ヒッグスと重力波

柿崎 充 （富山大学）

新テラスケール研究会

2017年4月7日＠東京大学本郷キャンパス

- 共同研究者:
  端野 克哉（富山大学）, 兼村 晋哉（大阪大学）,
  Pyungwon Ko (KIAS), 松井 俊憲　(KIAS)

- 参考文献:
  - MK, Kanemura, Matsui, PRD92, no.11,115007 (2015), arXiv:1509.08394
  - Hashino, MK, Kanemura, Matsui, PRD94, no.1, 015005 (2016), arXiv:1604.02069
  - Hashino, MK, Kanemura, Ko and Matsui, PLB766, 49 (2017), arXiv:1609.00297

目次

1. イントロダクション
2. 拡張スカラー模型
   A. 付加的1重項スカラーを持つ拡張模型 (without CSI)
   B. 付加的1重項スカラーを持つ
      古典的スケール不変性 (CSI) 模型
   C. ヒッグス1重項模型 (HSM)
3. 一次相転移からの重力波
4. 重力波観測と各種ヒッグスボソン結合の測定の相乗効果
5. まとめ

イントロダクション

CERN LHC で質量 125 GeV のヒッグス粒子 h の発見

- 標準理論 (SM) は $O(100)$GeV 以下のエネルギー領域を記述する低エネルギー有効理論として実験的にも確立

これは終わりではなく新しい時代の幕開け

ヒッグスセクターに残る謎

- 指導原理?
- ヒッグスポテンシャルの形 (多重項、対称性、...)?
- 電弱対称性の破れの背後のダイナミクス (EWSB)?

標準理論を超えた (BSM) 物理現象

- バリオン数非対称性 (BAU)
- 暗黒物質の存在
- 宇宙のインフレーション
- ニュートリノ振動

アイデア:ヒッグスセクター = 新物理への窓

- ヒッグスセクターの構造は標準理論を超えた新物理模型と関係

新物理の情報はヒッグスセクターの特徴を調べることで得られる

宇宙のバリオン数非対称性

バリオン数非対称性　　$n_b/n_\gamma \sim \mathcal{O}(10^{-9})$

バリオン数生成のための必要条件（サハロフの3条件）

1. バリオン数の破れ
2. C と CP の破れ
3. 熱平衡からのずれ

代表的なバリオン数生成シナリオ

- レプトジェネシス

  高エネルギー領域で実現される機構なので
  加速器実験での直接的検証は難しい

- 電弱バリオン数生成シナリオ (EWBG)

