

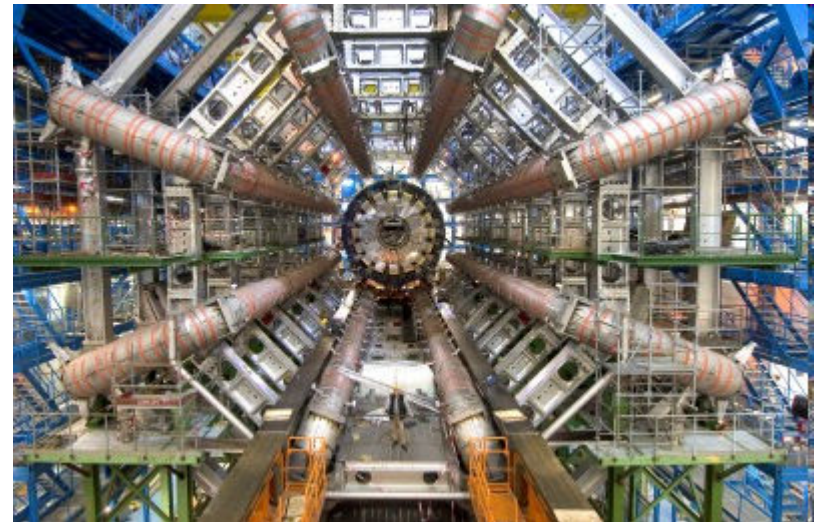
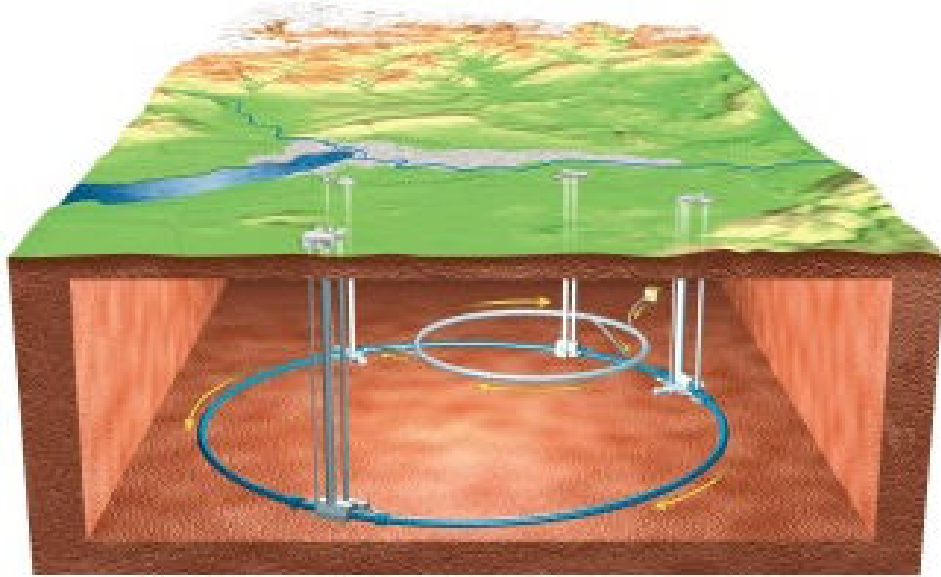
Grundlagen der Beschleunigerphysik

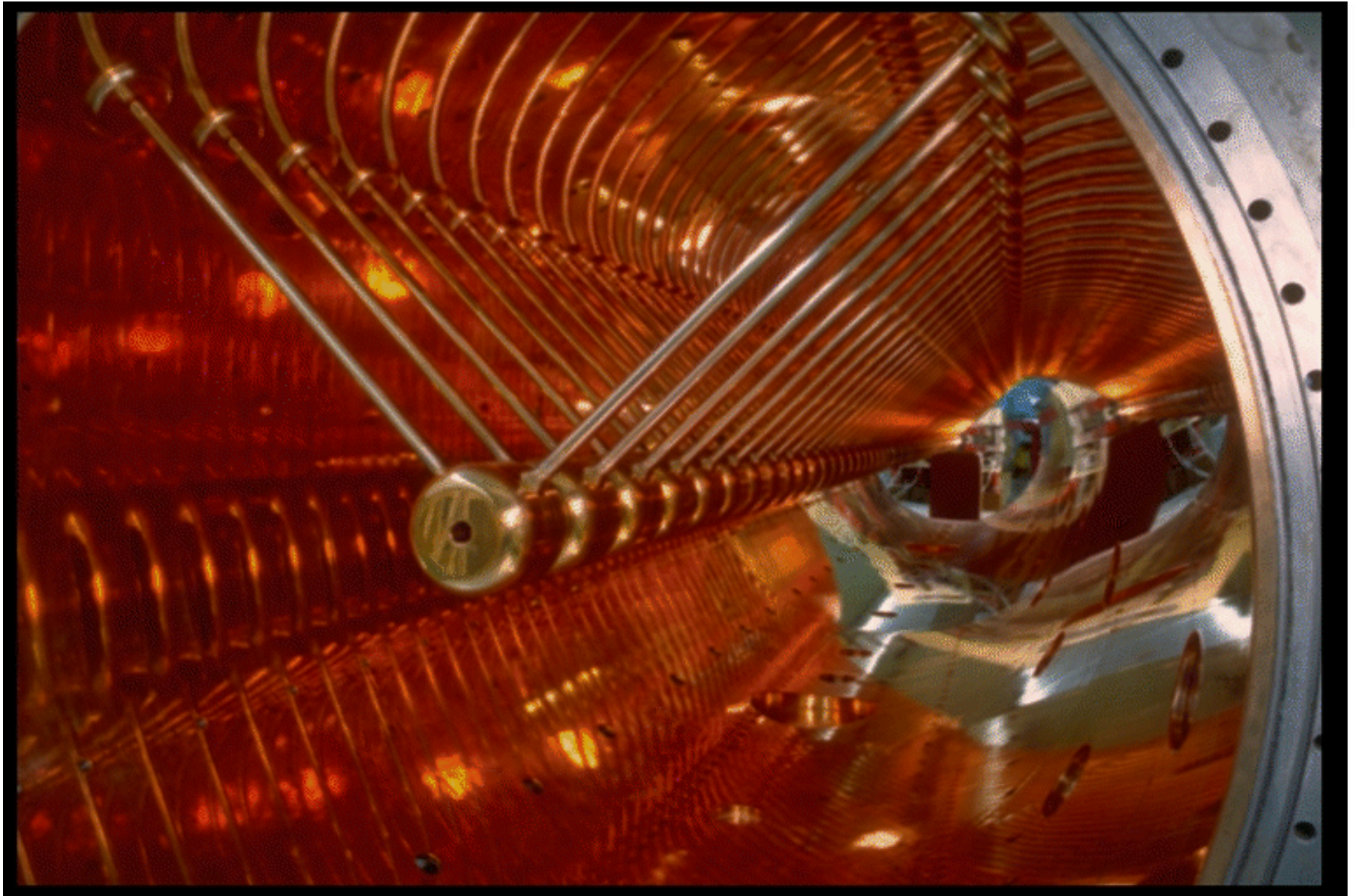


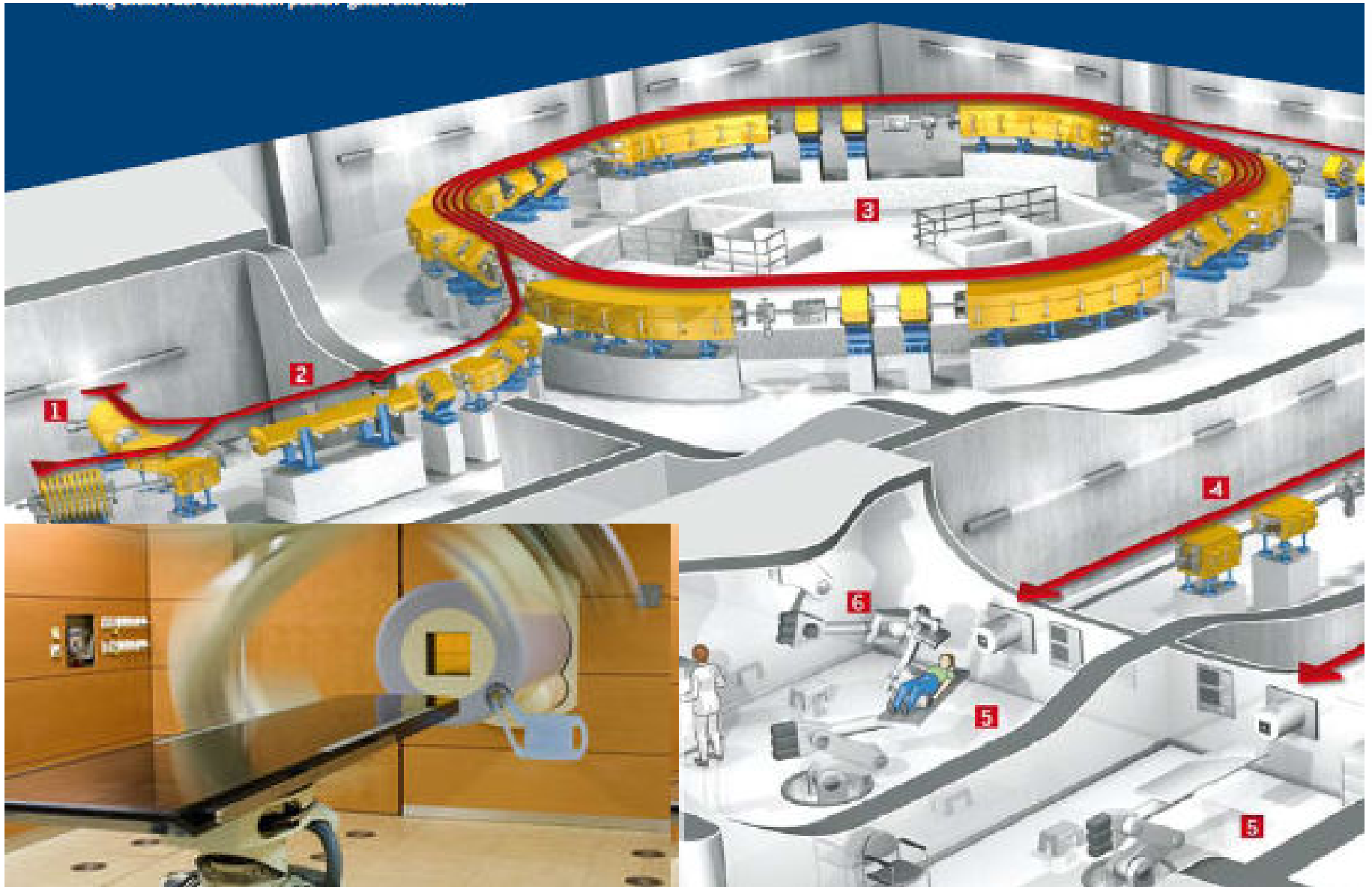
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT











Teilchenbeschleuniger in der Öffentlichen Wahrnehmung



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Genfer Teilchenbeschleuniger bald in Betrieb:
Die Geburt oder der Untergang der Welt?

Es gilt als das aufwändigste, teuerste und komplizierteste Experiment der Menschheit. Physiker am Genfer Forschungslabor CERN wollen den Urknall simulieren. Kritiker befürchten nichts Geringeres als den Weltuntergang.

tagesschau.de

**Angst vor Weltuntergang - Amerikaner klagt gegen
Teilchenbeschleuniger**

Walter Wagner hat Angst. Er fürchtet, dass Schwarze Löcher entstehen könnten, wenn im Herbst der Teilchenbeschleuniger LHC in Genf die Arbeit aufnimmt - und dass dies das Ende der Welt bedeutet. Das will der Amerikaner gerichtlich verhindern.

[SPIEGEL ONLINE](http://www.spiegel.de)

Was sind Teilchenbeschleuniger?



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

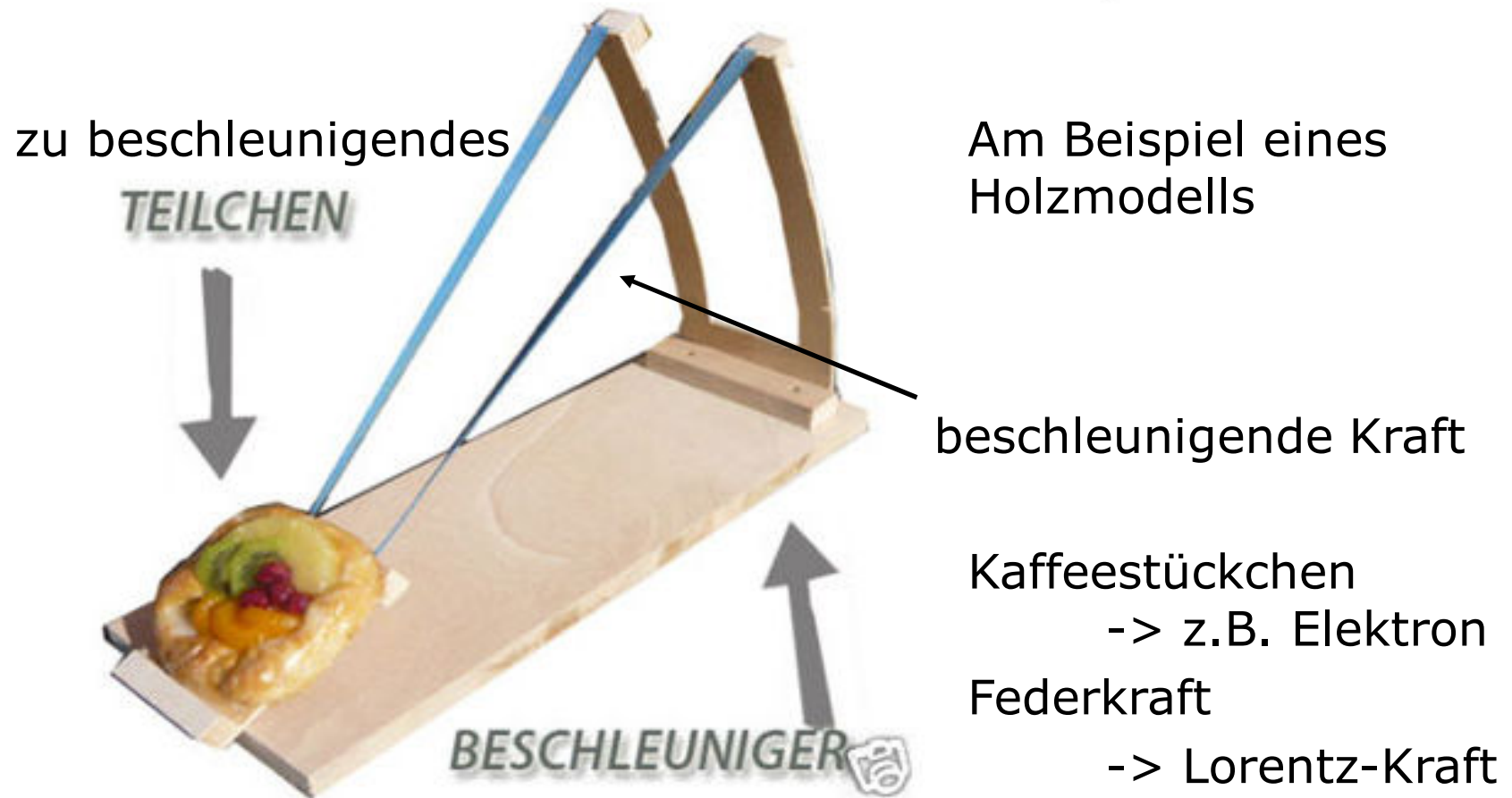
Ein Teilchenbeschleuniger ist ein Gerät, in dem geladene Teilchen (z. B. Elementarteilchen, Atomkerne oder ionisierte Atome, Moleküle) durch elektrische Felder auf große Geschwindigkeiten beschleunigt werden.

Je nach Teilchenart und Beschleunigertyp kann annähernd Lichtgeschwindigkeit erreicht werden, und die Teilchen erlangen eine Bewegungsenergie (kinetische Energie), die einem Vielfachen ihrer eigenen Ruheenergie entspricht.

Die größten Beschleunigeranlagen werden in der Grundlagenforschung (Hochenergiephysik) quasi als Mikroskope eingesetzt, um mit den darin beschleunigten, hoch energetischen Teilchen die fundamentalen Wechselwirkungen von Materie zu untersuchen, und allerkleinste Strukturen aufzulösen. Neben ihrer Bedeutung für die Grundlagenforschung haben Teilchenbeschleuniger auch eine immer wichtigere Bedeutung in der Medizin und für viele industrielle Zwecke.

Quelle: Wikipedia.de

Grundlagen der Teilchenbeschleunigung



Lorentzkraft

- Die Kraft auf ein geladenes Teilchen ist proportional zur Ladung, zum elektrischen Feld, und zum (Kreuz-)Produkt von Geschwindigkeitsvektor und Magnetfeld:

$$\vec{\mathbf{F}} = q \cdot (\vec{\mathbf{E}} + \vec{\mathbf{v}} \times \vec{\mathbf{B}})$$

- q Ladung, v ist die Geschwindigkeit mit der sich die Ladung bewegt, E das elektrische und B das magnetische Feld
- Energieänderung nur durch elektrische Felder, im Magnetfeld kann man keine Ladung beschleunigen

$$\Delta E = \int_{s1}^{s2} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{s}}$$

Teilchenbeschleunigung im elektrischen Feld (I)

- Energiegewinn

$$\Delta E = \int_{s1}^{s2} \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

- Integration des Feldes

$$U = \int_{s1}^{s2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta E = \int_{s1}^{s2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{s1}^{s2} q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s} = q \cdot U$$

- Der Energiegewinn des geladenes Teilchen ist proportional zu dessen Ladung und zur Spannung, die das Teilchen durchläuft.

Teilchenbeschleunigung im elektrischen Feld (II)

- Energiegewinn

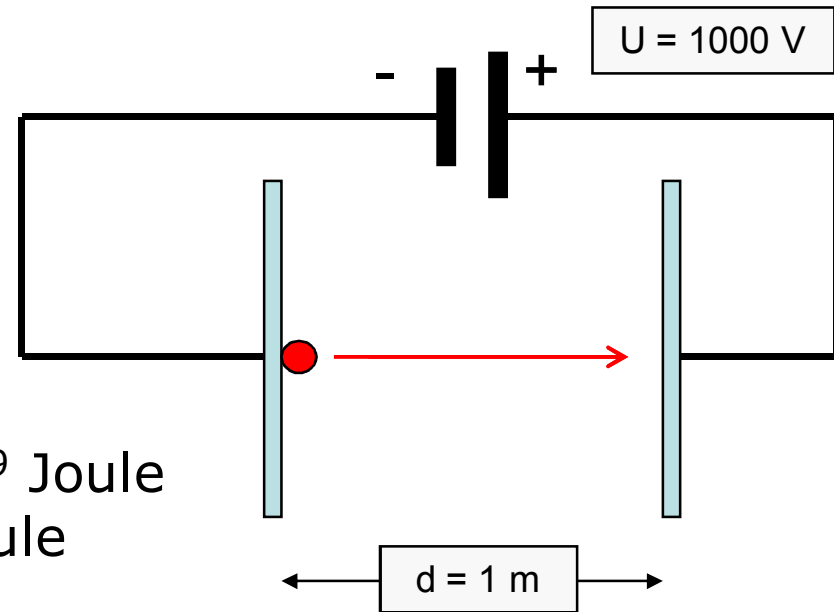
$$\Delta E = q \cdot U$$

- Werte:

$$U = 1000 \text{ V}, d = 1 \text{ m}$$

Elektron ($q = e$)

$$\begin{aligned} \Rightarrow \Delta E &= 1000 \text{ V} * 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ Joule} \\ &= 1.602 \cdot 10^{-16} \text{ Joule} \end{aligned}$$



Bessere Energieeinheit: $\Delta E = 1 \text{ eV}$:

„Energiegewinn eines Teilchens mit der Elementarladung beim durchfallen einer Potentialdifferenz von einem Volt“

(Einfache) Teilchenbeschleuniger - als Mikroskope

$$E_{ph} = h\nu \quad \& \quad E_e = eU_{acc}$$

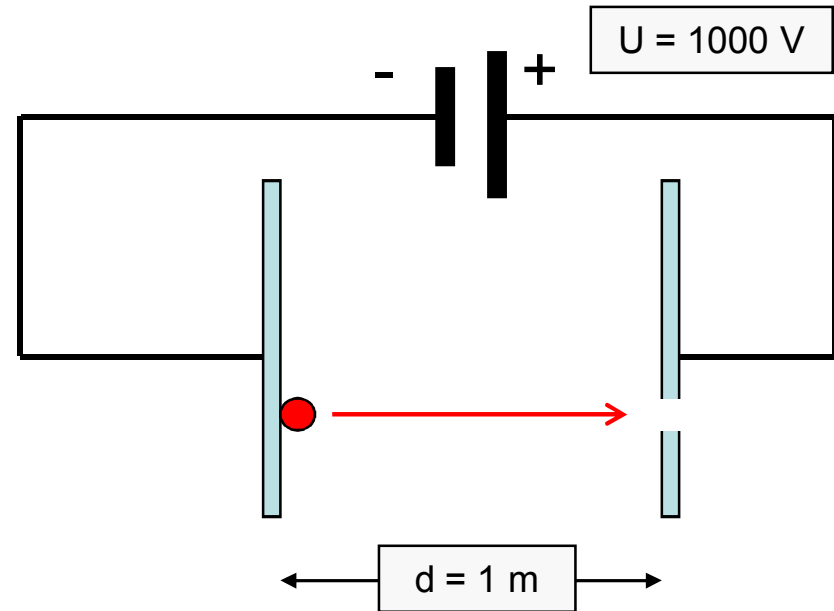
$$h\nu = eU_{acc} \quad \text{mit} \quad c = \lambda\nu$$

$$\nu = \frac{eU_{acc}}{h} = \frac{c}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda_B = \frac{ch}{eU_{acc}}$$

de Broglie-Wellenlänge (nichtrelativistisch)

=> Mikroskopische Auflösung



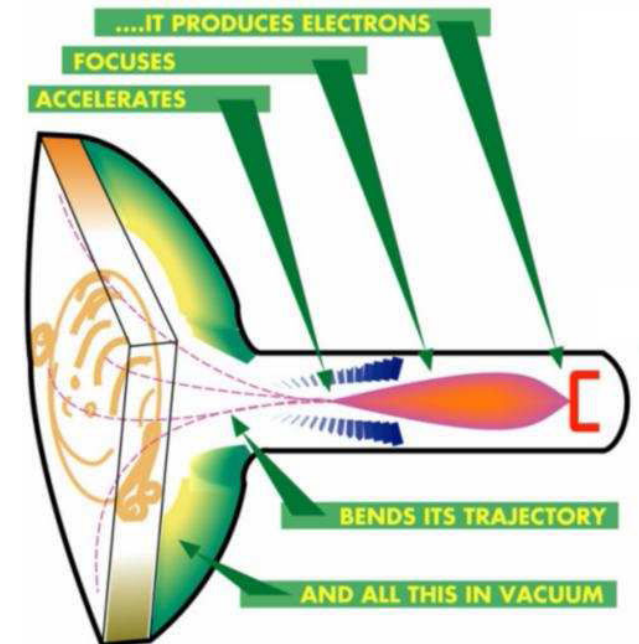
„Teilchen“mikroskope

- Sichtbares Licht:

$$500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \\ \Rightarrow 2,5 \text{ eV}$$

