

# Moderne partikkelfysikk

Bjarne Stugu

February 20, 2017

## 1 Introduksjon

Partikkelfysikk kan defineres som studiet av naturens minste byggestener, de uten kjent indre struktur, og kreftene mellom dem. I løpet av de siste 50 år har det blitt etablert en svært vellykket teori for dette, omtalt som *Standardmodellen*, der de fundamentale byggestenene er kvarker og leptoner. Formålet med disse sidene er å gi et lite innblikk i Standardmodellen og noen av dens konsekvenser for systemer av partikler som hensiktsmessig kan beskrives ved hjelp av denne. Boka "Particle Physics" av Martin og Shaw<sup>1</sup> tar et lignende utgangspunkt, og har vært til stor nytte i framstillingen som gis her.

Historien om Standardmodellen begynner lenge før partikkelfysikk var etablert som fag. Et passende utgangspunkt kan være Einstein's forklaring av den fotoelektriske effekt i 1905, sammen med de Broglie's forslag om at partikler med masse også beveget seg som bølgepakker. Dette resulterte ikke bare i Schrödingerligningen og oppfinnelsen av kvantemekanikk, men også i utviklingen av relativistisk kvantemekanikk og kvantefeltteori, som vi skal se er basis for Standardmodellen.

Schrödingerligningen for en fri partikkel er gitt som

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi \quad (1)$$

og har løsning

$$\Psi(\vec{r}, t) = N e^{i(\vec{p}\cdot\vec{r} - Et)/\hbar} \quad (2)$$

Her er  $p$  partikkelens bevegelsesmengde mens  $N$  er en normaliseringskonstant. Løsningen svarer til en bølge med bølgelengde  $\lambda = h/p$ .

Schrödingerligningen er ikke i samsvar med relativitetsteorien. Ikke-relativistisk er relasjonen mellom bevegelsesmengde og energi gitt som

$$E = p^2/2m$$

I relativitetsteorien har vi imidlertid

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2 \quad (3)$$

altså

$$E = \pm \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2}$$

---

<sup>1</sup>B.R. Martin and G. Shaw: "Particle Physics" 3rd. Ed. Wiley 2008

Bølgefunksjonen (2), med relasjon (3) innsatt, er løsninger av

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = -\hbar^2 c^2 \nabla^2 \Psi + (mc^2)^2 \Psi \quad (4)$$

Dette er *Klein-Gordon ligningen* for en fri partikkel, og ble visstnok diskutert av de Broglie allerede i 1924. Den negative løsningen er i strid med den lavest mulige energien for partikkelen, nemlig hvile-energien. Skal løsninger med negativ energi forkastes? Schrödinger skal ha forsøkt å ta utgangspunkt i denne ligningen før han postulerte sin egen ligning som for å forklare absorpsjonsspekteret til hydrogenatomet.

K-G ligningen kunne ikke være den rette for beskrivelsen av elektroner. En korrekt beskrivelse skal kunne håndtere elektronenes halvtallige spinn i tillegg til å være konsistent med relativitetsteorien. Det var også problematisk å fortolke løsningene som sannsynlighetsamplituder.

Hvordan skal vi beskrive partiklene når de befinner seg i et elektromagnetisk felt? I Schrödingerligningen, i den form vi er vant til å se den, ignorerer vi magnetiske effekter, og benytter bare inn det statiske potensialet definert gjennom  $\vec{E} = \nabla V$  (der  $\vec{E}$  typisk er Coulombfeltet) for den potensielle energi. En korrekt behandling nødvendiggjør korrekt bruk av *vektorpotensialet* ( gjerne betegnet med  $\vec{A}$ ) i Schrödingerligningen.

Wolfgang Pauli inkluderte de to mulige spinn-komponentene som *spinorer* i Schrödingerligningen. Sammen med bruk av vektorpotensialet var dette svært vellykket for det gav nær riktig verdi for elektronets anomale magnetiske moment som ble forutsagt å være nøyaktig  $g = 2$ . Den naive forventingen ved å legge til spinn-bane kobling i Schrödingerligningen var  $g = 1$ .

Det var Dirac som, i 1928, tok med seg alt dette og kom med en ligning som gav en beskrivelse av elektroner med spinn=1/2, og som er konsistent med relativitetsteori. For at den relativistiske sammenhengen mellom energi og impuls skulle være oppfylt, så var det nødvendig å innføre to tilstander til, slik at bølgefunksjoner som tilfredsstiller Dirac-ligningen har fire komponenter, der to av komponentene representerer løsningene med negativ energi, som var uungåelige, gitt den kvadratiske relasjonen mellom energi og impuls (lign. 3). For å gjøre en lang historie kort, så viste det seg at Dirac hadde forutsagt eksistensen av antimaterie!

Diracligningen forutsier også  $g = 2$ . Eksperimentelt er  $g$  målt med stor presisjon, og funnet til å være  $g = 2,00116$  når man bare tar med de 5 første siffer etter komma. Beregninger innenfor Kvantefelt-teori fører til teoretiske korreksjoner til tallet  $g = 2$  som er i full overenstemmelse med det målte resultatet, til 9 desimaler etter komma!

## 2 Prosesser og bevaringslover

De mest fundamentale byggestenene i naturen er *kvarker* og *leptoner*. Tabell over disse finnes sist i dette kompendiet. Verktøyet vi har til rådighet for å forstå materiens oppbygning handler i stor grad om å studere kollisjoner mellom partiklene. I tillegg til at vi kan finne sannsynligheten for at en gitt hendelse (eller *event*) skal finne sted, altså *virkningsstverrsnittet*<sup>2</sup>, kan vi også produsere nye partikler i reaksjonene.

---

<sup>2</sup>Virkningsstverrsnitt er gjennomgått som del av pensum i kjernefysikk

I studiet av prosessene, for eksempel følgende to:

$$a + b \rightarrow c + d \quad ; \quad e \rightarrow f + g$$

har man funnet fram til tre typer krefter, eller *vekselvirkninger* i tillegg til gravitasjon, nemlig *sterke, svake* og *elektromagnetiske*, og en del bevaringslover som gjelder under visse forutsetninger.

- Ladningsbevaring: Summen av de elektriske ladningene før reaksjonen er lik summen av ladninger etterpå.
- Bevaring av leptontall: Hvert lepton (f.eks. elektronet og nøytrinoet,  $\nu_e$ ) tilordnes et tall +1, mens hvert antilepton (f.eks. positronet og antinøytrinoet  $\bar{\nu}_e$ ) tilordnes et tall -1. Summen av leptontallene er bevart i reaksjoner.
- Bevaring av baryontall: Baryoner består av tre kvarker. Hver kvark, uansett type, tilordnes et baryontall  $B = 1/3$ . Hver antikvark tilordnes et baryontall  $B = -1/3$ . Dermed er baryontallet til et proton gitt som  $B_p = 1$  mens baryontallet til anti-protonet blir  $B_{\bar{p}} = -1$ .

Kommentarer og eksempler:

1. Ladningsbevaring gjelder alltid.
2. Eksempel på en reaksjon med lepton og baryontallsbevaring er  $\beta$ -henfall:

$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

3. Etter å ha funnet tyngre leptoner,  $(\mu^-, \nu_\mu)$  og  $(\tau^-, \nu_\tau)$  så har man innført egne leptontall for disse, slik at det fins tre leptontall,  $L_e, L_\mu$  og  $L_\tau$  som er bevart separat<sup>3</sup>.
4. Baryontallsbevaring gjelder alltid. Men man har innført eget kvantetall for hver av de fire kvarktypene  $s, c, b$  og  $t$ . Disse kvantetallene er bevart i sterke og elektromagnetiske vekselvirkninger, men kan brytes i svake vekselvirkninger. I hovedsak finner produksjon av nye partikler i kollisjoner sted gjennom sterke eller elektromagnetiske vekselvirkninger. Dermed skapes gjerne de tyngre kvarkene alltid som et kvark-antikvark par (f.eks.  $c\bar{c}$ ), mens partiklene som dannes må henfalle gjennom svake vekselvirkninger som bryter bevaring av kvarktype.

Om disse lovene ikke er brutt, så kan man konkludere at elektronet og protonet (det letteste baryonet) er absolutt stabile partikler som ikke brytes videre ned.

### 3 Vekselvirkninger og kvantefelt-teori

Som kjent kan de elektromagnetiske feltene manifestere seg som lys, og det var naturlig å spekulere på konsekvensene av at lys kunne beskrives som partikler. I tillegg til eksistensen av lyspartikler, så hadde Einstein's forslag også den konsekvens at lyspartiklene kunne forsvinne og overlate all sin energi til et absorberende elektron. Da bør lyspartikler

---

<sup>3</sup>Nyere resultater viser at dette utsagnet må modifiseres for nøytrinoer

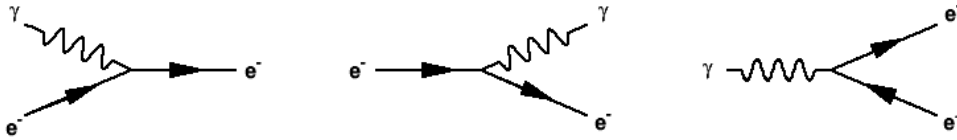


Figure 1: Feynman-diagram a) Fotoabsorpsjon, b) Bremsstråling, c) Parproduksjon. **Tiden løper fra venstre mot høyre.** Linjene sier ingen ting om bevegelsesmengder og retninger, men energi og impulsbevaring må være oppfylt. Vi skal se at dette nødvendigjør konseptet med *virtuelle* partikler

også kunne skapes, og metoder for å kvantisere det elektromagnetiske feltet ble utviklet, et arbeid som førte til teorien QED, Kvantetelektrodynamikk.