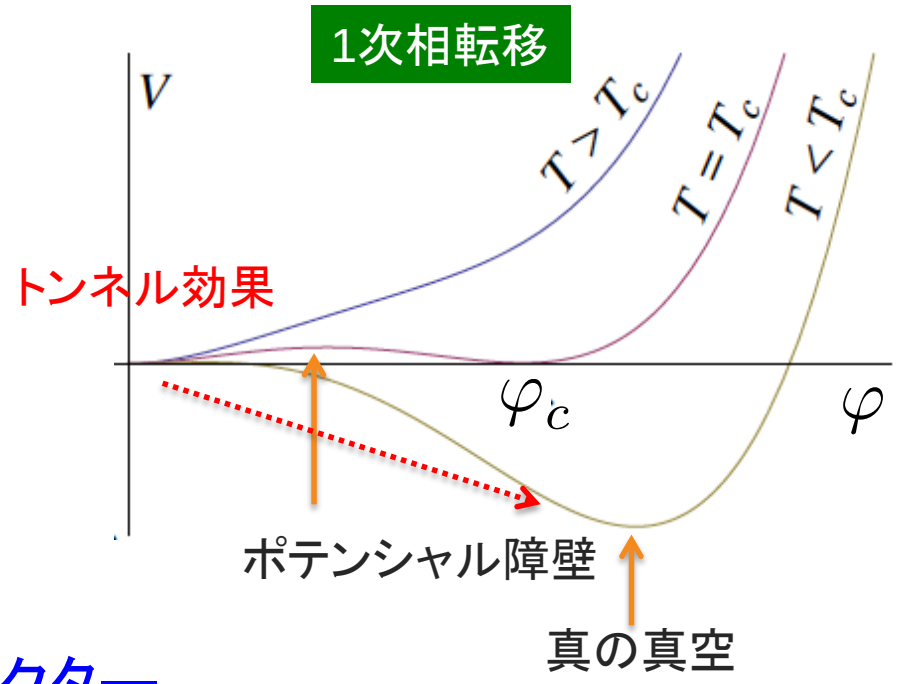
  拡張ヒッグスセクターの物理なので
  テラスケールの加速器実験で検証可能

- など

電弱バリオン数生成シナリオ (EWBG)

サハロフの3条件

1. バリオン数の破れ
   - スファレロン過程
2. C と CP の破れ
   - 拡張ヒッグスセクター
3. 熱平衡からのずれ
   - 強い1次相転移
   - (1st OPT): $\varphi_c/T_c \gtrsim 1$



2重項1個の標準理論のヒッグスセクター

- $m_h = 125\ \mathrm{GeV}$ であり、電弱相転移 (EWPT) は1次ではない

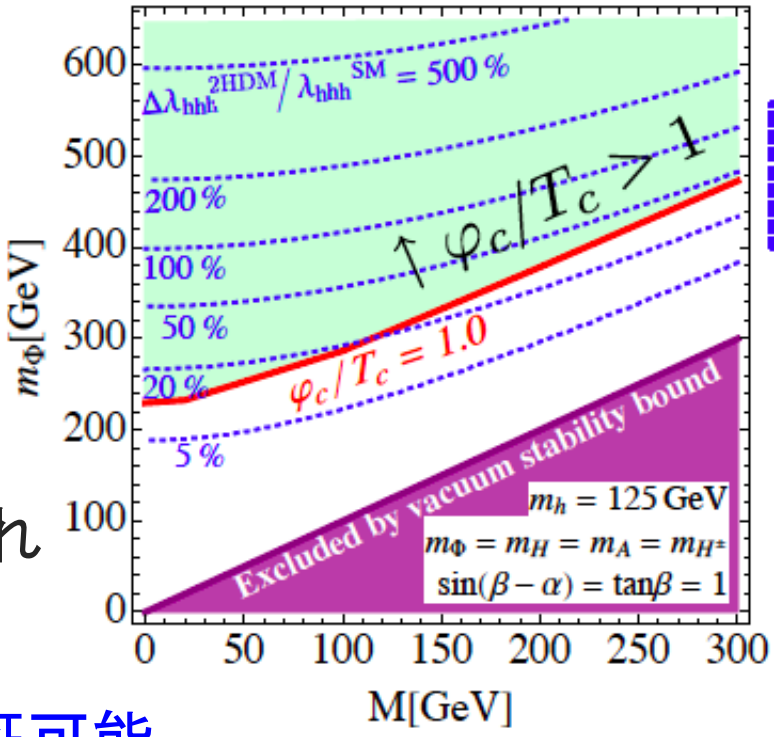
電弱バリオン数生成シナリオはヒッグスセクターと BSM 現象をつなぐ重要な物理の好例

強い1次相転移とヒッグス粒子の結合

拡張ヒッグスセクターを持つ模型

- 1次相転移は容易に実現可能
- テラスケール物理なので兆候が加速器実験で検証可能

[Kanemura, Okada, Senaha (2005)]



e.g. 2ヒッグス2重項模型 (2HDM)

- 強い1次相転移の条件: $\varphi_c/T_c \gtrsim 1$

➡ ヒッグス粒子3点結合に大きなずれ

$(\Delta\lambda_{hhh}/\lambda_{hhh}^{\rm SM} \gtrsim 10\%)$

電弱相転移は将来の加速器実験で検証可能

- 高輝度 LHC： $-1.3 \lesssim \Delta\lambda_{hhh}/\lambda_{hhh}^{\rm SM} \lesssim 8.7$ [ATL-PHYS-PUB-2014-019]
- 国際リニアコライダー (ILC) ($\sqrt{s} = 1$ TeV $L = 5$ ab^{-1})： $\Delta\lambda_{hhh}$: 10%

[Fujii et al. (2015)]

電弱相転移のプローブとしての重力波 (GW)

地上干渉計

advanced LIGO, KAGRA, advanced Virgo, ...

