$E = mc^2$ et après ? (2)

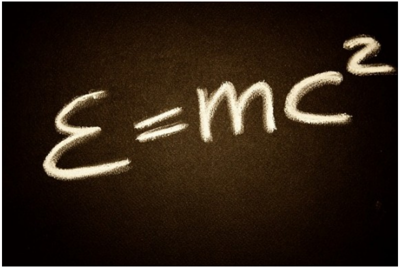
Sébastien Descotes-Genon

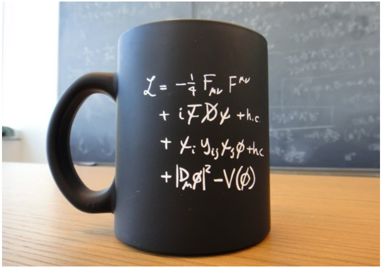
descotes@th.u-psud.fr
Laboratoire de Physique Théorique
CNRS, Univ. Paris-Sud, Université Paris-Saclay 91405 Orsay, France

CERN, 21 octobre 2015

LPT Orsay

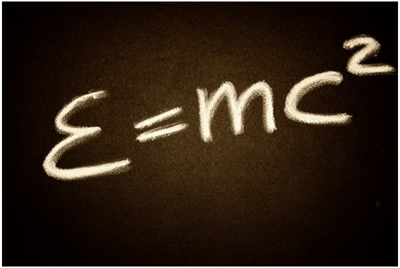
$E = mc^2$ et après ?

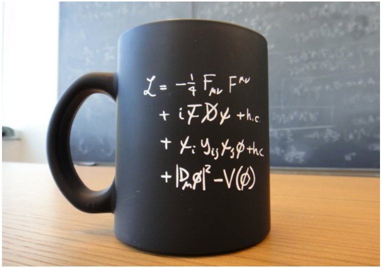




- "Modèle Standard" : l'équation qui hante le CERN
- Description actuelle de l'infiniment petit
- Grand pouvoir de prédiction quantitatif
- Fil rouge pour introduire des concepts théoriques
- Hier : Mécanique analytique, Relativié
- Aujourd'hui : Méca. quantique, Théorie quantique des champs, Modèle Standard

$E = mc^2$ et après ?





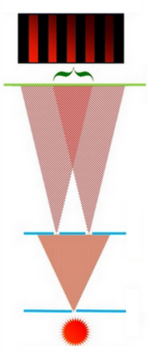
- "Modèle Standard" : l'équation qui hante le CERN
- Description actuelle de l'infiniment petit
- Grand pouvoir de prédiction quantitatif
- Fil rouge pour introduire des concepts théoriques
- Hier : Mécanique analytique, Relativié
- Aujourd'hui : Méca. quantique, Théorie quantique des champs, Modèle Standard … What else ?

La mécanique quantique

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
&\quad + i\bar{\psi}\not{D}\psi \\
&\quad + \bar{\psi}_i y_{ij}\psi_j\phi + \text{h.c.} \\
&\quad + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi)
\end{aligned}
$$

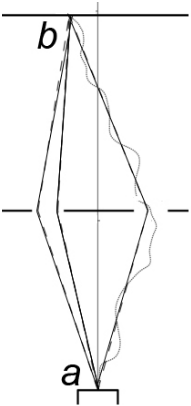
Ondes et particules

- Lumière
  - Onde: expériences des fentes de Young, interférences liées à diff. de marche $I = |A|^2 = |e^{i\delta_1} + e^{i\delta_2}|^2 = 2 + 2\cos(\delta_1 - \delta_2)$
  - Corpuscule: effet photoélectrique



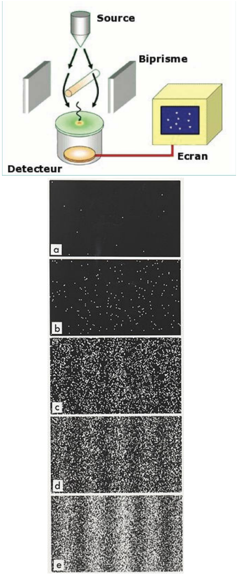
Ondes et particules

- Lumière
  - Onde: expériences des fentes de Young, interférences liées à diff. de marche
    $I = |A|^2 = |e^{i\delta_1} + e^{i\delta_2}|^2 = 2 + 2\cos(\delta_1 - \delta_2)$
  - Corpuscule: effet photoélectrique
- Probabilités
  - Amplitude de probabilité complexe A
  - Proba de présence en b donnée par $|A|^2$
  - $P(a \to b) = |A|^2 = |\sum_{\mathcal{C}\ \text{chemin a}\to\text{b}} A(\mathcal{C})|^2$
    avec $A(\mathcal{C})$ amplitudes complexes



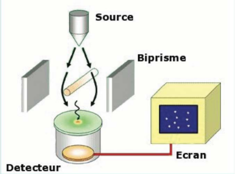
Ondes et particules

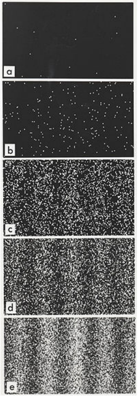
- Lumière
  - Onde: expériences des fentes de Young, interférences liées à diff. de marche
    $I = |A|^2 = |e^{i\delta_1} + e^{i\delta_2}|^2 = 2 + 2\cos(\delta_1 - \delta_2)$
  - Corpuscule: effet photoélectrique
- Probabilités
  - Amplitude de probabilité complexe A
  - Proba de présence en b donnée par $|A|^2$
  - $P(a \to b) = |A|^2 = |\sum_{\mathcal{C} \text{ chemin a}\to\text{b}} A(\mathcal{C})|^2$
    avec $A(\mathcal{C})$ amplitudes complexes
- Electron satisfait le même comportement, même envoyé e^- par e^-.