Utgangspunktet var Dirac-ligningen. Man ønsket altså å finne en teori der lyskvanter kan skapes og forsvinne, og som var konsistent med kvantemekanikk og relativitetsteori. Teorien tar utgangspunkt i at vekselvirkningene i prosessene kan beskrives ved hjelp av tilnærminger, i en form for rekkeutvikling av effektene. Mange bidro til utviklingen av QED. Richard Feynman var en av bidragsyterne til denne kompliserte teorien, men står i en særstilling med sin diagramteknikk for å visualisere den matematiske perturbasjonsteorien.

En matematisk innføring i QED ligger langt utenfor pensum i PYS119. Imidlertid gir Feynmandiagrammene en mulighet for en visuell forklaring. Dette er spesielt relevant siden teorien for de forskjellige kreftene mellom elementærpartiklene som nå er etablert, *alle er feltteorier, der prosessene kan visualiseres med Feynmandiagrammer* (Vi ser her bort ifra gravitasjon, der man ennå er på jakt etter den riktige teorien som har gravitoner som feltkvanter. )

### 3.1 Feynmandiagrammer

Feynmandiagrammene viser tidsutviklingen av bølgefunksjoner som tilfredsstiller Dirac-ligningen når de vekselvirker med kvantiserte felt. Det er viktig å merke seg at de representerer komplekse *amplituder*. I analogi kan vi nevne kvantemekanisk spredning på en potensialbarriere i en dimensjon. Der er situasjonen:

$$\psi_A(x, t) \rightarrow \Psi_B(x, t) + \Psi_C(x, t)$$

Feynmandiagrammet skal forstås som en visualisering av dette. For å få fram sannynligheter og virkningstverrsnitt, så skal de relevante amplitudene summeres og kvadreres, akkurat som i endimensjonal kvantemekanisk spredning.

Vi tar nå for oss de enkleste diagrammene. Noen av disse svarer til prosesser vi allerede er blitt kjent med eksperimentelt i PHYS114. Til venstre i figur 1 vises diagrammet som svarer til den fotoelektriske effekt,

$$\gamma + e^- \rightarrow e^-$$

At elektronet er representert med en linje betyr bare at det eksisterer, og sier ingenting om hvorvidt det beveger seg eller ikke. Ved fotoabsorpsjon er det i ro i det absorberende

materialet, mens fotonet har energi som det overfører til elektronet. Hvis vi snur litt på diagrammet, så får vi diagrammet for *bremsestråling*

$$e^- \rightarrow e^- + \gamma$$

(På engelsk bruker man det tyske ordet, Bremsstrahlung). Her skapes et foton, som følge av elektronets vekselvirkning med et elektromagnetisk felt, for eksempel i et fast stoff, der feltet som kollektivt settes opp i av elektronene i det relevante materialet.

Hvis vi snur litt til på diagrammet, så for vi isteden diagrammet for *pardannelse*,

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

Her har fotonet skapt et elektron-positron par. Denne prosessen er mulig når fotonet har energi større enn to ganger hvilemassen til elektronet. Pilene på linjene er slik at de peker *med* økende tid for partikler, og *mot* økende tid for antipartikler. I hvert møtepunkt (engelsk: Vertex), skal det være en inngående og en utgående pil. Dette uttrykker en bevaringslov:

- Elektroner og positroner tilordnes et leptontall på henholdsvis +1 og -1. I elektromagnetiske vekselvirkninger er summen av leptontallene bevart.

Møtepunktene representerer vekselvirkningene med feltet, og tilordnes en koblingskonstant med styrke som er definert av ladningen til elektronene. Elektronladningen er innført gjennom *finstrukturkonstanten*,  $\alpha$ . Dette er en dimensjonsløs størrelse gitt som

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0(\hbar c)} \approx \frac{1}{137}$$

Hvert verteks svarer til ladningen til partikkelen som setter opp feltet, (som lager koblingen til fotonet). Man kan si at elektronladningen skrives slik:  $e' = e/\sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c}$  og verteks-faktoren blir til  $\sqrt{\alpha}$  på amplitudenivå. Legg merke til at den potensielle energi til et elektronet i hydrogenatomet er  $V(r) = (\hbar c)\alpha/r$ . Dette gjør det naturlig å bruke  $\alpha$  i beskrivelsen av vekselvirkningen mellom to elementærladninger. Det er faktisk vanlig å sette  $\hbar = c = 1$  i perturbasjonsteori, og først bry seg om verdien av  $\hbar$  og  $c$  når numeriske beregninger skal gjennomføres til slutt.

Amplituden skal altså kvadreres for å få fram sannsynligheter og virkningstverrsnitt, så man må multiplisere med en faktor  $\alpha$  for hvert vertex. For andre ladninger må man multiplisere med ladningen i enheter av elementærladningen. Siden kvarkene har elektrisk ladning, så kan man erstatte elektroner med kvarker i figur 1. For eksempel: ladningen til en  $u$ -kvark er lik  $(2/3)e$  Da blir sannsynligheten for prosessen proporsjonal med  $(2/3)^2\alpha$ .

Dessuten vil bevaring av impuls og energi ikke kunne være oppfylt i samtidig i prosessene slik de er representert i fig. 1. Men de skjer likevel når fotoner og elektroner befinner seg i elektriske felt som kan absorbere den nødvendige bevegelsesmengde. Feynmandiagrammene for reelle prosesser må altså være noe mer kompliserte enn de vi ser i fig. 1. I faste stoffer er det elektrisk satt opp av elektronskyene som omgir kjernene, og tysk Wikipedia foreslår at Feynmandiagrammet for fotoabsorpsjon skal se ut slik som i figur 2.

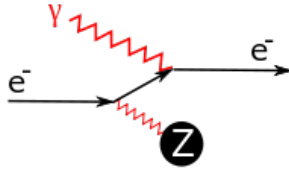


Figure 2: Feynmandiagram for fotoelektrisk effekt, slik det må se ut for at alle bevaringslover skal være oppfylt. Den sorte boblen antyder vekselvirkning med en elektronsky med effektiv ladning  $Z$ . Hentet fra tysk Wikipedia den 20/10 2016

### 3.2 Spredning og prosesser med to vertekspunkter

Sentralt i partikkelfysikken er eksperimenter der man får partikler til å kolliderer med hverandre, enten ved å skyte partikler mot en passende skyteskive, et *target*, slik Rutherford gjorde, eller ved å få partikkelstråler til å kolliderer med hverandre. Dette kalles spredningsforsøk. Man kan ha *elastisk spredning*, der partiklene overlever med bevart impuls og kinetisk energi:

$$a + b \rightarrow a + b$$

hvor  $\vec{p}_a + \vec{p}_b = \vec{p}_a^* + \vec{p}_b^*$  eller *inelastisk spredning*, der energi overføres til andre deler av det spredende system, og partikler kan miste sin identitet.

$$a + b \rightarrow c + d + X$$

Her kan det være slik at man ønsker å finne bestemte partikler,  $c$  og  $d$ , mens  $X$  er en samling partikler det ikke er nødvendig å identifisere. Figur 3 viser de to Feynmandiagrammene som bidrar til elastisk spredning mellom elektroner og positroner, noe som kalles Bhabha-spredning. Virkningstverrsnittet for prosessen er proporsjonal med  $\alpha^2$  ettersom to vertekspunkter bidrar med en faktor som er proporsjonal med ladningen til partiklene som møtes, altså med  $\sqrt{\alpha}$ . Spredningsamplituden skal kvadreres for å finne virkningstverrsnittet. Virkningstverrsnittet for en prosess kan skrives ned slik:

$$\sigma(a + b \rightarrow c + d) = K|M|^2 \tag{5}$$

Her er  $K$  en kinematisk faktor som avhenger av forhold som ikke kan representeres av Feynmandiagrammene.  $M$  er spredningsamplituden, som er en sum av delamplituder, der hver delamplitude er representert ved et Feynmandiagram. Akkurat som bølgefunksjoner, så er disse amplitudene komplekse, slik at interessante interferenseffekter kan oppstå ved kvadrering. Når fotonet er kraftformidler på denne måten så kalles det en *propagator*. Man må kalle fotonet *virtuelt*, fordi vi må tilordne fotonet en virtuell masse (tilsvarende den invariante massen til systemet av utgående partikler) i det korte tidsrommet vekselvirkningen foregår. I diagrammet til venstre i fig. 3 må denne massen svare til den invariante massen til elektron-positron paret. For diagrammet til høyre svarer propagatoren til en overføring av bevegelsesmengde.

Fotonet har spinn lik 1 (altså  $S_\gamma^2 = J(J + 1)\hbar^2$  med  $J = 1$ ). Spinn må være bevart i prosessen. Det gir føringer på hvordan spinnkomponentene til elektronene kan kombineres. Vi må også nevne at beskrivelsen av Bhabha-spredning med bare disse

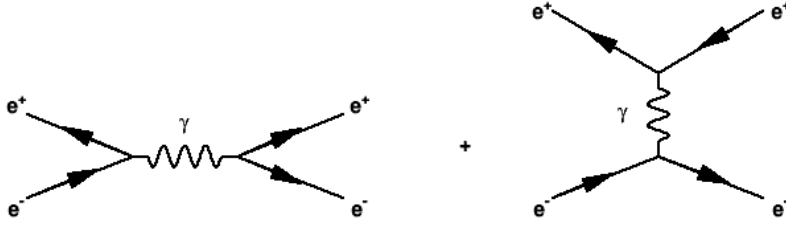


Figure 3: Feynman-diagram som bidrar til elastisk spredning mellom et elektron og et positron. a) Annihilasjon b) Fotonutveksling. For å finne virkningstverrsnitt for reaksjonen må man addere amplitudene og kvadrere resultatet.