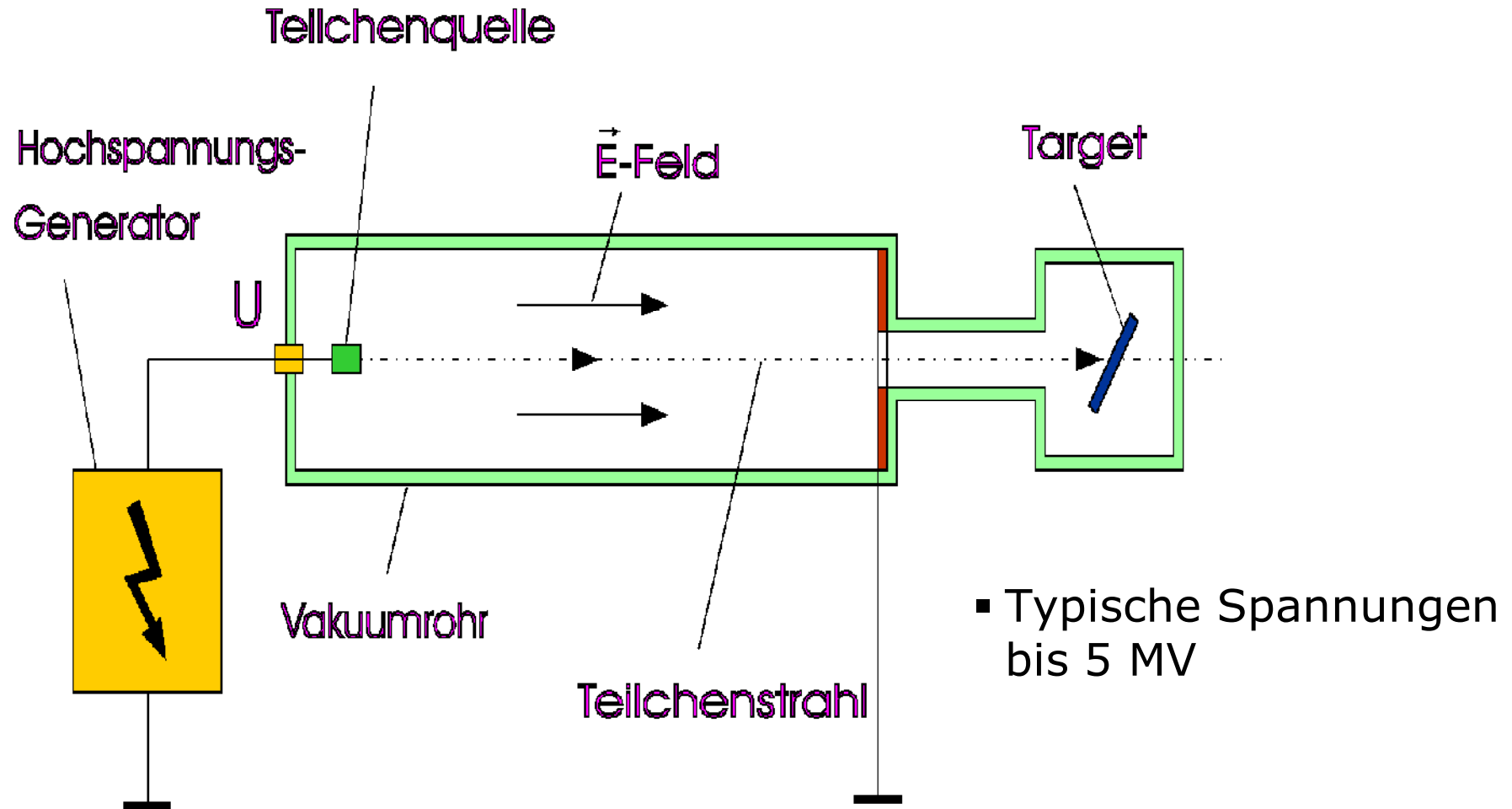
- Röntgenstrahlung

$$10 \text{ keV} \\ \Rightarrow 0,125 \text{ nm}$$



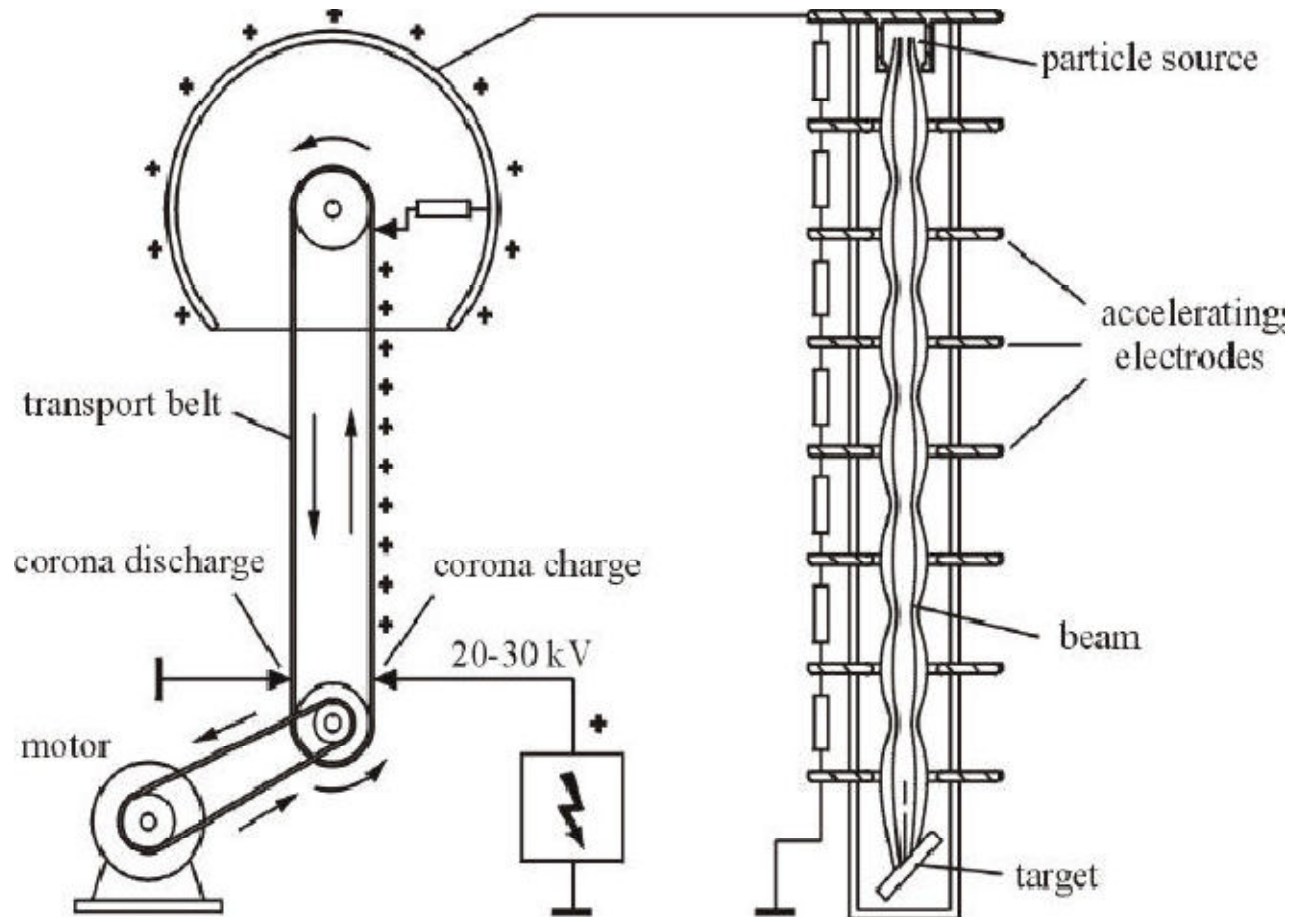
$$\lambda_B = \frac{ch}{p} \approx \frac{ch}{eU_{acc}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_B = \frac{h_{\text{planck}} \cdot c}{\sqrt{E_k \cdot (E_k + 2 \cdot m_0 \cdot c^2)}}$$

Einfacher Teilchenbeschleuniger (elektrostatische Beschleunigung)



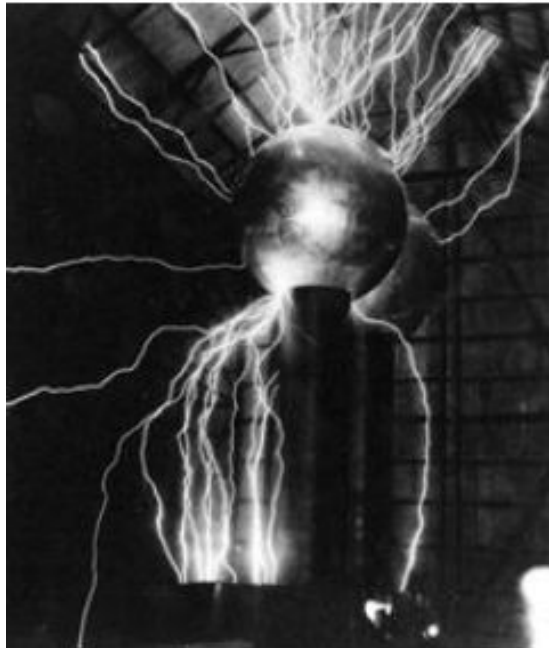
Van de Graaff Beschleuniger

- 1930
- Hochspannungserzeugung durch Bandgenerator
- Beschleunigung durch Hochspannungskaskade

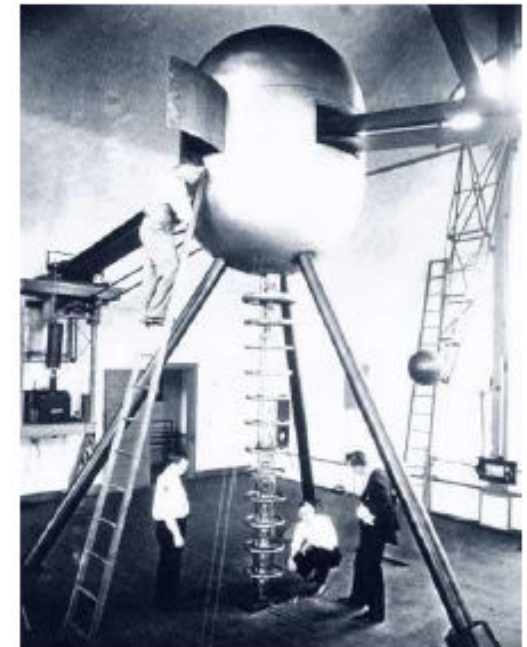


Hochspannungsterminals

- Technische Limitierung
- Feldstärke in Luft:
2-3 MV/m
- Abhilfe durch Schutzgas
Bsp. SF₆, 10 bar

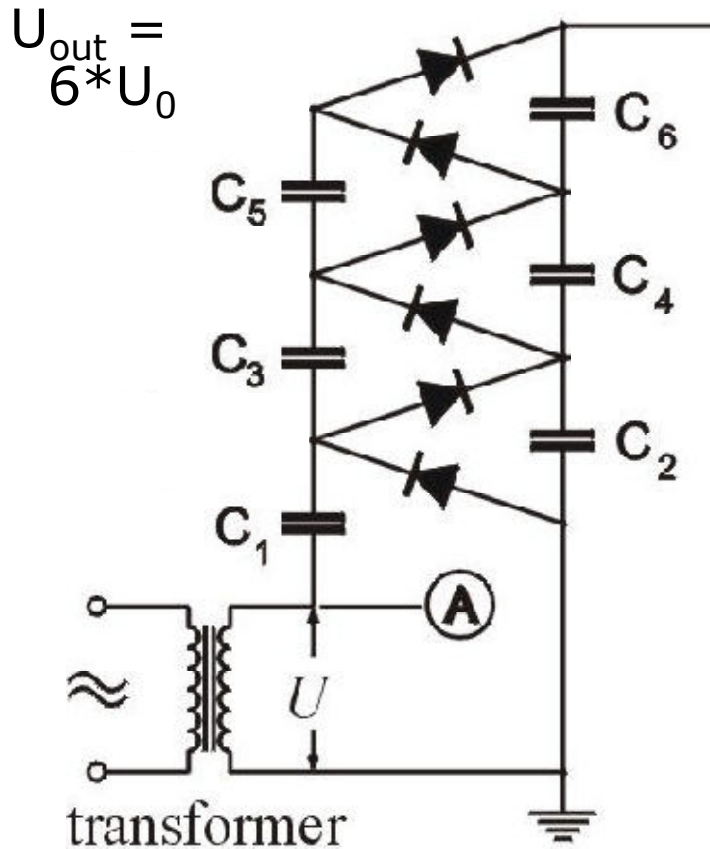


South Dartmouth, MA (MIT) 1933

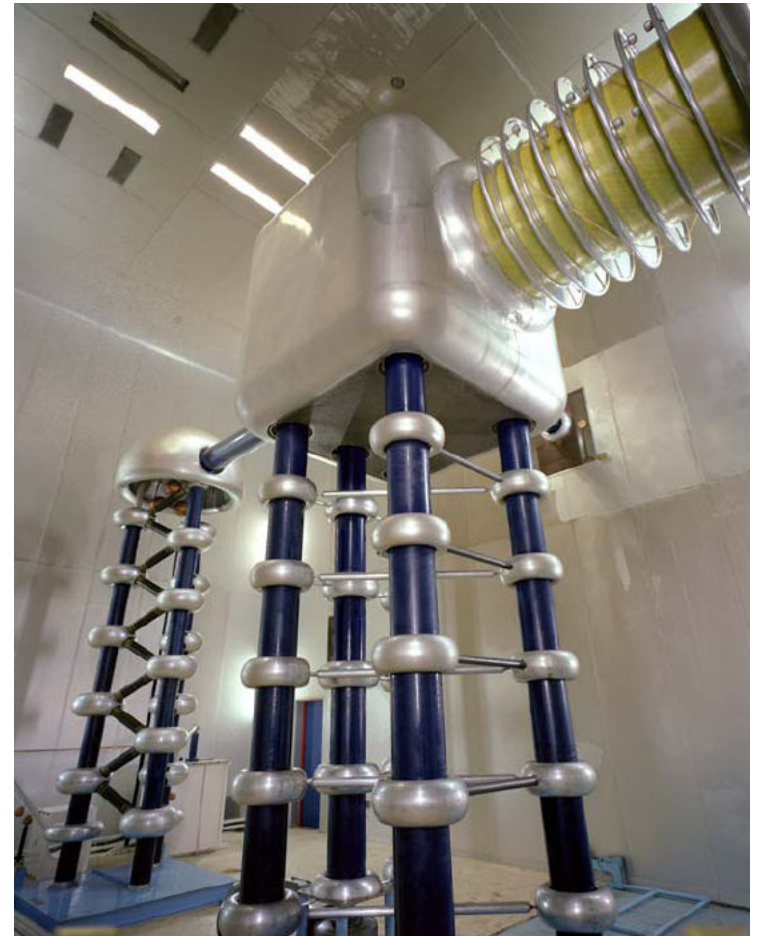


Carnegie institution (Washington)
1933, 600 kV

Hochspannungserzeugung: Kaskadengenerator (Cockroft-Walton)



Fermilab.
700 kV



Hochspannungsterminals als Vorbeschleuniger



Elektronenvorbeschleunigung
100 – 300 kV

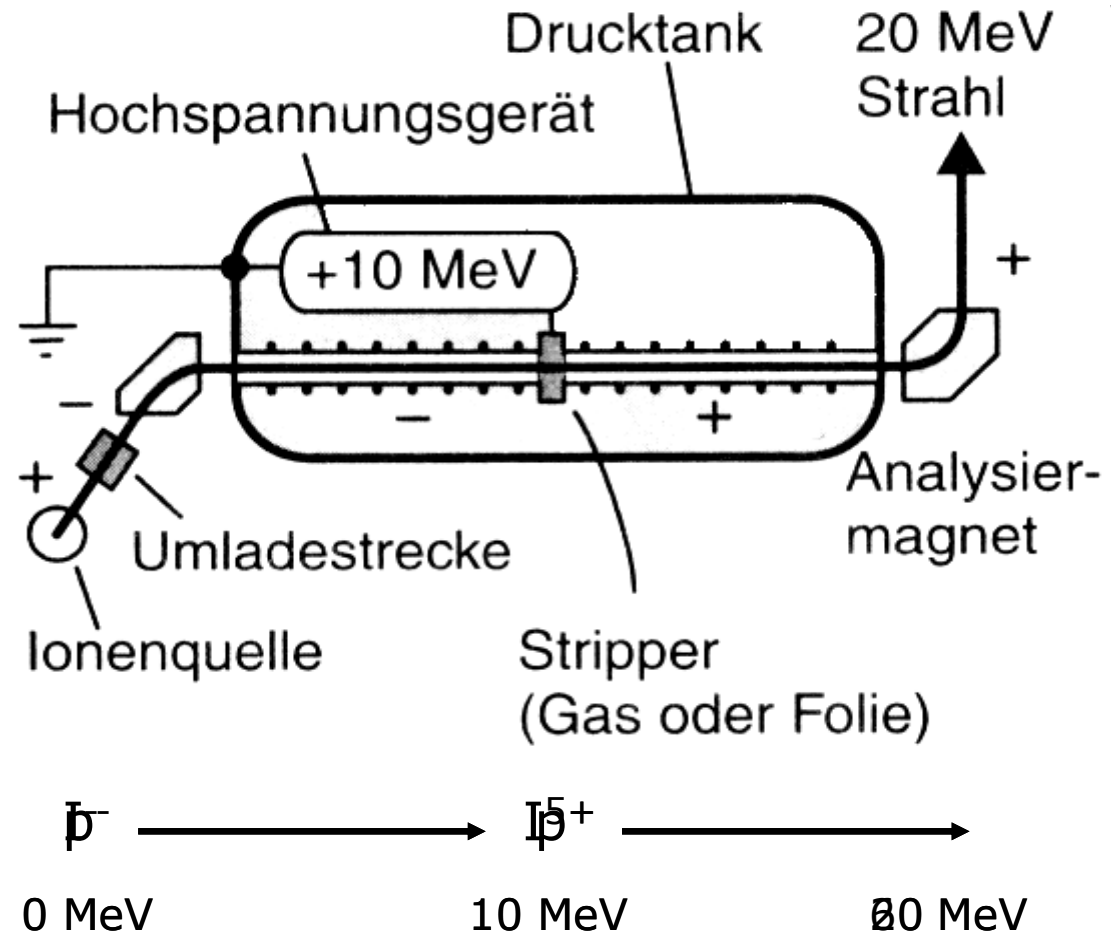
Protonenterminals
bis zu 750 kV

Extraktionsspannung aus
Ionenquellen
10 – 50 kV

Im Bild: Kathode auf Hochspannungspotential
der polarisierten Elektronenquelle in Darmstadt

Weiterentwicklung: Das Tandem

- Heute werden Feldstärken bis zu 30 MV/m beherrscht
- Der Kölner Tandem-Van-de-Graaff erreicht bis ca. 11 MV
- Durch Umladung: 22 MeV für Protonen bei Ionen mehr je nach Ladungszustand



Das Kölner Tandem



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

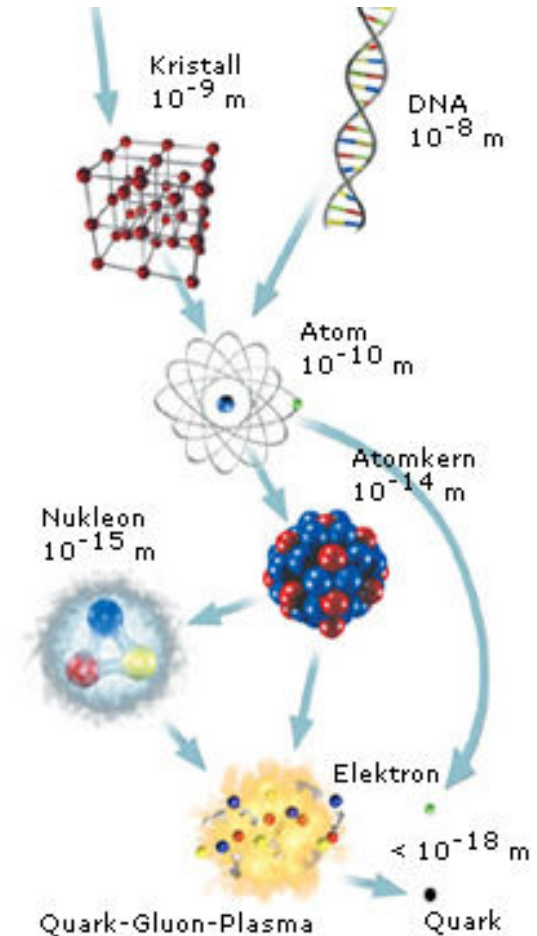


Typische Größenordnungen

- Abstand von Atomen in Materie:
 $0.3 \text{ nm} = 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ 3 keV
- Atomradius:
 $0.1 \text{ nm} = 1 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ 10 keV
- Proton / Neutronradius:
 $1 \text{ fm} = 1 \cdot 10^{-15} \text{ m}$ 1 GeV
- Quark:
 $1 \cdot 10^{-16} \text{ m}$ 10 GeV

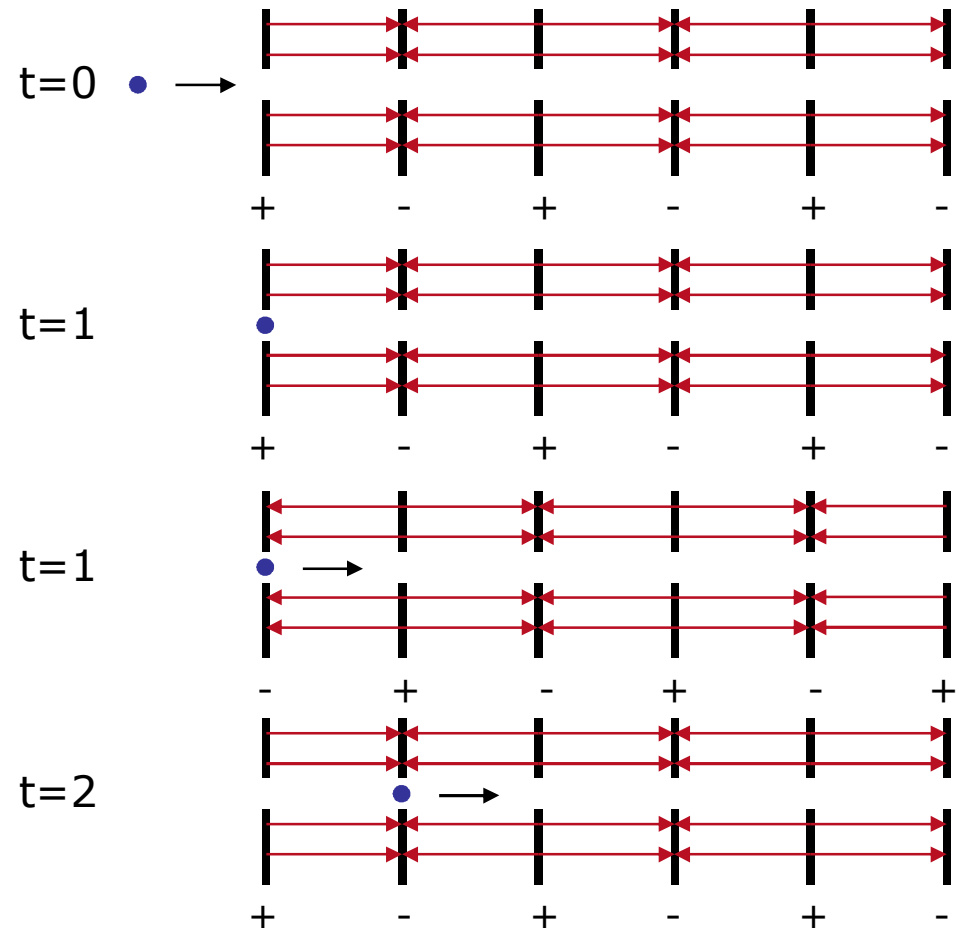
$$\lambda_B = \frac{h_{\text{planck}} \cdot c}{\sqrt{E_k \cdot (E_k + 2 \cdot m_0 \cdot c^2)}}$$

- Genau Mikroskope bedeutet hoher Teilchenimpuls und somit komplexere Beschleuniger

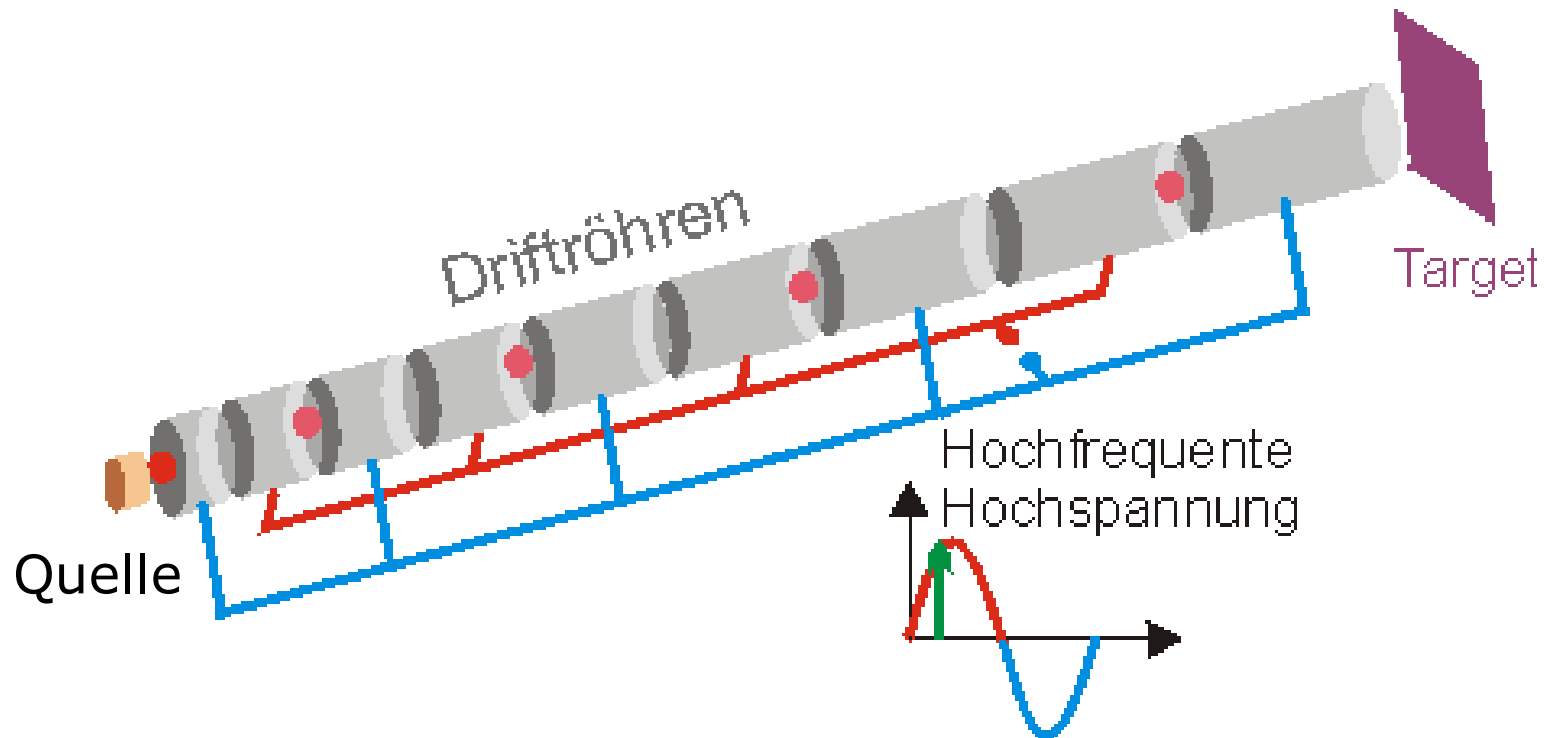


Erzeugung höherer Teilchenenergien: Prinzip der Beschleunigung durch Wechselfelder

- Elektrostatisch 10 MV mit viel Aufwand erreichbar
- Lösung:
Umpolen der Beschleunigungsspannung (zum richtigen Zeitpunkt)
- n Kondensatoren
=> n-facher Energiegewinn
- => Prinzip der Hochfrequenzbeschleunigung