Ondes et particules

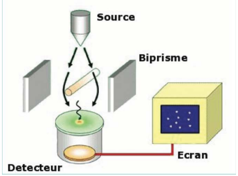
- Lumière
  - Onde: expériences des fentes de Young, interférences liées à diff. de marche $I = |A|^2 = |e^{i\delta_1} + e^{i\delta_2}|^2 = 2 + 2\cos(\delta_1 - \delta_2)$
  - Corpuscule: effet photoélectrique
- Probabilités
  - Amplitude de probabilité complexe A
  - Proba de présence en b donnée par $|A|^2$
  - $P(a \to b) = |A|^2 = |\sum_{\mathcal{C}\ \text{chemin a}\to\text{b}} A(\mathcal{C})|^2$
    avec $A(\mathcal{C})$ amplitudes complexes
- Electron satisfait le même comportement, même envoyé e^- par e^-.
- La question “par où est passé l’électron ?” n’a pas de sens en l’absence de mesure

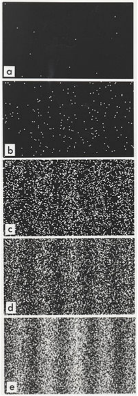




Ondes et particules

- Lumière
  - Onde: expériences des fentes de Young, interférences liées à diff. de marche
    $I = |A|^2 = |e^{i\delta_1} + e^{i\delta_2}|^2 = 2 + 2\cos(\delta_1 - \delta_2)$
  - Corpuscule: effet photoélectrique
- Probabilités
  - Amplitude de probabilité complexe A
  - Proba de présence en b donnée par $|A|^2$
  - $P(a \to b) = |A|^2 = |\sum_{\mathcal{C}\ \text{chemin a}\to\text{b}} A(\mathcal{C})|^2$
    avec $A(\mathcal{C})$ amplitudes complexes
- Electron satisfait le même comportement, même envoyé e^- par e^-.
- La question “par où est passé l’électron ?” n’a pas de sens en l’absence de mesure
- Comment calculer ces probas ?





Etat du système

- Etat d'un système décrit par un vecteur d'état $|\psi(t)\rangle$
- Amplitude de probabilité de passer d'un état $|\psi\rangle$ à un état $|\phi\rangle$ obtenu en prenant un "produit scalaire" $\langle\phi|\psi\rangle$

Etat du système

- Etat d'un système décrit par un vecteur d'état $|\psi(t)\rangle$
- Amplitude de probabilité de passer d'un état $|\psi\rangle$ à un état $|\phi\rangle$ obtenu en prenant un "produit scalaire" $\langle\phi|\psi\rangle$
  - Mesure du recouvrement entre un état initial et un état final
  - Complexe: $\langle\phi|\psi\rangle = (\langle\psi|\phi\rangle)^*$ (amplitudes de proba)
  - Linéaire: si $|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$, $\langle\phi|\psi\rangle = c_1\langle\phi|\psi_1\rangle + c_2\langle\phi|\psi_2\rangle$ (principe de superposition)
  - Positif: $\langle\phi|\phi\rangle \geq 0$ (normalisation des états)

Etat du système

- Etat d'un système décrit par un vecteur d'état $|\psi(t)\rangle$
- Amplitude de probabilité de passer d'un état $|\psi\rangle$ à un état $|\phi\rangle$ obtenu en prenant un "produit scalaire" $\langle\phi|\psi\rangle$
  - Mesure du recouvrement entre un état initial et un état final
  - Complexe: $\langle\phi|\psi\rangle = (\langle\psi|\phi\rangle)^*$ (amplitudes de proba)
  - Linéaire: si $|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$, $\langle\phi|\psi\rangle = c_1\langle\phi|\psi_1\rangle + c_2\langle\phi|\psi_2\rangle$ (principe de superposition)
  - Positif: $\langle\phi|\phi\rangle \geq 0$ (normalisation des états)

- Espace vectoriel, avec choix de base $|\vec{r}\rangle$ (base des positions)
  - Fonction d'onde (ampl. de proba d'être en $\vec{r}$) $\psi(\vec{r},t) = \langle\vec{r}|\psi(t)\rangle$
  - Produit scalaire dans cette base $\langle\phi|\psi\rangle = \int d^3\vec{r}\ \phi^*(\vec{r},t)\ \psi(\vec{r},t)$

Etat du système

- Etat d'un système décrit par un vecteur d'état $|\psi(t)\rangle$
- Amplitude de probabilité de passer d'un état $|\psi\rangle$ à un état $|\phi\rangle$ obtenu en prenant un "produit scalaire" $\langle\phi|\psi\rangle$
  - Mesure du recouvrement entre un état initial et un état final
  - Complexe: $\langle\phi|\psi\rangle = (\langle\psi|\phi\rangle)^*$ (amplitudes de proba)
  - Linéaire: si $|\psi\rangle = c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle$, $\langle\phi|\psi\rangle = c_1\langle\phi|\psi_1\rangle + c_2\langle\phi|\psi_2\rangle$ (principe de superposition)
  - Positif: $\langle\phi|\phi\rangle \geq 0$ (normalisation des états)

- Espace vectoriel, avec choix de base $|\vec{r}\rangle$ (base des positions)
  - Fonction d'onde (ampl. de proba d'être en $\vec{r}$) $\psi(\vec{r},t) = \langle\vec{r}|\psi(t)\rangle$
  - Produit scalaire dans cette base $\langle\phi|\psi\rangle = \int d^3\vec{r}\ \phi^*(\vec{r},t)\ \psi(\vec{r},t)$

- D'autres bases possibles, comme $|\vec{p}\rangle$
  - Représentation en base des impulsions
  - $\psi(\vec{p},t) = \langle\vec{p}|\psi(t)\rangle$ (ampl. de proba d'avoir une impulsion $\vec{p}$), transformée de Fourier de $\psi(\vec{r},t) = \langle\vec{r}|\psi(t)\rangle$

Opérateurs

A toute grandeur physique A, on peut associer un opérateur $\hat{A}$ qui appliqué à un vecteur d'état donne un vecteur d'état

Opérateurs

A toute grandeur physique A, on peut associer un opérateur $\hat{A}$ qui appliqué à un vecteur d'état donne un vecteur d'état