- 対象: 連星、超新星等からの重力波.
- advanced LIGO が重力波の直接検出に成功

➡ 重力波天文学の幕開け [LIGO and Virgo (2016)]

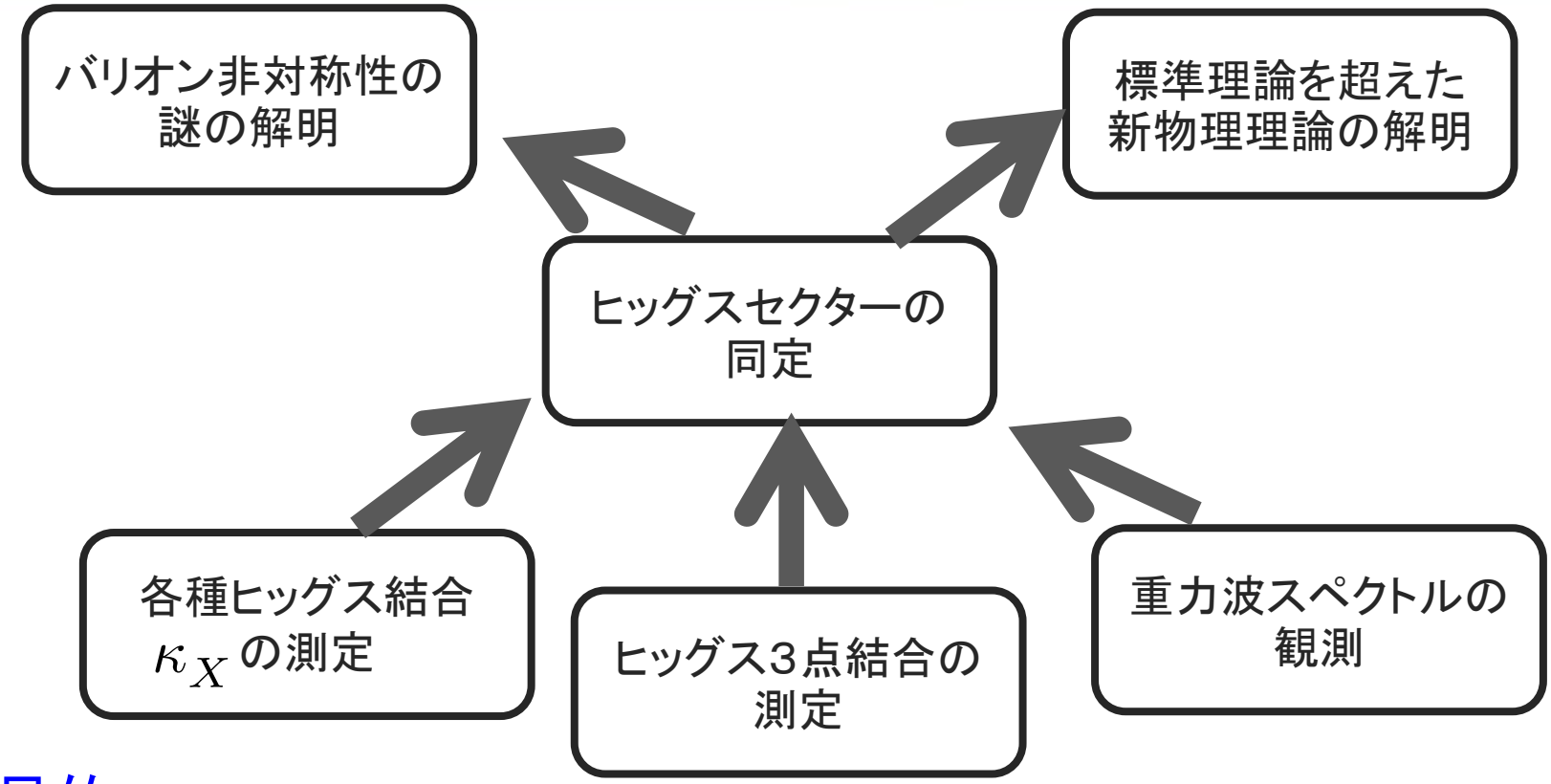
将来の宇宙空間の干渉計

LISA (2028-), DECIGO, ...