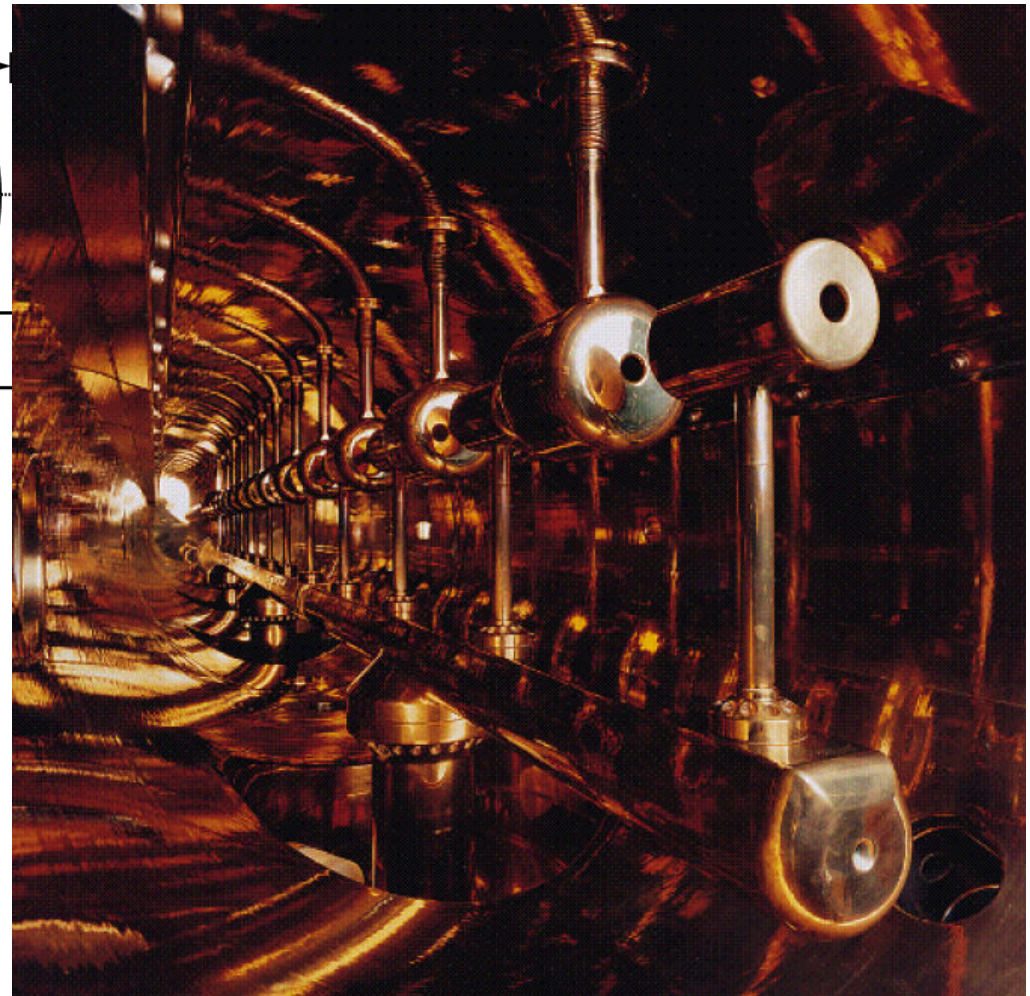
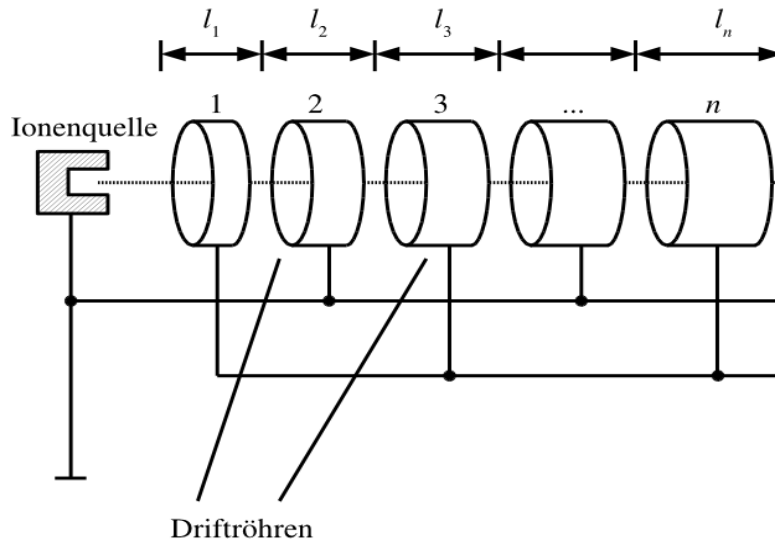


Ising/ Wideröe Beschleuniger



Von Ising 1925 vorgeschlagen, 1928 von Wideröe erfolgreich getestet. Heute als Alvarez Beschleuniger in Betrieb

Synchronität: Anpassung an die Teilchengeschwindigkeit



Teilchengeschwindigkeit
nimmt durch
Beschleunigung zu
=> Anpassung der
Periodenlänge

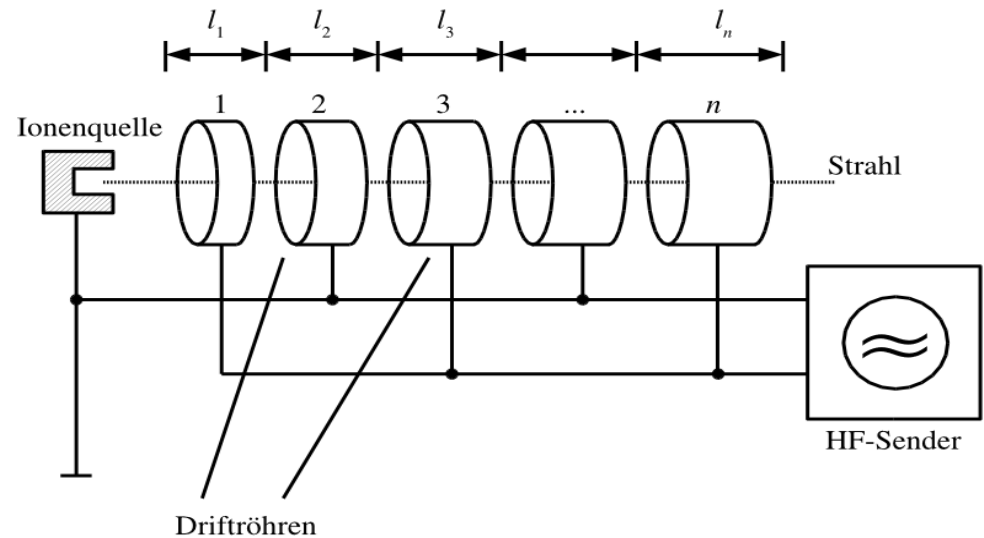
Geschwindigkeitsprofil bei Driftröhrenbeschleunigern

Periodenlänge

$$l_i = v_i t = v_i \frac{T}{2}$$

Bei Anregung mit konstanter
Frequenz $\nu \Rightarrow$
Synchronizitätsbedingung

$$l_i = v_i t = \frac{1}{2} \frac{v_i}{\nu}$$

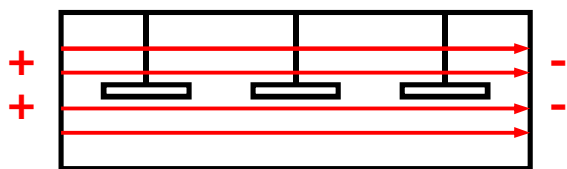
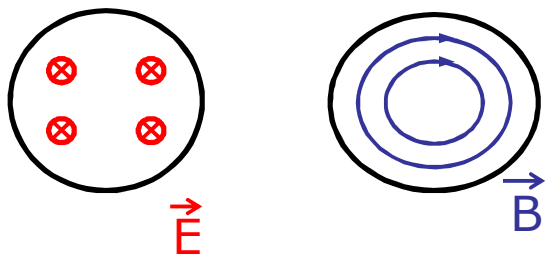


Vorgehen bei der Berechnung:

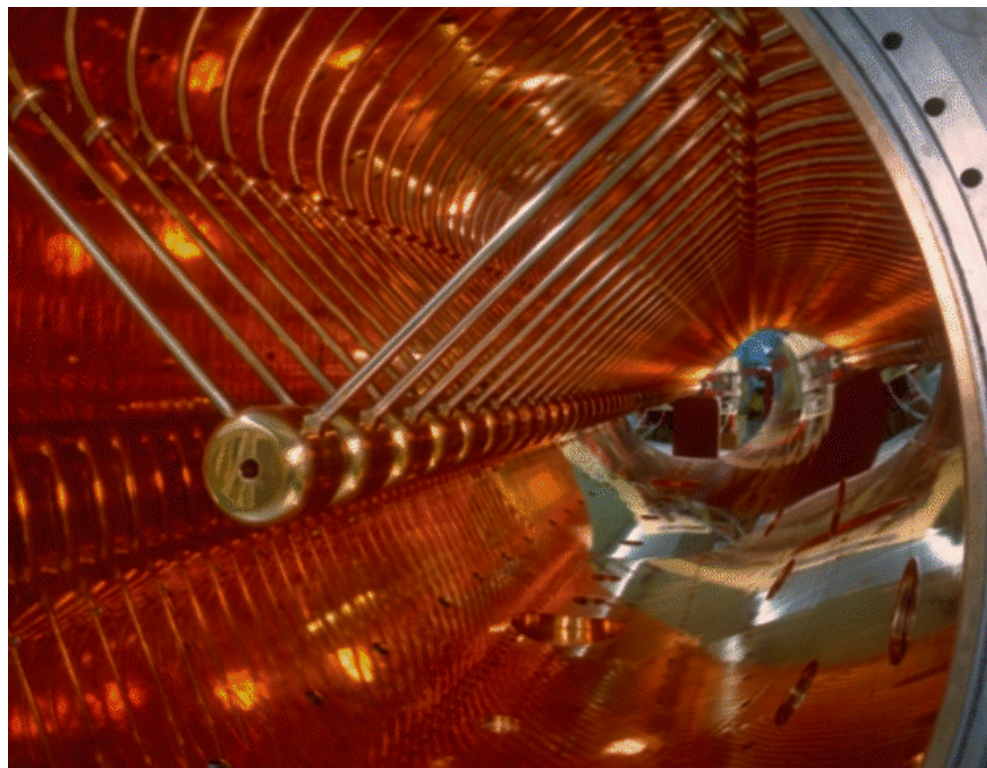
- Beschleunigungsspannung bekannt
- Berechnung: Energiegewinn \rightarrow Geschwindigkeit \rightarrow Periodenlänge
- Aber: Beschleunigungsspalt verhält sich wie ein Plattenkondensator
- Parallelschaltung unterschiedlicher Kapazitäten !!!!

Prinzip des Alvarez Beschleunigers

E_{010} -Mode



Alvarez Beschleuniger



UNILAC bei GSI: 108 MHz

Wideroe/ Alvarez Beschleuniger als Bestandteile des UNILAC (GSI)



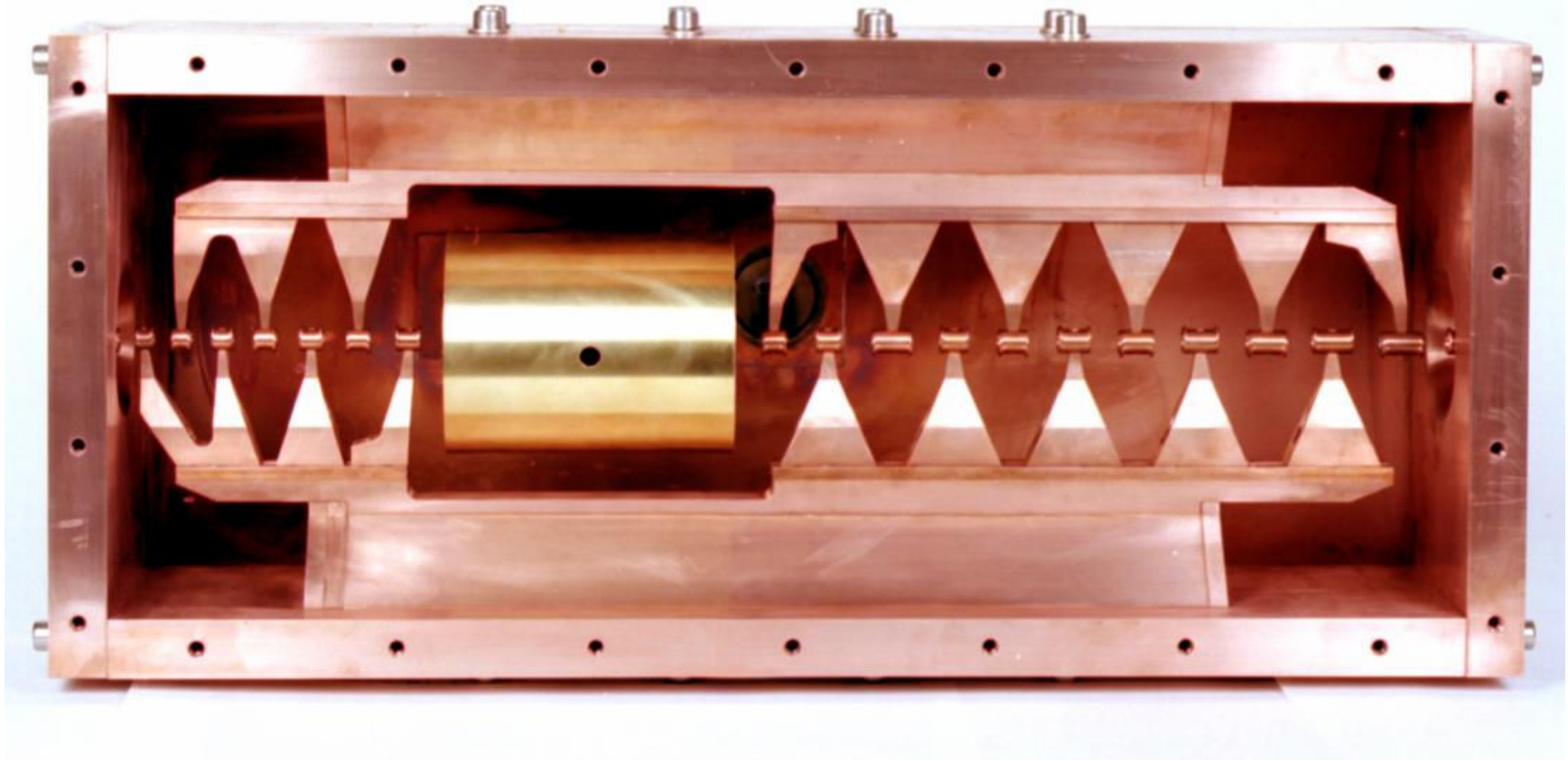
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



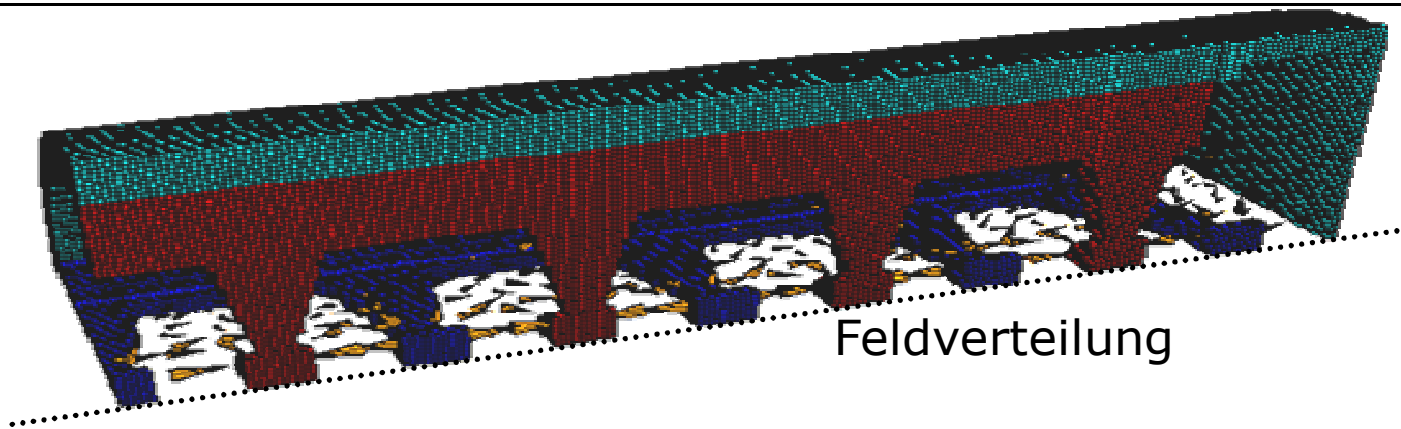
REX IH Beschleunigungsstruktur (CERN)



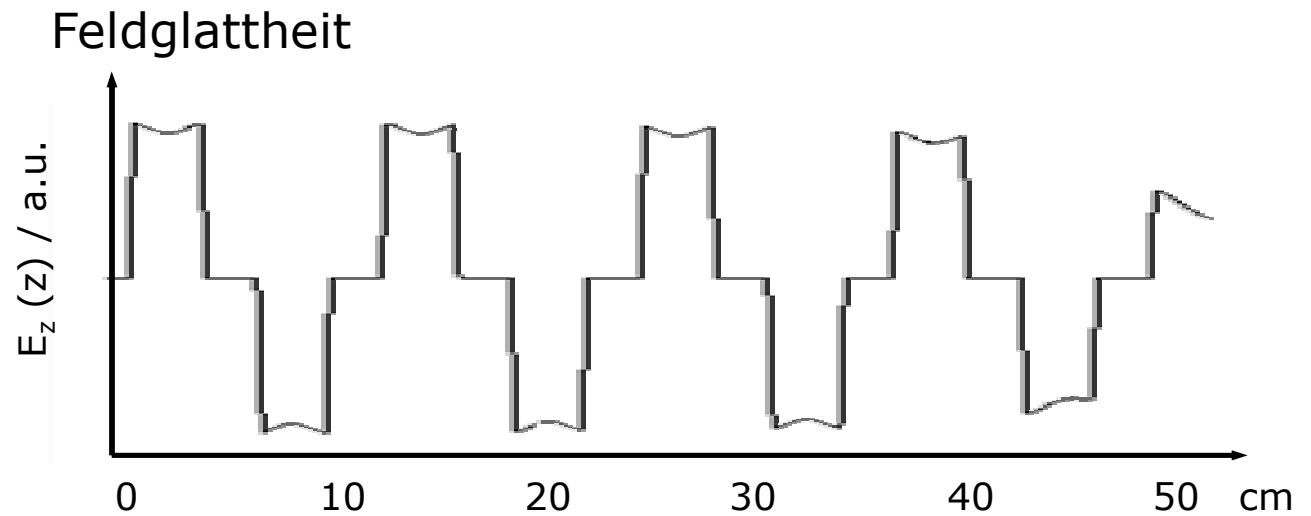
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Feldberechnung von Beschleunigungsstrukturen



Berechnung:
Numerische
Lösung der
Maxwell-
Gleichungen



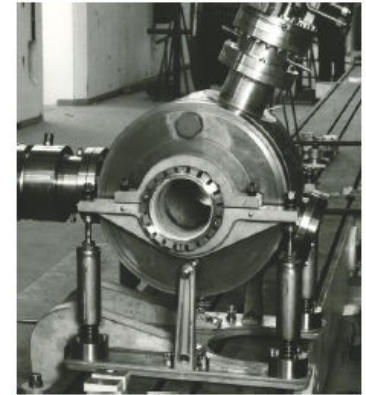
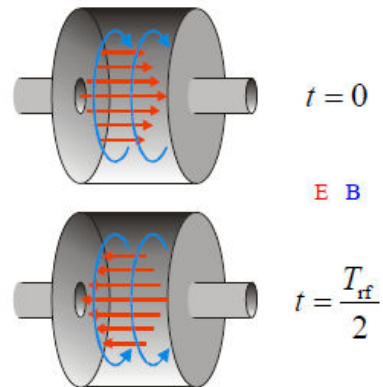
HF Beschleunigung bei Elektronen



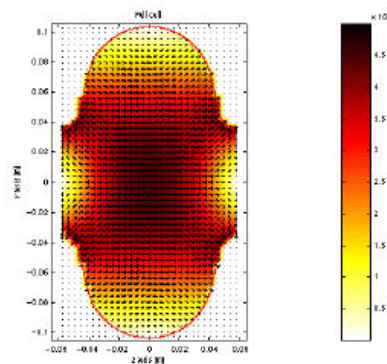
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

- Elektronen sind „leichte“ Teilchen (Ruheenergie 511 keV)
- Bei elektrostatischer Beschleunigung steigt die Geschwindigkeit sehr schnell. Zahlenwerte: Beschleunigung mit 250 kV => $v = 74 \% c$
- Ab 10 MeV kaum messbare Abweichung von der Lichtgeschwindigkeit

Hohlraumresonatoren (rf cavities)



DORIS-Einzeller („pillbox“ cavity)