- Linéaire: $\hat{A}(c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle) = c_1\hat{A}|\psi_1\rangle + c_2\hat{A}|\psi_2\rangle$
- Hermitien: peut s'appliquer indifféremment à l'état initial ou final
$$\langle\phi|\ (\hat{A}|\psi\rangle) = (\langle\phi|\hat{A})\ |\psi\rangle = \langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle$$
- Valeur moyenne d'une grandeur sur un état s'obtient par $\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$ (valeur réelle car hermitien)

Opérateurs

A toute grandeur physique A, on peut associer un opérateur $\hat{A}$ qui appliqué à un vecteur d'état donne un vecteur d'état

- Linéaire: $\hat{A}(c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle) = c_1\hat{A}|\psi_1\rangle + c_2\hat{A}|\psi_2\rangle$
- Hermitien: peut s'appliquer indifféremment à l'état initial ou final
  $$\langle\phi|\ (\hat{A}|\psi\rangle) = (\langle\phi|\hat{A})\ |\psi\rangle = \langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle$$
- Valeur moyenne d'une grandeur sur un état s'obtient par $\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$ (valeur réelle car hermitien)

Action d'un opérateur peut se représenter dans une base, par exemple $|\vec{r}\rangle$, correspondant à l'action sur la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$

Opérateurs

A toute grandeur physique A, on peut associer un opérateur $\hat{A}$ qui appliqué à un vecteur d'état donne un vecteur d'état

- Linéaire: $\hat{A}(c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle) = c_1\hat{A}|\psi_1\rangle + c_2\hat{A}|\psi_2\rangle$
- Hermitien: peut s'appliquer indifféremment à l'état initial ou final
$$\langle\phi|\,(\hat{A}|\psi\rangle) = (\langle\phi|\hat{A})\,|\psi\rangle = \langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle$$
- Valeur moyenne d'une grandeur sur un état s'obtient par $\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$ (valeur réelle car hermitien)

Action d'un opérateur peut se représenter dans une base, par exemple $|\vec{r}\rangle$, correspondant à l'action sur la fonction d'onde $\psi(\vec{r},t)$

- Position $\hat{x} \leftrightarrow x$ $\qquad \langle\psi|\hat{x}|\psi\rangle = \int d^3\vec{r}\, x\, |\psi(\vec{r},t)|^2$

Opérateurs

A toute grandeur physique A, on peut associer un opérateur $\hat{A}$ qui appliqué à un vecteur d'état donne un vecteur d'état

- Linéaire: $\hat{A}(c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle) = c_1\hat{A}|\psi_1\rangle + c_2\hat{A}|\psi_2\rangle$
- Hermitien: peut s'appliquer indifféremment à l'état initial ou final
  $$\langle\phi|\,(\hat{A}|\psi\rangle) = (\langle\phi|\hat{A})\,|\psi\rangle = \langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle$$
- Valeur moyenne d'une grandeur sur un état s'obtient par $\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$ (valeur réelle car hermitien)

Action d'un opérateur peut se représenter dans une base, par exemple $|\vec{r}\rangle$, correspondant à l'action sur la fonction d'onde $\psi(\vec{r},t)$

- Position $\hat{x} \leftrightarrow x$ $\qquad \langle\psi|\hat{x}|\psi\rangle = \int d^3\vec{r}\; x\; |\psi(\vec{r},t)|^2$
- Impulsion $\hat{p}_x$

Opérateurs

A toute grandeur physique A, on peut associer un opérateur $\hat{A}$ qui appliqué à un vecteur d'état donne un vecteur d'état

- Linéaire: $\hat{A}(c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle) = c_1\hat{A}|\psi_1\rangle + c_2\hat{A}|\psi_2\rangle$
- Hermitien: peut s'appliquer indifféremment à l'état initial ou final
$$\langle\phi|\ (\hat{A}|\psi\rangle) = (\langle\phi|\hat{A})\ |\psi\rangle = \langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle$$
- Valeur moyenne d'une grandeur sur un état s'obtient par $\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$ (valeur réelle car hermitien)

Action d'un opérateur peut se représenter dans une base, par exemple $|\vec{r}\rangle$, correspondant à l'action sur la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$

- Position $\hat{x} \leftrightarrow x$ $\qquad \langle\psi|\hat{x}|\psi\rangle = \int d^3\vec{r}\ x\ |\psi(\vec{r}, t)|^2$
- Impulsion $\hat{p}_x$ $\qquad \psi(\vec{r}, t) \propto \int d^3\vec{p}\ e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar}\ \psi(\vec{p}, t)$

Opérateurs

A toute grandeur physique A, on peut associer un opérateur $\hat{A}$ qui appliqué à un vecteur d'état donne un vecteur d'état

- Linéaire: $\hat{A}(c_1|\psi_1\rangle + c_2|\psi_2\rangle) = c_1\hat{A}|\psi_1\rangle + c_2\hat{A}|\psi_2\rangle$
- Hermitien: peut s'appliquer indifféremment à l'état initial ou final
  $$\langle\phi|\left(\hat{A}|\psi\rangle\right) = \left(\langle\phi|\hat{A}\right)|\psi\rangle = \langle\phi|\hat{A}|\psi\rangle$$
- Valeur moyenne d'une grandeur sur un état s'obtient par $\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$ (valeur réelle car hermitien)

Action d'un opérateur peut se représenter dans une base, par exemple $|\vec{r}\rangle$, correspondant à l'action sur la fonction d'onde $\psi(\vec{r}, t)$

- Position $\hat{x} \leftrightarrow x$ $\qquad \langle\psi|\hat{x}|\psi\rangle = \int d^3\vec{r}\, x\, |\psi(\vec{r}, t)|^2$
- Impulsion $\hat{p}_x \leftrightarrow \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$ $\qquad \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\psi(\vec{r}, t) \propto \int d^3\vec{p}\, e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar}\, \psi(\vec{p}, t)\, p_x$

Quelques conséquences

Ordre des opérateurs

- $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x})|\psi\rangle \leftrightarrow \left[x\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right) - \left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)x\right]\psi(\vec{r},t) = i\hbar\psi(\vec{r},t) \leftrightarrow i\hbar|\psi\rangle$

  résumé par $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}) = i\hbar$ (serait 0 en méca classique !)

