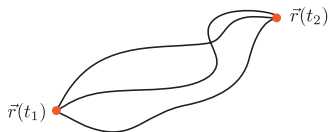


Un peu de mécanique analytique

- Energie totale $H = T + V$ avec T cinétique et V potentiel
- **Lagrangien** $L = T - V$
- Pour un point matériel $L = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$ avec $\vec{r}$ position, $\dot{\vec{r}} = d\vec{r}/dt$

Un peu de mécanique analytique

- Energie totale $H = T + V$ avec T cinétique et V potentiel
- **Lagrangien** $L = T - V$
- Pour un point matériel $L = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$ avec $\vec{r}$ position, $\dot{\vec{r}} = d\vec{r}/dt$

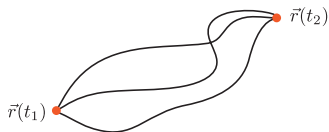


A chaque trajectoire $\vec{r}(t)$ entre t_1 et t_2 , on associe un nombre, l'action

$$S[\vec{r}(t)] = \int_{t_1}^{t_2} dt L$$

Un peu de mécanique analytique

- Energie totale $H = T + V$ avec T cinétique et V potentiel
- **Lagrangien** $L = T - V$
- Pour un point matériel $L = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$ avec $\vec{r}$ position, $\dot{\vec{r}} = d\vec{r}/dt$



A chaque trajectoire $\vec{r}(t)$ entre t_1 et t_2 , on associe un nombre, l'action

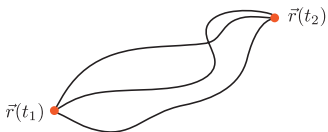
$$S[\vec{r}(t)] = \int_{t_1}^{t_2} dt L$$

Cherchons les trajectoires **minimisant l'action** (i.e. dérivée nulle)

$$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t) \quad \delta\vec{r}(t_1) = \delta\vec{r}(t_2) = 0$$

Un peu de mécanique analytique

- Energie totale $H = T + V$ avec T cinétique et V potentiel
- **Lagrangien** $L = T - V$
- Pour un point matériel $L = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$ avec $\vec{r}$ position, $\dot{\vec{r}} = d\vec{r}/dt$



A chaque trajectoire $\vec{r}(t)$ entre t_1 et t_2 , on associe un nombre, l'action

$$S[\vec{r}(t)] = \int_{t_1}^{t_2} dt L$$

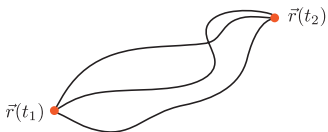
Cherchons les trajectoires **minimisant l'action** (i.e. dérivée nulle)

$$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t) \quad \delta\vec{r}(t_1) = \delta\vec{r}(t_2) = 0$$

$$\delta S = S[\vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t)] - S[\vec{r}] = \int_{t_1}^{t_2} dt [m \dot{\vec{r}} \cdot \delta\dot{\vec{r}} - \vec{\nabla} V \cdot \delta\vec{r}]$$

Un peu de mécanique analytique

- Energie totale $H = T + V$ avec T cinétique et V potentiel
- **Lagrangien** $L = T - V$
- Pour un point matériel $L = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$ avec $\vec{r}$ position, $\dot{\vec{r}} = d\vec{r}/dt$



A chaque trajectoire $\vec{r}(t)$ entre t_1 et t_2 , on associe un nombre, l'action

$$S[\vec{r}(t)] = \int_{t_1}^{t_2} dt L$$

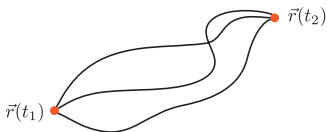
Cherchons les trajectoires **minimisant l'action** (i.e. dérivée nulle)

$$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t) \quad \delta\vec{r}(t_1) = \delta\vec{r}(t_2) = 0$$

$$\begin{aligned} \delta S &= S[\vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t)] - S[\vec{r}] = \int_{t_1}^{t_2} dt [m \dot{\vec{r}} \cdot \delta\dot{\vec{r}} - \vec{\nabla} V \cdot \delta\vec{r}] \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt [-m \ddot{\vec{r}} \cdot \delta\vec{r} - \vec{\nabla} V \cdot \delta\vec{r}] + [m \dot{\vec{r}} \cdot \delta\vec{r}]_{t_1}^{t_2} \end{aligned}$$