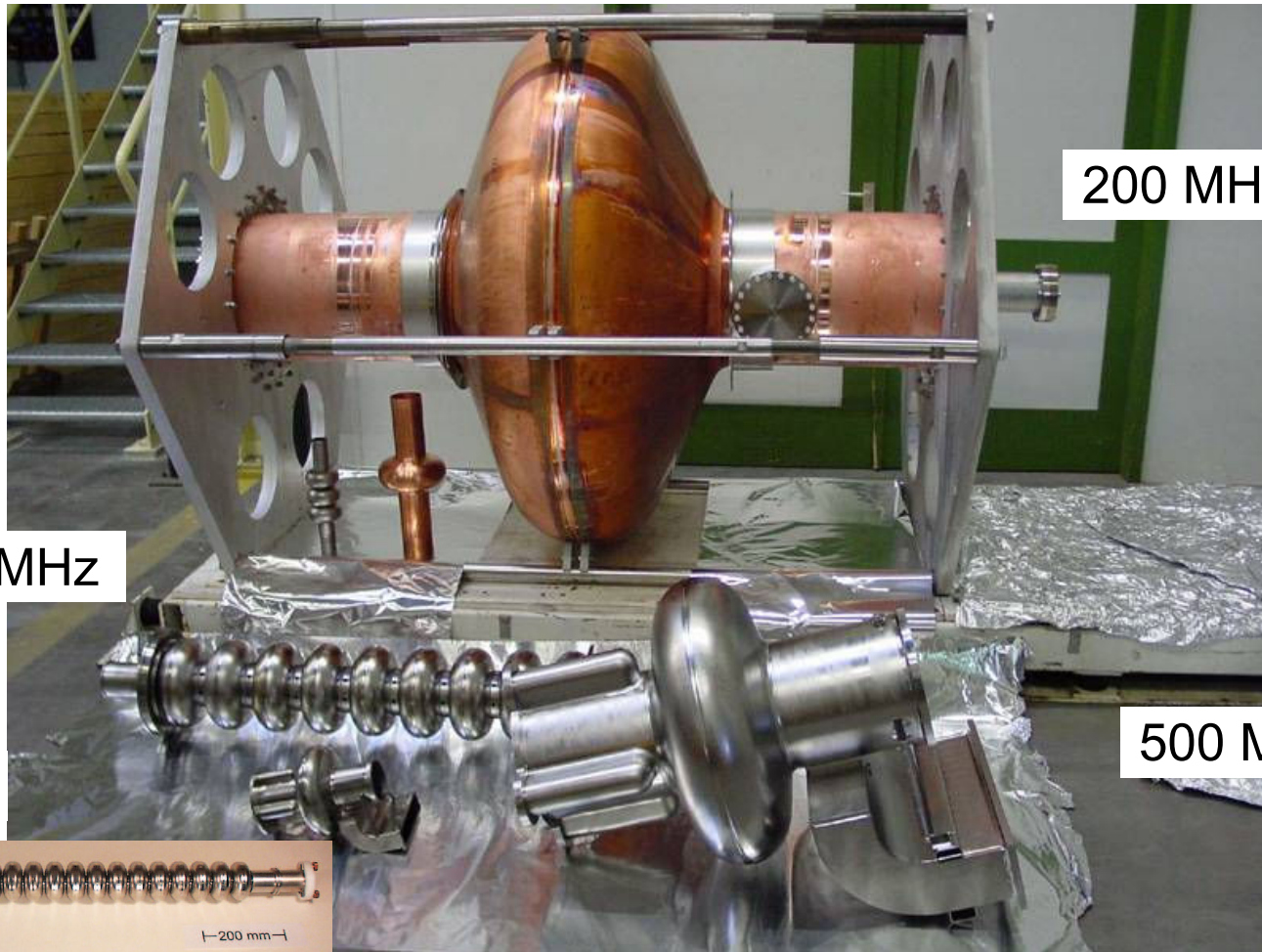


TESLA supraleitender Resonator mit 9 Zellen

Beispiele für (eliptische) Beschleunigungsstrukturen



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



200 MHz

1300 MHz

500 MHz

3 GHz

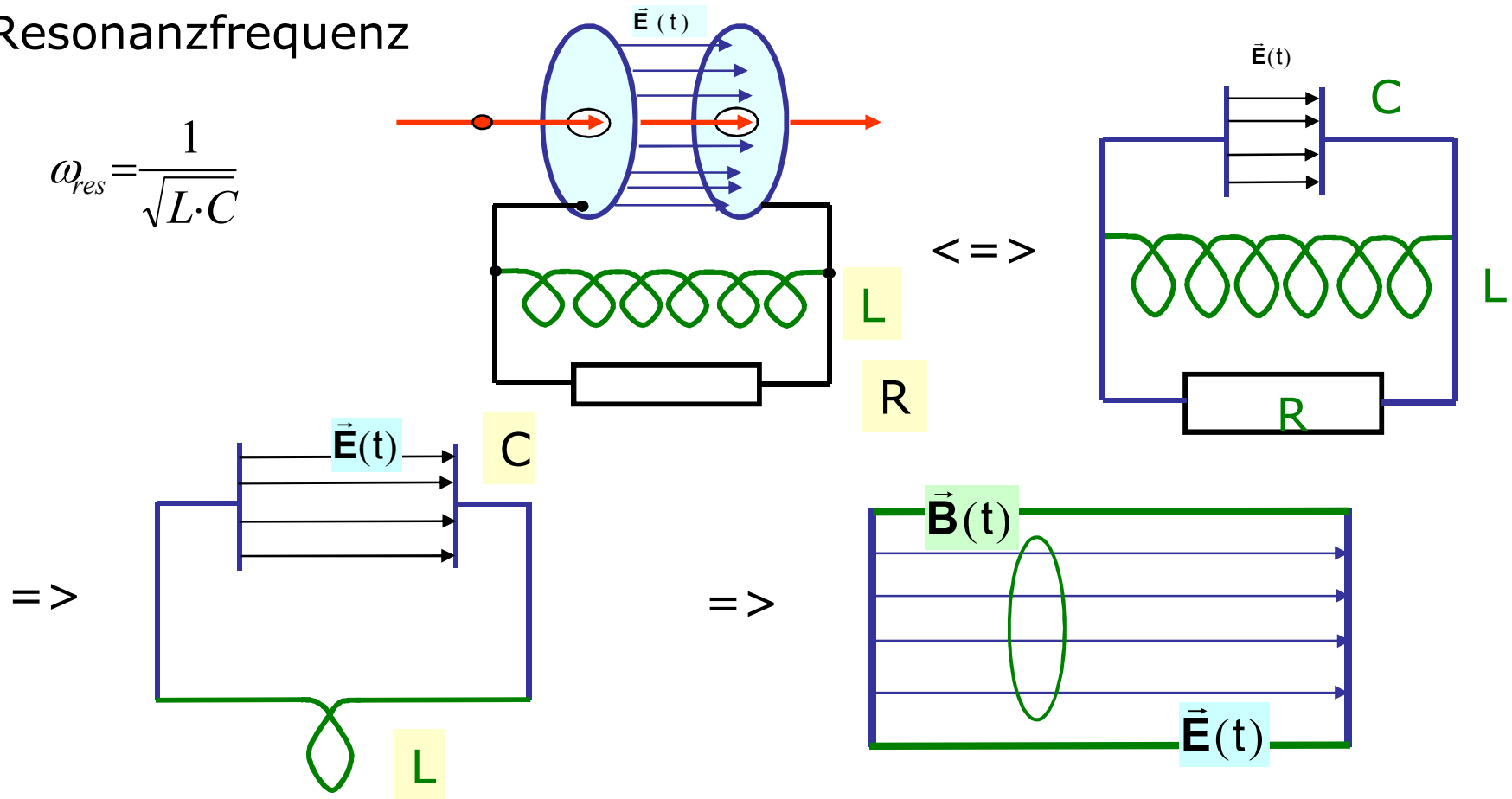


←200 mm→

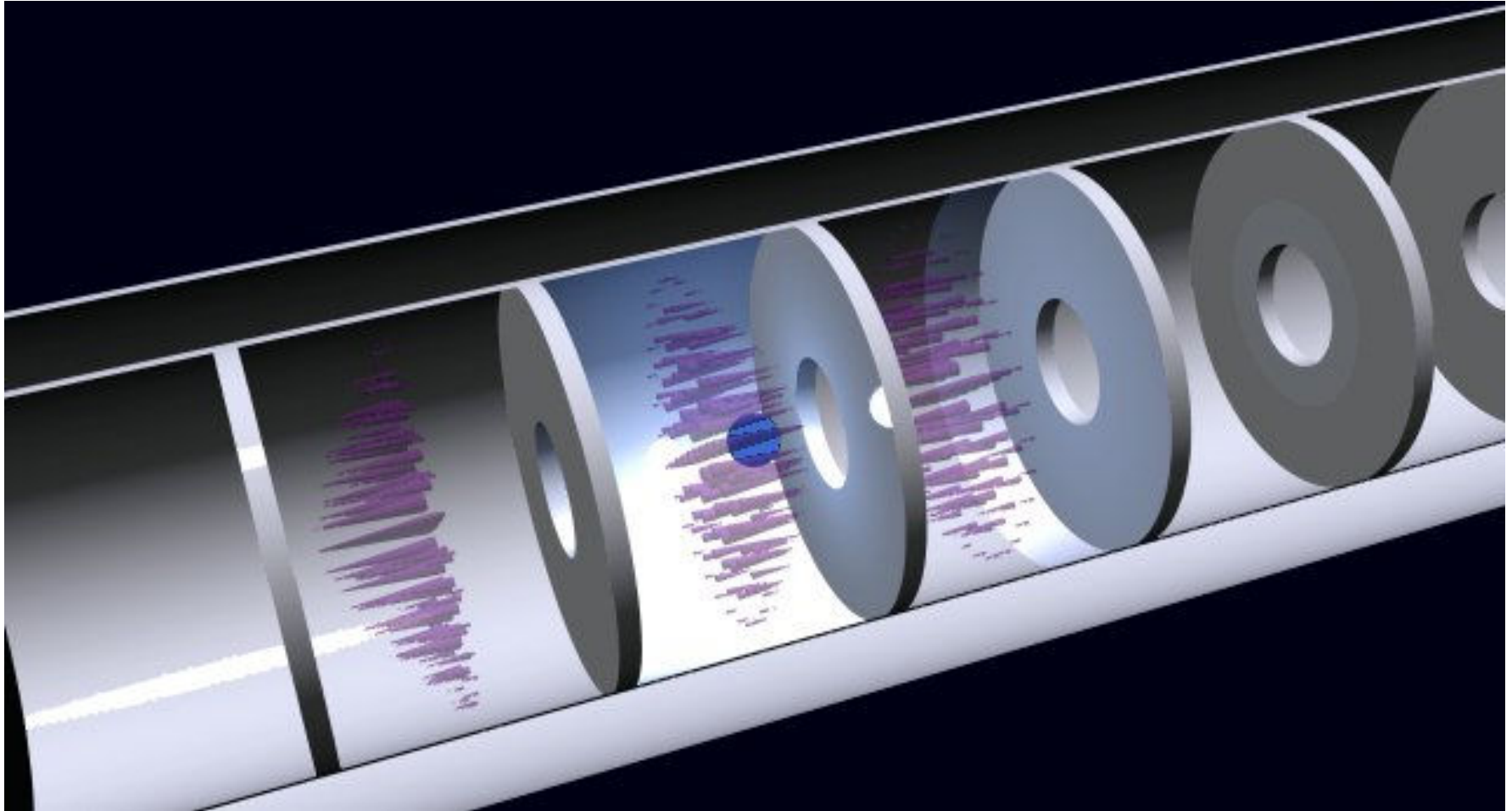
Beschleuniger als Resonator ein elektrisches Modell

Resonanzfrequenz

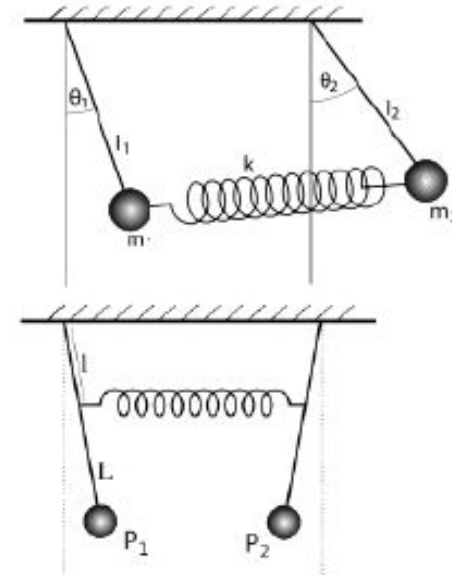
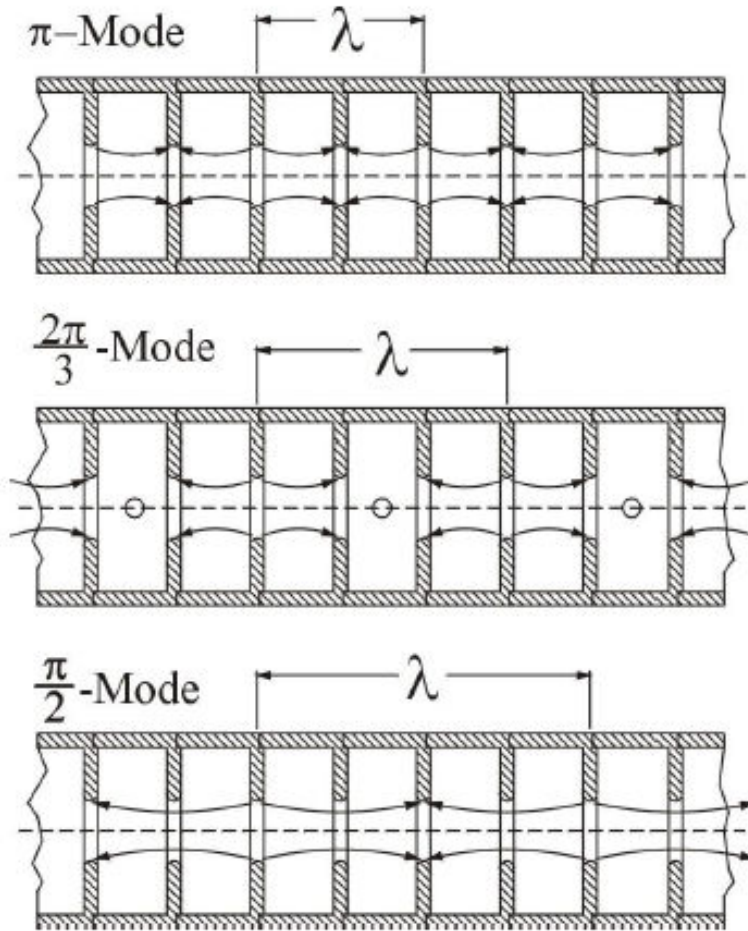
$$\omega_{res} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$



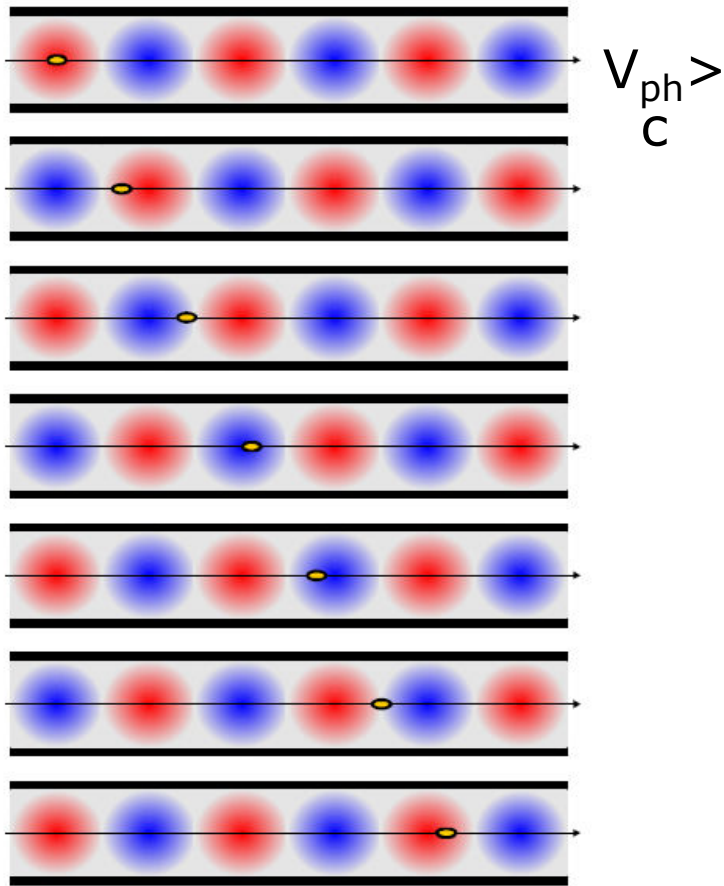
Hohlraumresonator zur Teilchenbeschleunigung



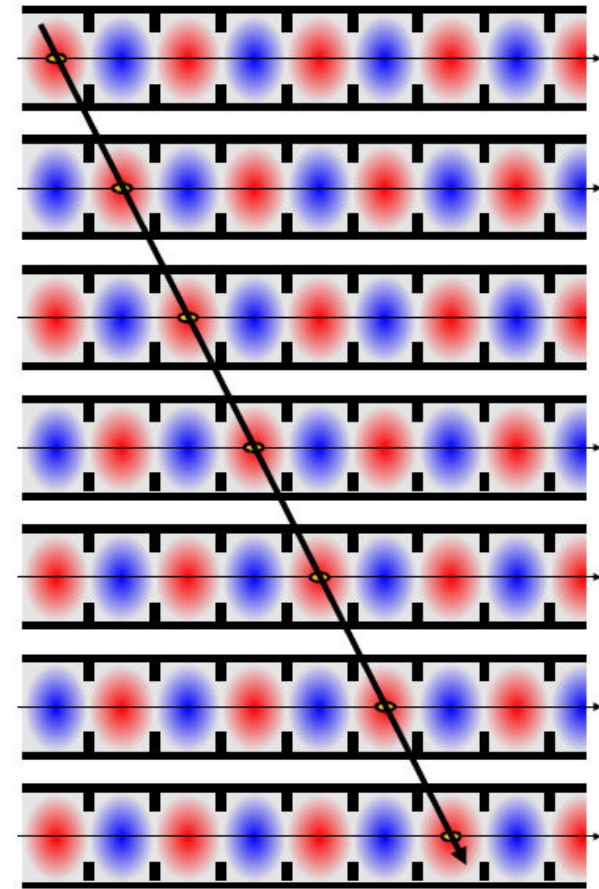
Vielzell-Hohlraumresonator



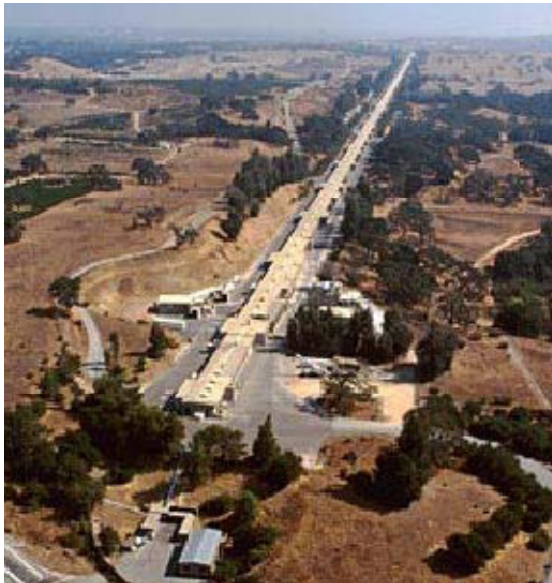
Phasengeschwindigkeit im Hohlleiter



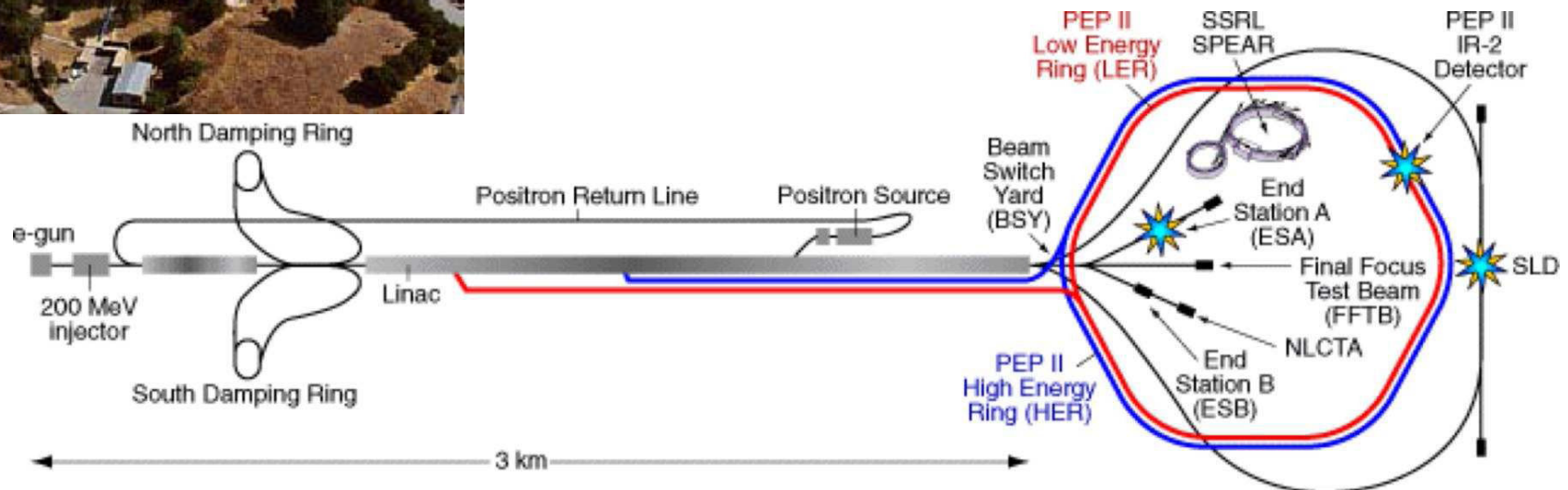
$$v_{ph} = c$$



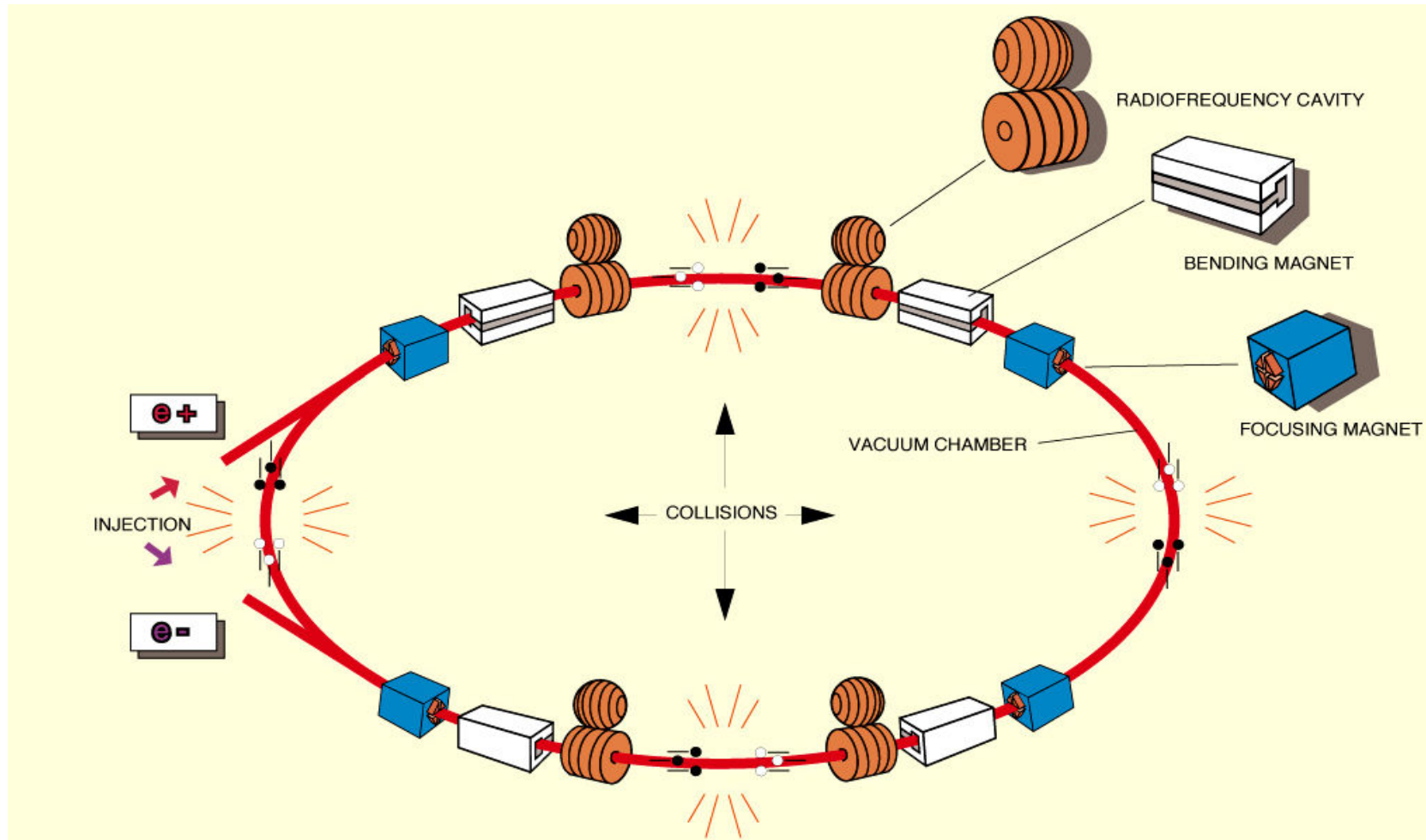
Elektronen-Linearbeschleuniger



- Längster Linearbeschleuniger am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) in Kalifornien.
- SLC beschleunigt Elektronen und Positronen auf bis zu 50 GeV



Komponenten eines (Kreis-) Beschleunigers



Ablenkung eines Teilchenstrahls



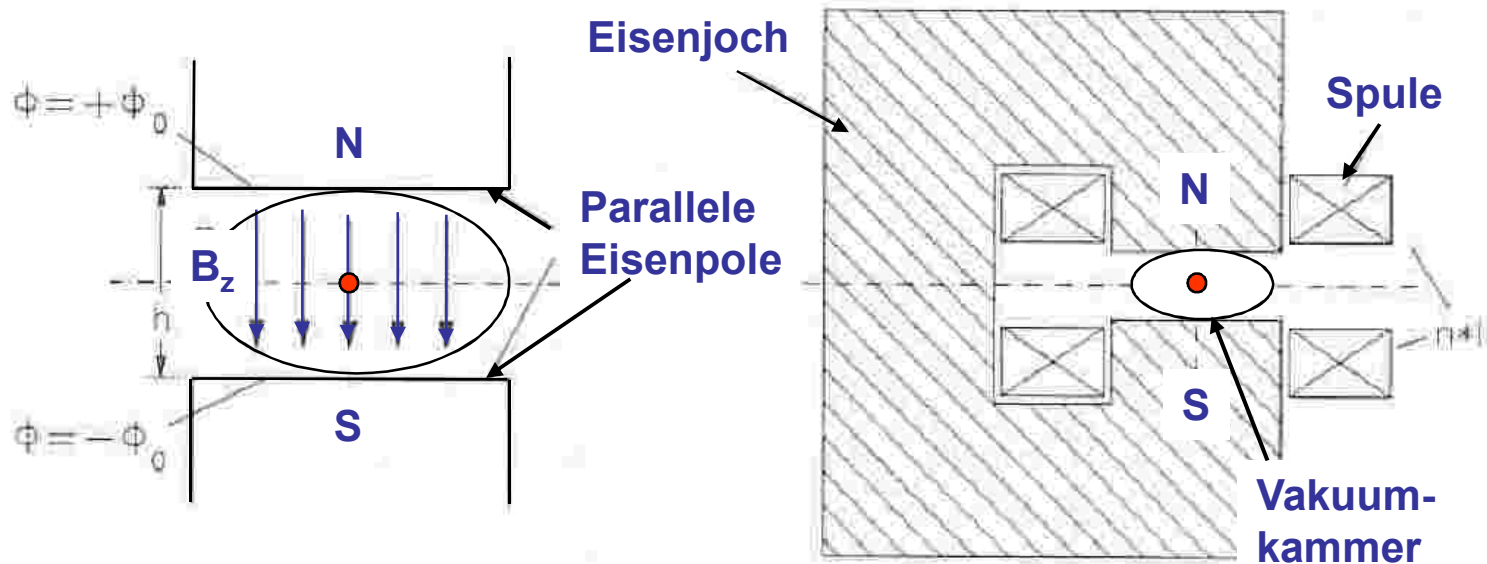
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

