

# Der Lagrangian entmystifiziert

Kaffeeklatsch mit dem Standardmodell der Teilchenphysik

J. Woithe u. G. Wiener

## 1 Einleitung

Die bisher wichtigste Errungenschaft der Hochenergiephysik ist die Formulierung des sogenannten Standardmodells der Teilchenphysik. Dabei handelt es sich um eine äußerst elegante und bisher unübertroffene Theorie der Elementarteilchen und ihrer fundamentalen Wechselwirkungen, die beschreibt, wie Elementarteilchen aufgrund ihrer jeweiligen Ladungen interagieren. Dabei bezeichnet man mit Ladung eine charakteristische Eigenschaft eines Teilchens, die bestimmt, von welcher fundamentalen Wechselwirkung es beeinflusst wird. Mit Ausnahme der Gravitation ist im Rahmen der Quantenfeldtheorie, auf der das Standardmodell basiert, jede fundamentale Wechselwirkung mit einer fundamentalen Ladung assoziiert: elektrisch geladene Teilchen unterliegen der elektromagnetischen Wechselwirkung, schwach geladene Teilchen der schwachen Wechselwirkung, und stark geladene beziehungsweise farbgeladene Teilchen der starken Wechselwirkung. Vermittelt werden diese fundamentalen Wechselwirkungen durch die jeweiligen Wechselwirkungsteilchen: Photon,  $W^-$ ,  $W^+$  und Z-Bosonen sowie Gluonen. Elementarteilchen können auch von mehreren Wechselwirkungen beeinflusst werden, so unterliegt zum Beispiel ein Myon aufgrund seiner elektrischen und schwachen Ladung sowohl der elektromagnetischen als auch der schwachen Wechselwirkung.

## 2 Das Standardmodell der Teilchenphysik

Das Standardmodell der Teilchenphysik wurde bereits in den 1970er Jahren entwickelt und hielt bisher allen experimentellen Überprüfungen stand. Der vorerst letzte Triumph war die Verifizierung des Brout-Englert-Higgs-Feldes durch den erfolgreichen Nachweis der quantisierten Anregung dieses Feldes, des sogenannten Higgs-Bosons, durch ATLAS und CMS am LHC im Jahr 2012. Dadurch wurde der Higgs-Mechanismus, welcher Elementarteilchen eine Masse zuschreibt, bestätigt.

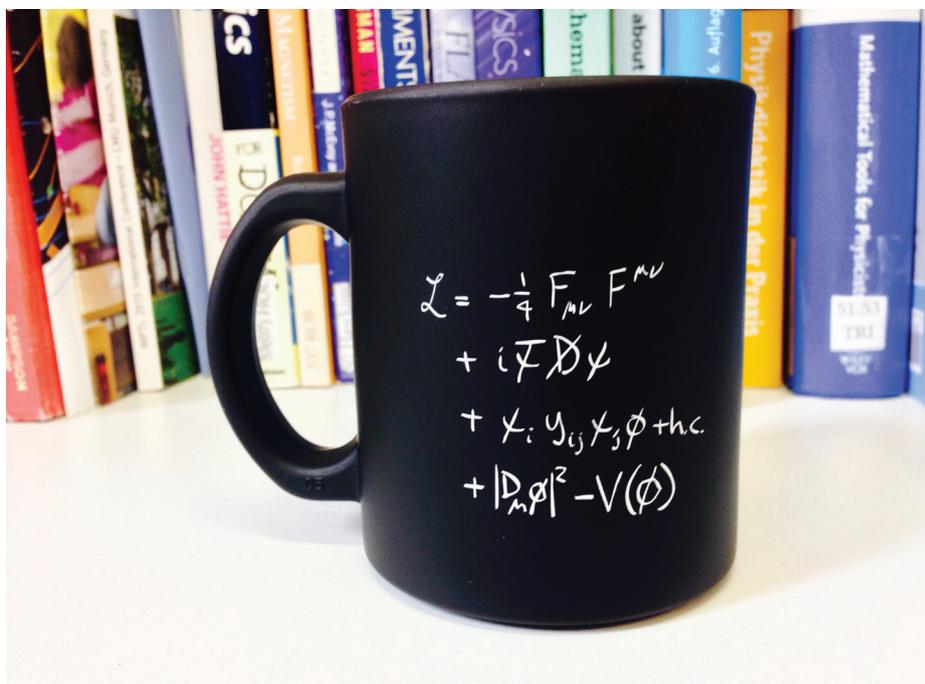


Abb. 1: Lagrangian auf einer Kaffeetasse.

Man könnte annehmen, dass ob dieser ständigen Erfolge Zufriedenheit in der Physikergemeinde herrscht, doch das genaue Gegenteil ist der Fall. Denn wenngleich das Standardmodell der Teilchenphysik eine einzigartige Beschreibung der fundamentalen Wechselwirkungen liefert, geht man davon aus, dass es sich um eine effektive Feldtheorie, also eine Approximation einer zugrunde liegenden größeren Theorie handelt. Dieser Umstand spiegelt sich vor allem darin wider, dass mit dem Standardmodell der Teilchenphysik nur etwa 5% des Universums beschrieben werden können. Eine Beschreibung der sogenannten Dunklen Materie, die etwa 25% des Universums ausmacht, oder der Dunklen Energie, die die restlichen 70% beiträgt, kann bestenfalls von Theorien geliefert werden, die über das Standardmodell der Teilchenphysik hinausgehen. Jegliche Abweichung von den Vorhersagen des Standardmodells der Teilchenphysik würde daher mit Freude nachgewiesen werden, böte sich so doch die Möglichkeit, die aktuelle Beschreibung der Natur zu erweitern.