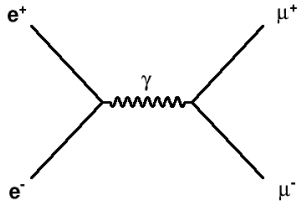


Figure 4: Feynman-diagram for produksjon av et par myoner gjennom elektron-positron annihilasjon. Alle partikler med elektrisk ladning og spinn=1/2 kan produseres i par på denne måten, bare det er nok energi i annihilasjonen.

to diagrammene er en tilnærming som tilsvarer en bestemt orden i en rekkeutvikling. Neste orden vil inneholde diagrammer med tre vertekspunkter. Siden hvert vertekspunkt medfører at bidrag skal multipliseres med en faktor  $1/137$  så kan man imidlertid regne med at presisjonen i beregningen av virkningstverrsnittet ligger på rundt 1%. Virkningstverrsnittet for Bhabha-spredning er beregnet til å være på formen

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-) = (\hbar c)^2 \frac{\alpha^2}{16s} \quad (6)$$

der  $\alpha$  er finstrukturkonstanten og  $s = E_{cm}^2$ , kvadratet av massesenter-energien i kollisjonene. Faktoren  $\alpha^2$  er slik man må forvente i en prosess med to verteks ( $e/\sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c}$  for hvert verteks, og så skal amplituden kvadreres).

Annihilasjonsprosessen, fig. 3 a) har hatt stor betydning for partikkelfysikken, for man vil kunne produsere alle typer par av elementære fermioner så sant de har elektrisk ladning, dersom det er nok energi til stede. Figur 4 gir eksempel på Feynmandiagram.

Mye forskning har vært gjort i akseleratoranlegg som har levert elektron-positron kollisjoner, ved SLAC og Cornell i USA, ved DESY i Tyskland og ved CERN i Sveits for å nevne noen. (Anlegg har også vært bygd i Italia, Japan og Kina.)

Til slutt tar vi også med et Feynmandiagrammet svarende til Comptonspredning (fig. 5) altså elastisk spredning mellom et foton og et elektron. Vi ser at det her også er to verteks-faktorer involvert.

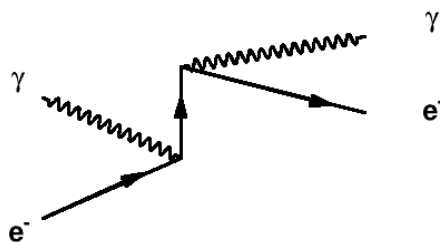


Figure 5: Feynman-diagram for Compton-spredning

### 3.3 Feltpartikler med hvilemasse

Dersom man ser på ligning 4 som en bølgeligning for feltpartikler assosiert med en potensiell energi, så får man resultater som gir god innsikt i hvordan potensialet forbundet med disse partiklene ser ut.

Med  $m = 0$  i ligningen så fås en bølgeligning for en bølge som beveger seg med lyshastighet, altså noe som kunne passet for et foton. Men elektromagnetismen er ikke så enkel at dette blir en korrekt fortolkning. Grunnen er at fotonet må tilordnes *spinn* for å være et brukbart feltkvant i elektromagnetiske vekselvirkninger. Imidlertid, om man ser på det statiske tilfellet, altså  $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0$  så får man tilbake Gauss' lov i form av Poisson's ligning

$$\nabla^2 V = 0$$

for områder i rommet der ladningstettheten er 0 (Gauss lov:  $\nabla E = \rho/\epsilon_0$ , og  $E = \nabla V$ ). Denne ligningen gjelder for det elektriske potensialet satt opp av en punktladning, altså  $V(r) = k/r$ .

Det viser seg at om vi tar med masseleddet, slik at ligningen blir

$$\nabla^2 V(r) = \left(\frac{mc^2}{\hbar c}\right)^2 V(r)$$

så er løsningen gitt som

$$V(r) = \frac{e^{-\frac{mc^2}{\hbar c}r}}{r} \quad (7)$$

Dette kalles *Yukawapotensialet*, idet Yukawa var den som først foreslo et slikt potensial for de sterke vekselvirkningene, der partikkelen med masse  $m$  skal tolkes som den kvantiserte feltpartikkel. Utgangspunktet var jo en bølgefunksjon for en partikkel, og slik sett så avtar jo denne proporsjonalt med potensialfunksjonen. Fra ligning 7 ser vi at feltpartikkelen holder seg innenfor en karakteristisk radius rundt kilden til feltet, gitt som

$$r_0 = \frac{\hbar c}{mc^2}$$

Utvekslingen av massive feltpartikler kan foregå også når energiene involvert er lavere enn den som svarer til hvilemassen til feltpartikkelen. Da er det igjen snakk om utveksling av en *virtuell* partikkel. Dette er ofte framstilt som at brudd på energibevaring faktisk er mulig innenfor et tidsrom som er lik det som er definert av usikkerhetsrelasjonen





Figure 6: Feynman-diagram i Yukawas modell for sterke vekselvirkninger. a) Ladningsutveksling b) Utveksling av et nøytralt pion.

( $\Delta t = \hbar/(\Delta E)$  der  $\Delta E$  den energien som mangler for at partikkelen kan skapes som reell partikkel).

Yukawa foreslo i 1935 at formidleren av den sterke kjernekraften foregikk med utveksling av et slikt boson, med spinn=0. Ut fra rekkevidden til sterke vekselvirkninger forutsa han at massen burde være rundt  $200MeV/c^2$ . Man mente at pionene ( $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ ) funnet i 1947 var denne kraftformidleren, og man lærte mye av å beskrive kollisjoner mellom protoner og nøytroner ved utveksling av pioner (se fig. 6), for avstander større enn omtrent 1-2 fm. En må også bytte ut koblingskonstanten i hvert verteks med en konstant som passer for de sterke vekselvirkninger. Denne er mye større enn 1/137, verdien er rundt 1. Det har vist seg at verken pioner eller nukleoner er elementærpartikler, så pionutveksling er ikke den fundamentale kraftformidleren for den sterke kjernekraften. Men ideen om at de sterke vekselvirkninger også kan beskrives som en kvantefeltteori later til å være riktig.

Vi skal ikke gå nærmere inn på den matematiske formen av propagatorene, men resultatet for en massiv feltpartikkel er at man får resonanser slik vi diskuterte i kjernefysikken, nemlig virkningstverrsnitt som inneholder en Breit-Wigner funksjon med høyest verdi når energien er lik hvile-energien til feltpartikkelen (se fig. 7 og eget notat om resonanser). Dette resultatet kommer man også fram til dersom man studerer spredningen fra en tung kjerne som omgir seg med et Yukawapotensial.

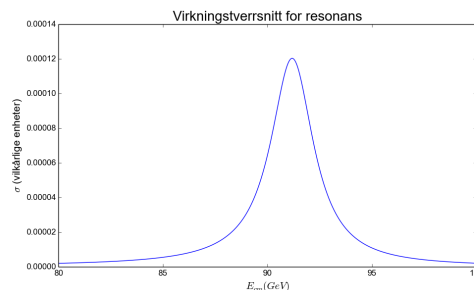


Figure 7: Virkingstverrsnitt for en resonans (Breit-Wigner), uten korreksjoner

### 3.4 Oppsummering om Feynmandiagrammer

- Feynmandiagrammer beskriver tidsutviklingen av bølgefunksjoner for to partikler som vekselvirker, eller for en partikkel som henfaller til andre partikler. Diagrammene beskriver altså *amplituder* som må summeres og kvadreres for at man skal finne sannsynligheter og virkningstverrsnitt. Prosessen framstilles symbolsk med tiden løpende langs den ene akse (den horisontale akse i dette notatet)
- Sannsynligheten for en prosess er proporsjonal med kvadratet av en *verteksfaktor* som angir *koblingsstyrken* eller ladningen på partikkelen som vekselvirker med en feltpartikkel.
- Bevaringslover gjelder i verteks (ladning, spinn, energi..). Vi har også andre kvantetall, for eksempel leptontall som er bevart. Dette uttrykkes ved at hver leptonlinje (eller mer generelt, hver fermionlinje) utstyres med en pil. Pilens retning er *med* tiden for fermioner, og *mot* tiden for antifermioner. I hvert verteks kommer en pil inn, og en går ut.
- Vekselvirkningene beskrives med feltpartikler som kan skapes og absorberes. Disse formidler kraften mellom fermionene i form av *propagatorer* som formidler bevegelsesmengde og energi. Tar vi med muligheten for feltpartikler med masse, så gir propagatoren en (kompleks) faktor i amplituden omtrent av formen  $1/(k^2 - m^2)$  der  $k$  er energi eller impulsoverføring og  $m$  er massen til feltpartikkelen. Bemerk:
  - Dette gir resonanseffekter for  $k = m$  (i virkningstverrsnitt osv)
  - Det er nødvendig å gi partiklene *virtuell* masse når energibevaring ellers ikke er mulig. Denne virtuelle massen eksisterer bare i et tidsrom gitt ved Heisenbergs usikkerhetsrelasjon,  $\Delta t = \hbar/(\Delta E)$

## 4 Invariant masse

Vi ønsker å produsere og studere nye partikler og resonanser ved akseleratorene. Hvordan kan vi vite om vi har laget bestemt, ustabil partikkel? <sup>4</sup>. Når levetiden er kort, så er vi henvist til å slutte oss til dette utfra henfallsproduktene. I prosessen  $a + b \rightarrow c + d + X$  ønsker vi å rekonstruere massen til systemet bestående av partiklene  $c + d$ ,  $m_{cd}$ . Vi må ta hensyn til at de utgående partiklene beveger seg med relativistiske hastigheter. Hvis vi beveger oss sammen med et referansesystem der partikkelen er i ro, så er det jo greit. All energi  $E = mc^2$  må finnes igjen i energien til partiklene  $c$  og  $d$ , så  $m_{cd}c^2 = E_c + E_d$ . Dessuten er bevegelsesmengden lik 0,  $\vec{p}_c = -\vec{p}_d$ .