Un peu de mécanique analytique

- Energie totale $H = T + V$ avec T cinétique et V potentiel
- **Lagrangien** $L = T - V$
- Pour un point matériel $L = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$ avec $\vec{r}$ position, $\dot{\vec{r}} = d\vec{r}/dt$



A chaque trajectoire $\vec{r}(t)$ entre t_1 et t_2 , on associe un nombre, l'action

$$S[\vec{r}(t)] = \int_{t_1}^{t_2} dt L$$

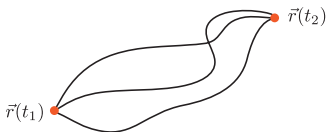
Cherchons les trajectoires **minimisant l'action** (i.e. dérivée nulle)

$$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t) \quad \delta\vec{r}(t_1) = \delta\vec{r}(t_2) = 0$$

$$\begin{aligned} \delta S &= S[\vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t)] - S[\vec{r}] = \int_{t_1}^{t_2} dt [m \dot{\vec{r}} \cdot \delta\dot{\vec{r}} - \vec{\nabla} V \cdot \delta\vec{r}] \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt [-m \ddot{\vec{r}} \cdot \delta\vec{r} - \vec{\nabla} V \cdot \delta\vec{r}] + [m \dot{\vec{r}} \cdot \delta\vec{r}]_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} dt [-m \ddot{\vec{r}} - \vec{\nabla} V] \cdot \delta\vec{r} \end{aligned}$$

Un peu de mécanique analytique

- Energie totale $H = T + V$ avec T cinétique et V potentiel
- **Lagrangien** $L = T - V$
- Pour un point matériel $L = \frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 - V(\vec{r})$ avec $\vec{r}$ position, $\dot{\vec{r}} = d\vec{r}/dt$



A chaque trajectoire $\vec{r}(t)$ entre t_1 et t_2 , on associe un nombre, l'action

$$S[\vec{r}(t)] = \int_{t_1}^{t_2} dt L$$

Cherchons les trajectoires **minimisant l'action** (i.e. dérivée nulle)

$$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t) \quad \delta\vec{r}(t_1) = \delta\vec{r}(t_2) = 0$$

$$\begin{aligned} \delta S &= S[\vec{r}(t) + \delta\vec{r}(t)] - S[\vec{r}] = \int_{t_1}^{t_2} dt [m \dot{\vec{r}} \cdot \delta\dot{\vec{r}} - \vec{\nabla} V \cdot \delta\vec{r}] \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt [-m \ddot{\vec{r}} \cdot \delta\vec{r} - \vec{\nabla} V \cdot \delta\vec{r}] + [m \dot{\vec{r}} \cdot \delta\vec{r}]_{t_1}^{t_2} = \int_{t_1}^{t_2} dt [-m \ddot{\vec{r}} - \vec{\nabla} V] \cdot \delta\vec{r} \end{aligned}$$

Si $\delta S = O(\delta\vec{r}^2)$ pour tout $\delta\vec{r}$, on a **$m\ddot{\vec{r}} = -\vec{\nabla} V$** (rel. fond. dyn !)

Euler Lagrange

Peut se généraliser à un système plus compliqué avec $L(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t)$
Lagrangian donnant lieu à une action S

- impulsion généralisée $\vec{p} = \partial L / \partial \dot{\vec{r}}$
- force généralisée $\vec{F} = \partial L / \partial \vec{r}$
- principe de moindre action : trajectoire extrémale $\delta S = 0$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{r}}} \right) = \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Equation d'Euler-Lagrange, i.e., relation fond. de la dynamique

Euler Lagrange

Peut se généraliser à un système plus compliqué avec $L(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t)$
Lagrangian donnant lieu à une action S

- impulsion généralisée $\vec{p} = \partial L / \partial \dot{\vec{r}}$
- force généralisée $\vec{F} = \partial L / \partial \vec{r}$
- principe de moindre action : trajectoire extrémale $\delta S = 0$

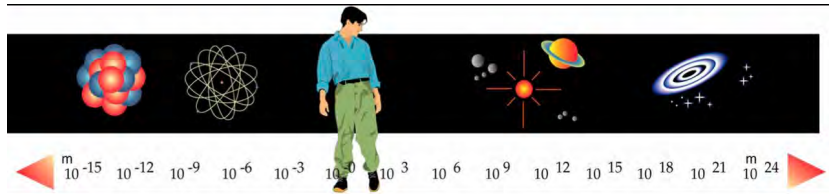
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\vec{r}}} \right) = \frac{\partial L}{\partial \vec{r}} \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