Quelques conséquences

Ordre des opérateurs

- $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x})|\psi\rangle \leftrightarrow \left[x\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right) - \left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)x\right]\psi(\vec{r},t) = i\hbar\psi(\vec{r},t) \leftrightarrow i\hbar|\psi\rangle$

  résumé par $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}) = i\hbar$ (serait 0 en méca classique !)
- L'ordre des mesures (x et p_x) importe !
- $\Delta x \times \Delta p_x \geq \hbar/2$ (relation(s) d'incertitude d'Heisenberg)

Quelques conséquences

Ordre des opérateurs

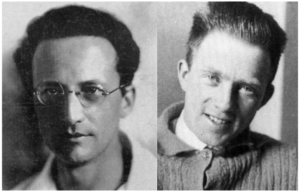
- $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x})|\psi\rangle \leftrightarrow \left[x\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right) - \left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)x\right]\psi(\vec{r},t) = i\hbar\psi(\vec{r},t) \leftrightarrow i\hbar|\psi\rangle$

  résumé par $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}) = i\hbar$ (serait 0 en méca classique !)
- L'ordre des mesures (x et p_x) importe !
- $\Delta x \times \Delta p_x \geq \hbar/2$ (relation(s) d'incertitude d'Heisenberg)

Equation de Schrödinger

- Expression générale $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$

  avec operateur $\hat{H} \leftrightarrow E$ lié à l'énergie



Quelques conséquences

Ordre des opérateurs

- $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x})|\psi\rangle \leftrightarrow \left[x\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right) - \left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)x\right]\psi(\vec{r},t) = i\hbar\psi(\vec{r},t) \leftrightarrow i\hbar|\psi\rangle$

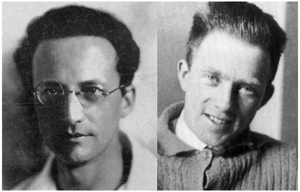
  résumé par $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}) = i\hbar$ (serait 0 en méca classique !)
- L'ordre des mesures (x et p_x) importe !
- $\Delta x \times \Delta p_x \geq \hbar/2$ (relation(s) d'incertitude d'Heisenberg)

Equation de Schrödinger

- Expression générale $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$

  avec operateur $\hat{H} \leftrightarrow E$ lié à l'énergie
- Une fois $|\psi(t)\rangle$ determiné,

  probabilité d'une transition par $|\langle\phi|\psi\rangle|^2$



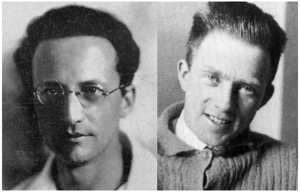
Quelques conséquences

Ordre des opérateurs

- $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x})|\psi\rangle \leftrightarrow \left[x\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right) - \left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)x\right]\psi(\vec{r},t) = i\hbar\psi(\vec{r},t) \leftrightarrow i\hbar|\psi\rangle$

  résumé par $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}) = i\hbar$ (serait 0 en méca classique !)
- L'ordre des mesures (x et p_x) importe !
- $\Delta x \times \Delta p_x \geq \hbar/2$ (relation(s) d'incertitude d'Heisenberg)

Equation de Schrödinger



- Expression générale $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$

  avec operateur $\hat{H} \leftrightarrow E$ lié à l'énergie
- Une fois $|\psi(t)\rangle$ determiné,
  probabilité d'une transition par $|\langle\phi|\psi\rangle|^2$
- En mécanique quantique non-relativiste

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r})$$

Quelques conséquences

Ordre des opérateurs

- $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x})|\psi\rangle \leftrightarrow \left[x\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right) - \left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)x\right]\psi(\vec{r},t) = i\hbar\psi(\vec{r},t) \leftrightarrow i\hbar|\psi\rangle$

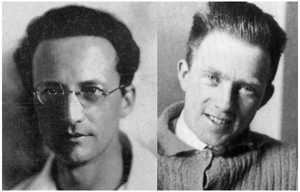
  résumé par $(\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}) = i\hbar$ (serait 0 en méca classique !)
- L'ordre des mesures (x et p_x) importe !
- $\Delta x \times \Delta p_x \geq \hbar/2$ (relation(s) d'incertitude d'Heisenberg)

Equation de Schrödinger

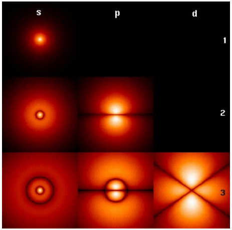
- Expression générale $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi(t)\rangle = \hat{H}|\psi(t)\rangle$

  avec operateur $\hat{H} \leftrightarrow E$ lié à l'énergie
- Une fois $|\psi(t)\rangle$ determiné,
  probabilité d'une transition par $|\langle\phi|\psi\rangle|^2$
- En mécanique quantique non-relativiste

$$H = \frac{p^2}{2m} + V(\vec{r}) \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\psi(\vec{r},t) + V(\vec{r})\psi(\vec{r},t)$$

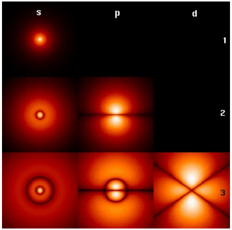


Schrödinger dans un potentiel



- Electron dans le potentiel électromag. d'un proton (atome d'hydrogène)
- Permet de déterminer les orbitales électroniques et leurs niveaux d'énergie

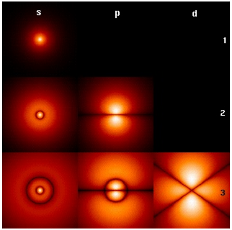
Schrödinger dans un potentiel



- Electron dans le potentiel électromag. d'un proton (atome d'hydrogène)
- Permet de déterminer les orbitales électroniques et leurs niveaux d'énergie