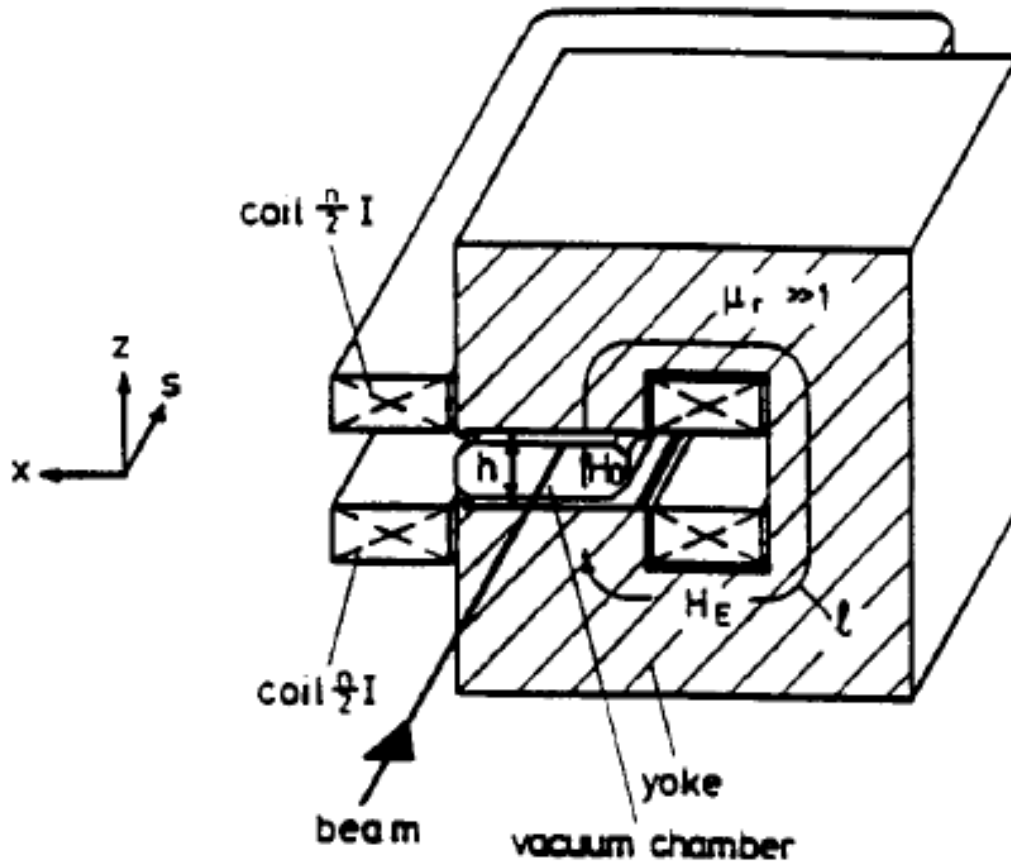
$$F_L = q \cdot v \cdot B$$

$$F_z = m \cdot v^2 / R$$

$$\Rightarrow R = m \cdot v / q \cdot B$$



Feldberechnung eines Dipolmagneten



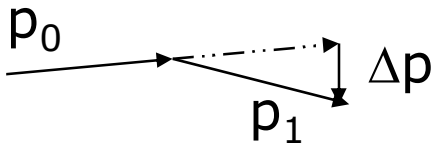
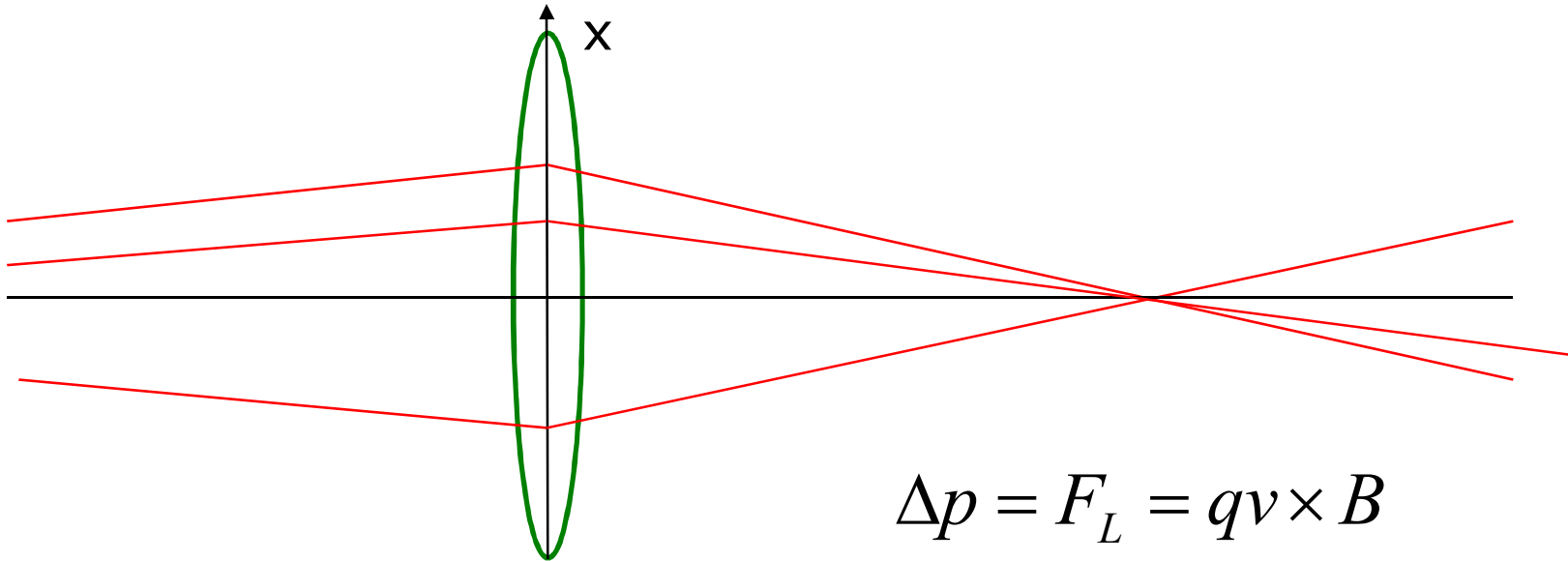
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = hH_0 + \ell H_E = nI$$

$$H_E = \frac{1}{\mu_r} \cdot H_0$$

$$B_0 = \frac{\mu_0 n I}{h}$$

$h = \text{gap height}$

Fokussierung des Teilchenstrahls



$$\Delta p = F_L = qv \times B$$

Zur Fokussierung muss gelten:

$$F \sim x$$

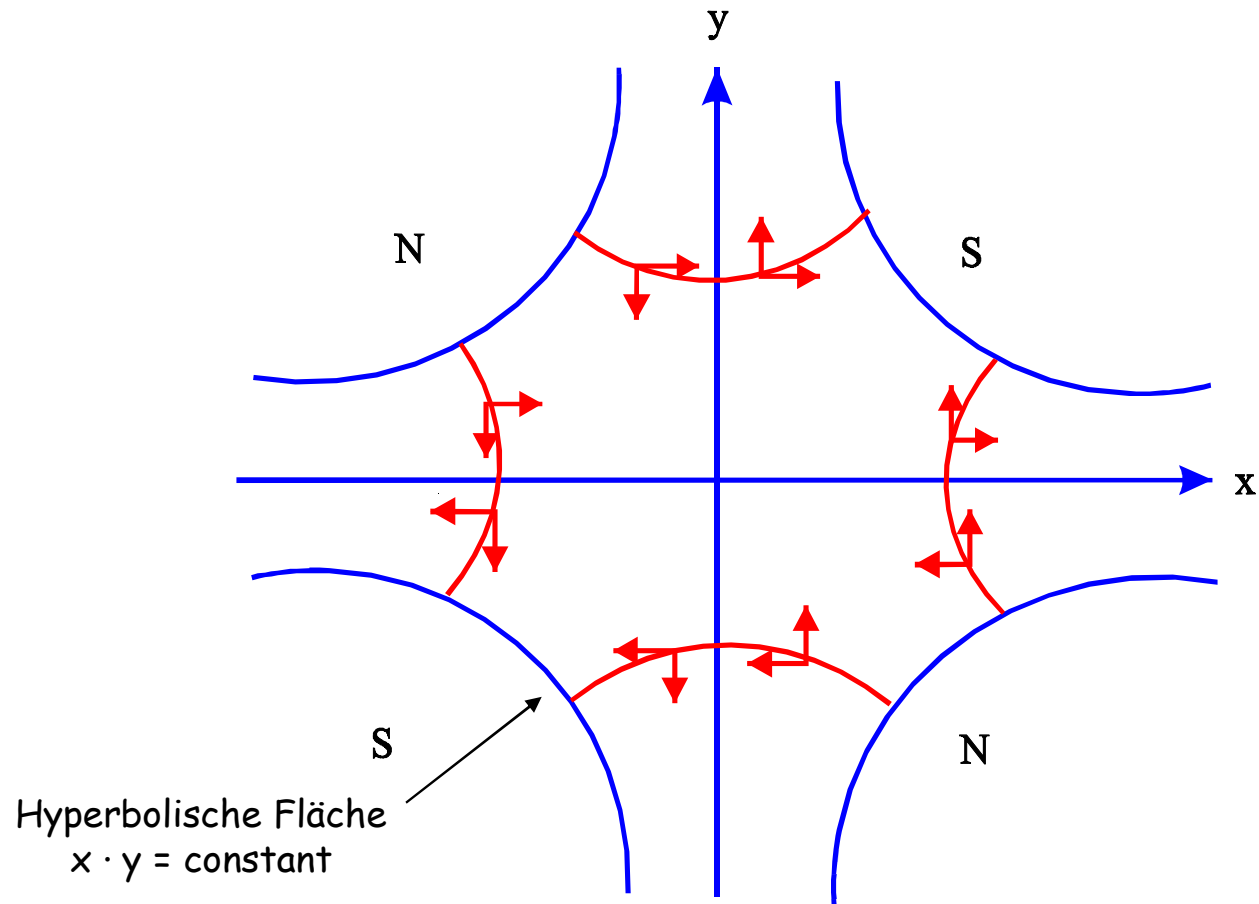
Also

$$B \sim x$$

Fokussierung durch Quadrupolmagnete



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



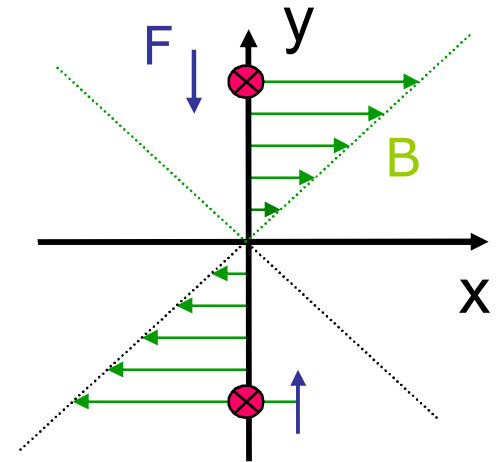
Wie ergibt sich die Polschulform

Gewünschte Feldabhängigkeit

$$B_z = -gx, \quad B_x = -gz$$

Ohne Magnetische Quellen
(weder Eisen noch Spulen)

$$\nabla \times \mathbf{B} = 0$$

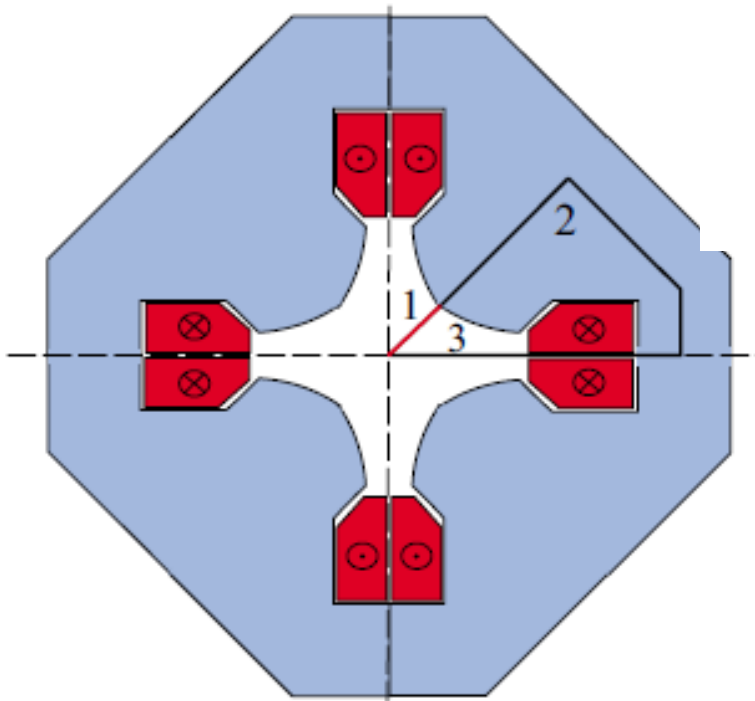


Dann lässt sich ein magnetische Potential definieren

$$\mathbf{B} = -\nabla V \quad \text{with} \quad V(x, z) = gxz$$

Ein magnetisches Material wirkt als Äquipotentialfläche

Feldberechnung eines Quadrupolmagneten



$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_1 \vec{H}_1 \cdot d\vec{s} + \int_3 \vec{H}_3 \cdot d\vec{s} = N I.$$

$$H = \frac{g}{\mu_0} \sqrt{x^2 + y^2} = \frac{g}{\mu_0} r.$$

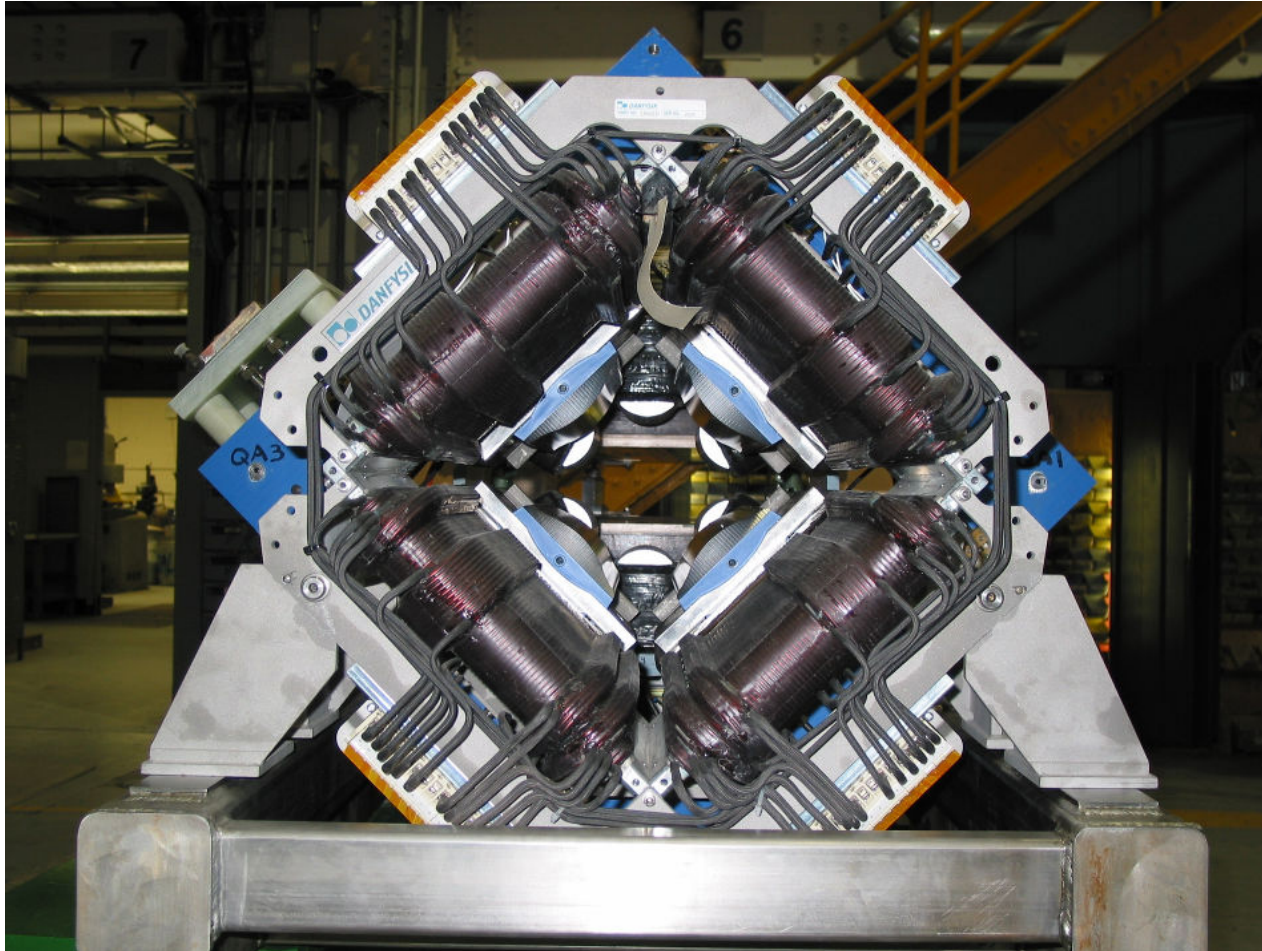
$$\int_0^{r_0} H dr = \frac{g}{\mu_0} \int_0^{r_0} r dr = \frac{g}{\mu_0} \frac{r_0^2}{2} = N I,$$

$$g = \frac{2\mu_0 N I}{r_0^2}.$$

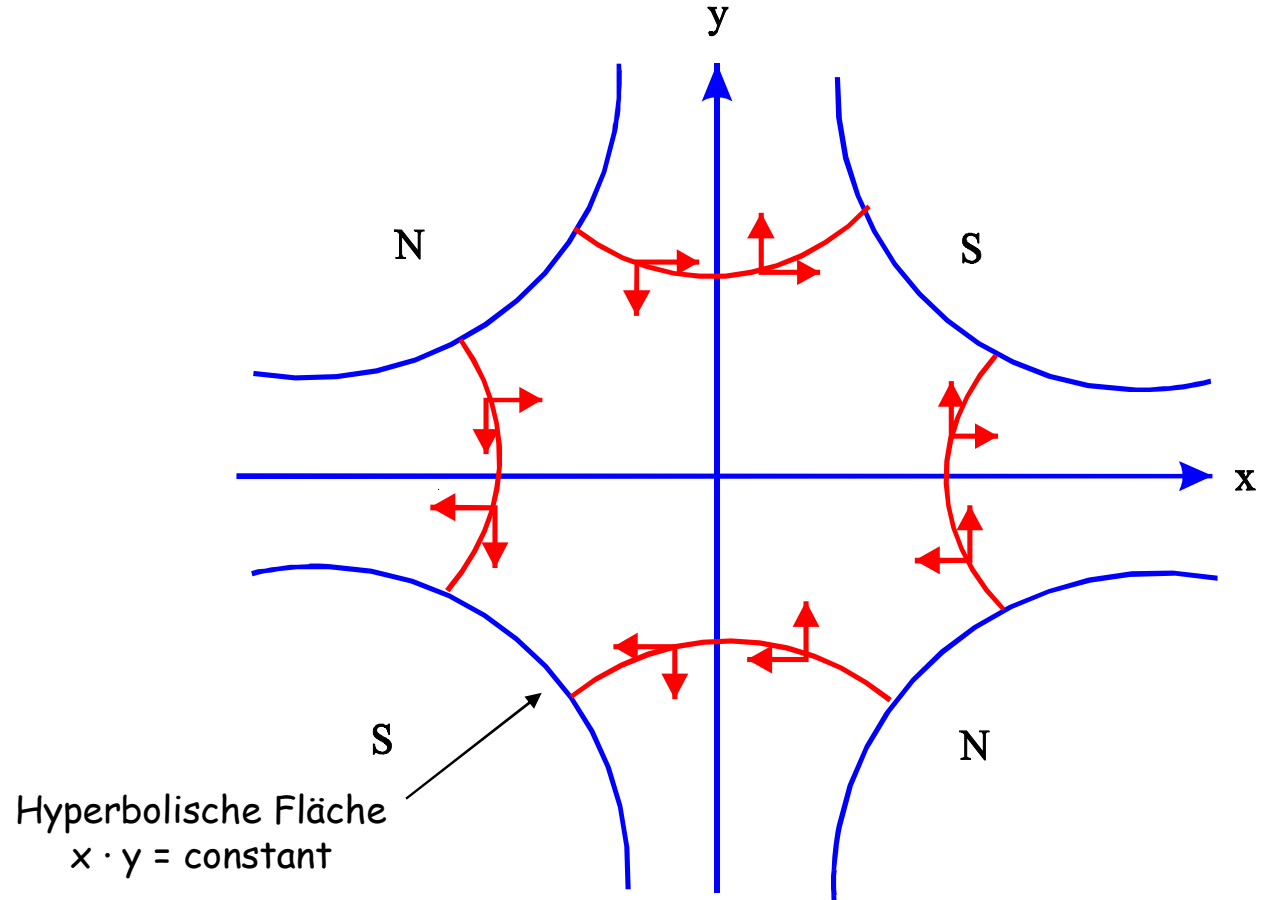
Foto eines Quadrupoles



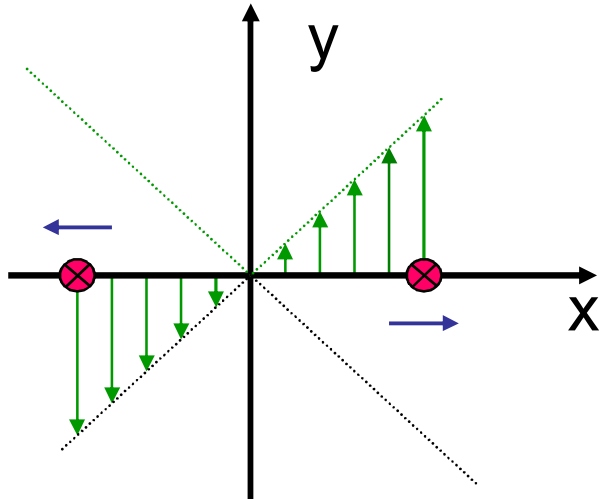
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Teilchenfokussierung