Hvordan skal vi finne  $m_{cd}$  når partikkelen vi eventuelt har skapt er i bevegelse? Vi kan konstruere størrelser som er invariante under et skifte av referansesystem. Om to punkter transformeres ikke-relativistisk, så vi avstanden mellom dem forbli uendret, avstanden er invariant for Galilei-transformasjoner. Men relativistisk, så har vi fenomener som lengdekontraksjon og tidsdilatasjon. Vi kan likevel konstruere et invariant 'lengdestykke',

---

<sup>4</sup>Strengt tatt kan vi aldri være helt sikre. Men hvis vi har funnet mange hendelser som er tilnærmet like, så kan vi være sikre i statistisk forstand

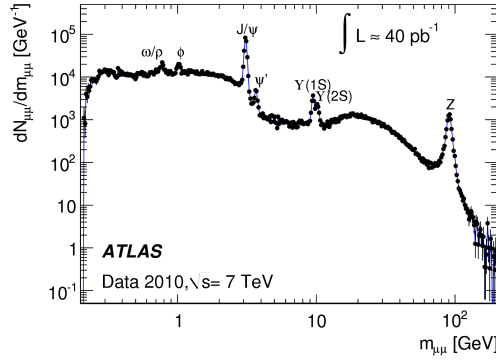


Figure 8: Fordeling av invariante masser av  $\mu^+\mu^-$  par funnet i data fra ATLAS detektoren. Man ser at det er produsert kortlevde partikler med forskjellige masser, som har henfalt til  $\mu^+\mu^-$  par. Legg merke til at den vertikale skalaen er logaritmisk

hvis vi involverer tiden som en fjerde koordinat i en 4-vektor,  $(x, y, z, ct)$ . Det viser seg at det er 'avstanden'

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - (ct_2 - ct_1)^2$$

som er invariant under lorentztransformasjon.

Man kan også konstruere en 4-vektor ved hjelp av bevegelsesmengden og energien til en partikkel. Da er 4-vektoren  $(p_x, p_y, p_z, E/c)$ . Nå skal vi se på transformasjoner til/fra hvilesystemet til en partikkel, der  $\vec{p} = 0$  og  $E = mc^2$ . Det invariante 'lengdestykket' (der det andre punktet er origo) blir:

$$(\vec{p})^2 - (E/c)^2$$

I hvilesystemet til partikkelen så er  $p = 0$ , så da er invarianten lik  $-(mc)^2$ . Vi får det samme i et system som har hastighet  $v$ . I henhold til Lorentztransformasjonen har vi der at  $p = \gamma mv$  og  $E = \gamma mc^2$ , med  $\gamma = 1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$  (formler 37.31 og 37.38 i Y&F), og vi får:

$$(\gamma mv)^2 - (\gamma mc^2)^2 = m^2 \gamma^2 c^2 ((v/c)^2 - 1) = -(mc)^2$$

Vi kan selvsagt skifte fortegn og multiplisere med  $c^2$ . Invariant masse for et system av partikler defineres som

$$m_{inv} c^2 = \sqrt{(\sum E_i)^2 - (\sum \vec{p})^2 c^2} \quad (8)$$

Det er denne størrelsen som gjør oss istand til å rekonstruere massen til systemer av partikler og lete etter nye partikler. Fig. 8 viser det det invariante massespekteret for  $\mu^+\mu^-$  par fra prosessen  $p + p \rightarrow \mu^+ + \mu^- + X$  som sett i ATLAS detektoren

## 5 Partiklers levetid, forgreningsforhold og bredde

Vi har forklart at det er en sammenheng mellom levetid og naturlig båndbredde til en eksitert tilstand gjennom usikkerhetsrelasjonen. Sammenhengen er

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$$

der båndbredden er lik den totale bredden av Breit-Wigner kurven.  $\Gamma$  er spredningen i energi man finner når man utfører gjentatte målinger av den i et ustabil system. Relasjonen gjelder også for ustabile partikler som henfaller. De kan ofte henfalle til flere forskjellige slutt-tilstander. Ved hjelp av Feynmandiagrammer kan man estimere de forskjellige bidragene, delbreddene. Den totale bredden er en sum av delbredder

$$\Gamma_{tot} = \sum_i \Gamma_i$$

Verdien av delbreddene er proporsjonal med *forgreningsforholdet* (Branching ratio) som gir sannsynligheten for at den ustabile partikkelen skal henfalle i en bestemt kanal

$$Br(a \rightarrow i) = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{tot}}$$

Vi har at summen av forgreningsforholdene blir 1. Dersom vi har målt totalbredden og et forgreningsforhold, så er altså delbredden

$$\Gamma_i = Br_i \Gamma_{tot} \tag{9}$$

Delbredder kan beregnes teoretisk ved hjelp av Feynmandiagrammer.

## 6 Myonet, $\tau$ -leptonet, og svake vekselvirkninger

Det ble tidlig klart at  $\beta$ -henfall skyldtes helt andre mekanismer enn det som forårsaket  $\alpha$  henfall (som skyldes tunnelling av heliumkjerner ut av tyngre kjerner).  $\beta$ -henfall er forårsaket av en egen kraft som kalles den svake kraften. Selv om den først ble observert i ustabile kjerner, så starter vi med en diskusjon av myonet, som ble oppdaget i kosmisk stråling i 1936. Myonet er ustabil og henfaller til et elektron og to nøytrinoer. Feynmandiagrammer er vist i fig. 9

I dette diagrammet kan vil lese ut mye informasjon:

- Vi har innført en ny kraftformidler, *W-bosonet*. Det har elektrisk ladning, og har en masse på

$$M_W = 80,40 \text{ GeV}/c^2$$

W-bosonet har heltallig spinn, og formidler altså en svak kraft som må være forårsaket av en type ladning som elektroner og nøytrinoer besitter.

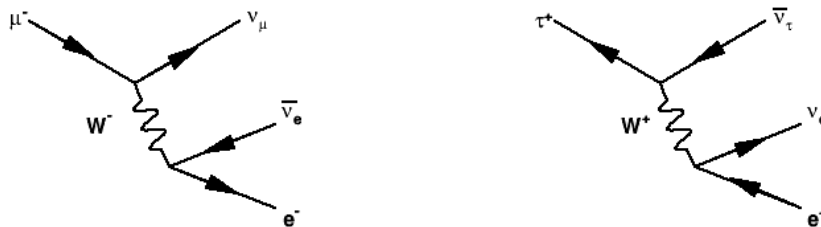


Figure 9: Feynman-diagram av: a)  $\mu^-$  henfall b)  $\tau^+$  henfall. Verteksfaktorene er her *ikke*  $\sqrt{\alpha}$ , men den svake koblingskonstanten  $g_W$ .

- Vi har innført nøytrale partikler som heter *nøytrinoer*,  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ . nøytrinoene antas å være fermioner med spinn lik 1/2 slik som elektronene.
- Vi har innført en bevaringslov: Antall leptoner er bevart separat i hver generasjon av leptoner. Det er altså tre bevarte størrelser,  $L_e, L_\mu$  og  $L_\tau$
- Vi trenger også en ny koblingskonstant i verteks. Denne kalles den svake koblingskonstanten,  $g_W$

Man finner at henfallsraten for myon henfall er

$$\Gamma(\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu) = K \left( \frac{G_F}{(\hbar c)^3} \right)^2 (m_\mu c^2)^5 \quad (10)$$

med

$$G_F/(\hbar c)^3 = \sqrt{2} \frac{g_W^2}{M_W^2}$$

$G_F$  kalles Fermis koblingskonstant fordi Fermi utviklet en teori for  $\beta$  henfall allerede i 1933, der vekselvirkningen ikke var gjennom partikkelutveksling, men heller som noe som skjer i et punkt der de fire partiklene møtes om man tar bort linja for W-bosonet. Gjennom levetidsmåling av myonet finner man

$$G_F/(\hbar c)^3 = 1,166 \times 10^{-5} GeV^{-2}$$

Faktoren K rommer her ikke bare kinematiske effekter, men også detaljer i vekselvirkningen. Blant annet viser det seg at W-bosonet bare vekselvirker med nøytrinoer med en bestemt retning på sin spinnvektor, den som peker i motsatt retning av bevegelsesretningen, noe som har konsekvenser for levetiden av myonet. De svake vekselvirkninger er ikke de samme dersom man speiler prosessene. Dette kalles *partitetsbrudd*.

Man mener at det er *universalitet* i den svake vekselvirkningen. Det betyr at man ikke innfører forskjellige koblingskonstanter i de tre forskjellige vertekspunktene i fig. 9. (verteksene  $\mu\nu W$ ,  $\tau\nu W$  og  $e\nu W$ ).