Equation d'Euler-Lagrange, i.e., relation fond. de la dynamique

Intérêt de l'approche lagrangienne

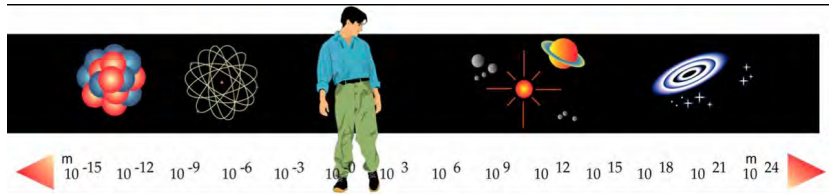
- Equation différentielle transformée en principe variationnel
- Trajectoire dans sa globalité au lieu d'une évolution point par point
- Analogie avec l'optique géométrique
(principes de Fermat, de Maupertuis)
- Mais simple (?) mathématisation d'une situation bien connue

Monter en énergie, diminuer en taille

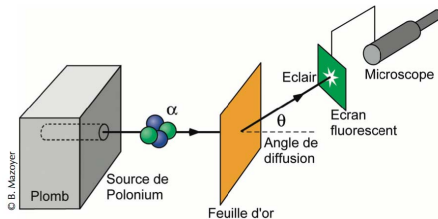


- sonder sur des distances plus petites
- avec des particules d' E de plus en plus élevée
- photons de plus en plus énergétiques (UV, X, γ)

Monter en énergie, diminuer en taille

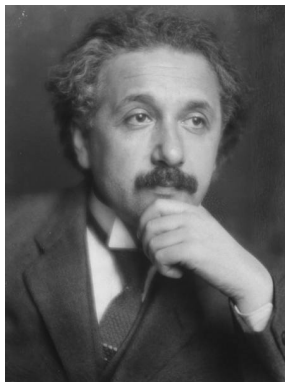


- sonder sur des distances plus petites
- avec des particules d' E de plus en plus élevée
- photons de plus en plus énergétiques (UV, X, γ)
- ou d'autres projectiles déviés par constituants [en 1909, Geiger, Marsden, Rutherford "voient" le noyau avec α sur atome d'or]
- jusqu'au point où on quitte le domaine de validité de la mécanique "intuitive" des 18^e et 19^e siècles



Réconcilier deux célèbres adversaires

Albert Einstein



Relativité restreinte

(Poincaré, Lorentz...)

c vitesse de la lumière (v max)

objets rapides

Niels Bohr



Mécanique quantique

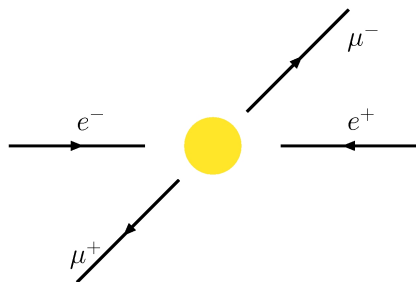
(Schrödinger, Heisenberg...)

h quantum d'action ($E \cdot t$ min)

temps courts

Quantique et relativiste

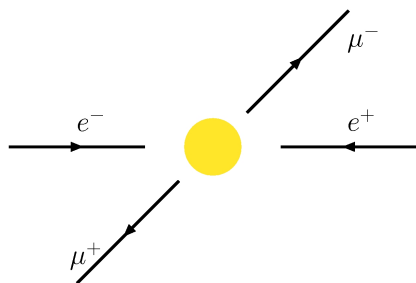
Décrire de petits objets à grande vitesse sur des périodes courtes



- Mécanique quantique : tout ce qui est possible va se produire
- Relativité : équivalence entre énergie et masse
- Aboutit à la possibilité de créer et d'annihiler des particules (nouveau !)

Quantique et relativiste

Décrire de petits objets à grande vitesse sur des périodes courtes



- Mécanique quantique : tout ce qui est possible va se produire
- Relativité : équivalence entre énergie et masse
- Aboutit à la possibilité de créer et d'annihiler des particules (nouveau !)

Intérêt de l'approche lagrangienne pour une extension en

- Mécanique quantique : toutes les trajectoires à considérer, lien avec les phénomènes ondulatoires
- Relativité : ne pas (trop) singulariser le temps par rapport aux coordonnées d'espace

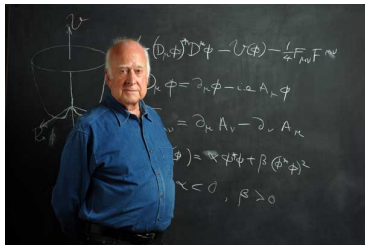
Ne reste plus qu'à les implémenter !