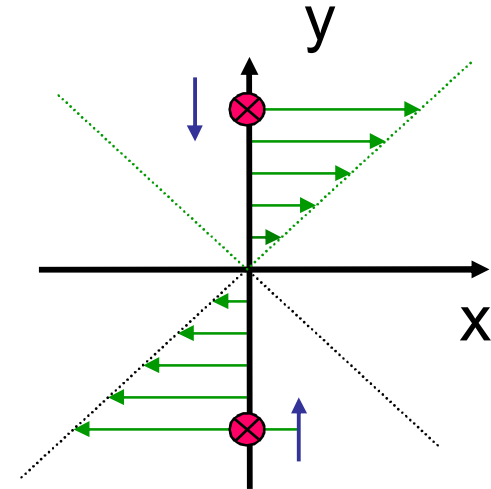
Quadrupol als Teilchenoptische Linse



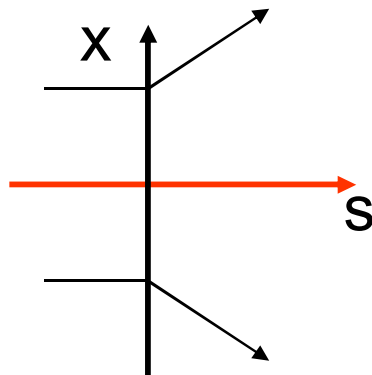
Sicht entlang
der Teilchenbahn

$$B_z(x) = \text{const} \cdot x$$

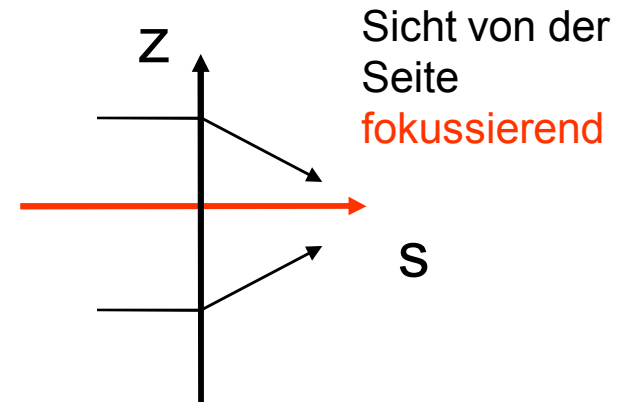
$$B_x(z) = \text{const} \cdot z$$



Teilchen mit positiver Ladung läuft in s-Richtung in die Tafelebene hinein

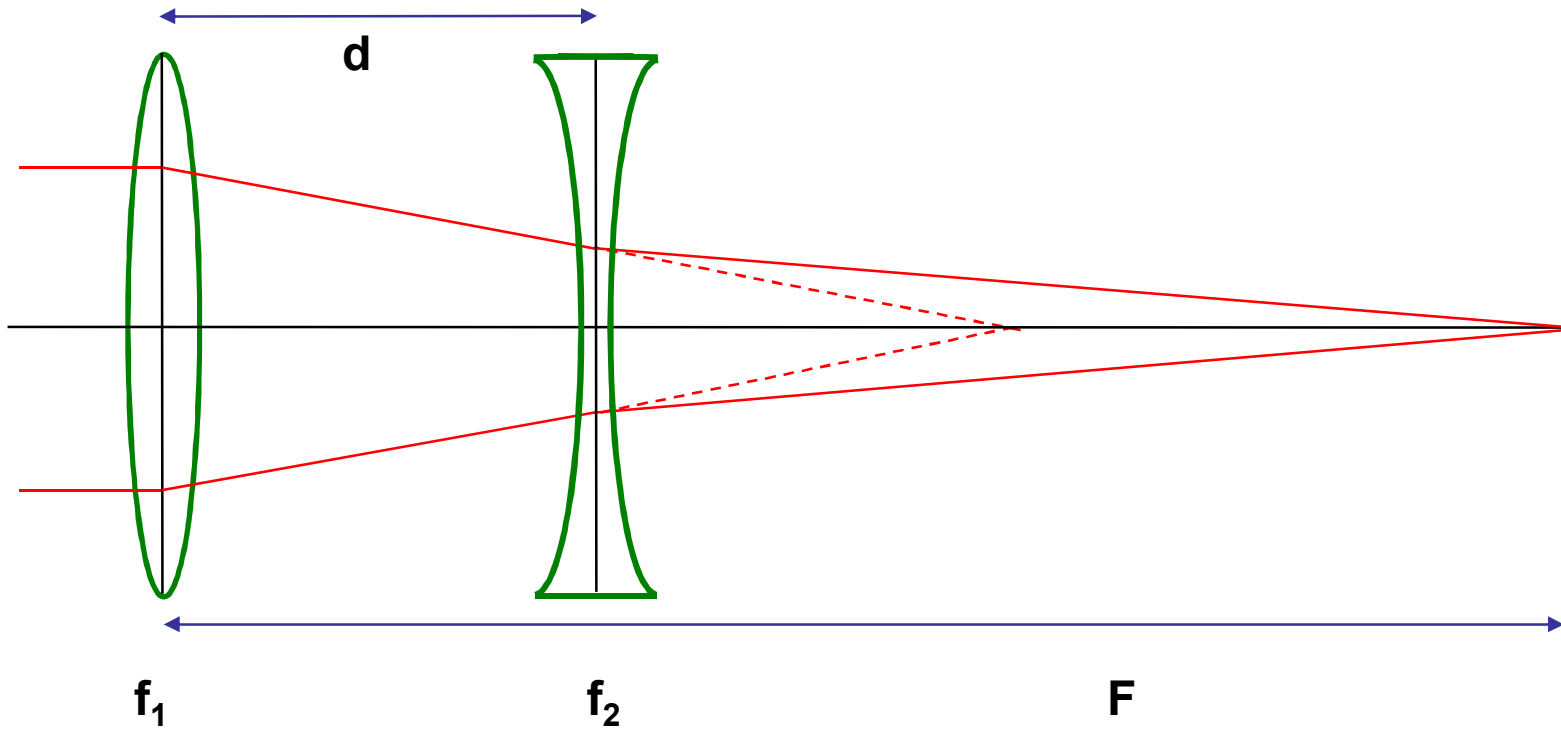


Sicht von oben
defokussierend



Sicht von der
Seite
fokussierend

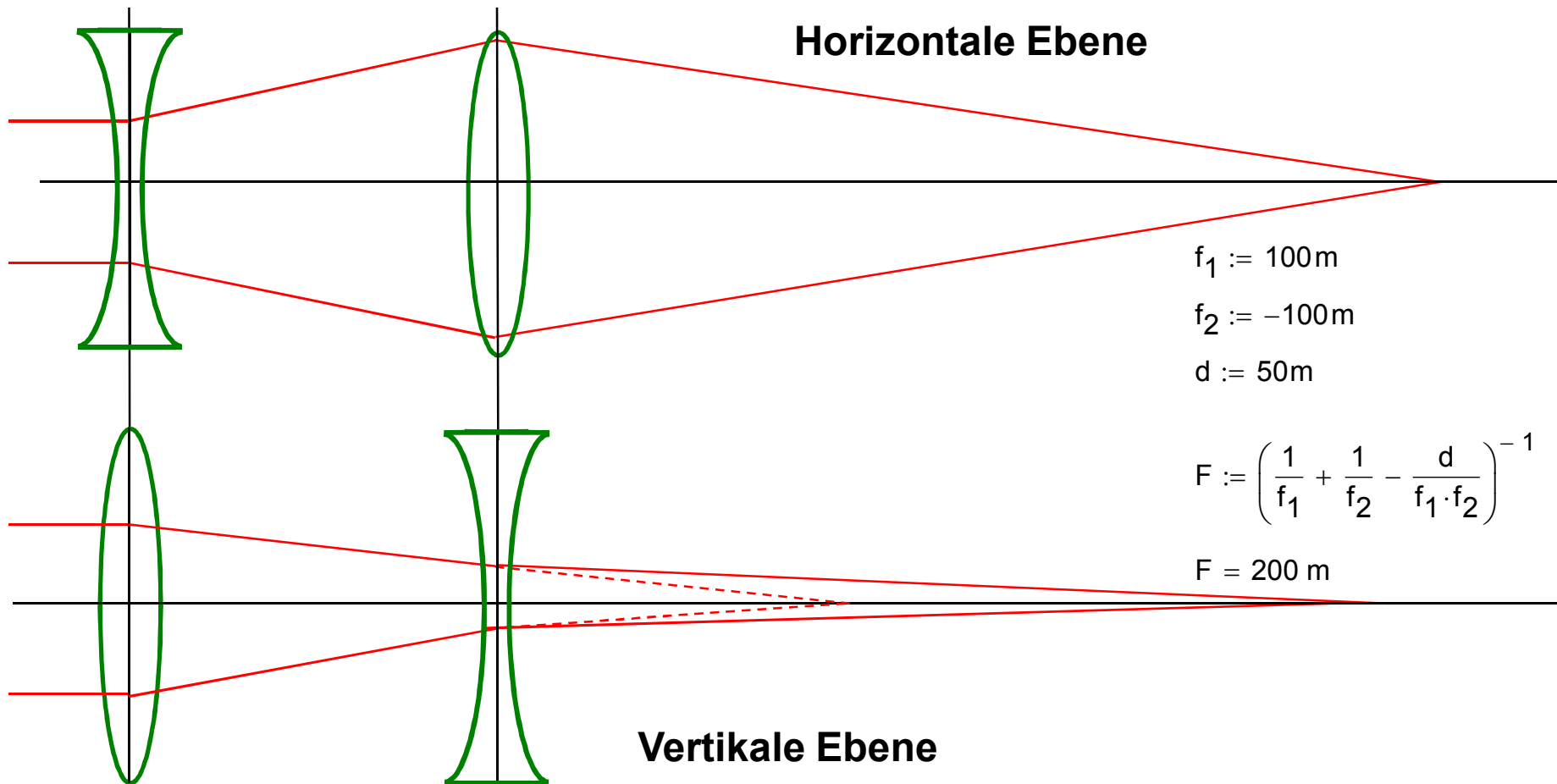
Linsensysteme



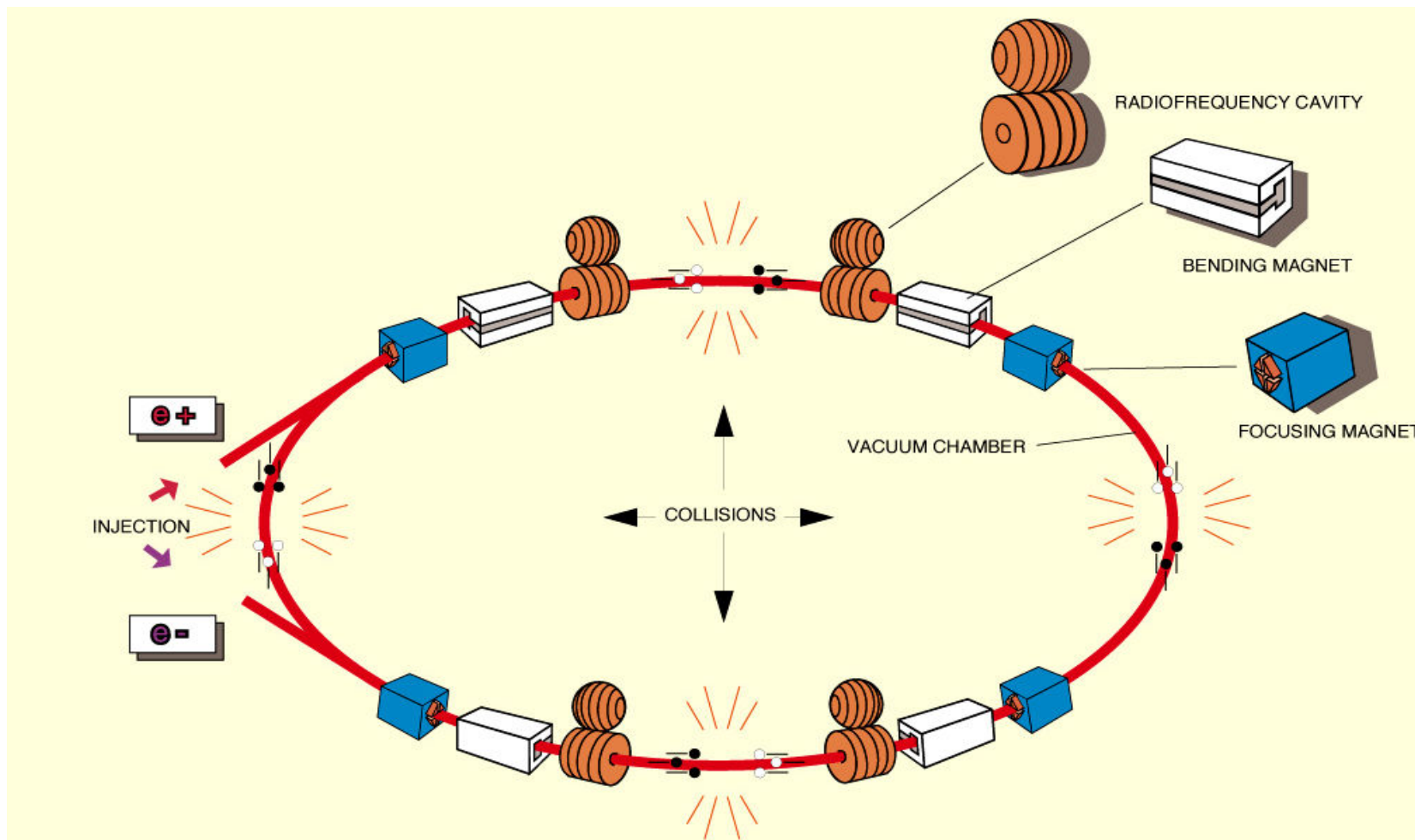
Fokallänge des Linsensystems:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$$

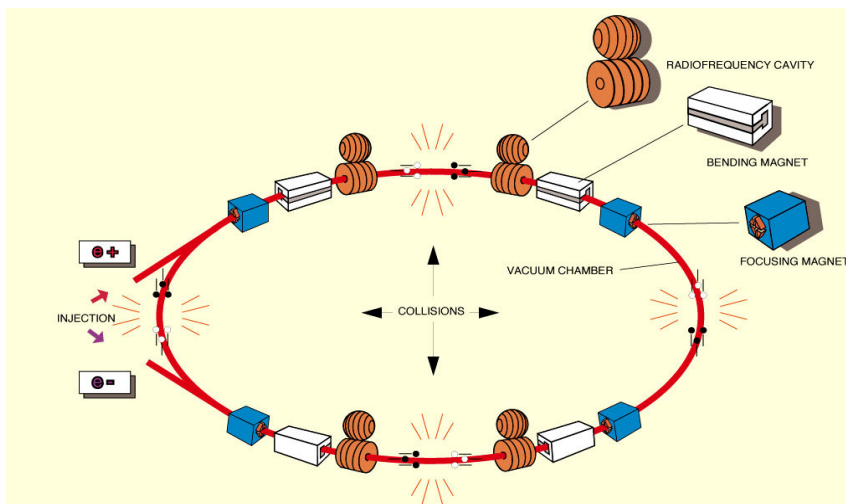
Fokussierung in beiden Ebenen



Beschleunigung in einem Synchrotron



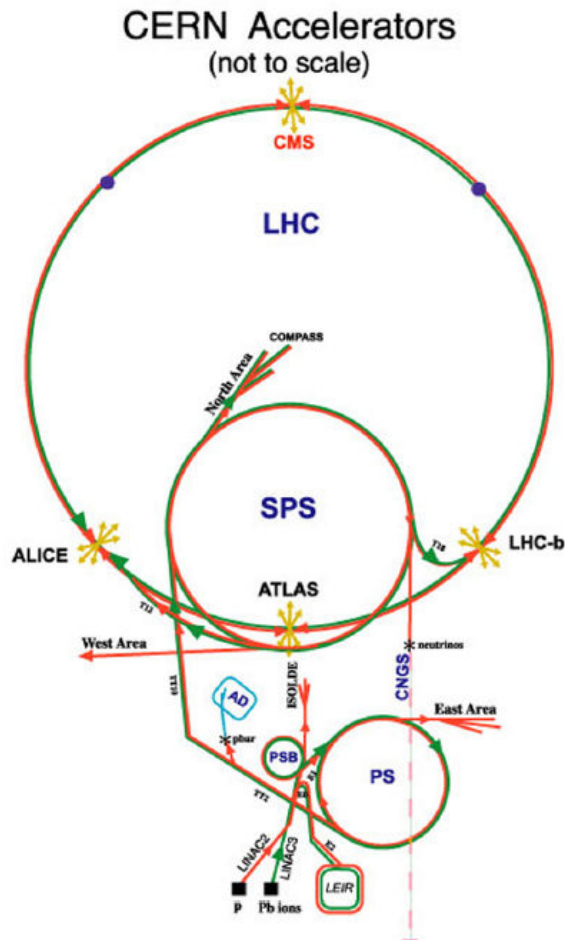
Beschleunigung in einem Synchrotron



$$R = m \cdot \mathbf{v} / q \cdot \mathbf{B}$$

- Einschuss der Teilchen E_0
- Magnetfelder auf „flat-bottom“ Feld
- Einschalten der Beschleunigungsstruktur
- Teilchen gewinnen an Energie
- Felder müssen entsprechend nachgefahren werden (Ramp-up)
- Experiment/ Extraktion

Gekoppelte Beschleuniger



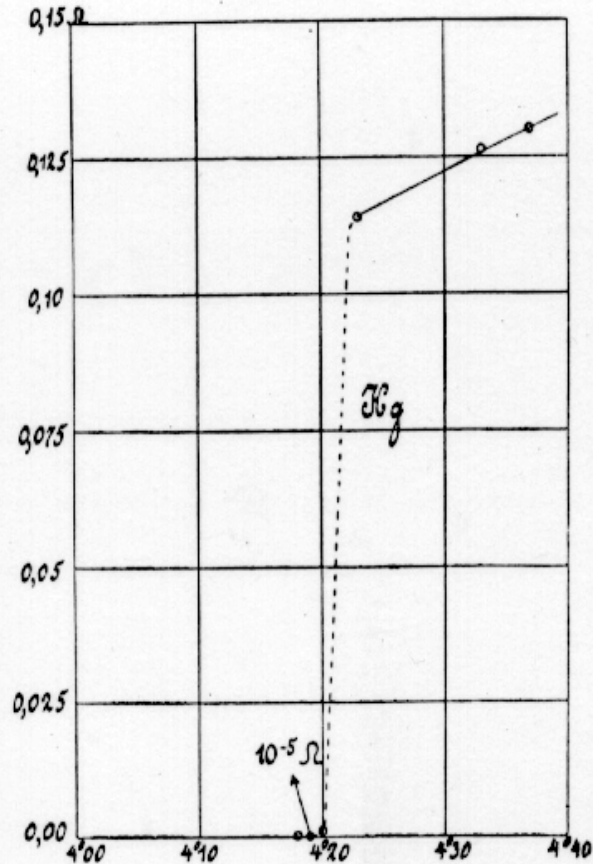
- Vorbeschleunigung: Linacs
- Beschleunigung in Beschleunigerkaskaden
- => hochkomplexe Anlage



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Supraleitung in der Beschleunigerphysik

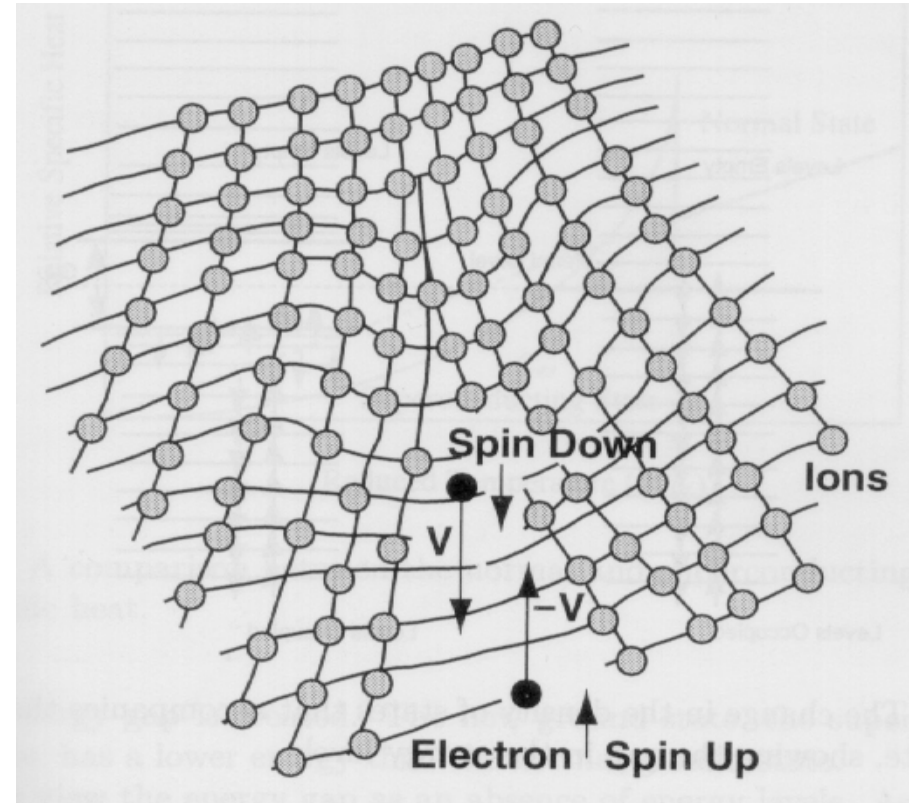
Supraleitung



- 1911 entdeckt von Kamerlingh Onnes an Quecksilber

Supraleitung in der Beschleunigerphysik

- 1911 entdeckt von Kamerling Onnes an Quecksilber
- Theoretische Beschreibung durch die BCS Theorie (1957)
- Elektron-Phonon-Elektron-WW
- Attraktives Elektron-Elektron Potential
- Paarung zweier Elektronen zu einem Cooperpaar (Spin 0, Boson)



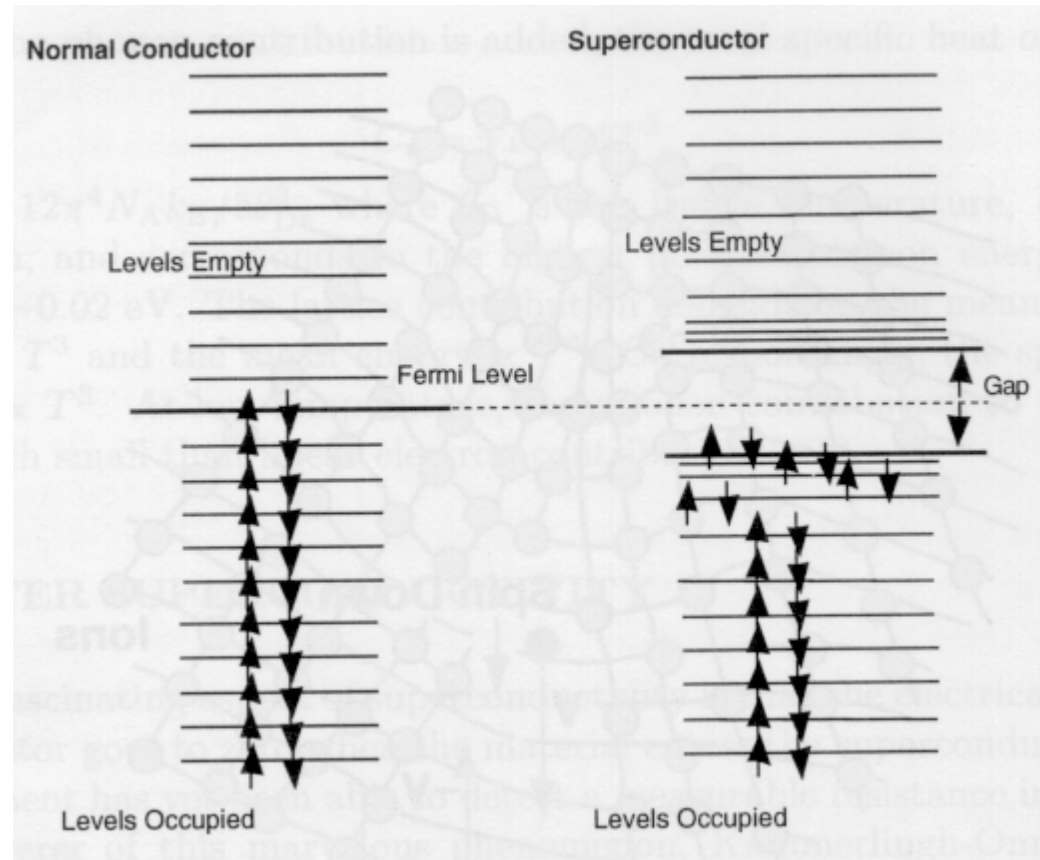
Supraleitung in der Beschleunigerphysik

- Energielücke Δ
- Inelastische Stöße der Cooperpaare unmöglich
- aber: Cooperpaare sind spaltbar

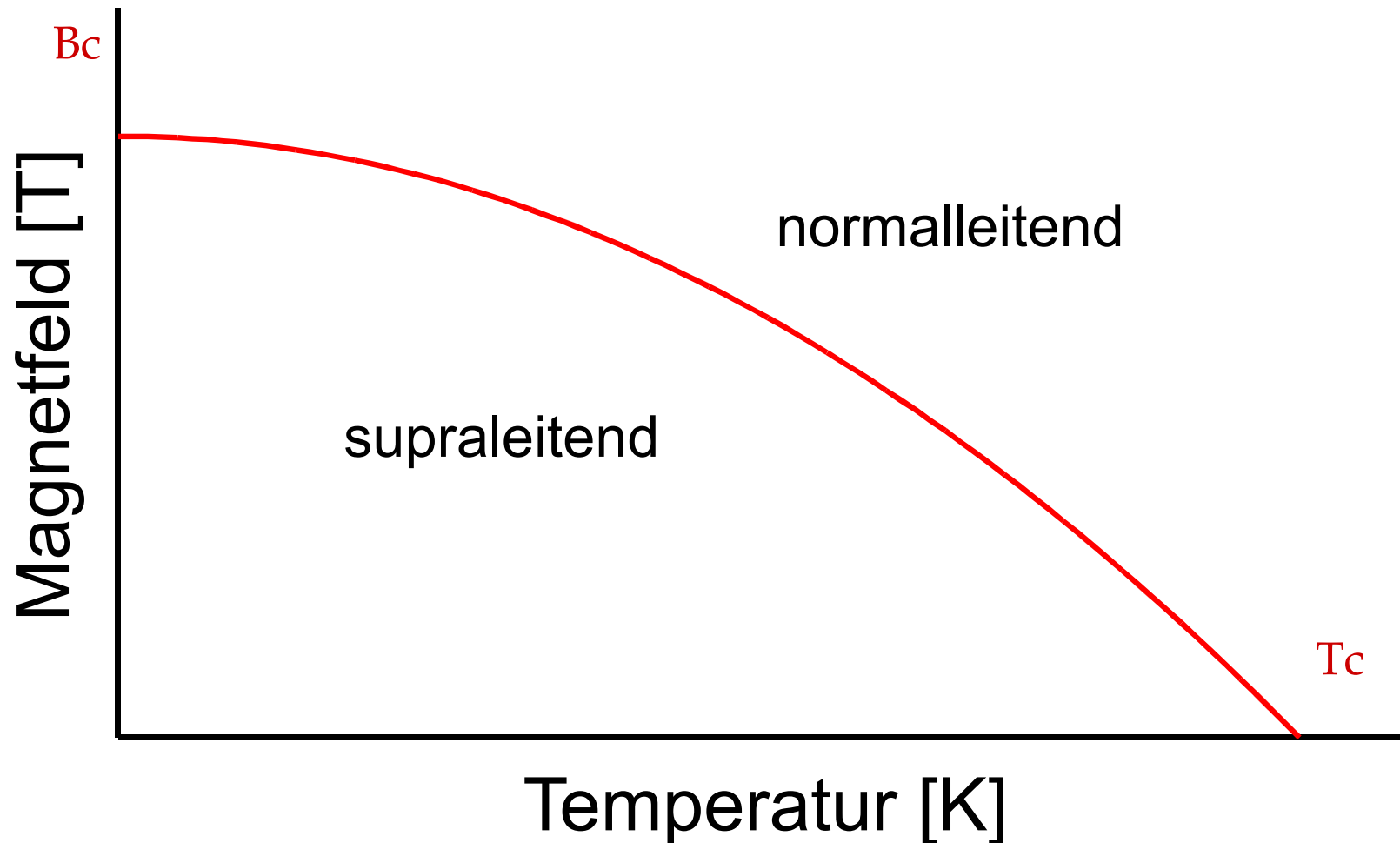
$$j_c = \frac{en_s \Delta}{\hbar k_F}$$

$$B_c = \mu_0 \lambda_L j_c$$

Niob: $B_c = 198 \text{ mT}$

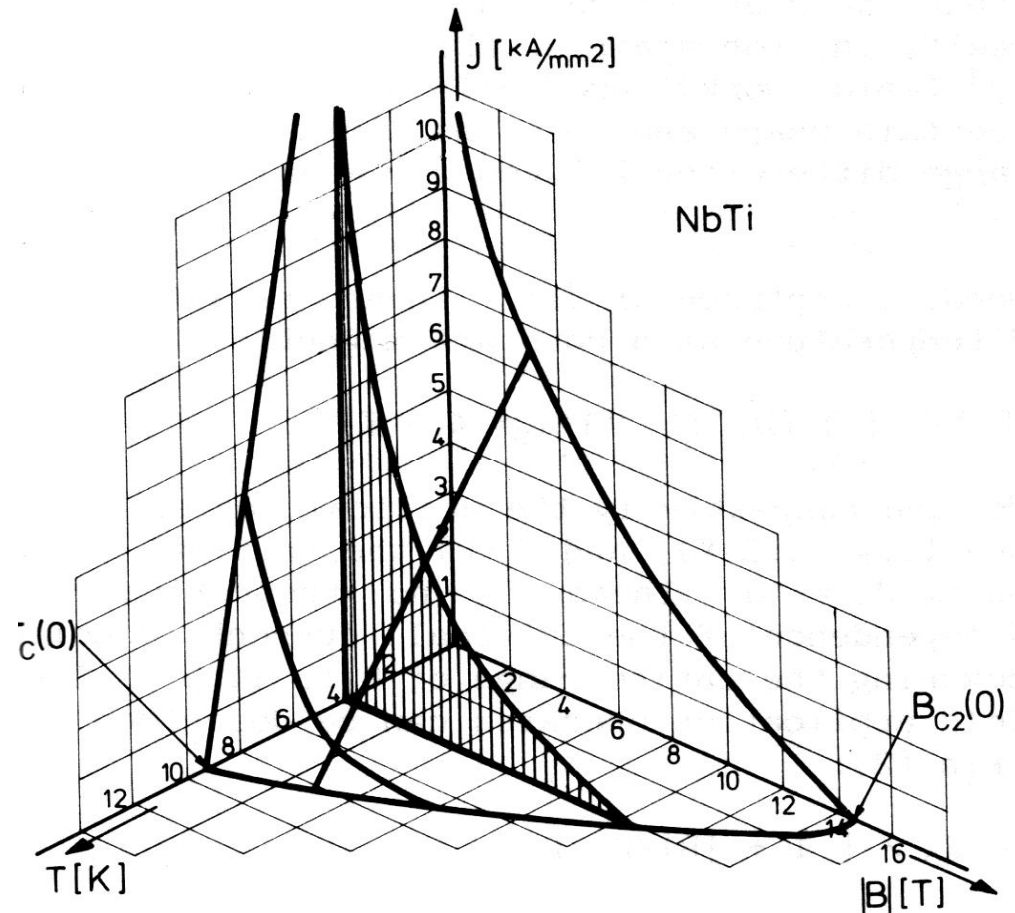


Supraleitungszustand



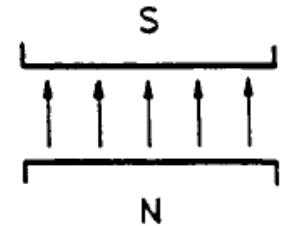
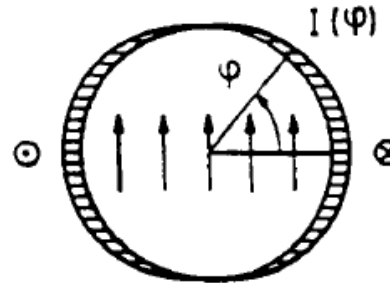
Supraleitungsphasenübergang

- Drei Zustandsvariablen:
 - Temperatur
 - Magnetfeld
 - Stromdichte
- Phasenübergang
 - Komplexe,
3 dimensionale
Grenzfläche
- Schwieriges
Magnetdesign



Supraleitende Magnete

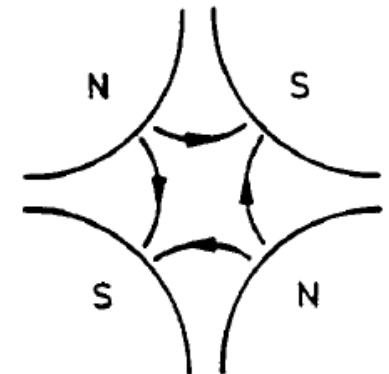
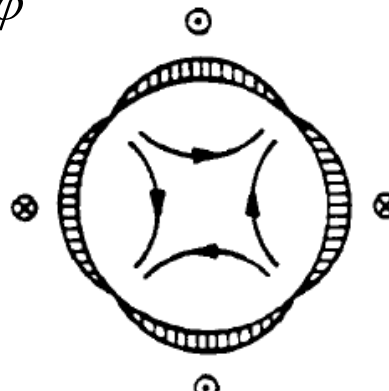
Dipole $I(\varphi) = I_0 \cos \varphi$