## 3 Der Lagrangian

Die mathematische Formulierung des Standardmodells der Teilchenphysik ist komplex. Es gibt aber eine kompakte mathematische Darstellung als Lagrangedichtefunktion, der sogenannte „Lagrangian“. Doch selbst dieser Lagrangian nimmt bei Niederschrift noch mehrere Seiten in Anspruch [1], weswegen sich zusätzlich auch noch eine stark verknappte Version etabliert hat, die mit nur vier Zeilen auskommt. Von dem Lagrangian geht eine enorme Faszination aus und wer bei einem Ausflug nach Genf dem CERN-Shop einen Besuch abstattet, kann sich dort sogar mit T-Shirts und Kaffeetassen (Abb. 1) eindecken, auf denen diese Kurzform des Lagrangians abgedruckt ist. Spätestens nach einem Besuch am CERN stehen Lehrpersonen aber meistens vor der schwer lösbaren Aufgabe, interessierten Jugendlichen die Inhalte des Lagrangian erklären zu sollen.

Um hier Abhilfe zu leisten, wollen wir in diesem Artikel eine qualitative Erklärung der einzelnen Terme des Lagrangians geben und diese jeweils mit zugehörigen

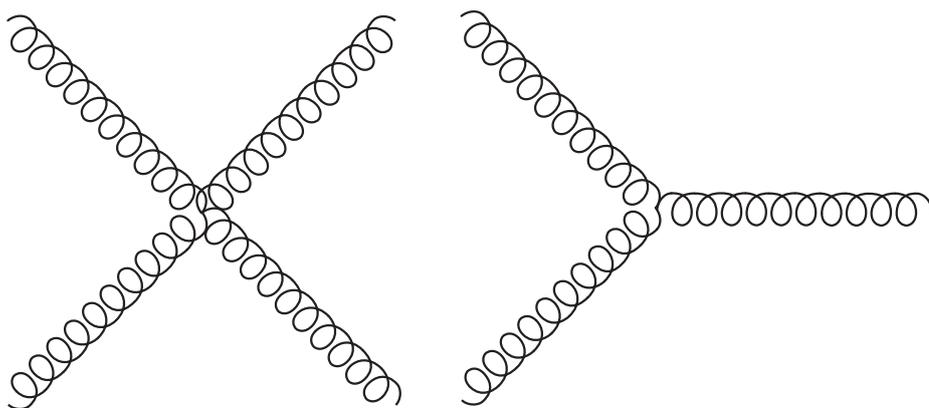


Abb. 2: Beispiele für Gluon-Gluon-Wechselwirkung (4er und 3er Vertices möglich).

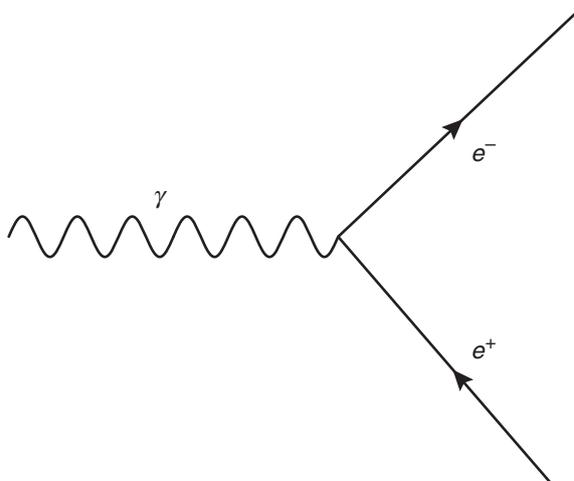


Abb. 3: Fundamentaler Vertex der elektromagnetischen Wechselwirkung von Elektronen/Positronen. Bei Lesrichtung von links nach rechts: Paarerzeugung.

Feynman-Diagrammen untermalen. Zusätzlich heben wir hervor, welche Rolle die jeweiligen Terme im Schulalltag spielen können, um so eine etwaige Einbindung im Physikunterricht zu erleichtern.

### 3.1 Überblick über die Elemente der Gleichung

Das Standardmodell der Teilchenphysik ist eine Quantenfeldtheorie, daher sind die fundamentalen Elemente der Theorie Quantenfelder und die quantisierten Anregungen dieser Felder werden als Teilchen identifiziert. So wird zum Beispiel ein Anregungszustand des quantisierten Elektronenfeldes als Elektron interpretiert. Für eine qualitative Diskussion des Lagrangians in der Schule ist es unserer Meinung nach allerdings nicht nur zulässig, sondern auch ratsam, anstelle von Anregungszuständen direkt von Elementarteilchen zu sprechen.

Ein Wort der Warnung: Wie bereits erwähnt stellt der Lagrangian eine extrem kompakte Schreibweise dar. Sie setzt voraus, dass man weiß, wann über welche Indizes zu summieren ist, was diverse Abkürzungen und Ableitungen bedeuten und

wann welche Wechselwirkungen berücksichtigt werden oder nicht. Ein genaues Verständnis ist daher nur sehr mühselig zu erreichen und erfordert Mathematikkenntnisse, die weit über das Schulniveau herausgehen.