- 初期宇宙からの重力波に対しても感度が高い
  (1次相転移、インフレーション、...)

➡ 重力波を用いて新物理理論を
探究できる時代へ

概要



研究目的:

- 重力波観測、ヒッグス粒子と標準理論粒子との結合 κ_X の測定、ヒッグス粒子3点結合 hhh の測定の相乗効果を用いて電弱対称性の破れの模型の検証可能性を調べる

戦略

実験データに基づく1次的相転移を起こす模型の分類

$$V_{\rm eff} = D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - (ET - e)\varphi^3 + \frac{\lambda(T)}{4}\varphi^4$$

付加的粒子による非脱結合輻射補正の効果

- ヒッグス場は2重項1個のみ
  - I：付加的1重項スカラー模型（本講演の模型A,B）
  - II：イナート2重項模型
- 複数のヒッグス2重項
  - III：2HDM
  - IV：MSSM

ツリーレベルの非熱的効果

- V：ヒッグス1重項模型（本講演の模型C）
- VI：Next-to-MSSM

	κ_X のずれ	$h\gamma\gamma$ κ_Xから のずれ	λ_{hhh} のずれ	重力波
I			○	○
II		○	○	○
III	○	○	○	○
IV	[LHC 実験で棄却]			
V	○		○	○
IV	○	○	○	○

Contents

1. イントロダクション
2. 拡張スカラー模型
   A. 付加的1重項スカラーを持つ拡張模型 (without CSI)
   B. 付加的1重項スカラーを持つ
      古典的スケール不変性 (CSI) 模型
   C. ヒッグス1重項模型 (HSM)
3. 一次相転移からの重力波
4. 重力波観測と各種ヒッグスボソン結合の測定の相乗効果
5. まとめ

模型 A: 付加的1重項スカラーを持つ拡張模型 (without CSI)

アイデア:

[MK, Kanemura, Matsui (2015)]

- 熱的輻射補正の効果による1次相転移を一般的に扱うために、N 個のアイソスピン1重項スカラー場 $S_i\,(i=1,\cdots,N)$ を導入
- 簡単のため $O(N)$ 対称性を課す

ツリーレベルのスカラーポテンシャル:

$$V_0(\Phi,\vec{S}) = V_{\rm SM}(\Phi) + \frac{\mu_S^2}{2}|\vec{S}|^2 + \frac{\lambda_S}{4}|\vec{S}|^4 + \frac{\lambda_{\Phi S}}{2}|\Phi|^2|\vec{S}|^2$$

Φ ：標準理論のヒッグス2重項　　$\vec{S} = (S_1, S_2, ..., S_N)^T$

1重項スカラー場の質量:

$$m_S^2 = \mu_S^2 + \frac{\lambda_{\Phi S}}{2}v^2$$

電弱相転移に関わる未定パラメータ:

μ_S, m_S （各$O(N)$模型において）

模型 A: 付加的1重項スカラーを持つ拡張模型 (without CSI) (contd.)