Myonet har en masse på  $m_\mu = 105,7 MeV/c^2$  og henfaller så godt som utelukkende gjennom reaksjonen i ligning 9.  $\tau$  leptonet er mye tyngre, med en masse på  $m_\tau = 1777 MeV/c^2$ . Det ble oppdaget i elektron-positron annihilasjon (fig. 4). Da energien i kollisjonene kom over  $2m_\tau c^2$  ble det produsert en del  $\tau\bar{\tau}$  par i tillegg til de kjente  $f\bar{f}$  (fermion) parene.

Henfallsmodene til  $\tau$ -leptonet er mange, fordi kvarkene også føler svak vekselvirkning. Kvarkene kobler m.a.o. også til W-bosonet, og de tre letteste kvarkene,  $u, d$  og  $s$  vil alle kunne produseres i  $\tau$ -henfall. Men det er bevaringsregler å passe på. Når  $\tau^-$  henfaller til et kvarkpar, så er det hovedsakelig til paret  $d\bar{u}$ . Dette produserer i sin tur et av mesonene  $\pi^-$  (J=0) eller  $\rho$  (spinn = 1). Når  $\tau$ -massen erstatter myonmassen så gjelder formel 8 også for leptoniske  $\tau$ -henfall (med noen små korreksjoner)

## 7 Kvarker i svake vekselvirkninger

Da er det på tide å tegne Feynmandiagrammet for  $\beta$  henfall, som, på nukleon-nivå gir henfall av nøytroner

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

Dette forstår man nå som en overgang på kvark-nivå, slik det er tegnet i figur 10. Vi kan bare snu opp ned på  $n$ -en og  $p$ -n så har vi henfallet på kvarknivå! De to andre kvarkene i nøytronet er uberørt i henfallet. Det komplette Feynmandiagrammet for nøytronhenfall inneholder to rette kvarklinjer for å vise det.

Som for leptoner, så kan henfallsdiagrammene gjentas for de tre generasjonene med kvarker. Legg merke til at vi har satt et merke på d-kvarken og s-kvarken (i oversikten nedenfor). Dette er fordi koblingen må ses på som blanding av kvark-koblinger. Denne blandingen må til for å forklare levetiden til partikler som inneholder s-kvarken.

## 8 Foreløpig oppsummering om svake vekselvirkninger

De seks kjente leptonene kan organiseres parvis i tre generasjoner

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} ; \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} ; \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

Bortsett fra det som kan forklares med at massene til de tre ladde leptonene er svært forskjellige, er det ingen kjent forskjell i vekselvirkningene til de tre generasjonene. I produksjon og henfallsprosesser så regner man at leptontallet er bevart separat i de tre generasjonene.

Nøytrinoene har inntil nylig vært regnet som masseløse partikler, og kan fortsatt regnes masseløse i lepton og  $\beta$  henfall. Imidlertid er det etterhvert mange målinger som viser at nøytrinoene kan oscillere mellom forskjellige typer ( $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$  osv). For eksempel gir nøytrino-oscillasjoner en forklaring på hvorfor man eksperimentelt ser mye færre elektron-nøytrinoer fra sola enn forventet utfra modellen og hvorfor sola lyser. Slike oscillasjoner er bare mulige dersom det er en liten masse*forskjell* mellom nøytrinoene. Oscillasjonene skyldes hva som skjer etter at nøytrinoene har blitt produsert. Dette styres av den tidsavhengige Schrödingerligningen. Man har ikke funnet brudd på loven om separat leptontallsbevaring i prosesser der ladde leptoner deltar.

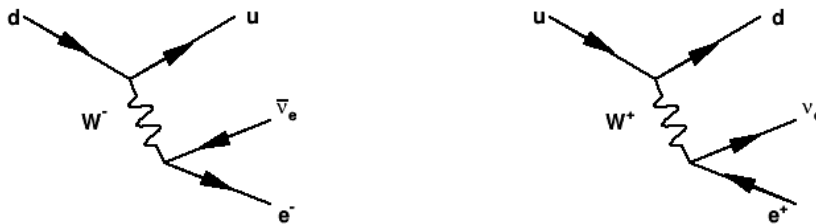


Figure 10: Feynman-diagram av: a)  $\beta^-$  henfall b)  $\beta^+$  henfall

De seks kjente kvarkene kan organiseres på samme måte i tre generasjoner:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}$$

Her har  $u, c$  og  $t$  kvarkene alle ladning  $q = (2/3)e$  mens ladningen til kvarkene nederst er  $q = -(1/3)e$ . Merkene på den nederste raden betyr at bevaring av kvarktall i svake vekselvirkninger gjelder tilstander som er en blanding av forskjellige kvarker <sup>5</sup>. Da man fant nye 'langlivede' partikler i proton-proton kollisjoner og andre steder på 60 og 70-tallet så måtte man innføre et nytt kvantetall til noen av partiklene: Særtall (Strangeness). Partikler med Særtall levde lenger enn andre partikler, og ble gjerne produsert parvis (med motsatt Særtall). Nå vet vi at dette skyldes at de hadde s-kvarker med i sin oppbygning. Følgende bevaringslov ble funnet:

- Særtall er bevart i sterke vekselvirkninger, men brutt i svake vekselvirkninger.

Brudd på særtall i svake vekselvirkninger er med i teorien ved å si at de svake kraftformidlerne vekselvirker med en blanding av kvartyper. Man innfører helt tilsvarende bevaringslover for de andre kvarktypene (Charmtall, Bunntall, Topptall).

## 9 Sterke kjernekrefter, hadroner, kvarker og gluoner

*Hadroner* er fellesbetegnelsen på partikler som er bygd opp av kvarker. Kvarkene føler alle de kjente vekselvirkningene. Det er måten de responderer til den svake kraften som gjør at de ble samlet i dubletter over.

Teorien for de sterke vekselvirkningene heter QCD, Kvantekromodynamikk, og er også en kvantefelt-teori. Men den er mye mer komplisert enn QED. Mens det er to typer elektrisk ladning, (+ og -), så er det tre typer sterk ladning, vi kan kalle dem r, g og b. ('red', 'green' og "blue"). Faktisk, må vi kanskje si at det er seks ladninger, for den sterke ladningen på antikvarker er distinkte fra de på kvarkene. Kraftformidlerne kalles *gluoner*, som kommer i åtte typer.

Gluonene har spinn=1 i likhet med fotonene, men de vekselvirker med hverandre, noe som er en konsekvens av at de selv har fargeladning. De er masseløse, men kan klumpe seg sammen med en energi som svarer til en effektiv masse.

På slutten av 1960-tallet var det nokså klart at nukleonene hadde indre struktur, sannsynligvis i form av tre punktformede partikler. Det store antall nye partikler man hadde funnet kunne også systematiseres dersom man antok at hadronene hadde indre struktur. Man kunne klassifisere etter antatt kvarkinnhold. *Baryoner* består av tre kvarker, og har halvtallig spinn. *Mesoner* består av et kvark-antikvark par og har heltallig spinn (eller 0). Se videre omtale i tabellene. Ingen frie kvarker har vært observert, trass mange forsøk, ved stadig høyere kollisjonsenergier. Isteden går energien med til å lage nye mesoner og baryoner, gjerne samlet i bunter, 'jeter'.

### 9.1 $e^+e^-$ -kollisjoner

Av særdeles stor betydning for framveksten både av QCD og elektrosvak teori, var eksperimentene som har blitt gjennomført i kollisjoner mellom elektroner og positroner. Man

<sup>5</sup>Eksempel: Med to generasjoner så er  $d' = d \cos \theta_C + s \sin \theta_C$ , der  $\theta_C$  kalles Cabbibovinkelen.

kunne studere annihilasjonsdiagrammet, fig. 4, i stor detalj. Ikke bare ved produksjon av et  $\mu^+\mu^-$ . Alle fermion-antifermion der fermionet har elektrisk ladning kan produseres gjennom diagrammet. Dersom nok energi var tilstede, så vi det resultere i reelle tilstander og partikler, bestående av de tilgjengelige kvarktypene. Hvis energien svarer til massen til av et meson (og kvantetallene passer) så får man resonant produksjon av dette mesonet.

Ved begynnelsen av 1970-tallet begynte kvarkmodellen å få gjennomslag. Man regnet med at tre typer kvarker eksisterte,  $u$ ,  $d$  og  $s$  kvarkene. I 1974 oppdaget man imidlertid markante resonansfenomener i virkningstverrsnittet  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadroner})$  i kollisjoner ved massesenterenergi rundt 3.1 GeV. Den svært smale resonansen kunne ikke forklares som bestående av de kjente kvarktypene. Man hadde oppdaget mesoner bestående av en ny tyngre kvark, som fikk navnet sjarm-kvarken ( $c$ -kvarken). Så godt som samtidig ble dette mesonet også oppdaget i proton-proton kollisjoner. Det ble ikke enighet om hvordan mesonet skulle betegnes, og det har dermed fått navnet  $J/\psi$ . Senere fikk man kollisjoner ved enda høyere energier, og man oppdaget nye resonanser ved ca 10 GeV, som skyldtes tilstander inneholdende enda en ny kvark,  $b$ -kvarken. På den tiden var det mange resultater som kunne forklares utfra en organisering av kvarktyper i dubletter, og leting etter en sjettede kvark var igangsatt. Imidlertid ble energien på kollisjonene aldri høy nok til at produksjon av  $t\bar{t}$  kvarker var mulig.