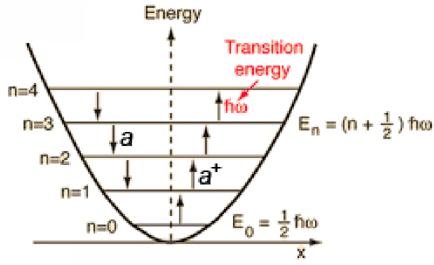
Plus simple encore, oscillateur harmonique 1D : $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$

Schrödinger dans un potentiel

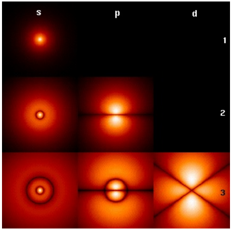


- Electron dans le potentiel électromag. d'un proton (atome d'hydrogène)
- Permet de déterminer les orbitales électroniques et leurs niveaux d'énergie

Plus simple encore, oscillateur harmonique 1D : $V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$

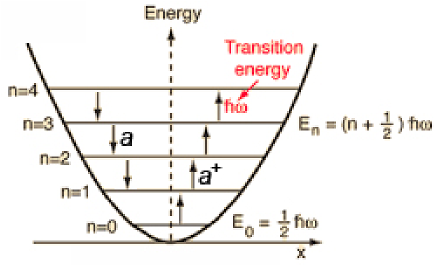


Schrödinger dans un potentiel



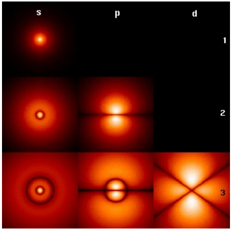
- Electron dans le potentiel électromag. d'un proton (atome d'hydrogène)
- Permet de déterminer les orbitales électroniques et leurs niveaux d'énergie

Plus simple encore, oscillateur harmonique 1D : $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$



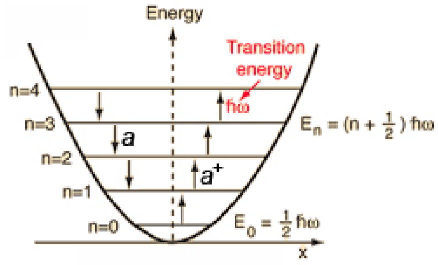
- E_n régulièrement espacés, partant d'un état fondamental

Schrödinger dans un potentiel



- Electron dans le potentiel électromag. d'un proton (atome d'hydrogène)
- Permet de déterminer les orbitales électroniques et leurs niveaux d'énergie

Plus simple encore, oscillateur harmonique 1D : $V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$



- E_n régulièrement espacés, partant d'un état fondamental
- Passe de $|\psi_n\rangle$ à $|\psi_{n-1}\rangle$ et $|\psi_{n+1}\rangle$ avec les opérateurs

$$a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega}\hat{p}\right)$$
$$a^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} - \frac{i}{m\omega}\hat{p}\right)$$

Interlude

Un agenda de théoricien

- Chaque jour, consultation des nouveaux preprints sur internet
- Chaque semaine, écouter des séminaires (labo ou proximité)
- Tous les qqs mois, intervenir en conf. ou séminaire à l'extérieur

Un agenda de théoricien

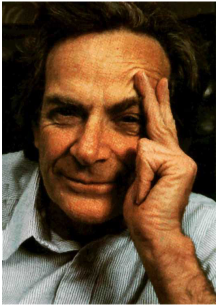
- Chaque jour, consultation des nouveaux preprints sur internet
- Chaque semaine, écouter des séminaires (labo ou proximité)
- Tous les qqs mois, intervenir en conf. ou séminaire à l'extérieur
- Veille pour les appels à projets (Agence Nationale pour la Recherche, Union Européenne) et administration reliée
- Enseignement universitaire
- Encadrement de stagiaires, thésards, post-doctorants
- Interaction avec collègues (direct, mails, skype, dropbox…)

Un agenda de théoricien

- Chaque jour, consultation des nouveaux preprints sur internet
- Chaque semaine, écouter des séminaires (labo ou proximité)
- Tous les qqs mois, intervenir en conf. ou séminaire à l'extérieur
- Veille pour les appels à projets (Agence Nationale pour la Recherche, Union Européenne) et administration reliée
- Enseignement universitaire
- Encadrement de stagiaires, thésards, post-doctorants
- Interaction avec collègues (direct, mails, skype, dropbox…)
- Et pendant ce temps, recherche (calculs, écriture d'articles, biblio)

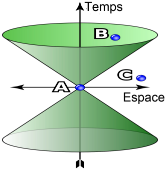
La théorie quantique des champs

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &\quad + i\bar{\psi}\not{D}\psi \\ &\quad + \bar{\psi}_i y_{ij}\psi_j\phi + \text{h.c.} \\ &\quad + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi)\end{aligned}$$



Mettre tout ensemble

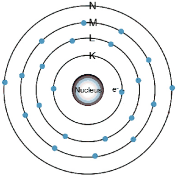
Relativité restreinte



- Espace et temps reliés
- Loi de composition des vitesses modifiée
- Simultanéité dépendant du référentiel, notion de causalité à modifier
- Equivalence entre énergie et matière $E = mc^2$

Plus de temps, d'espace absolus

Mécanique quantique



- Processus discontinus (ΔE niveaux atomiques)
- Etats qu'on peut superposer (chat de Schrödinger)
- Probabilités (être dans un état, changer d'état)
- Principe d'incertitude d'Heisenberg

Plus de déterminisme classique

Comment décrire les particules

Champ classique (sur tout l'espace et le temps)

- Fonction numérique de l'espace et du temps $\vec{E}(t, \vec{x})$, $\vec{B}(t, \vec{x})$
- Evolution de ce champ en fonction de ses interactions

Comment décrire les particules

Champ classique (sur tout l'espace et le temps)

- Fonction numérique de l'espace et du temps $\vec{E}(t, \vec{x})$, $\vec{B}(t, \vec{x})$
- Evolution de ce champ en fonction de ses interactions

Mécanique quantique (nombre de particules fixé)