### 3.2 Was ist das $\mathcal{L}$ ?

$\mathcal{L}$  steht für die Lagrangedichte, also die Dichte der Lagrange-Funktion  $L$  in einem Volumenelement  $L = \int d^3r \mathcal{L}$ . In der klassischen Mechanik ermöglicht es der von *Joseph-Louis Lagrange* im Jahr 1788 entwickelte Lagrange-Formalismus, die Dynamik eines bestimmten klassischen Systems durch eine einzige (skalare) Funktion zu beschreiben:  $L = T - V$ , wobei  $T$  die kinetische Energie und  $V$  die potentielle Energie des Systems darstellt. Die Lagrange-Funktion ermöglicht mittels des Prinzips der kleinsten Wirkung in eleganter Weise das Ableiten der Bewegungsgleichungen des Systems. Handelt es sich nicht um diskrete Teilchen der klassischen Mechanik, sondern um Quantenfelder, erlaubt die Lagrangedichte, die Dynamik des Quanten-Systems zu beschreiben. Vergleichbar mit der klassischen Lagrange-Funktion be-

steht auch die Lagrangedichte der Quantenfeldtheorie aus kinetischen Termen und Wechselwirkungstermen, wobei alle Terme skalar sind. Die kinetischen Terme bilden die Grundlage für die Existenz freier Teilchen. Bei den Wechselwirkungstermen handelt es sich um Wechselwirkungen zwischen Teilchen.

**3.3 Term 1:**  $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$

$F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ ... Skalarprodukt des Feldstärketensors  $F$  (Mathematische Kodierung aller Wechselwirkungsteilchen)

Dieser Term beschreibt die Wechselwirkungsteilchen, also Photon,  $W^-$ ,  $W^+$ - und  $Z$ -Bosonen sowie Gluonen, und wie diese miteinander wechselwirken. Mit diesem Term werden drei Summanden zusammengefasst, die jeweils den Beitrag der elektromagnetischen Wechselwirkung, den Beitrag der schwachen Wechselwirkung und den Beitrag der starken Wechselwirkung beschreiben. Die Summanden unterscheiden sich dabei je nach den Eigenschaften der jeweiligen Wechselwirkungsteilchen: Photonen, die Wechselwirkungsteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung, können zum Beispiel nicht miteinander elektromagnetisch wechselwirken, denn sie besitzen keine elektrische Ladung. Das heißt, der Beitrag der elektromagnetischen Wechselwirkung besteht lediglich aus einem „kinetischen Term“, welcher die Existenzberechtigung für das Photon darstellt.

Zur Beschreibung von Gluonen und  $W^-$ ,  $W^+$ - und  $Z$ -Bosonen sind zusätzlich zu den kinetischen Termen auch noch Wechselwirkungsterme notwendig. Denn beispielsweise sind die acht Gluonen farbeladen und können so auch miteinander wechselwirken (Abb. 2). Eine spannende Konsequenz: Aus dem Standardmodell der Teilchenphysik folgt, dass es gebundene Zustände aus nur Gluonen gibt, so genannte „glueballs“ (Klebstoffbälle). Bisher konnten glueballs allerdings in keinem Experiment nachgewiesen werden.

### 3.4 Term 2: $+i\bar{\psi}\not{D}\psi$

$i$  ... imaginäre Einheit  $i = \sqrt{-1}$

$\psi$  ... Fermionen-Feld: Damit werden Materieteilchen beschrieben, also (Anti-)Quarks und (Anti-)Leptonen. Der Querbalken über dem ersten  $\psi$  bedeutet, dass der zugehörige Vektor transponiert werden muss; ein technischer Trick, damit die Lagrangedichte skalar bleibt.

$\not{D} \stackrel{\text{def}}{=} \gamma^\mu D_\mu = \gamma^\mu \delta_\mu - ig \gamma^\mu A_\mu$  ... Die sogenannte kovariante Ableitung, in der alle Wechselwirkungsteilchen, kodiert durch das

Vektorpotential  $A$ , vorkommen. Das Vektorpotential  $A$  hängt eng mit dem Feldstärketensor  $F$  zusammen und beide Größen lassen sich auseinander berechnen.

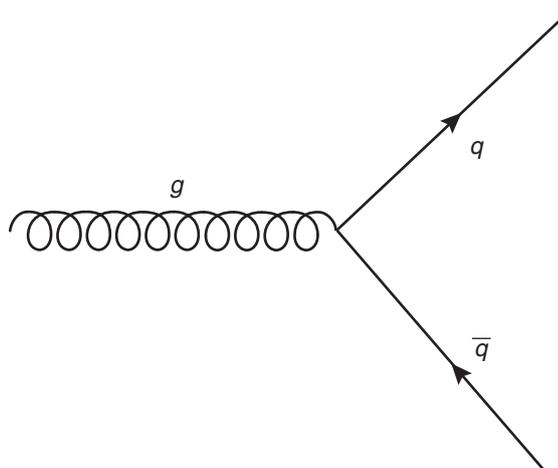
Dieser Term beschreibt Materieteilchen und wie diese miteinander wechselwirken können. Für unseren Alltag ist die elektromagnetische Wechselwirkung von größter Bedeutung. Beispiele sind die Abstrahlung oder Absorption von Photonen durch Elektronen oder die Paarerzeugung beziehungsweise Annihilation von Elektronen und Positronen. Alle diese Prozesse lassen sich mit dem gleichen „fundamentalen Vertex“ (Abb. 3) als Feynman-Diagramm darstellen. Je nachdem, wie man diesen Vertex „dreht“ und interpretiert, lassen sich die unterschiedlichen Prozesse darstellen. In Abb. 3 ist beispielsweise Paarerzeugung dargestellt (Leserichtung von links nach rechts), durch Drehung um  $180^\circ$  lässt sich Paarvernichtung darstellen.

**Hinweis:** Die Zeitachse bei Feynman-Diagrammen verläuft oft horizontal, manchmal aber auch vertikal. Da man alle fundamentalen Vertices beliebig drehen darf, spielt die Leserichtung nur bei der physikalischen Interpretation eine Rolle. Wir lesen im Folgenden alle Diagramme von links nach rechts, also mit horizontaler Zeitachse.