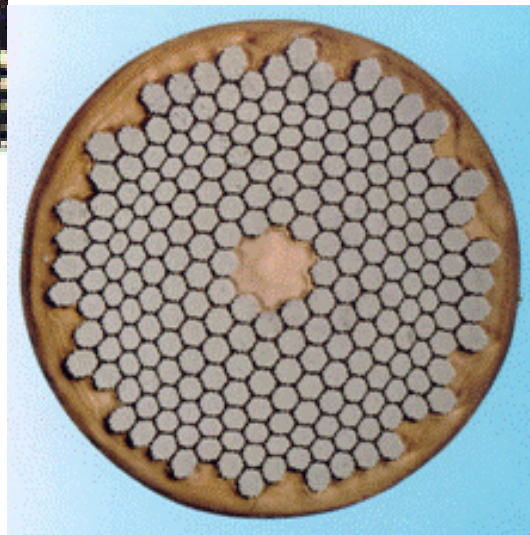
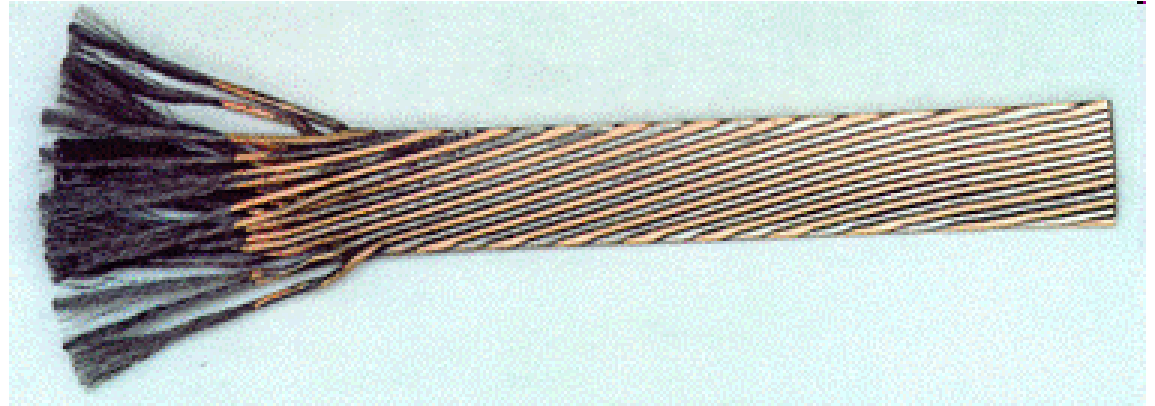
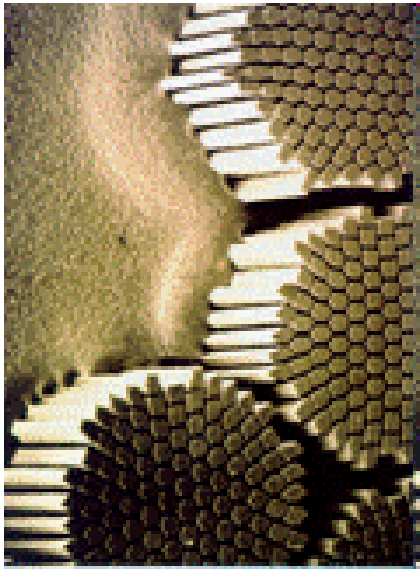
$$B_r(r_0, \varphi) = B_N \sum_{n=1} b_n \sin n\varphi + a_n \cos n\varphi$$

$$B_\varphi(r_0, \varphi) = B_N \sum_{n=1} b_n \cos n\varphi + a_n \sin n\varphi$$

Quadrupole $I(\varphi) = I_0 \cos 2\varphi$

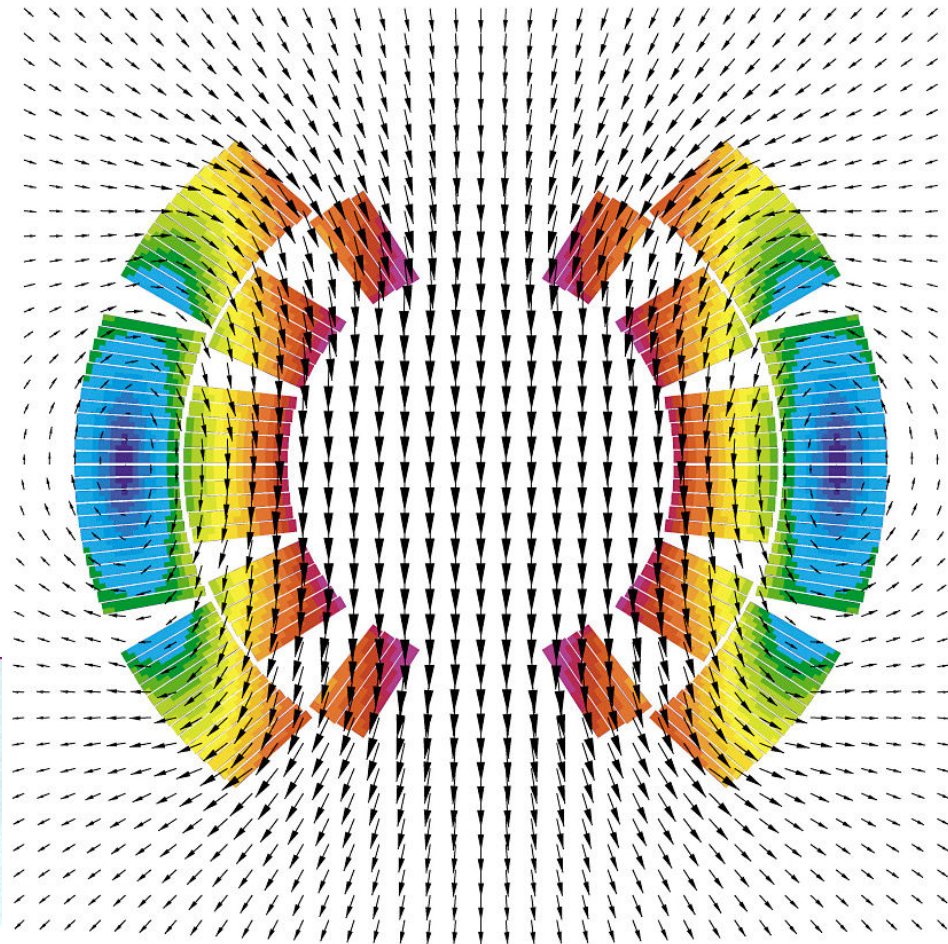
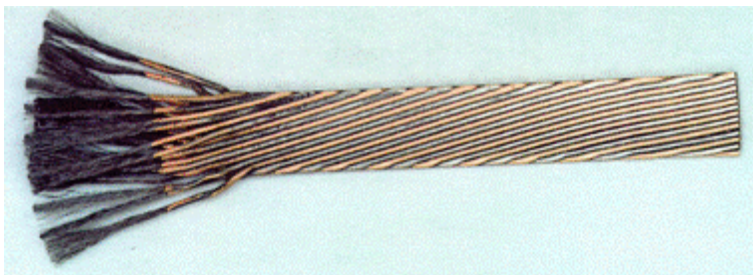


Ein (nicht) ganz normales Kabel

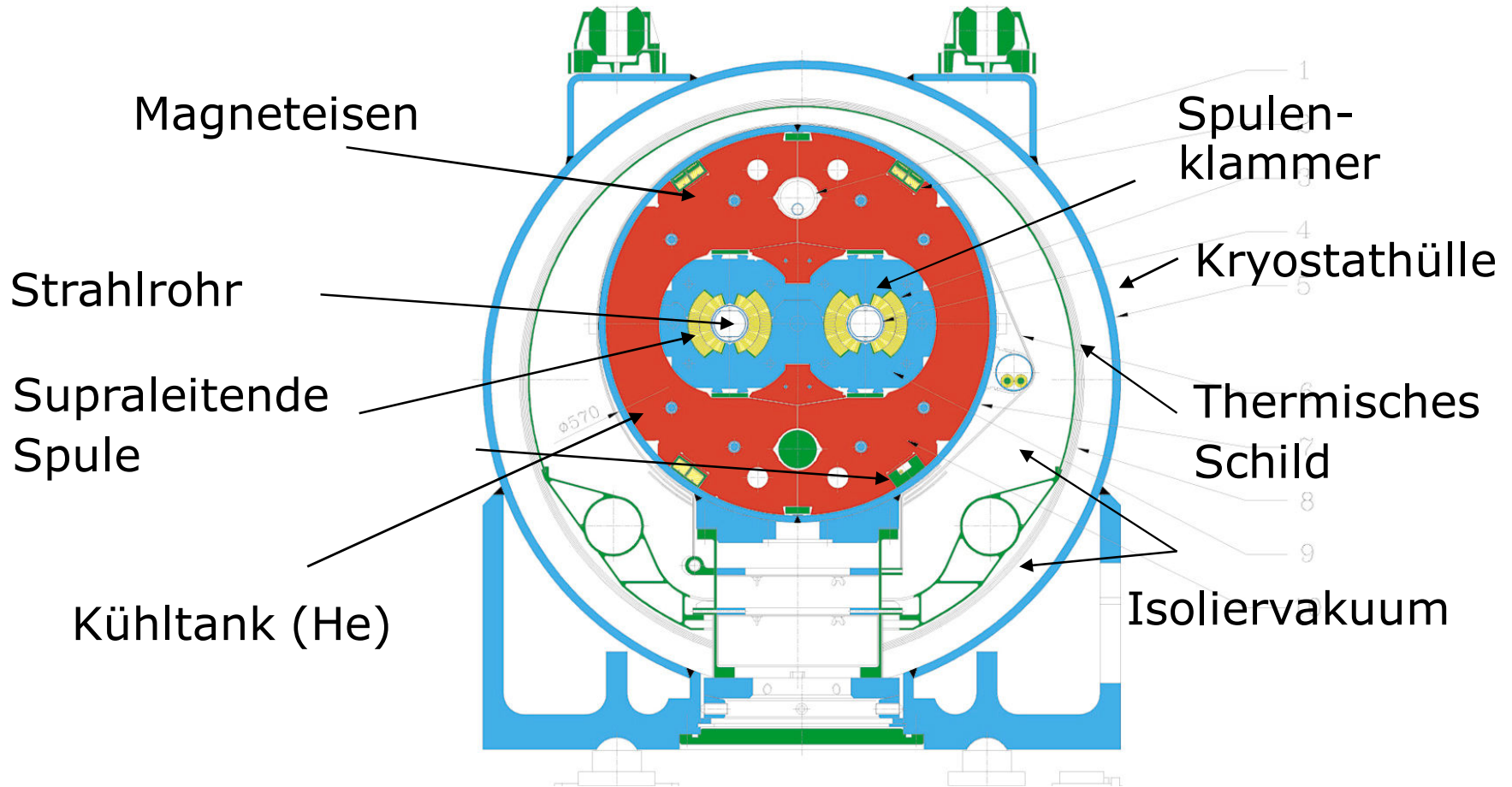


LHC Dipol

- Supraleitendes Kabel
- Nb/Ti in Kupfermatrix
- Abmessung 15 mm x 2 mm
- Temperatur 1.9 K
- Gekühlt durch flüssiges Helium



Schnitt durch einen LHC Dipol



Hochfrequenzsupraleitung

In einem Supraleiter liegt immer eine Mischung aus Cooperpaaren und ungepaarte Elektronen vor!

$$n_n \sim e^{-\frac{\Delta}{k_B T}}$$

- statische Potentiale
 - Stromfluß entlang des Pfades mit geringstem Widerstand
 - Ladungstransport erfolgt vollständig durch die Cooperpaare
- dynamische Potentiale (HF)
 - Cooperpaare sind nicht masselos
 - Trägheit bezüglich äußerer Kräfte
 - Teil des Stromes fließt nicht verlustfrei über ungepaarte Elektronen

$$R_{BCS} = A_S \omega^2 e^{-\frac{\Delta(0)}{k_B T}}$$

Vergleich zur Normalleitung



Kupfer bei Raumtemperatur:

$$R_S = \frac{1}{\sigma \delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}}$$

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \cdot W_0}{P_0} = \frac{\omega_0 \cdot \mu_0 \int_V |B|^2 dV}{R_S \int_S |B|^2 dS} = \frac{G}{R_S}$$

100 MHz
5.3 mΩ

500 MHz
11.9 mΩ

1 GHz
16.8 mΩ

3 GHz
29.1 mΩ

Niob:

$$R_{BCS} = A_S \omega^2 e^{-\frac{\Delta(0)}{k_B T}}$$

$$P_{AC} = 0.2 \frac{P_{cav}}{\eta_K}$$

$$\eta_K = \frac{4K}{300K - 4K}$$

100 MHz
4 K 3 nΩ
2 K 90 pΩ

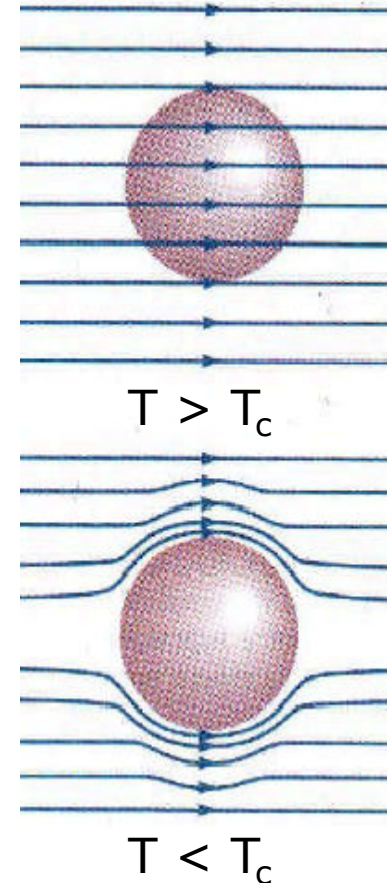
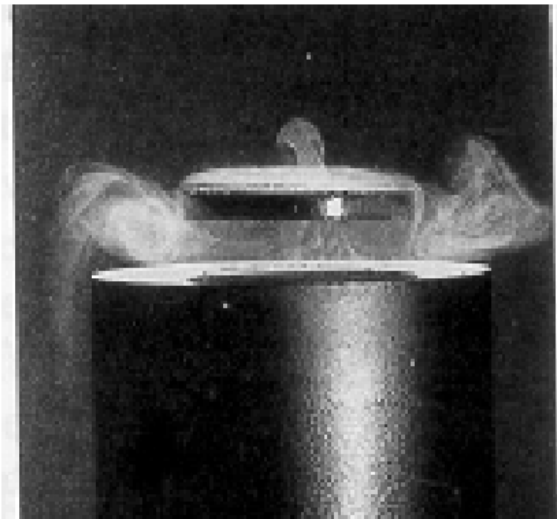
500 MHz
77 nΩ
2.1 nΩ

1 GHz
310 nΩ
9 nΩ

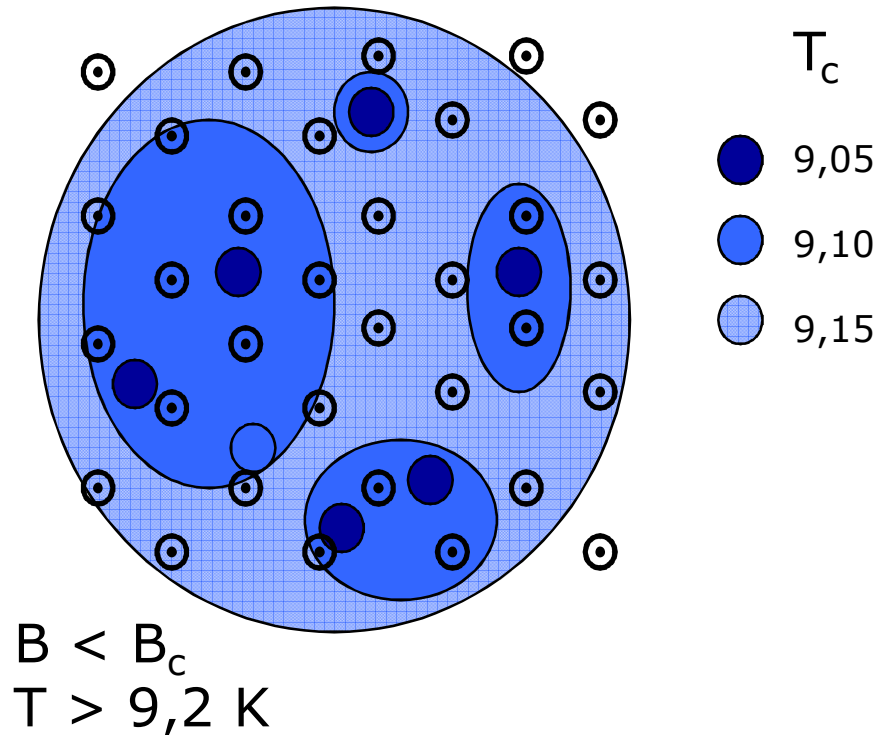
3 GHz
2.8 μΩ
58 nΩ

Supraleiter im Magnetfeld

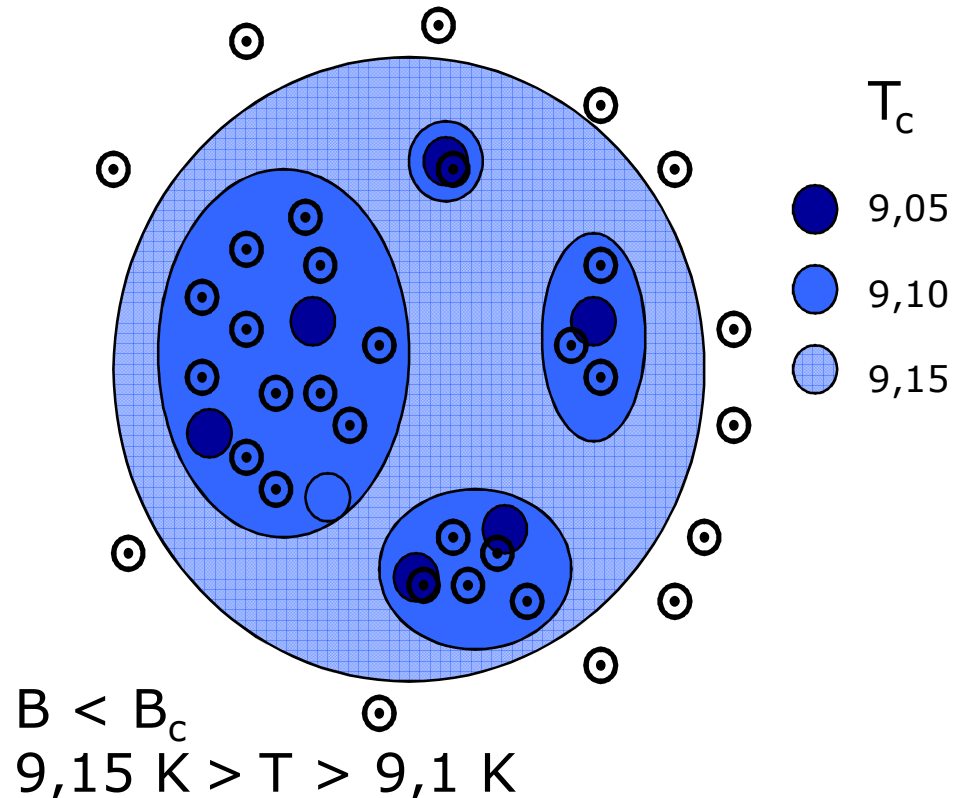
Ein beim Abkühlen unter die Sprungtemperatur wird ein vorhandenes Magnetfeld aus dem Supraleiter herausgedrängt:
Meissner-Ochsenfeld Effekt



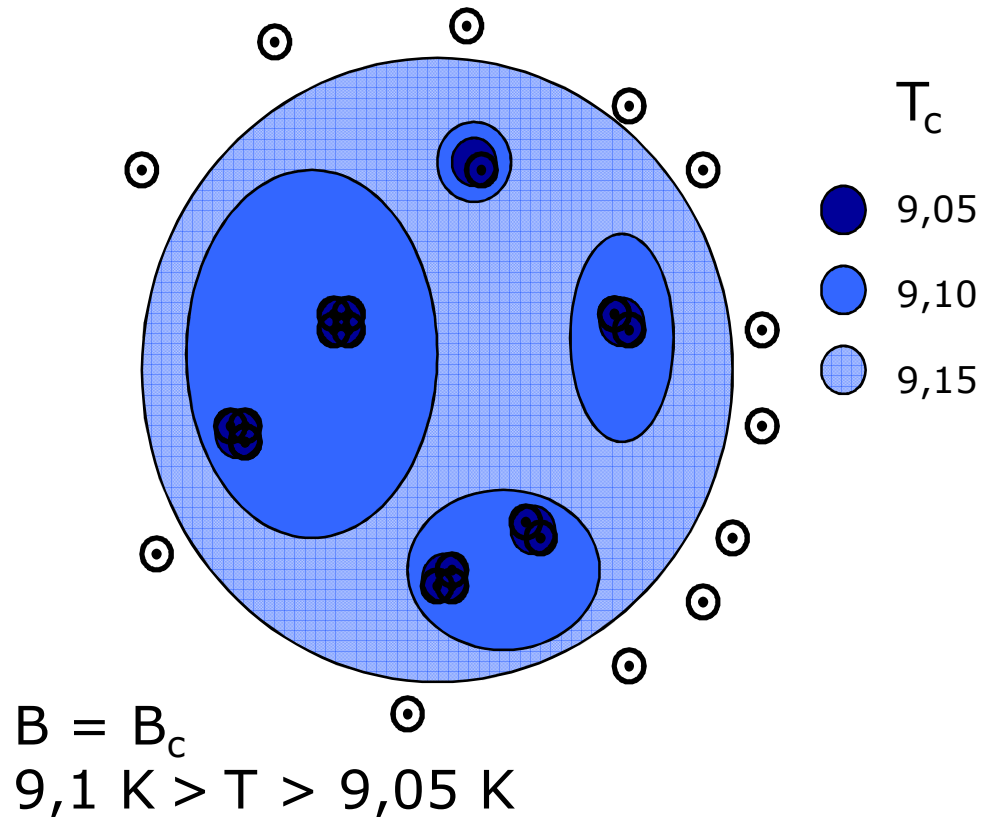
Stimmt nicht! (zumindest nicht immer)



Eine makroskopische Probe wird abgekühlt...



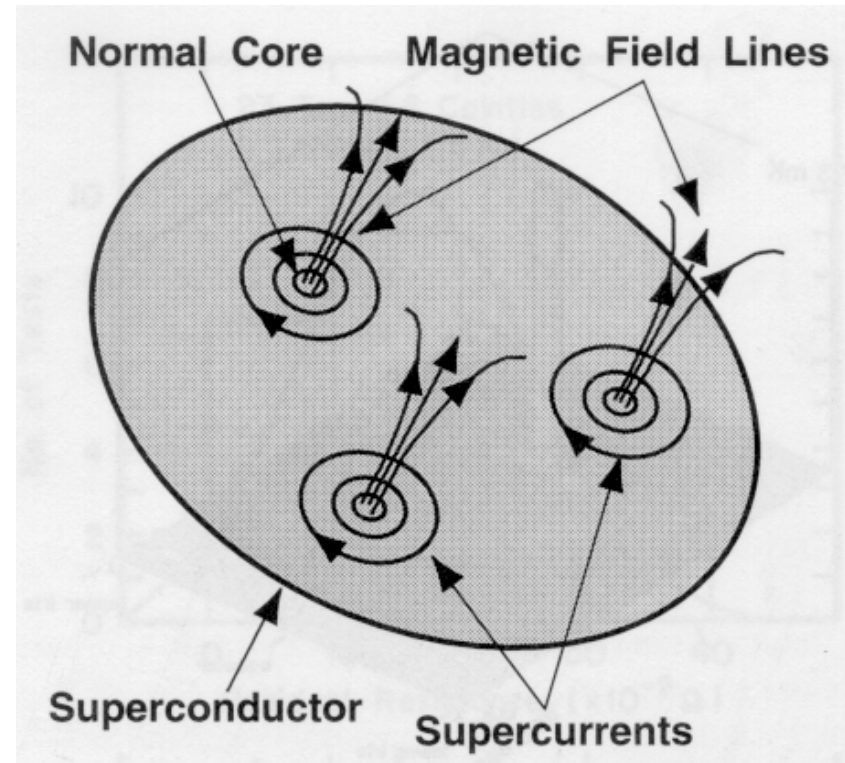
... bis sie komplett supraleitend ist



„Einfrieren“ eines Magnetfeld

- Das Magnetfeld wird in den Bereichen „eingefroren“, die zuletzt supraleitend wurden
- Sie schnüren sich auf Bereiche zusammen, so dass $B = B_c$ ist
- Dies verursacht einen Oberflächenwiderstand:

$$R_{mag} = \frac{H_{ext}}{H_{c2}} R_n$$



Supraleitung in der Praxis

Oberflächenwiderstand:

$$R_S = R_{BCS} + R_{mag} + R_{res}$$

BCS Widerstand für Niob, 4 Kelvin, 500 MHz

$$R_{BCS} = 77 \text{ n}\Omega$$

$$R_{BCS} = A_S \omega^2 e^{-\frac{\Delta(0)}{k_B T}}$$

Eingefrorenes Erdmagnetfeld:

$$R_{mag} = 124 \text{ n}\Omega \quad (\text{bei } 500 \text{ MHz})$$

$$R_{mag} = \frac{H_{ext}}{H_{c2}} R_n$$

Widerstand durch Oberflächenkontamination:

$$R_{res} \geq 20 \text{ n}\Omega$$

Supraleitende Beschleunigungsstruktur (S-DALINAC, TU Darmstadt)