- Etats sur lesquels agissent opérateurs liés aux qtés observables
- Différents états et niveaux d'E
- Opérateurs a et $a^\dagger$ pour changer d'état et d'E

Comment décrire les particules

Champ classique (sur tout l'espace et le temps)

- Fonction numérique de l'espace et du temps $\vec{E}(t,\vec{x})$, $\vec{B}(t,\vec{x})$
- Evolution de ce champ en fonction de ses interactions

Mécanique quantique (nombre de particules fixé)

- Etats sur lesquels agissent opérateurs liés aux qtés observables
- Différents états et niveaux d'E
- Opérateurs a et $a^\dagger$ pour changer d'état et d'E

Champ quantique

- A chaque particule son champ quantique qui lui est propre
- Somme d'opérateurs capable de créer ou d'annihiler une particule
- ... potentiellement avec n'importe quelle impulsion ou position
- Introduisant des antiparticules crées ou annihilés par mêmes ops.

$$\phi(x) = \int [d^4p][a_p e^{-ip\cdot x} + a_p^\dagger e^{ip\cdot x}] \qquad a_p^\dagger|0\rangle = |X(p)\rangle$$

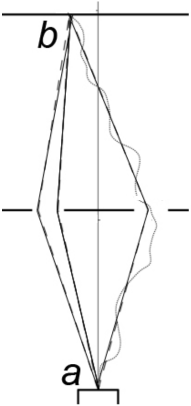
$a_p^\dagger$ création d'une particule, a_p annhilation d'une particule

Comment calculer la probabilité d'un processus

Mécanique Quantique (réinterprétée par Feynman)

- Inspiré de la différence de marche en optique
- Chaque chemin se voit attribuer une phase, venant d'une action S

$$P(a \to b) = |A(a \to b)|^2 = \left| \sum_{\text{tous chemins}} e^{i \cdot S/\hbar} \right|^2$$



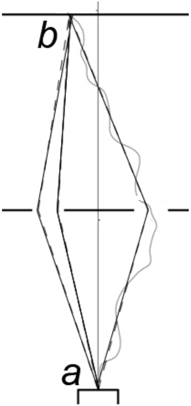
Comment calculer la probabilité d'un processus

Mécanique Quantique (réinterprétée par Feynman)

- Inspiré de la différence de marche en optique
- Chaque chemin se voit attribuer une phase, venant d'une action S

$$P(a \to b) = |A(a \to b)|^2 = \left| \sum_{\text{tous chemins}} e^{i \cdot S/\hbar} \right|^2$$

- En limite classique ($\hbar \to 0$), les contributions de la plupart des chemins s'éliminent, et le chemin d'action minimale domine



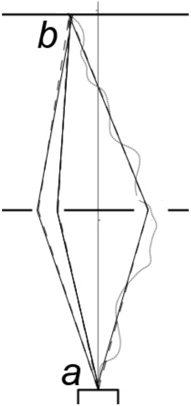
Comment calculer la probabilité d'un processus

Mécanique Quantique (réinterprétée par Feynman)

- Inspiré de la différence de marche en optique
- Chaque chemin se voit attribuer une phase, venant d'une action S

$$P(a \to b) = |A(a \to b)|^2 = \left| \sum_{\text{tous chemins}} e^{i \cdot S/\hbar} \right|^2$$

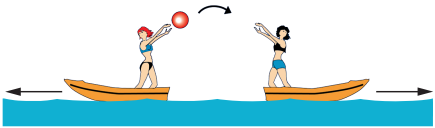
- En limite classique ($\hbar \to 0$), les contributions de la plupart des chemins s'éliminent, et le chemin d'action minimale domine

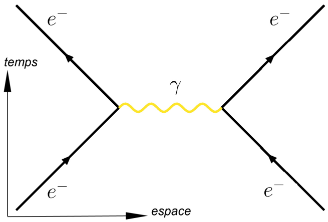


Théorie Quantique des Champs

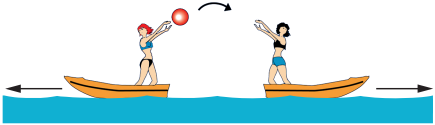
- S opérateur capable de créer ou d'annihiler des particules
- Probabilité de transition d'état initial à état final (multiparticules)
- Recouvrement entre état initial et final en passant par tous les états intermédiaires suscités par S, et donc par le Lagrangien

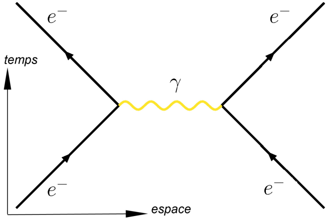
La répulsion électromagnétique

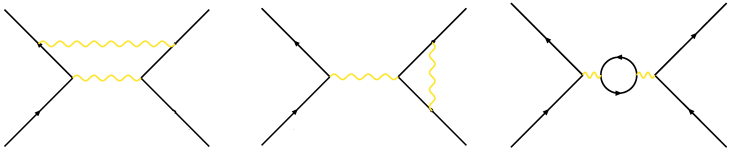




La répulsion électromagnétique







- Diagrammes de Feynman permettant de calculer les probabilités
- Ampl. de proba pour propagation (lignes) et interaction (sommets)
- Somme sur tous les chemins (toutes les configurations intermédiaires possibles), donnant lieu à des infinis à domestiquer

Interlude

Labos expérimentaux, labos théoriques

Lab. de l'Accélérateur Linéaire

- CNRS (IN2P3)
  et Univ. Paris-Sud
- 300 agents dont
  - 48 chercheurs (CNRS)
  - 13 ens.-cherch. (Univ)
  - 14 émérites
  - 14 CDD chercheurs
  - 36 doctorants
  - 180 ingénieurs et techniciens

Lab. de Physique Théorique

- CNRS (INP)
  et Univ. Paris-Sud
- 60 agents dont
  - 14 chercheurs (CNRS)
  - 11 ens.-cherch. (Univ)
  - 4 émérites
  - 3 CDD chercheurs
  - 15 doctorants
  - 7 ingénieurs et techniciens