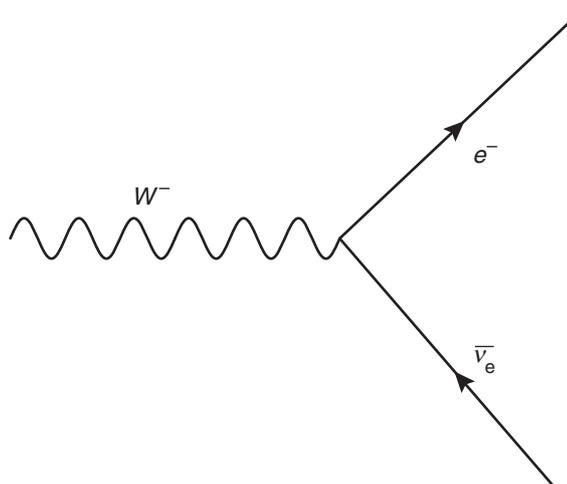
In gleicher Form verlaufen Umwandlungsprozesse der starken Wechselwirkung. So lassen sich zum Beispiel Prozesse der Paarerzeugung beschreiben, bei denen sich ein Gluon in ein Quark und ein zugehöriges Anti-Quark umwandelt (Abb. 4). In umgekehrter Leserichtung lässt sich dieser Prozess aber auch als Paarvernichtung interpretieren, bei der sich ein Anti-Quark und ein zugehöriges Quark in ein Gluon umwandeln.

Besonders spannend sind zudem Prozesse der schwachen Wechselwirkung, an denen ein W-Boson beteiligt ist. Der fundamentale Vertex dazu ist in Abb. 5 visualisiert. Je nach Leserichtung oder Drehung kann man von Abstrahlung oder Absorption eines W-Bosons sprechen beziehungsweise von Paarerzeugung oder Paarvernichtung von zwei Materieteilchen.

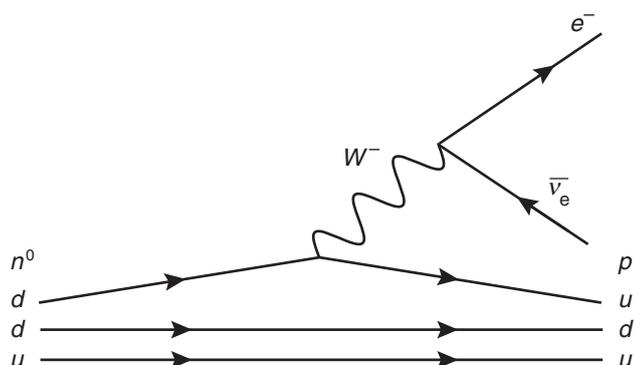
Diese Prozesse beschreiben bestimmte Teilchenumwandlungen, zum Beispiel die Umwandlung eines down-Quarks in ein up-Quark unter Abstrahlung eines virtuellen  $W^-$ -Bosons, bei der sich das virtuelle  $W^-$ -Boson in ein Elektron sowie ein Anti-Elektron-Neutrino umwandelt (Abb. 6):  $n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ .



**Abb. 4.** Fundamentaler Vertex der starken Wechselwirkung. Analog zur elektromagnetischen Wechselwirkung gibt es je nach Drehung dieses Vertices die Prozesse Paarerzeugung, Paarvernichtung sowie Absorption und Emission von Gluonen durch Quarks. Hier: Aus einem Gluon entstehen ein Quark und ein zugehöriges Anti-Quark.



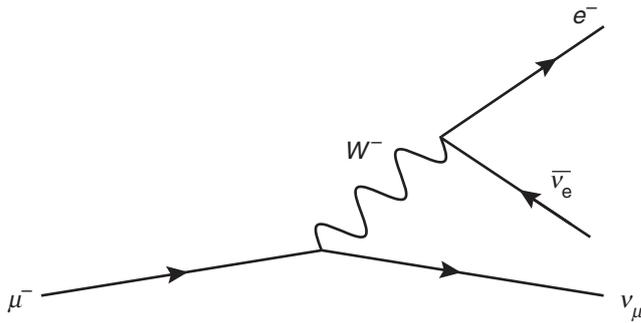
**Abb. 5:** Fundamentaler Vertex der schwachen Wechselwirkung: Ein  $W^-$ -Boson wandelt sich in ein Elektron und ein Anti-Elektron-Neutrino um.



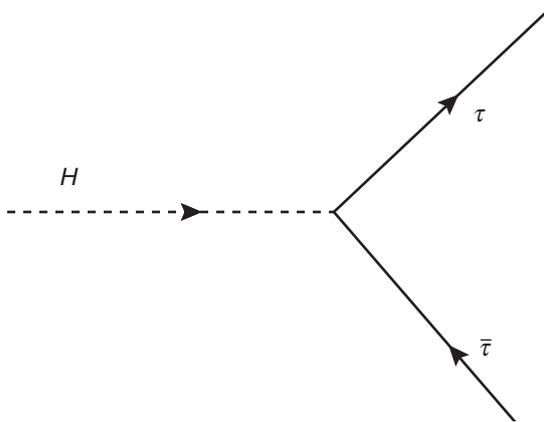
**Abb. 6:** Betaumwandlung: Ein down-Quark eines Neutrons wandelt sich unter Abstrahlung eines virtuellen  $W^-$ -Bosons in ein up-Quark um. Das virtuelle  $W^-$ -Boson wandelt sich in eine Elektron sowie ein Anti-Elektron-Neutrino um. Durch diesen Prozess wird aus einem Neutron  $n^0$  ein Proton  $p^+$ .