Det var spesielt nyttig å studere forholdet mellom virkningstverrsnittene for produksjon av hadroner og for produksjon av myonpar, altså

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadroner})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

Figur 11 viser dette forholdet som funksjon av massesenterenergi. I tillegg til resonansene kommer det her fram at verdien av  $R$  bare kan forklares dersom det lages kvarkpar med en hyppighet som er tre ganger så høy som de enkleste forventningene. Dette kommer av en ekstra degenerasjonsgrad, nemlig *farge*. Hver kvarktype kan ha tre forskjellige typer *fargeladning*, som kan produseres med samme sannsynlighet, slik at antall mulige slutttilstander tredobles. Den målte verdien av  $R$  tolkes som bevis for eksistens av fargeladning slik det er forutsagt i QCD. Når energien er over terskelen for produksjon av et  $b\bar{b}$  par, så kan man forutsi

$$R = \frac{N_C(q_u^2 + q_d^2 + q_s^2 + q_c^2 + q_b^2)}{q_\mu^2} \quad (11)$$

der  $q$  betegner elektrisk ladning på de forskjellige kvarkene (og myonet).  $N_C$  er antall farger som fins for hver kvark. Målinger av  $R$  passer altså med  $N_C = 3$ .

## 9.2 Proton-proton, og antiproton-proton kollisjoner

Et typisk Feynmandiagram for den elementære kollisjonen i en proton-proton kollisjon ved LHC vil se ut slik som i fig. 12 Her er det igjen en ny vertex-faktor,  $\sqrt{\alpha_s}$ .  $\alpha_s$  er den sterke koblingskonstanten. Grunnen til at vi sier at vekselvirkningen skyldes fargeladning er at det er en analogi med de tre primærfargerene. Fargeladningen til kvarkene må blande seg til noe fargeløst, slik blandingen av de tre primærfargene blir. Man tror at det er bare fargeløse blandinger av kvarker som kan realiseres som selvstendige partikler. De enkleste fargeløse tilstander får man fra systemer med tre kvarker, noe som gir oss



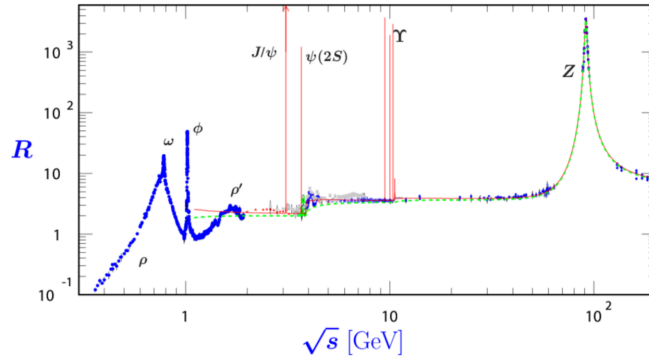


Figure 11: Forholdet  $R$ . De røde 'strekene' er veldig smale og høye resonanser i virkningsverrsnittet. Fra PDG

baryonene, eller systemer med et kvark antikvark par, noe som gir oss mesonene. Når  $c$  og  $b$  kvarkene er så tunge at når disse binder seg til en antikvark til et meson, så gir en ikke-relativistisk beskrivelse mening. Man kan studere systemet med Schrödingerligningen slik som for hydrogenatomet, bortsett fra at Coulombpotensialet må erstattes med noe som er relevant for fargekrefter. Det viser seg at et potensial på formen

$$V(r) = -a/r + br \quad (12)$$

passer fint. Om man trekker kvarkene fra hverandre så vil energien som kreves bare øke med avstanden. Når avstanden er over ca  $1 \text{ fm}$  så har vi så mye energi til stede at det skapes nye kvark-antikvark par. Det er ingen ting som tyder på at det skal være mulig å observere frie kvarker. Fig. 13 viser et bilde av prosessen  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  I stedet for å se to kvarker, så ser vi to grupper med partikler som beveger seg i hver sin retning.

Coulombpotensialet svarer til vekselvirkning som i fig 12, altså utveksling av ett gluon.  $a$  kan relateres til koblingen i verteks,  $\alpha_s$ , den sterke koblingskonstanten.  $\alpha_s$  er mye større enn  $1/137$ , men er ikke konstant. Verdien *minsker* med økende energioverføring i kollisjonene og prosessene. For 'harde' prosesser med energioverføring rundt  $100 \text{ GeV}$ , så er verdien av  $\alpha_s$  rundt  $1/10$ . QCD beskriver i teorien også vekselvirkningene som gjør at kvarkene er bundet sammen f.eks. i et proton, men beskrivelsen av vekselvirkningene som en perturbasjon etter potenser i  $\alpha_s$  er ikke lenger brukbar. I stedet gjøres store data-simuleringer for å få innsikt i hva som skjer, i såkalt *lattice QCD*.

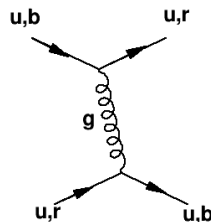


Figure 12: Feynman-diagram av kollisjon av to u-kvarker, med gluonutveksling. kvarken har fargeladning som overføres med gluonet til den andre kvarken. Verteks-faktoren her er kvadratrotten av den sterke koblingskonstanten,  $\alpha_s$

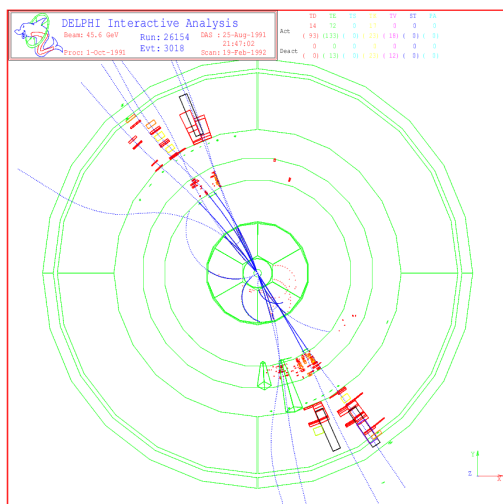


Figure 13: Bilde som viser et eksempel på prosessen  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  i DELPHI eksperimentet ved CERNs LEP (Large Electron Positron Collider). Projeksjon i planet som er vinkelrett på stråleretning, der elektronet og positron har gått hver sin vei og kollidert i sentrum av bildet. Et kvark-antikvark par er dannet gjennom annihilasjon (se fig. 4 med kommentar). Kvarkene har umiddelbart dannet hadroner, (flest mesoner slik som  $\pi$ -mesonet) i to kollimerte bunter ('jeter'), som vi ser sporene av i detektoren.

For å beskrive den sterke vekselvirkningen mellom kvarkene, så er ikke organiseringen i dubletter så hensiktsmessig. De må heller klassifiseres etter fargelading, en fargetriplett for hver kvark.

### 9.2.1 Påvisning av W og Z bosonene og toppkvarken

Etter å ha funnet b-kvarken i elektron-positron annihilasjon, så antok man at det eksisterte en sjette kvark med enda større masse. Den antatte kvarken ble døpt 'toppkvarken' lenge før den var funnet. Man flyttet stadig grensene for dens masse både gjennom søk i elektron-positron kollisjoner og i kollisjoner mellom protoner.

Teorien for de svake vekselvirkningene forutsa også eksistensen av W-bosoner; og det nøytrale Z-bosonet. Hvordan skulle man kunne påvise disse bosonene som var forutsagt å være nesten hundre ganger tyngre enn protonet. Cerns nye flaggskip på slutten av 1970 tallet, SPS (Super proton synchrotron), kunne etterhvert akselerere protoner til 450 GeV, altså 500 ganger protonmassen. Men dette var ikke nok av to grunner: For det første så er det energien i kollisjonene mellom protonets bestanddeler, kvarkene (og etterhvert gluonene) som må opp i 100 GeV. For det andre måtte protonene fra SPS skytes på target som var i ro i laboratoriet. Dette er ikke fordelaktig med tanke på massesenterenergi.

Massesenterenergien i kvarkkollisjonene ble langt lavere enn 100 GeV. Men så fant man metoder for å produsere og samle opp antiprotoner i store nok mengder til at man kunne lage antiproton-proton kollisjoner. Det viste seg videre mulig å akselerere antiprotoner i motsatt retning av protoner i den eksisterende SPS'en. Dermed fikk man kollisjoner med massesenterenergi på 546 GeV, noe som var nok til å finne partikler med masser rundt  $100 \text{ GeV}/c^2$ . SPS-maskinen ble omdøpt til  $\bar{p}p$ S. W og Z bosonene ble funnet i 1983 i

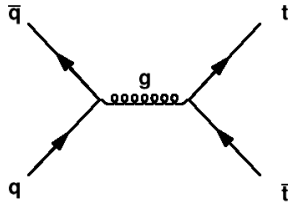


Figure 14: Det mest dominerende Feynmandiagrammet for produksjon av topp-kvarken ved Fermilab's Tevatron.

disse kollisjonene.

Men det var fortsatt ingen tegn til toppkvarken (men noen feilaktige indikasjoner har vært publisert på 80-tallet). Ved Fermilab i USA (nær Chicago) tok man imidlertid over teknikken med produsere antiproton-protonkollisjoner ved enda høyere energier, og i 1994 ble toppkvarken endelig funnet, med en masse på rundt  $170 \text{ GeV}/c^2$ , i  $p\bar{p}$ -kollisjoner med massesenterenergi på 1,8 TeV. Det dominerende Feynmandiagrammet for produksjonen er vist i fig 14. Toppkvarken vil henfalle umiddelbart, og det er ikke mulig å danne mesoner som inneholder toppkvarken før den henfaller. .