Interlude

Théoriciens versus expérimentateurs

Spécialisation importante entre théoriciens et expérimentateurs

- Exp: chacun maîtrise un aspect d'un détecteur (big science)
- Théo: concepts mathématiques et physiques avancés
- Interactions entre certaines parties des deux communautés



Chez les théoriciens

- Surtout moyens humains (petites équipes)
- Mais pas seulement papier crayon (beaucoup de résolution, numérique et analytique, par réseaux de PC et superordinateurs)

Une population théoricienne très itinérante

Peu de spécialistes dans chaque pays



- Collaborations internationales, mais sur de petits nombres
- Déplacements internationaux (visite de collègues, séminaires, conférences)
- Et d'outils électroniques (mails, vidéo-conférences...)

Itinérance qui se retrouve au niveau des CV

- Beaucoup de post-docs (CDD à l'étranger après la thèse)
- Compagnonage pour apprendre de nouvelles idées
- ... et "faire son trou" en étant reconnu par ses pairs
- Trouver un poste, pas forcément dans son pays d'origine !

Théoriciens et mathématiciens

La philosophie est écrite dans ce grand livre, je veux dire l'Univers (...), mais ne peut être compris à moins d'apprendre la langue (...). Il est écrit dans la langue des mathématiques.

(Galileo Galilei)

La déraisonnable efficacité des mathématiques en sciences naturelles
(Article d'Eugène Wigner, physicien)

La physique théorique, (...) une physique sans expérience et une mathématique sans rigueur

(Jean-Marie Souriau, mathématicien)

Théoriciens et mathématiciens

La philosophie est écrite dans ce grand livre, je veux dire l'Univers (...), mais ne peut être compris à moins d'apprendre la langue (...). Il est écrit dans la langue des mathématiques.

(Galileo Galilei)

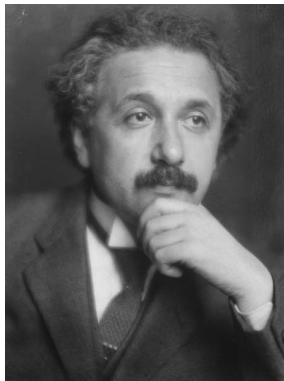
La déraisonnable efficacité des mathématiques en sciences naturelles
(Article d'Eugène Wigner, physicien)

La physique théorique, (...) une physique sans expérience et une mathématique sans rigueur
(Jean-Marie Souriau, mathématicien)

- La physique théorique est fortement empreinte de mathématiques
- Mais ne se confond pas avec elle (continuité/lissité/régularité, existence vs unicité, implication vs équivalence)
- Mais avec des pollinisations croisées multiples (matrices, théorie des groupes, géométrie différentielle, équations aux dérivées partielles, géométrie non commutative. . .)

La relativité

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ & +i\bar{\psi}\boldsymbol{D}\psi \\ & +\bar{\psi}_i\boldsymbol{y}_{ij}\psi_j\phi + \text{h.c.} \\ & +|D_{\mu}\phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$

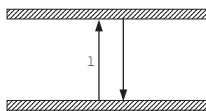
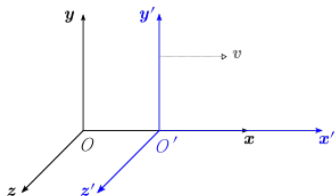


Principe de relativité (restreinte)

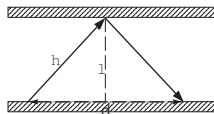
- Lois de la nature identiques dans tous refs. en déplacement uniforme les uns par rapport aux autres (référentiels galiléens)
- **Vitesse de la lumière identique** dans tous les référentiels galiléens

Principe de relativité (restreinte)

- Lois de la nature identiques dans tous refs. en déplacement uniforme les uns par rapport aux autres (référentiels galiléens)
- Vitesse de la lumière identique** dans tous les référentiels galiléens



O' dans le wagon



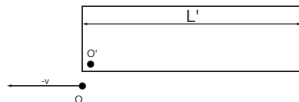
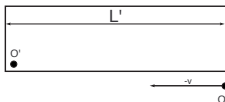
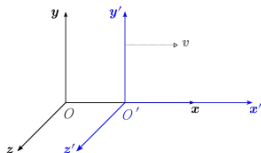
O sur le quai