**Tipp:** In vielen Physikbüchern wird dieser Prozess als „Beta-Minus-Zerfall“ (oder im Fall von  $p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu_e$  „Beta-Plus-Zerfall“) bezeichnet. Das emittierte Elektron (beziehungsweise Positron) wird dann in der Regel als „Beta-Strahlung“ eingeführt. Wir empfehlen, statt „Zerfall“ das Wort „Umwandlung“ zu verwenden, da

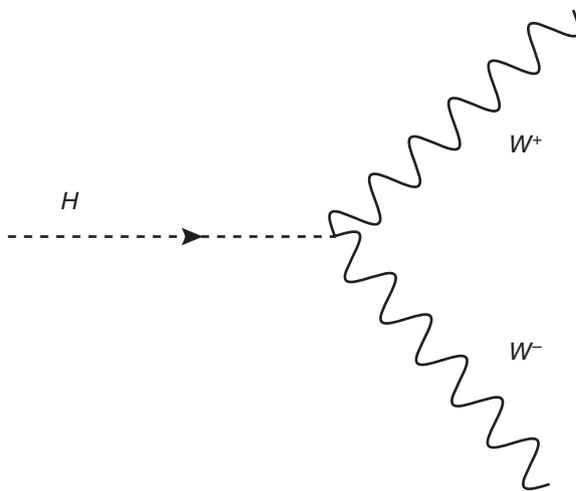
dieses den physikalischen Prozess besser beschreibt. Zudem können dadurch etwaige Fehlvorstellungen von Elektron oder Positron als „Bruchstücke“ verhindert werden. Anstelle von „Betastrahlung“ empfehlen wir des Weiteren, direkt von emittierten Elektronen (beziehungsweise Positronen) zu sprechen.



**Abb. 7:** Umwandlung eines Myons in ein Myon-Neutrino unter Abstrahlung eines virtuellen  $W^-$ -Bosons. Das virtuelle  $W^-$ -Boson wandelt sich in ein Elektron und ein Anti-Elektron-Neutrino um.



**Abb. 8:** Ein Higgs-Boson wandelt sich in ein Paar aus Tauon und Anti-Tauon um.



**Abb. 9:** Ein Higgs-Boson wandelt sich in ein Paar aus  $W^+$ -Boson und  $W^-$ -Boson um.

Die schwache Wechselwirkung erlaubt nur Teilchenumwandlungen zwischen jeweils zwei bestimmten Elementarteilchen, sogenannten „schwachen Isospin-Dubletts“. Ein Beispiel bildet das Dublett aus (linkshändigen) Elektron-Neutrino und Elektron ( $\nu_e, e^-$ ).

Ein vergleichbarer Prozess beschreibt die Umwandlung eines Myons in ein Elektron und zwei Neutrinos (Abb. 7).

Es ist klar ersichtlich, dass dieser zweite Term von besondere Bedeutung für den Alltag und somit für den Physikunterricht

ist, denn abgesehen von der Gravitation lassen sich alle physikalischen Phänomene auf Elementarteilchenebene durch fundamentale Vertices der starken, schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung beschreiben. Angesichts der Tatsache, dass die starke und schwache Wechselwirkung in der Schule allerdings nur eine untergeordnete Rolle spielen, können allein mit dem fundamentalen Vertex der elektromagnetischen Wechselwirkung (Abb. 3) vermutlich 95% der physikalischen Phänomene beschrieben werden. Für Jugendli-

che kann es daher eine interessante Gedankenübung sein, sich zu überlegen, welche fundamentale Wechselwirkung für Phänomene wie zum Beispiel Schall, Reibung oder Adhäsion grundlegend ist.

### 3.5 Term 3: $h.c.$

Dieser Term steht für die „hermitesch Adjungierte“ (*hermitian conjugate*) Version von Term 2. Mathematisch ist die hermitesch Adjungierte nötig, wenn durch Rechenoperationen mit Matrizen komplexwertige „Störterme“ auftauchen. Durch Addition von „ $h.c.$ “ heben sich solche Störterme im Zweifelsfall gegenseitig auf und damit bleibt die Lagrangedichte eine reelle Funktion. Streng genommen braucht Term 2 die Addition von  $h.c.$  gar nicht, da Term 2 „selbstadjungiert“ ist. Daher wird dieser Term manchmal auch einfach weggelassen (Abb. 1).

Zudem sollte man  $h.c.$  ohnehin nicht allzu wörtlich interpretieren. TheoretikerInnen nutzen es oft eher als Erinnerung: „Falls sich ein Term ändert, wenn man ihn hermitesch konjugiert, dann addiere  $h.c.$ . Falls sich nichts ändert (weil selbstadjungiert), dann nichts addieren“. Eine physikalische Bedeutung hat dieser Term nicht, stellt aber sicher, dass die Theorie Sinn ergibt.

**Tipp:** Wir empfehlen an dieser Stelle die CERN-weit übliche Interpretation von Term 3:  $h.c.$  = *hot coffee*. Nicht umsonst ist der Lagrangian auch auf einer Kaffeetasse abgedruckt. Es lohnt sich also zur Halbzeit mit einer Tasse Kaffee kurz inne zu halten, um sich dann frisch gestärkt der Betrachtung der dritten und vierten Zeile widmen zu können.