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Länge: 1.3 m

Frequenz: 2.997 GHz

Temperatur: 2 K

Güte: $3.0 \cdot 10^9$

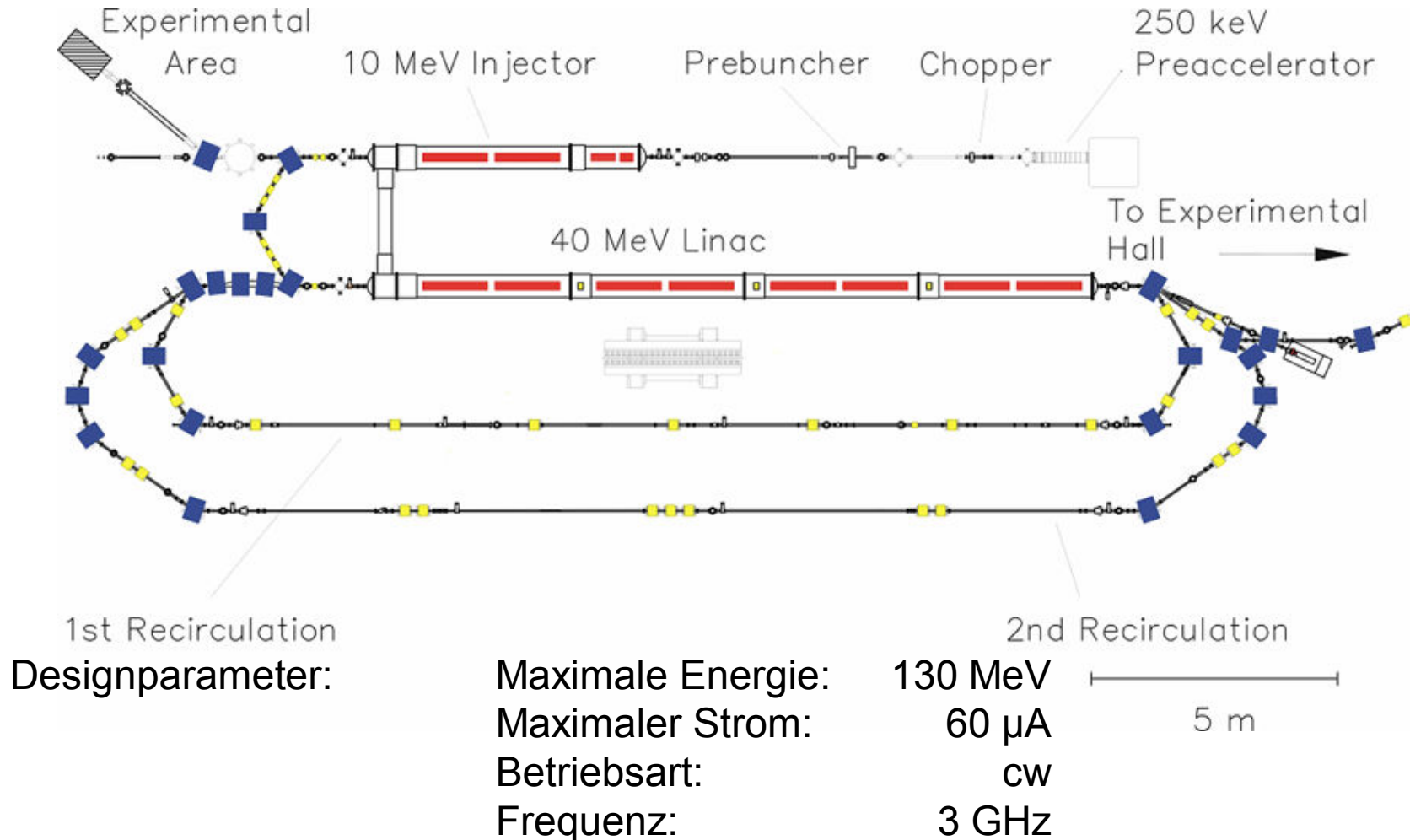
Material: Niob (RRR=280)

Mode: TM_{010} π -Mode

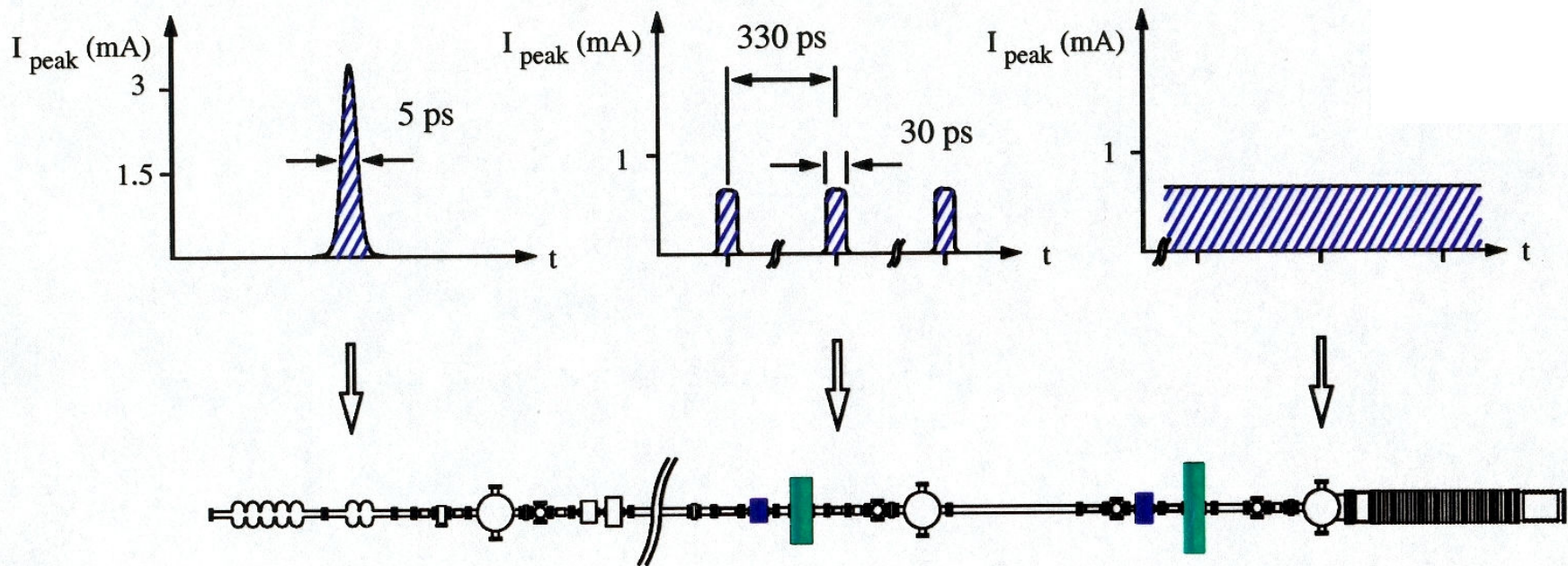
E_{\max} : 5 MV/m

Verlustleistung: 4.2 W

Der S-Dalinac



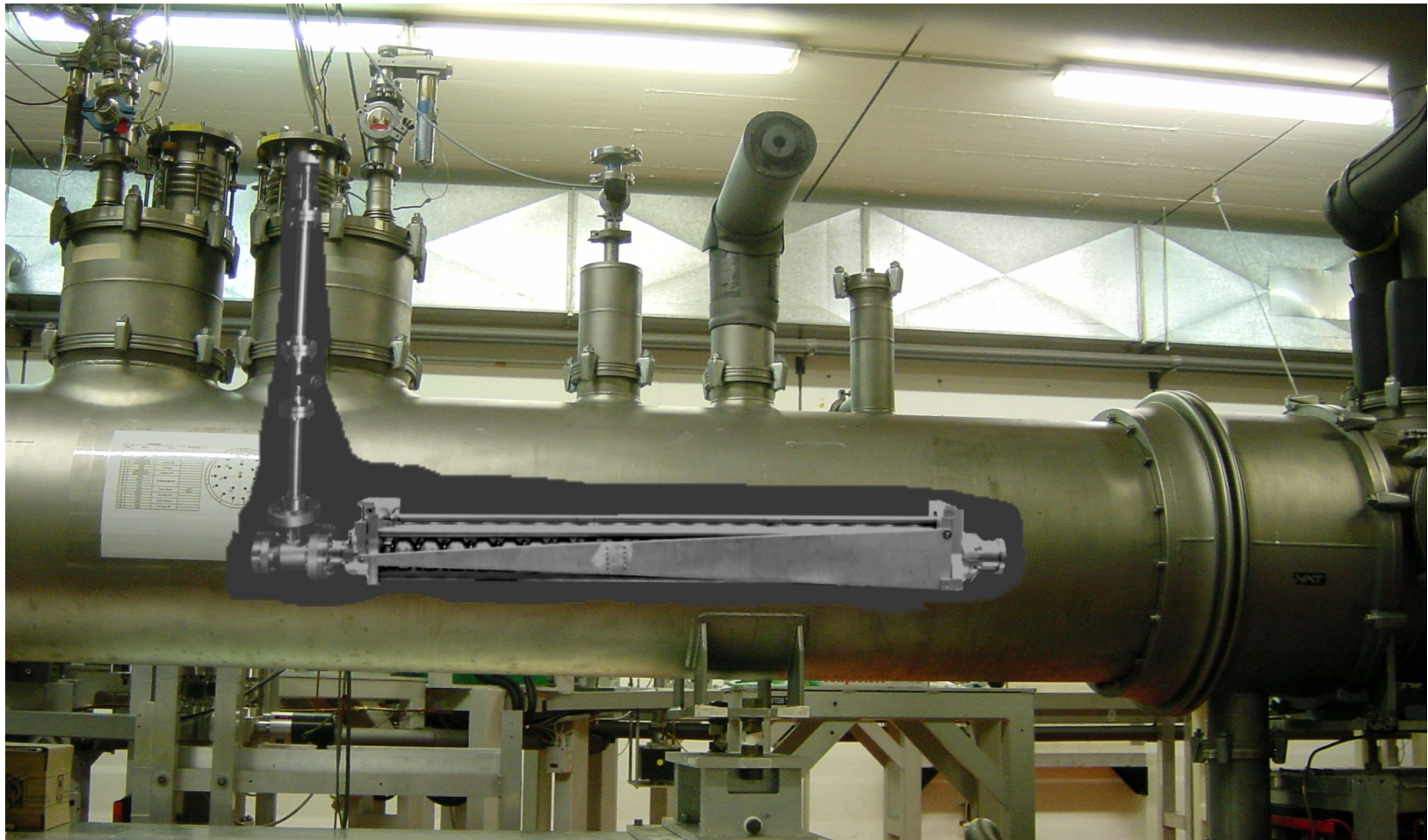
Strahlpräparation



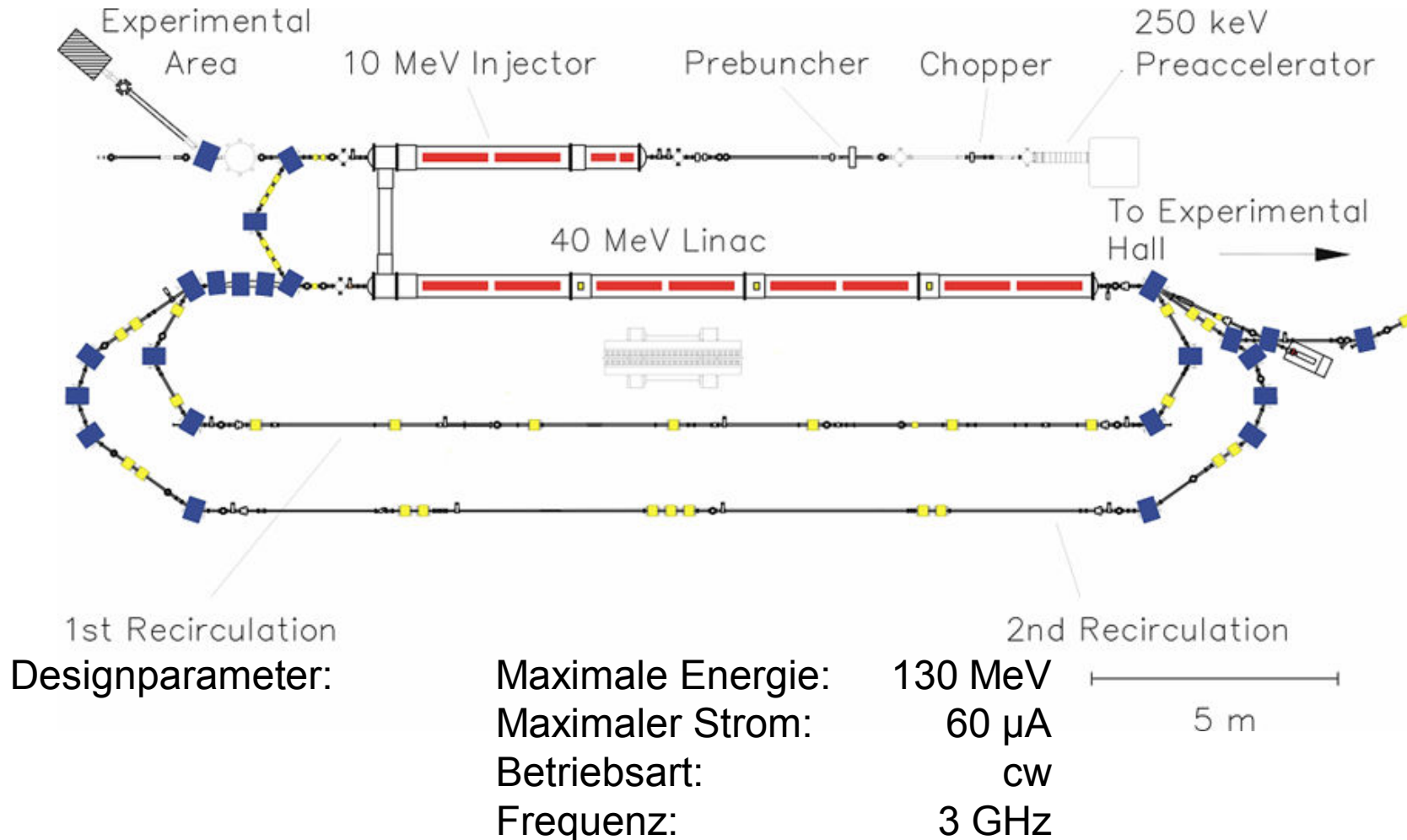
Beschleunigerkryostat



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Der S-Dalinac



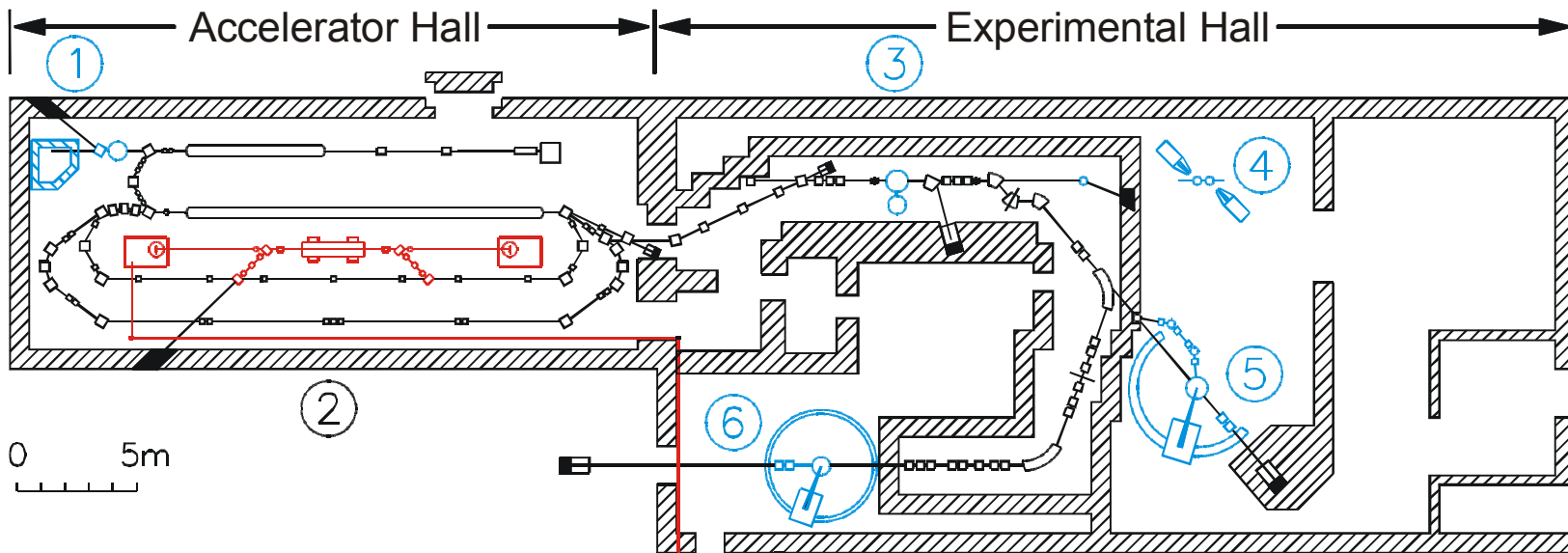
S-Dalinac Beschleunigerhalle



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT



Gesamtansicht



- ① Channeling Radiation & (γ, γ') -Experiments
- ② Free Electron Laser
- ③ High Energy Radiation Physics
- ④ Compton Scattering off the Nucleon
- ⑤ $(e, e'x)$ -Experiments & 180° Spectrometer
- ⑥ (e, e') -Experiments
- ⑦ Optics Experiments

S-Dalinac Strahlparameter



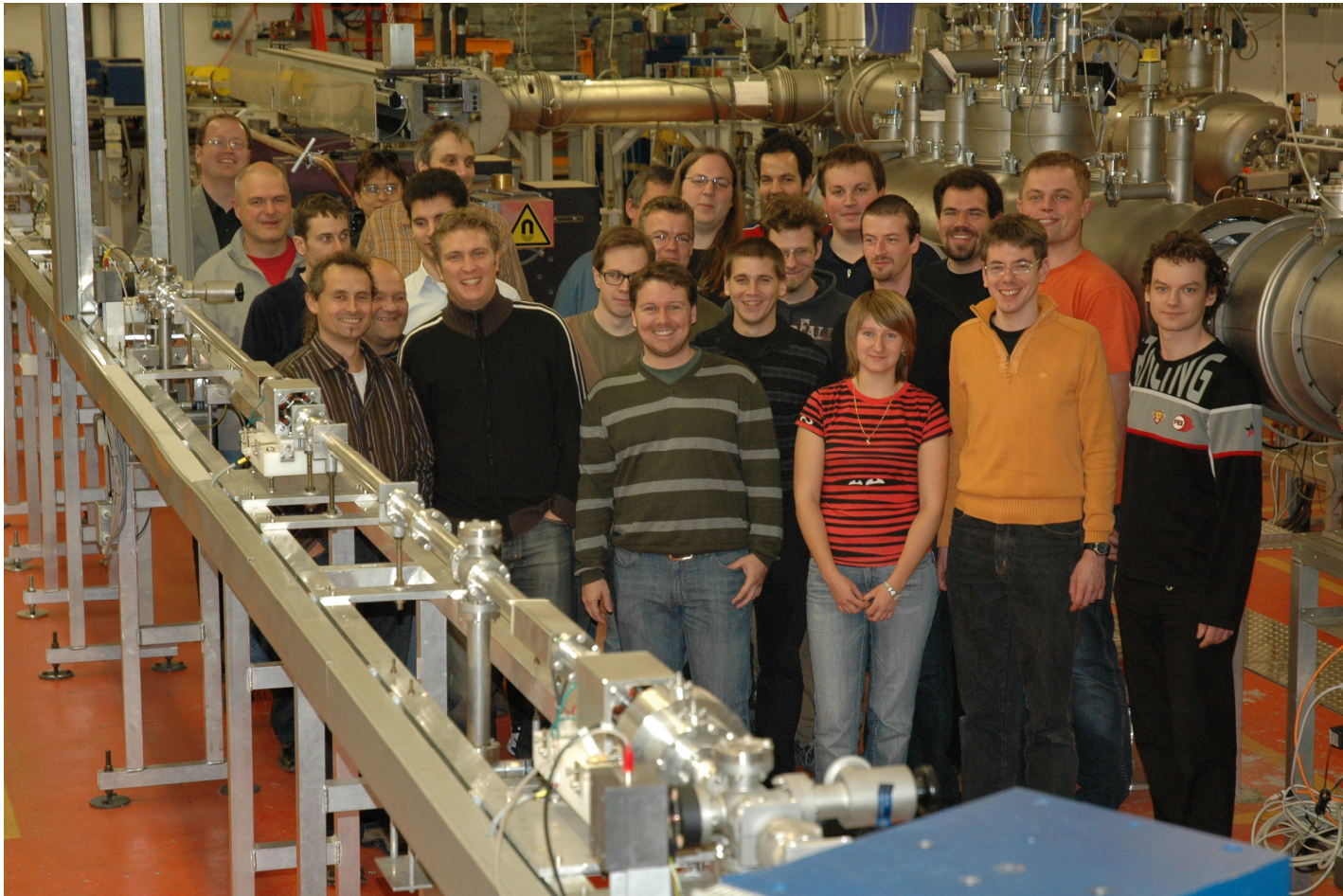
TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Experiments	Energy (MeV)	Current (μA)
(γ, γ') @ Injector	1 - 10	10 - 50
Activation	7 - 10	50
Detector Test @ Injector	1 - 10	typ. 0.00001
Tagged γ	15 - 30	0.01
Compton Scattering	typ. 80	10
$(e, e'x), (e, e')$	22 - 120	5

Die studentische Mannschaft



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT





TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Vielen Dank

Kreisbeschleuniger: Das Zyklotron

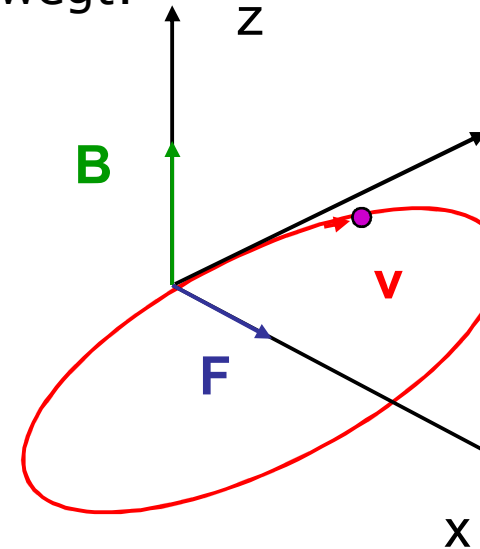
- Für ein Teilchen dass sich senkrecht zum Magnetfeld bewegt:

$$\mathbf{F} = m \cdot \mathbf{a} = q \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}$$

- daraus ergibt sich eine Kreisbewegung des Teilchens:

$$m \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}$$



- Gl $\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}$ Zentzkraft und Zentrifugalkraft:

$$\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q \cdot \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}$$

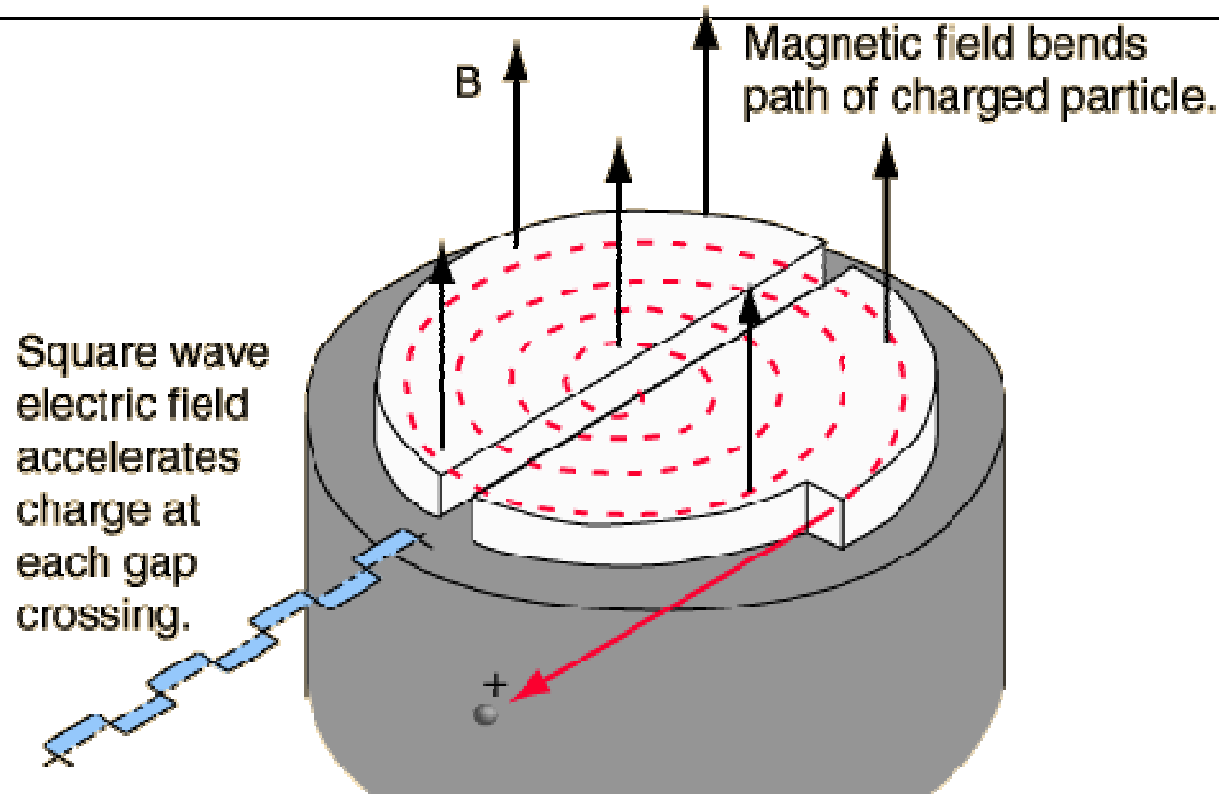
$$\mathbf{F}_{\text{Zentrifugal}} = m \cdot \mathbf{v}^2 / R$$

$$R = m \cdot \mathbf{v} / q \cdot \mathbf{B}$$

$$\text{mit } \omega = \frac{v}{R} \text{ gilt: } \omega = \frac{q}{m} \cdot \mathbf{B}$$

Die Zyklotronfrequenz ω ist unabhängig von Geschwindigkeit und Energie des Teilchens

Bei zunehmender Energie und Geschwindigkeit läuft das Teilchen mit grösserem Radius im Magnetfeld um



- Die Zeit für einen Umlauf ist
- konstant, daher ist auch die
- Frequenz der elektrischen Feldes
- für die Beschleunigung konstant.



Annahme: Das Magnetfeld hat eine Stärke von maximal $B_{\text{cyclotron}} := 1\text{T}$

Die Umlauffrequenz ist durch: $\omega_{\text{rev}} := \frac{e_0}{m_p} \cdot B_{\text{cyclotron}}$ gegeben

Damit ergibt die Frequenz von $f_{\text{rev}} := \frac{\omega_{\text{rev}}}{2\pi} \Rightarrow f_{\text{rev}} = 15.244\text{ MHz}$

Bei einer kinetischen Energie von $E_p := 20\text{ MeV}$ ergibt sich der Radius des Zyklotrons:

mit: $E_p = \frac{m_p \cdot c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ folgt:

$$v := c \sqrt{1 - \frac{m_p^2 \cdot c^4}{(E_p + m_p \cdot c^2)^2}}$$

$\rho := \frac{v}{\omega_{\text{rev}}}$, und

Damit ist die Geschwindigkeit $v = 6.093 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und der Radius $\rho = 0.636\text{ m}$