## 10 $Z^0$ -bosonet. Antall generasjoner og forening av vekselvirkninger.

Svake vekselvirkninger har en tredje kraftformidler,  $Z^0$ -bosonet. Dette kan også produseres i  $e^+e^-$  annihilasjon. Den generelle formelen for virkningstversnittet for produksjon av en slik resonans er iflg. PDG<sup>6</sup>

$$\sigma = \frac{K}{E^2} \left[ \frac{\Gamma^2/4}{(E - M)^2 + \Gamma^2/4} \right]$$

der  $\Gamma$  er totalbredden. Fig. 7 viser denne formelen for produksjon av  $Z^0$  bosonet, som har masse på  $91,2 \text{ GeV}/c^2$  og en total bredde på  $2,5 \text{ GeV}$ . I Standardmodellen kan man forutsi totalvidden av  $Z^0$  bosonet. Det vil henfalle til alle kvark og leptonpar der kvark (lepton) massen er mindre enn halvparten av  $Z^0$  massen. Dette vil si at den henfaller til alle kjente kvarker og leptoner, bortsett fra t-kvarken. Formelen er slik

$$\Gamma_{tot} = \Gamma_{had} + 3\Gamma_l + N_\nu\Gamma_\nu$$

Her er  $\Gamma_{had}$  delvidden for Z-helfall til et kvark-antikvark par (altså summert bidrag til  $u\bar{u}, d\bar{d}; s\bar{s}; c\bar{c}; b\bar{b}$ ), og  $\Gamma_l$  er delvidde til et ladd leptonpar  $e^+e^-; \mu^+\mu^-; \tau^+\tau^-$ , mens  $\Gamma_\nu$  er forutsagt delvidde til et nøytrinopar. Delviddene kan beregnes med høy presisjon i SM. Vi er også sikre på at vi har funnet alle kvarktyper og ladde leptoner med masse mindre enn  $M_Z/2$ . Men det kan finnes lette nøytrinotyper som ikke er oppdaget. I så fall ville  $Z_0$  partikkelen henfalle til dette. Da ville dette være synlig i form av økt totalbredde. Ved Cern's LEP, så har man målt formen av virkningstversnittet for  $Z_0$  produksjon med

<sup>6</sup>"Particle Data Group". De utgir partikkelfysikkens bibel, med data om alle elementærpartikler, og artikler om det meste som en partikkelfysiker trenger. Se <http://www-pdg.lbl.gov/>

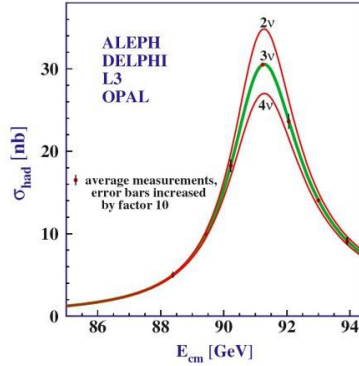


Figure 15: Målt virkningstverrsnitt for prosessen  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  i energiområdet rundt  $m_{Z^0}c^2$ , sammenlignet med teoretisk forutsigelse for forskjellig antal nøytrinfamilier.

høy presisjon, og man finner at  $\Gamma_{tot}$  passer perfekt med at den henfaller til akkurat tre nøytrinotyper. (Se fig. 15) Derfor tror vi ikke at det finnes mer enn tre generasjoner med kvarker og leptoner.  $Z^0$ -partikkelen var også en svært viktig oppdagelse for å bekrefte teorien som forener elektromagnetisk og svak kjernekraft. At disse teoriene er forent, betyr at det fins en relasjon mellom ladningene. Den er

$$g_W = \frac{e'}{\sin \theta_W}$$

Her er  $e' = e/\sqrt{4\pi\epsilon_0\hbar c}$ . Vinkelen  $\theta_W$  kalles Weinberg-vinkelen, og er en parameter i teorien som er målt til  $\sin^2\theta_W = 0,23$ . Vinkelen kan bl.a. bestemmes ut fra forholdet mellom  $W$  og  $Z^0$  massene, idet teorien forutsier  $\cos \theta_W = \frac{m_W}{m_{Z^0}}$

Det er derfor riktig å si at vi bare har *tre* fundamentale krefter i naturen:

- Den elektrosvake kraften (Standardmodellen)
- Den sterke kjernekraften (som beskrives med QCD)
- Gravitasjonskraften

Når man bruker uttrykket Standardmodellen, så mener man ofte noe som omfatter både elektrosvak teori og QCD. I alle fall har teoriene to ting til felles:

- 1 Begge er kvantefelt-teorier, og slik sett videreføringer av QED (som ble etablert på 1950 tallet)
- 2 Alle etterprøvbare observasjoner er i samsvar med de to teoriens forutsigelser.

Teoriene kan ikke forutsi alle observasjoner. Spesielt QCD blir fort veldig komplisert ved lave energier. Men der den kan anvendes, så ser det ut til at prediksjonene er riktige.

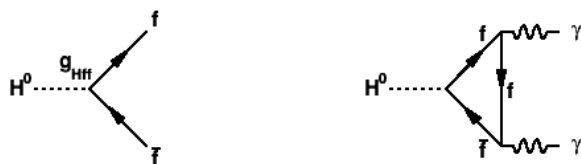


Figure 16: Feynman-diagram for higgs henfall. a) Higgs til fermioner. Koblingsstyrken er proporsjonal med massen til fermionet. b) Higgs til to fotoner. Det kommer inn to faktorer av størrelsesorden  $\alpha$  i henfallsraten.

## 11 Higgs-bosonet

Kraftformidlere med masse har vært vanskelig å leve med innen kvantefelt-teori. Den vellykkede perturbasjonsteorien QED blir meningsløs dersom man gir fotonene masse. Higgs og andre foreslo en mekanisme for hvordan man kunne gi fermioner og kraftformidlende bosoner masse, og samtidig unngå problemene. Dette kunne tas i bruk i Standardmodellen. En bivirkning var at mekanismen forutsa eksistensen av et nytt boson med spinn = 0, Higgsbosonet. Dette ble oppdaget i proton-proton kollisjoner ved CERNs LHC i 2012, og har en masse på  $125 GeV/c^2$ . Higgsbosonet har den merkelige egenskap at det kobler til fermioner gjennom *masse* istedenfor til ladning (se fig. 16). Den dimensjonsløse koblingskonstanten blir

$$g_{Hff} = \sqrt{2} \frac{m_f}{M_w}$$

Siden Higgsbosonet har spinn lik 0, så er diagrammet identisk med det Yukawa foreslo for pion-utveksling mellom nukleoner, så dette kalles for Yukawakoblingen. Delvidden for et Higgshenfall til et fermion-antifermionpar p.g.a. dette diagrammet er<sup>7</sup>:

$$\Gamma(H \rightarrow f\bar{f}) = K g_W^2 m_H \frac{m_f^2}{m_W^2} \left(1 - 4 \frac{m_f^2}{m_H^2}\right)^{3/2} \approx C m_f^2 \quad (13)$$

Naturlig nok så finner vi igjen vertex-faktoren kvadrert. Tilnærmingen  $\Gamma = C m_f^2$  er god selv for det tyngste fermion-paret Higgspartikkelen kan henfalle til, nemlig til et par av b-kvarker.

Feltet forbundet med Higgs-partikkelen er en kompleks størrelse,  $\phi = Re(\phi) + iIm(\phi)$ . Hva slags energitetthet får man som følge av higgfeltet? Som analogi kan man se på energitettheten i elektromagnetismen. Her har man en energitetthet (ofte kalt 'potensial') gitt som  $V(E, B) = \frac{1}{2}(\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2)$ . Den laveste energitettheten inntreffer naturlig nok når det elektromagnetiske feltet er lik null. For Higgfeltet er dette *ikke* tilfelle. Den laveste energitettheten er for en verdi av  $\phi$  som ikke er null!  $V(\phi)$  følger en fjerdegradsligning, og den laveste energien inntreffer ikke for en bestemt verdi av  $\phi = Re(\phi) + iIm(\phi)$ , men for en bestemt verdi av  $\phi^* \phi$ . Figur 17 illustrerer dette. For praktiske beregninger må man velge en verdi for higgfeltet der potensialet har et minimum. Det faktum at man må velge blir kalt for *symmetribrudd*.

<sup>7</sup>Fra Mandl and Shaw: "Quantum Field Theory", Wiley 1984

Sammenligning mellom e.m. potensial og higgspotensial

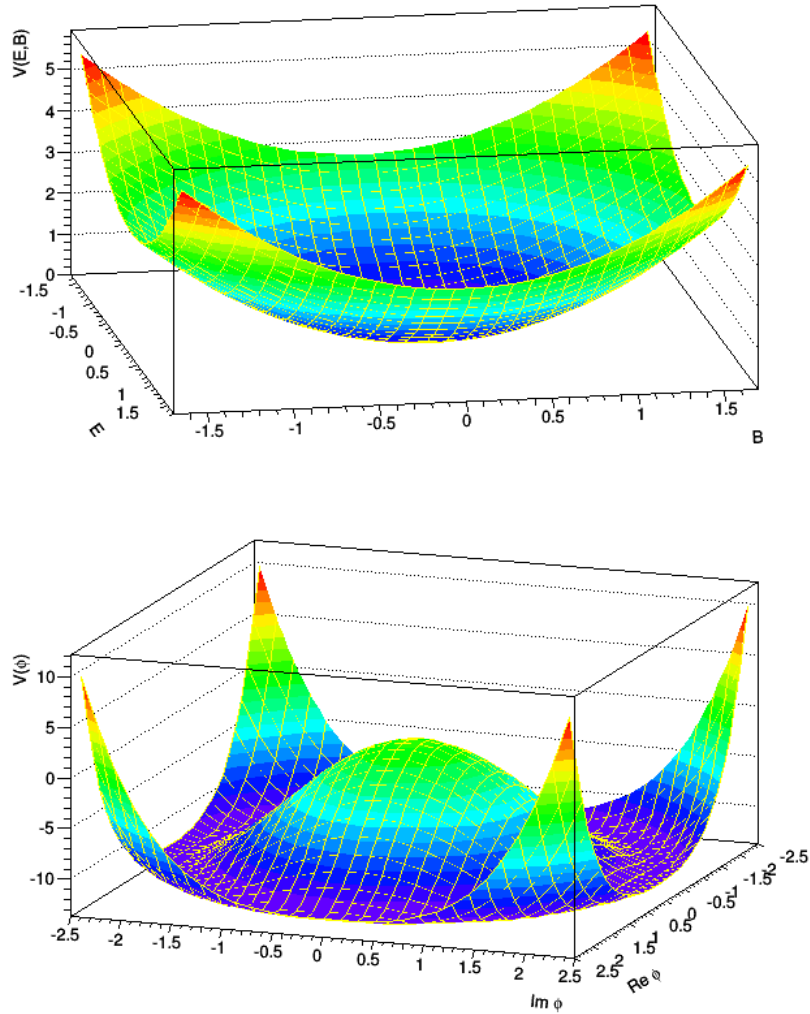


Figure 17: Det elektromagnetiske potensial (øverst) og Higgspotensialet (nederst) som funksjon av sine respektive felter (enheter på aksene er helt vilkårlige)