### 3.6 Term 4: $\bar{\psi}_i y_{ij} \psi_j \phi$

$\psi_i$  ...  $i$ -te Komponente des Fermionenfeldes

$y_{ij}$  ... Yukawa-Kopplungsparameter; Element in der  $i$ -ten Zeile und  $j$ -ten Spalte der Yukawa-Matrix

$\phi$  ... Brout-Englert-Higgs-Feld

Dieser Term beschreibt, wie Materieteilchen (Fermionen) an das Brout-Englert-Higgs-Feld koppeln und dadurch Masse erhalten. Die Elemente der Yukawa-Matrix stellen die Kopplungsparameter an das Brout-Englert-Higgs-Feld dar. Diese Parameter werden nicht aus der Theorie vorhergesagt, sondern wurden experimentell bestimmt. Kopfzerbrechen bereitet Physike-

rinnen und Physikern bei diesem Term immer noch, warum Neutrinos um so viele Größenordnung leichter sind als andere Elementarteilchen, also nur sehr schwach an das Brout-Englert-Higgs-Feld koppeln. Auch das Herleiten der Elemente der Yukawa-Matrix ist bisher nicht gelungen.

Man weiß, dass Teilchen mit hoher Masse, also starker Kopplung an das Brout-Englert-Higgs-Feld, auch stark an Higgs-Bosonen selbst koppeln. Die experimentelle Überprüfung findet derzeit am LHC in Teilchenkollisionen statt, bei denen Higgs-Bosonen erzeugt werden. Diese wandeln sich aber nach nur etwa  $10^{-22}$  Sekunden in ein Teilchen-Antiteilchen-Paar um. Je nach Masse beziehungsweise Kopplungsparameter sind bestimmte Teilchen-Antiteilchen-Paare deutlich wahrscheinlicher und damit einfacher experimentell zu beobachten als andere. Dies kommt daher, dass der Kopplungsparameter, der die Kopplung an das Higgs-Boson beschreibt, einfach die jeweilige Teilchenmasse selbst ist. Das Higgs-Boson wandelt sich also wahrscheinlicher in Paare aus massereichen Teilchen und Anti-Teilchen um. Messungen des ATLAS Detektors zeigen zum Beispiel Evidenz für die direkte Kopplung des Higgs-Bosons an Tauonen [2], siehe Abb. 8.

### 3.7 Term 5: h.c.

Siehe Term 3, hier ist dieser Term aber wirklich notwendig, da Term 4 nicht selbstadjungiert ist. Je nach Interpretation empfehlen wir an dieser Stelle allerdings zumindest eine weitere Tasse *hot coffee*.

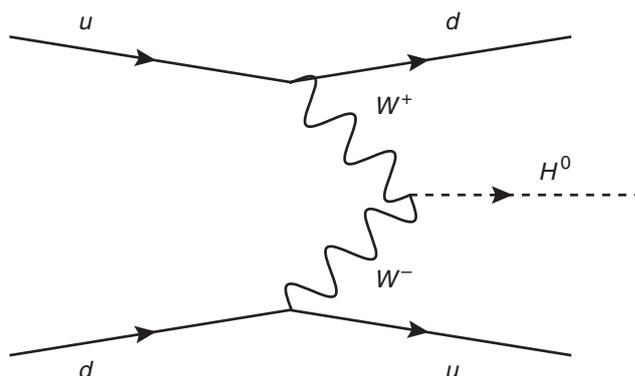
### 3.8 Term 6: $|D_\mu \phi|^2$

$D_\mu = (\delta_\mu - igA_\mu) \dots$  Die sogenannte kovariante Ableitung, in der Wechselwirkungsteilchen, kodiert durch das Vektorpotential  $A$ , vorkommen.

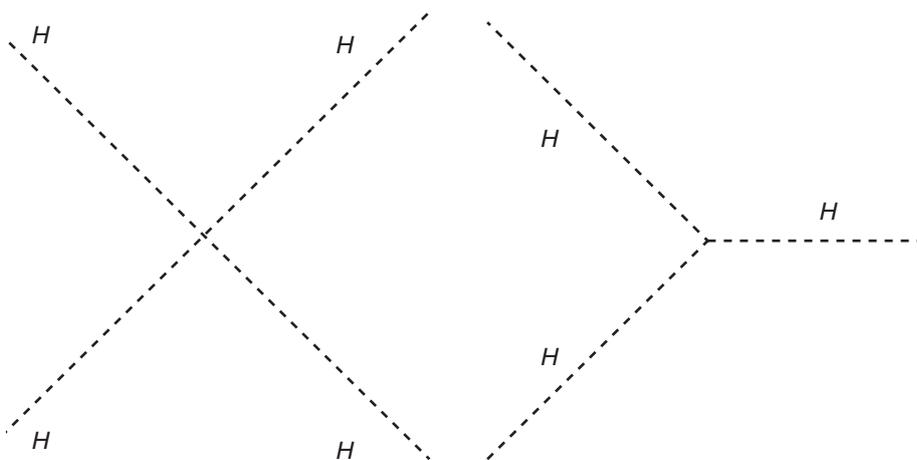
$\phi \dots$  Brout-Englert-Higgs-Feld

Dieser Term beschreibt, wie die Wechselwirkungsteilchen an das Brout-Englert-Higgs-Feld koppeln. Dies gilt insbesondere für die Wechselwirkungsteilchen der schwachen Wechselwirkung, welche dadurch ihre Masse erhalten. Dieser Umstand wurde bereits experimentell bestätigt, denn analog zu Term 4 wurden Kopplungen von  $W$ -Bosonen an Higgs-Bosonen (Abb. 9) bereits nachgewiesen. Photonen erhalten durch den Higgs-Mechanismus keine Masse, Gluonen hingegen sind masselos, weil sie gar nicht an das Brout-Englert-Higgs-Feld koppeln.