- O sur le quai, O' dans un train, avec un laser au sol, un miroir au plafond : combien de temps met la lumière pour faire le trajet ?
- Pour O' : $\Delta t' = 2\ell/c$ et pour O : $\Delta t = 2h/c$ (avec le même c !)
- Géométrie $d = v \Delta t$ et $(d/2)^2 + \ell^2 = h^2$

$$\text{d'où } \Delta t = \Delta t' / \sqrt{1 - v^2/c^2} \quad (\text{dilatation du temps})$$

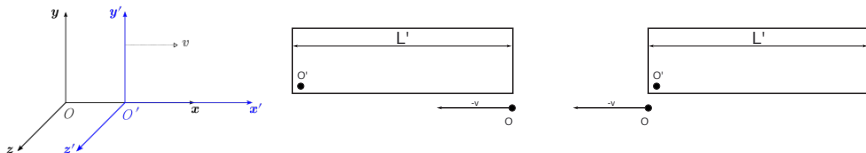
(pour deux evts au même endroit dans R')

Boosts



Vu de O' , O se déplace à la vitesse $(-v)$ et met un temps $\Delta t'$ à passer de l'avant à l'arrière du train *(pour deux evts au même endroit dans R)*

Boosts

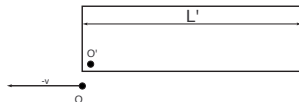
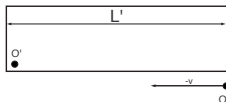
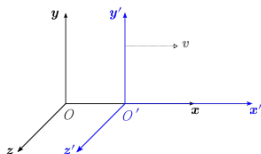


Vu de O' , O se déplace à la vitesse $(-v)$ et met un temps $\Delta t'$ à passer de l'avant à l'arrière du train *(pour deux evts au même endroit dans R)*

$$L' = \Delta t' \cdot v = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} v = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow L = L' \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

(contraction des longueurs)

Boosts



Vu de O' , O se déplace à la vitesse $(-v)$ et met un temps $\Delta t'$ à passer de l'avant à l'arrière du train *(pour deux evts au même endroit dans R)*

$$L' = \Delta t' \cdot v = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} v = \frac{L}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow L = L' \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

(contraction des longueurs)

Les deux effets combinés dans un “boost”

$$\begin{cases} ct' = \gamma[ct - \beta x] \\ x' = \gamma[x - \beta ct] \\ y' = y \\ z' = z \end{cases} \quad \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2} \text{ and } \beta = v/c$$

Transformations de Lorentz

- Quadrivecteur position $x^\mu = (c \cdot t, x, y, z)$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$)
- Boosts ($\sum$ sur indices répétés)

$$x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu \quad \Lambda^\mu_\nu = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Rotations

$$x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu \quad \Lambda^\mu_\nu = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Quelques propriétés

- boosts et rotations : transformations de Lorentz
- plus de temps et d'espace indépendants
- dilatation des temps, contraction des longueurs
- notion de référentiel propre (au repos) de la particule

A la recherche du nouvel invariant

Transformations de Lorentz $x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$ ($\sum$ sur indices répétés)

A la recherche du nouvel invariant

Transformations de Lorentz $x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$ ($\sum$ sur indices répétés)

- Sous un boost

$$(c \cdot t')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = (\gamma[c \cdot t - \beta x])^2 - (\gamma[x - \beta c \cdot t])^2 - y^2 - z^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

A la recherche du nouvel invariant

Transformations de Lorentz $x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$ ($\sum$ sur indices répétés)

- Sous un boost

$$(c \cdot t')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = (\gamma[c \cdot t - \beta x])^2 - (\gamma[x - \beta c \cdot t])^2 - y^2 - z^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

- Sous une rotation qui conserve $\vec{x}^2 = x^2 + y^2 + z^2$ et t

$$(ct')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

A la recherche du nouvel invariant

Transformations de Lorentz $x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$ ($\sum$ sur indices répétés)

- Sous un boost

$$(c \cdot t')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = (\gamma[c \cdot t - \beta x])^2 - (\gamma[x - \beta c \cdot t])^2 - y^2 - z^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

- Sous une rotation qui conserve $\vec{x}^2 = x^2 + y^2 + z^2$ et t

$$(ct')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

- Laissent invariant **intervalle d'espace-tps** (identique dans tout ref)

$$x^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = x^{\mu} x^{\nu} g_{\mu\nu}$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

A la recherche du nouvel invariant

Transformations de Lorentz $x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$ ($\sum$ sur indices répétés)