Le Modèle Standard

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
&\quad + i\bar{\psi}\not{D}\psi \\
&\quad + \bar{\psi}_i y_{ij}\psi_j\phi + \text{h.c.} \\
&\quad + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi)
\end{aligned}
$$

La recette du Modèle Standard

- Choisir les fermions qu'on veut inclure
- Fixer la structure des trois interactions à l'aide de symétries (relativité, conservation de la charge électrique. . .)
- . . . afin d'éviter des infinis problématiques liés à la sommation sur toutes les configurations possibles
- on fait ainsi intervenir les bosons médiateurs des interactions (photon pour electromag)

La recette du Modèle Standard

- Choisir les fermions qu'on veut inclure
- Fixer la structure des trois interactions à l'aide de symétries (relativité, conservation de la charge électrique...)
- ...afin d'éviter des infinis problématiques liés à la sommation sur toutes les configurations possibles
- on fait ainsi intervenir les bosons médiateurs des interactions (photon pour electromag)

Problème avec la théorie des interactions faible et électromagntique

- Théorie avec des infinis “domesticables”, mais ...

La recette du Modèle Standard

- Choisir les fermions qu'on veut inclure
- Fixer la structure des trois interactions à l'aide de symétries (relativité, conservation de la charge électrique...)
- ...afin d'éviter des infinis problématiques liés à la sommation sur toutes les configurations possibles
- on fait ainsi intervenir les bosons médiateurs des interactions (photon pour electromag)

Problème avec la théorie des interactions faible et électromagntique

- Théorie avec des infinis "domesticables", mais ...
- Impossible d'inclure des termes de masse dans le Lagrangien
  - que ce soit pour les fermions (l'electron serait sans masse ?)
  - ou pour les bosons transmettant les interactions (l'interaction faible serait de portée infinie ?)

La recette du Modèle Standard

- Choisir les fermions qu'on veut inclure
- Fixer la structure des trois interactions à l'aide de symétries (relativité, conservation de la charge électrique...)
- ...afin d'éviter des infinis problématiques liés à la sommation sur toutes les configurations possibles
- on fait ainsi intervenir les bosons médiateurs des interactions (photon pour electromag)

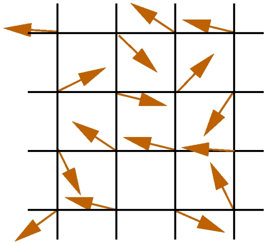
Problème avec la théorie des interactions faible et électromagntique

- Théorie avec des infinis "domesticables", mais ...
- Impossible d'inclure des termes de masse dans le Lagrangien
  - que ce soit pour les fermions (l'electron serait sans masse ?)
  - ou pour les bosons transmettant les interactions (l'interaction faible serait de portée infinie ?)
- Les symétries mises en place sont trop contraignantes !

Une victoire à la Pyrrhus pour le Modèle Standard ?

Une analogie de la matière condensée

Un aimant (ferromagnétique) au-dessus de la température de Curie

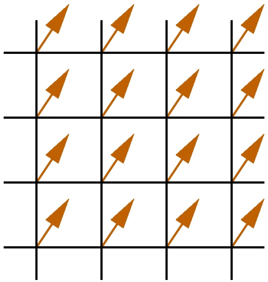


Interaction entre deux spins $\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$
invariant sous des rotations

Pas d'ordre ni de direction privilégiée
par l'état du système

Brisure spontanée de symétrie

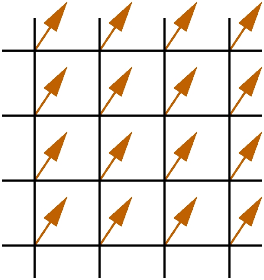
En-dessous de la temp. de Curie: aimantation spontanée $\langle \sum_j \vec{S}_j \rangle \neq \vec{0}$



Direction privilégiée pour les états
alors que les interactions $(\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j)$ ne privilégient aucune direction

Brisure spontanée de symétrie

En-dessous de la temp. de Curie: aimantation spontanée $\langle \sum_j \vec{S}_j \rangle \neq \vec{0}$



Direction privilégiée pour les états
alors que les interactions $(\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j)$ ne privilégient aucune direction

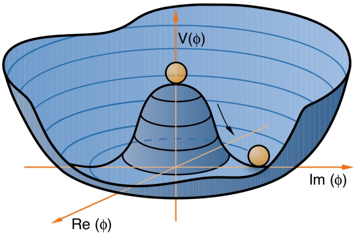
Brisure spontanée de symétrie

Symétrie des interactions (ici rotation)
n'est pas explicite au niveau des états

Le rôle du champ de Higgs

Le champ de Higgs

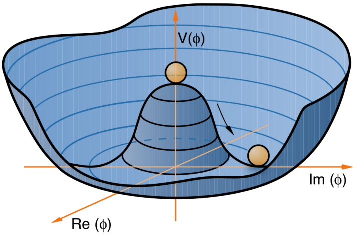
- fait en sorte que l'état fondamental (et les autres !) ne satisfasse pas toutes les symétries des interactions
  $\Longrightarrow$les bosons de l'interaction faible peuvent être massifs



Le rôle du champ de Higgs

Le champ de Higgs

- fait en sorte que l'état fondamental (et les autres !) ne satisfasse pas toutes les symétries des interactions
  $\Longrightarrow$les bosons de l'interaction faible peuvent être massifs

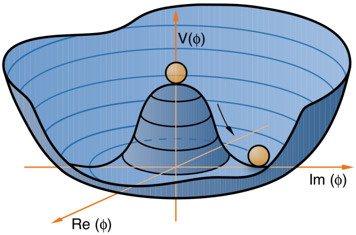


- peut interagir plus ou moins intensément avec les fermions
  $\Longrightarrow$les quarks et les leptons peuvent être massifs

Le rôle du champ de Higgs

Le champ de Higgs

- fait en sorte que l'état fondamental (et les autres !) ne satisfasse pas toutes les symétries des interactions
  $\Longrightarrow$les bosons de l'interaction faible peuvent être massifs