Dreht man den Prozess in Abb. 9 um  $180^\circ$ , erhält man einen wichtigen Produktionsmechanismus von Higgs-Bosonen im LHC: Die sogenannte „Vector Boson Fu-



**Abb. 10:** Ein down-Quark strahlt ein  $W^-$ -Boson ab, ein up-Quark strahlt ein  $W^+$ -Boson ab. Die zwei  $W$ -Bosonen wandeln sich in ein elektrisch neutrales Higgs-Boson um.



**Abb. 11:** Higgs-Bosonen unter sich (4er und 3er Vertex).

sion“, bei der sich zum Beispiel ein  $W^+$ -Boson und ein  $W^-$ -Boson in ein Higgs-Boson umwandeln (Abb. 10). Physikalisch steckt hinter beiden Feynman-Diagrammen in Abb. 9 und 10 der gleiche Term des Lagrangians, nämlich Term 6.

### 3.9 Term 7: $-V(\phi)$

$$V(\phi) = \frac{1}{2} \mu^2 |\phi|^2 + \frac{1}{4} \lambda |\phi|^4 \dots \text{Higgs-Potential}$$

Dieser Term beschreibt das Higgs-Potential. Die Minima des Potentials liegen nicht bei null, sondern das Feld nimmt in den Minima einen bestimmten Wert an, den man auch Vakuum-Erwartungswert nennt. Dadurch unterscheidet sich das Brout-Englert-Higgs-Feld fundamental von anderen Quantenfeldern und führt zu einem statischen asymmetrischen Grundzustand des Universums (man spricht hier von Symmetrie-Brechung).

Wie in der Diskussion der Terme 4 und 6 dargestellt wurde, koppeln Materieteilchen und Wechselwirkungsteilchen unterschiedlich stark an dieses „Hintergrundfeld“ und bekommen so ihre jeweilige Masse zugeschrieben. Term 7 be-

schreibt auch, wie Higgs-Bosonen aneinander koppeln (Abb. 11). Experimentell wurde das Higgs-Boson, die nach *Peter Higgs* benannte quantisierte Anregung des Feldes, 2012 am CERN nachgewiesen. 2013 wurde *François Englert* und *Peter Higgs* der Physik-Nobelpreis für die Entwicklung des Higgs-Mechanismus verliehen.

## 4 Was kann man mit der Lagrange-dichte machen?

Wir erleben am CERN, dass von der Lagrange-Dichte eine enorme Faszination für Jugendliche und Lehrpersonen ausgeht. Auch wenn Jugendliche normalerweise nicht die notwendigen Mathematikkenntnisse besitzen, um den Lagrangian vollständig zu verstehen, bietet vor allem die Interpretation der Terme mithilfe von Feynman-Diagrammen die Möglichkeit, einen Einblick in die unglaublich hohe Vorhersagekraft des Standardmodells der Teilchenphysik zu erhalten. Auf Schulniveau lohnt es sich natürlich besonders, Term 2 genauer zu betrachten. Im Zuge dessen bietet sich ein spielerischer Zugang zu Feynman-Diagrammen an. Denn unter Berücksichtigung von Ladungserhaltung

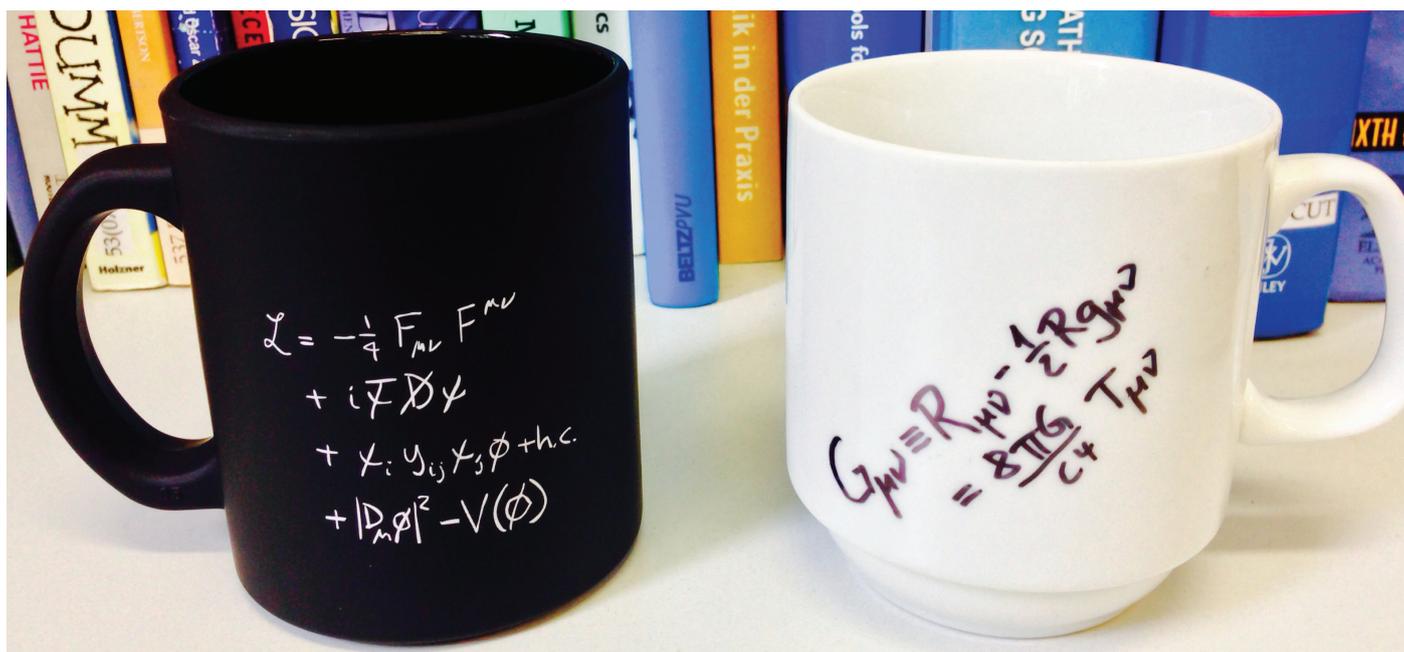


Abb. 12: Standardmodell der Teilchenphysik und Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie

(elektrische, schwache und Farbladung) lassen sich fundamentale Vertices im Prinzip wie Dominosteine aneinander legen. Dadurch lässt sich bestimmen, welche Prozesse und Wechselwirkungen zwischen Elementarteilchen möglich sind und welche nicht. Beispiel: Starte mit einem Myon. Ist es möglich, dass sich das Myon so umwandelt, dass am Ende unter anderem ein Elektron vorhanden ist?

**Tipp:** Zum Nachschauen der Teilcheneigenschaften bieten sich vor allem die Teilchen-Steckbriefe des Netzwerks Teilchenwelt an [3]. Feynman-Diagramme zeichnet man am leichtesten mit JaxoDraw [4].

Dabei ist zu beachten, dass es sich bei Feynman-Diagrammen ausschließlich um Visualisierungshilfen der mathematischen Formulierung des Standardmodells der Teilchenphysik handelt. Bei der physikalischen Interpretation ist daher, speziell im Unterricht, Vorsicht geboten, um von Anfang an etwaige Fehldeutungen von Feynman-Diagrammen als zweidimensionale Bewegungsdiagramme von Teilchen zu vermeiden. Beschäftigt man sich aber zusätzlich mit den Feynman-Regeln und bezieht die jeweiligen Kopplungsparameter sowie Energie- und Impulserhaltung in die Betrachtung mit ein, entfalten Feynman-Diagramme ihre wahre Schönheit [5]. Denn dann ist es nicht nur möglich vorherzusagen, welche Prozesse möglich sind, sondern auch wie wahrscheinlich bestimmte Umwandlungen sind. Die Feynman-Regeln geben dabei vor, wie man die Feyn-

man-Diagramme in Formeln umwandeln muss, mit denen man dann die Wahrscheinlichkeitsamplituden für bestimmte Prozesse ausrechnen kann. Das Betragsquadrat dieser Amplituden ist dann die Wahrscheinlichkeit eines Prozesses. TeilchenphysikerInnen berechnen so zum Beispiel die Produktionswahrscheinlichkeit von Higgs-Bosonen am LHC und vergleichen die realen Messungen mit den theoretischen Vorhersagen. Besonderes Interesse besteht an Abweichungen zur Vorhersage, denn das könnte bedeuten, dass man auf „Neue Physik“ gestoßen ist, die nicht durch das Standardmodell der Teilchenphysik beschrieben wird und daher eine Erweiterung der Theorie erfordert.

### 5 Was die Lagrangedichte des Standardmodells der Teilchenphysik nicht kann und der Ärger mit der zweiten Tasse

Nach derzeitigem Kenntnisstand bestehen lediglich 5% des Universums aus sichtbarer Materie, die durch das Standardmodell der Teilchenphysik beschrieben werden kann. Das heißt, für die nächste Generation an Physikerinnen und Physiker gibt es reichlich zu entdecken! Derzeit arbeitet man an Erweiterungen des Standardmodells der Teilchenphysik, die unter anderem Modelle der Dunklen Materie enthalten.

Ein großes Ärgernis ist außerdem, dass es bisher nicht gelungen ist, eine einheitliche Theorie aller vier fundamentalen Wechselwirkungen zu bilden. Dieses Ziel, die Weltformel (Theory of Everything), beschäftigt zum Beispiel Supersymmetriker-

rinnen und Stringtheoretiker. Bis dahin steht aber auf den Schreibtischen am CERN neben der Lagrangian Tasse auch immer noch eine Kaffeetasse für Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie (Abb. 12). Wir hoffen allerdings, dass mithilfe weiterer hot coffees bald nur noch eine Tasse auf dem Schreibtisch benötigt wird. ■

### Literatur

- [1] Standard Model Lagrangian. Aus: Cottingham, W. N., & Greenwood, D. A. (2007). An introduction to the standard model of particle physics. Cambridge university press. [http://einstein-schrodinger.com/Standard\\_Model.pdf](http://einstein-schrodinger.com/Standard_Model.pdf)
- [2] ATLAS Collaboration (2015). Evidence for the Higgs-boson Yukawa coupling to tau leptons with the ATLAS detector. *Journal of high energy physics*, 2015(4), 1-74. arXiv:1501.04943 [hep-ex]
- [3] Elementarteilchen-Steckbriefe, Netzwerk Teilchenwelt: <http://www.teilchenwelt.de/material/materialien-fuer-lehrkraefte/elementarteilchen-steckbriefe>
- [4] Binosi, D., & Theussl, L. (2004). JaxoDraw: A graphical user interface for drawing Feynman diagrams. *Computer Physics Communications*, 161(1), 76–86.
- [5] Tanedo, F. (2010): Feynman diagrams and Feynman rules, *Quantum Diaries*: <http://www.quantumdiaries.org/2010/02/14/lets-draw-feynman-diagrams>

### Anschriften der Verfasser

Julia Woithe, Gerfried Wiener, Teacher and Student Programmes Section, CERN, Genève 23, Schweiz; E-Mail: [julia.woithe@cern.ch](mailto:julia.woithe@cern.ch), E-Mail: [jeff.wiener@cern.ch](mailto:jeff.wiener@cern.ch)