- Sous un boost

$$(c \cdot t')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = (\gamma[c \cdot t - \beta x])^2 - (\gamma[x - \beta c \cdot t])^2 - y^2 - z^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

- Sous une rotation qui conserve $\vec{x}^2 = x^2 + y^2 + z^2$ et t

$$(ct')^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2$$

- Laissent invariant **intervalle d'espace-tps** (identique dans tout ref)

$$x^2 = (c \cdot t)^2 - x^2 - y^2 - z^2 = x^{\mu} x^{\nu} g_{\mu\nu} = x^{\mu} x_{\mu}$$

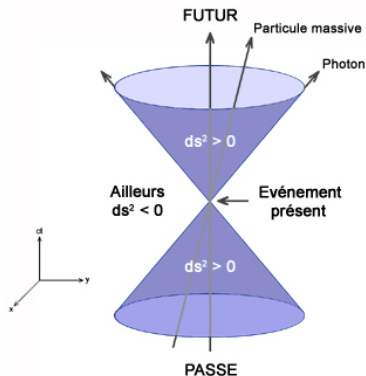
$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad x_{\mu} = g_{\mu\nu} x^{\nu} = (c \cdot t, -x, -y, -z)$$

Quadrivecteur impulsion $p^{\mu} = (E/c, p_x, p_y, p_z)$

- Change d'un référentiel à l'autre $p'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} p^{\nu}$

- Mais invariant: $p^2 = p^{\mu} p_{\mu} = E^2/c^2 - \vec{p}^2 = m^2 c^2 \dots$ **la masse !**

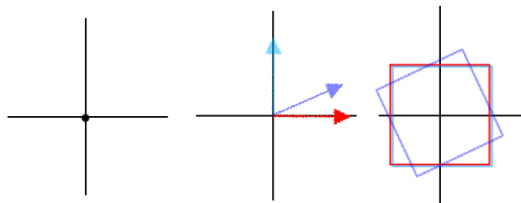
Ici et maintenant, plus tôt, plus tard, ailleurs



- “Distance” par rapport à ici et maintenant (temps et espace)
- Mais peu de notions conservées par une transformation de Lorentz
- En fonction des signes de Δt et de $\Delta s^2 = (c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2$
- $\Delta s^2 > 0, \Delta t > 0$: **futur** (un signal venu de O peut affecter ce point)
- $\Delta s^2 > 0, \Delta t < 0$: **passé** (un signal venu de ce point peut affecter O)
- $\Delta s^2 < 0$: **ailleurs** (aucune information ne peut être échangée entre ces points, on ne peut même pas dire qui est futur et qui est passé)

Les métamorphoses d'une symétrie

- Importance de définir des quantités indépendantes du référentiel, et plus largement de quantités indépendantes sous une symétrie
- D'où l'importance de classifier comment les quantités se transforment sous des symétries



- Sous les rotations 2D d'angle α $R(\alpha)$, on peut imaginer se transformer comme un point, un vecteur, ou d'autres choses (carré : angle modulo $\pi/2$)...
- Seul impératif : loi de transformation pour un objet donné compatible avec la loi de composition des rotations : l'action de $R(\alpha)$ suivie de $R(\beta)$ doit correspondre à l'action de $R(\alpha + \beta)$

Le spin, une propriété quantique ?

- Spin ad hoc en méca quantique “seule”, nécessite relativité !
- Spin = loi de transformation sous les transformations de Lorentz
- Spin 0 : scalaire $c \rightarrow c$
- Spin 1 : (quadri)vecteur $v^\mu = \Lambda^\mu_\nu v^\nu$
- Spin 1/2 : “racine carrée d’un vecteur” $u^\alpha \rightarrow u'^\alpha = S(\Lambda)^\alpha_\beta u^\beta$
(deux spins 1/2 peuvent être combinés
pour se transformer comme un spin 0 ou un spin 1)
- ϕ : Higgs, spin 0
- ψ : Quarks et leptons, spin 1/2
- A_μ : Bosons de jauge, spin 1 (dans $F_{\mu\nu} \leftrightarrow \partial A_\nu / \partial x^\mu \equiv \partial_\mu A_\nu$)
- Lagrangien bâti à partir de combinaisons invariantes sous tfs de Lorentz pour avoir une action avec propriétés relativistes

$$V(\phi), D_\mu \phi D^\mu \phi, F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \dots$$

- Symétries outil pour contraindre la structure des interactions

Des questions ?