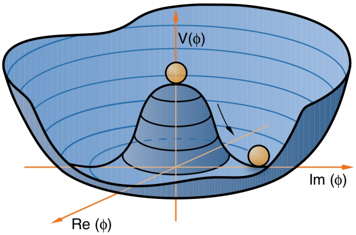


- peut interagir plus ou moins intensément avec les fermions
  $\Longrightarrow$les quarks et les leptons peuvent être massifs
- et ne remet pas en cause la domestication des infinis présente dans le Modèle Standard

Le rôle du champ de Higgs

Le champ de Higgs

- fait en sorte que l'état fondamental (et les autres !) ne satisfasse pas toutes les symétries des interactions
  $\Longrightarrow$les bosons de l'interaction faible peuvent être massifs



- peut interagir plus ou moins intensément avec les fermions
  $\Longrightarrow$les quarks et les leptons peuvent être massifs
- et ne remet pas en cause la domestication des infinis présente dans le Modèle Standard

Le boson de Higgs

- est une excitation du champ de Higgs, réalisée si assez d'E
- possède les mêmes interactions que le champ-même

Ce que contient le Modèle Standard

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \quad & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & + i\bar{\psi} \not{D} \psi \\ & + \bar{\psi}_i y_{ij} \phi \psi_j \\ & + h.c. \\ & + |D^\mu \phi|^2 \\ & + V(\phi)\end{aligned} \quad ,$$

Ce que contient le Modèle Standard

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \quad & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ & +i\bar{\psi}\not{D}\psi \\ & +\bar{\psi}_i y_{ij}\phi\psi_j \\ & +h.c. \\ & +|D^\mu\phi|^2 \\ & +V(\phi)\end{aligned}$$

Maxwell, propagation des bosons médiateurs, interactions entre gluons, entre bosons faibles

Ce que contient le Modèle Standard

$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$	Maxwell, propagation des bosons médiateurs, interactions entre gluons, entre bosons faibles
$+i\bar{\psi} \not{D} \psi$	Dirac, Propagation des fermions, interaction entre fermions et bosons médiateurs
$+\bar{\psi}_i y_{ij} \phi \psi_j$	
$+h.c.$	
$+\|D^\mu \phi\|^2$	
$+V(\phi)$	

Ce que contient le Modèle Standard

$\mathcal{L} =$	$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$	Maxwell, propagation des bosons médiateurs, interactions entre gluons, entre bosons faibles
	$+i\bar{\psi}\not{D}\psi$	Dirac, Propagation des fermions, interaction entre fermions et bosons médiateurs
	$+\bar{\psi}_i y_{ij}\phi\psi_j$	Interaction entre fermions et Higgs, terme de masse des fermions
	$+h.c.$	
	$+\lvert D^\mu\phi\rvert^2$	
	$+V(\phi)$	

Ce que contient le Modèle Standard

$\mathcal{L} =$	$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$	Maxwell, propagation des bosons médiateurs, interactions entre gluons, entre bosons faibles
	$+i\bar{\psi}\not{D}\psi$	Dirac, Propagation des fermions, interaction entre fermions et bosons médiateurs
	$+\bar{\psi}_i y_{ij}\phi\psi_j$	Interaction entre fermions et Higgs, terme de masse des fermions
	$+h.c.$	Lien et asymétrie de comportement entre particules et antiparticules
	$+\|D^\mu\phi\|^2$	
	$+V(\phi)$	

Ce que contient le Modèle Standard

$\mathcal{L} =$	$-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$	Maxwell, propagation des bosons médiateurs, interactions entre gluons, entre bosons faibles
	$+i\bar{\psi}\not{D}\psi$	Dirac, Propagation des fermions, interaction entre fermions et bosons médiateurs
	$+\bar{\psi}_i y_{ij}\phi\psi_j$	Interaction entre fermions et Higgs, terme de masse des fermions
	$+h.c.$	Lien et asymétrie de comportement entre particules et antiparticules
	$+\lvert D^\mu\phi\rvert^2$	Propagation du boson de Higgs interaction entre Higgs et bosons faibles
	$+V(\phi)$	

Ce que contient le Modèle Standard

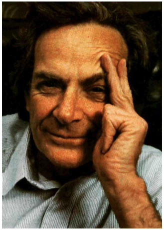
$\mathcal{L} =$	$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$	Maxwell, propagation des bosons médiateurs, interactions entre gluons, entre bosons faibles
	$+i\bar{\psi} \not{D} \psi$	Dirac, Propagation des fermions, interaction entre fermions et bosons médiateurs
	$+\bar{\psi}_i y_{ij} \phi \psi_j$	Interaction entre fermions et Higgs, terme de masse des fermions
	$+h.c.$	Lien et asymétrie de comportement entre particules et antiparticules
	$+\|D^\mu \phi\|^2$	Propagation du boson de Higgs interaction entre Higgs et bosons faibles
	$+V(\phi)$	Brisure de la symétrie électrofaible, source de la masse des particules élémentaires

Ce que contient le Modèle Standard

$\mathcal{L} =$	$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$	Maxwell, propagation des bosons médiateurs, interactions entre gluons, entre bosons faibles
	$+i\bar{\psi} \not{D} \psi$	Dirac, Propagation des fermions, interaction entre fermions et bosons médiateurs
	$+\bar{\psi}_i y_{ij} \phi \psi_j$	Interaction entre fermions et Higgs, terme de masse des fermions
	$+h.c.$	Lien et asymétrie de comportement entre particules et antiparticules
	$+\lvert D^\mu \phi \rvert^2$	Propagation du boson de Higgs interaction entre Higgs et bosons faibles
	$+V(\phi)$	Brisure de la symétrie électrofaible, source de la masse des particules élémentaires

Reste à résoudre les équations !

En guise de conclusion



Cette théorie décrit la Nature d'une façon absurde si nous suivons notre bon sens. Et elle est en parfait accord avec l'expérience. Donc j'espère que vous allez accepter la Nature telle qu'elle est. Absurde.

Richard Feynman

Des questions ?