Higgspartikkelen ble oppdaget i henfallet  $H^0 \rightarrow \gamma\gamma$ . Hvordan er dette mulig? Higgspartikkelen er elektrisk nøytral, og kobler ikke til fotonet, som dessuten er masseløst. Svaret finner vi om vi innfører diagrammer med fler Vertex-faktorer, i dette tilfellet med en s.k. *loop*. Henfallsraten blir liten på grunn av de ekstra faktorene av størrelsesorden  $\alpha$ , men er likevel interessant på grunn av distinkte den eksperimentelle signaturen. Det dominerende bidraget i loopen er topp-kvarken siden den har så høy masse. Mye av energien i protonene finner man i det sterke feltet som holder kvarkene sammen, gluonfeltet. Nå to protoner kolliderer, så er skapes ofte reaksjonen ved sammensmelting av feltene. Vi avslutter med å oppfordre til å lete opp Feynmandiagrammet som beskriver dannelse av Higgspartikkelen ved s.k. gluon-gluon fusjon, og påfølgende henfall til to fotoner på nettet! Det utrolige er at det teoretiske virkningstverrsnittet for denne prosessen er beregnet numerisk og bekreftet eksperimentelt!

## 12 Oppgaver

- 1 Vis at finstrukturkonstanten er dimensjonsløs.
- 2 Vis at Yukawapotensialet er en løsning av Klein-Gordon ligningen. Hint: Det er kulesymmetri. Vi velger kulekoordinater  $(r, \theta, \phi)$  og vi trenger bare å ta hensyn til  $r$ -avhengighet. I kulekoordinater har vi

$$\nabla_r^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)$$

- 3 Beregn rekkevidden til en kraft med feltpartikkel med masse lik  $135 \text{ MeV}/c^2$
- 4 Beregn rekkevidden til en kraft der  $W$ -bosonet er kraftformidler.
- 5  $J/\psi$ -mesonet har en vidde på 93 keV. Hvilken levetid svarer dette til?
- 6 Skriv ut formel 7 for invariant masse mellom to partikler. Hva blir formelen når  $mc^2$  til de to partiklene er mye mindre enn energien? Hva blir invariant masse mellom to myoner som har bevegelsesmengde på h.h.v.  $1 \text{ GeV}/c$  og  $2 \text{ GeV}/c$ , når de kommer ut fra et vekselvirkningspunkt med vinkel mellom dem på 45 grader?
- 7 Myonet har en levetid på  $2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ . Bestem verdien av faktoren  $K$  i ligning 9.
- 8  $\tau$ -leptonets levetid er  $2,9 \cdot 10^{-13} \text{ s}$ . Bruk formler 8 og 9 til å forutsi forgreningsforholdet  $Br(\tau \rightarrow e\nu\bar{\nu})$
- 9 Bestem verdien av  $g_W^2$ . Sammenlign med verdien av finstrukturkonstanten. Den direkte sammenlignbare størrelsen kan defineres som  $\alpha_W = (g_W)^2/(4\pi)$
- 10 Beregn forholdet

$$\frac{\Gamma(H \rightarrow \mu^+ \mu^-)}{\Gamma(H \rightarrow b\bar{b})}$$

- 11 Skissér grafisk den potensielle energi  $(V(r))$ , ligning 10.  $a$  er funnet å være  $0,3(\hbar c)$  og  $b = 0,23 \text{ GeV}^2/(\hbar c)$ . Hva er energien ved en avstand på 1 fm? ( $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$ )
- 12 Gi et overslag av verdien av  $R$ , ligning 11 ved massesenterenergiene 2 GeV, 5 GeV og 30 GeV.



## 13 Liste over partikler

### KVARKER:

navn	Symbol	ladning	masse( $MeV/c^2$ )	Kvantetall
Opp	$u$	$+\frac{2}{3}$	$2,2 \pm 0,4$	
Ned	$d$	$-\frac{1}{3}$	$4,7 \pm 0,5$	
Sjarm	$c$	$+\frac{2}{3}$	$1270 \pm 30$	$C=1$
Sær	$s$	$-\frac{1}{3}$	$96 \pm 8$	$S=-1$
Topp	$t$	$+\frac{2}{3}$	$173\ 000$	$T=1$
Bunn	$b$	$-\frac{1}{3}$	$4200$	$\tilde{B} = -1$

Massene til de lette kvarkene er vanskelig å bestemme, men man mener nå at protonmassen ( $938\ MeV/c^2$ ) i hovedsak sitter i gluonfeltet som holder kvarkene sammen, slik at massene til de letteste kvarkene er mye mindre enn  $1/3$  av protonmassen, slik man antok tidligere. Alle kvarker tilordnes et Baryontall =  $1/3$  (og  $-1/3$  for antikvarker). Ekstra kvantetall er også nevnt i tabellen hvis de ikke er 0.

### LEPTONER

navn	Symbol	ladning	masse( $MeV/c^2$ )		Levetid
elektron-nøytrino	$\nu_e$	0	liten	$L_e = 1$	-
elektron	$e^-$	-1	0,511	$L_e = 1$	stabil
myon-nøytrino	$\nu_\mu$	0	liten	$L_\mu = 1$	-
myon	$\mu^-$	-1	105	$L_\mu = 1$	$2,20\ \mu\ s$
tau-nøytrino	$\nu_\tau$	0	liten	$L_\tau = 1$	-
tau-lepton	$\tau^-$	-1	1777	$L_\tau = 1$	$0,29\ ps$

Nøytrino-oscillasjoner viser at nøytrinoer har masser. Nøytrinomassene antas å være svært små. Ekstra kvantetall er også nevnt i tabellen hvis de ikke er 0. Kvantetallene for nøytrinoene er slik de oppleves i reaksjoner. Grunnet oscillasjoner så får man overganger mellom de tre nøytrinotypene når de er i 'fri flukt' gjennom rommet.

### BOSONER

Symbol	spinn	ladning	masse( $GeV/c^2$ )	vidde
$\gamma$	1	0	0	-
$W^+$	1	+1	80,39	2,1 GeV
$W^-$	1	-1	80,39	2,1 GeV
$Z^0$	1	0	91,188	2,5 GeV
$H^0$	0	0	125,1	< 1,7 GeV
$g$ (gluon)	1	0	0	-

Oppgitt vidde til Higgspartikkelen er en øvre grense fra data. Vidden antas å være mye mindre enn denne grensen.

## HADRONER

Symbol	kvarkinnhold	spinn	ladning	masse( $MeV/c^2$ )	levetid (vidde)
$\eta_c$	$c\bar{c}$	0	0	2983	(32 MeV)
$J/\psi$	$c\bar{c}$	1	0	3097	(93 keV)
$D^\pm$	$c\bar{d}, \bar{c}d$	0	$\pm 1$	1870	1,04 ps
$D^0, \bar{D}^0$	$c\bar{u}, u\bar{c}$	0	0	1865	0,41 ps
$\eta_b$	$b\bar{b}$	0	0	9399	(10 MeV)
$\Upsilon$	$b\bar{b}$	1	0	9460	(54 keV)
$B^\pm$	$u\bar{b}, \bar{b}u$	0	$\pm 1$	5279	1,64 ps
$B^0, \bar{B}^0$	$d\bar{b}, \bar{b}d$	0	0	5280	1,52 ps

Hadroner er delt i *mesoner* som består av en kvark og en antikvark og *baryoner* som består av tre kvarker. Vi viser til tabell i læreboka for mesoner og baryoner med  $u, d$  og  $s$  kvarker. Denne tabellen gjelder noen mesoner med innhold av tyngre kvarker. Toppkvarken er for ustabil til å danne mesoner før den henfaller (t-kvarken har en vidde på ca 2 GeV). Hadroner tildeles kvantetall tilsvarende kvarkinnhold, som er bevart i sterke reaksjoner. Baryontallet er alltid bevart, mens kvantetallene som reflekterer kvarktype er brutt i henfall, som er forårsaket av svake vekselvirkninger.

## Noen konstanter

$$\hbar = 6,58 \cdot 10^{-22} MeVs$$

$$\hbar c = 197 MeV fm$$

$$G_F/(\hbar c)^3 = 1,166 \cdot 10^{-5} GeV^{-2} = 1,166 \cdot 10^{-11} MeV^{-2}$$