有効ポテンシャル:

[MK, Kanemura, Matsui (2015)]

$$V_{\rm eff}(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 \,. + \sum_i \frac{n_i}{64\pi^2} M_i^4(\varphi)\left(\ln\frac{M_i^2(\varphi)}{Q^2} - \frac{3}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \lambda_{hhh}^{O(N)} = \frac{3m_h^2}{v}\left\{1 - \frac{1}{\pi^2}\frac{m_t^4}{v^2 m_h^2} + \frac{N}{12\pi^2}\frac{m_S^4}{v^2 m_h^2}\left(1 - \frac{\mu_S^2}{m_S^2}\right)^3\right\}$$

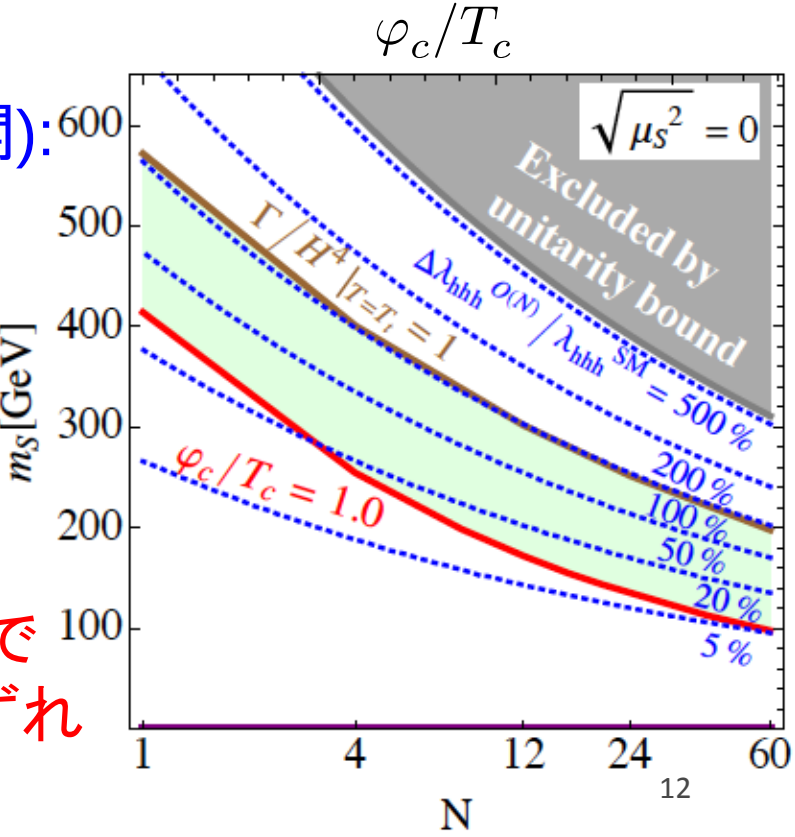
付加的スカラー場による非脱結合効果

有限温度の有効ポテンシャル(高温展開):

$$V_{\rm eff}(\varphi, T) \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - ET\varphi^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4 + \cdots$$

$$\frac{\varphi_c}{T_c} \propto E = \frac{1}{12\pi v^3}\left[6m_W^3 + 3m_Z^3 + Nm_S^3\left(1 - \frac{\mu_S^2}{m_S^2}\right)^3\left(1 + \frac{3\mu_S^2}{2m_S^2}\right)\right]$$

付加的スカラー場による非脱結合効果



強い1次相転移が起きる領域で λ_{hhh} に典型的に $\mathcal{O}(10)\%$のずれ

模型 B: 付加的1重項スカラーを持つ古典的スケール不変性 (CSI) 模型

アイデア [Hashino, Kanemura, Orikasa (2015)]

- 古典的スケール不変性 (CSI) を課すことで
  元のラグランジアンから質量パラメータを消去 [Bardeen (1995)]
- 電弱対称性は輻射補正の効果で直接破れる

ツリーレベルのスカラーポテンシャル

$$V_0(\Phi,\vec{S}) = \frac{\lambda}{2}|\Phi|^4 + \frac{\lambda_S}{4}|\vec{S}|^4 + \frac{\lambda_{\Phi S}}{2}|\Phi|^2|\vec{S}|^2$$

平坦方向上の有効ポテンシャル

$$V_1(\varphi) = \sum_i \frac{n_i}{64\pi^2} M_i^4(\varphi)\left(\ln\frac{M_i^2(\varphi)}{Q^2} - c_i\right) \quad c_i = 3/2$$

1重項スカラー場の質量:

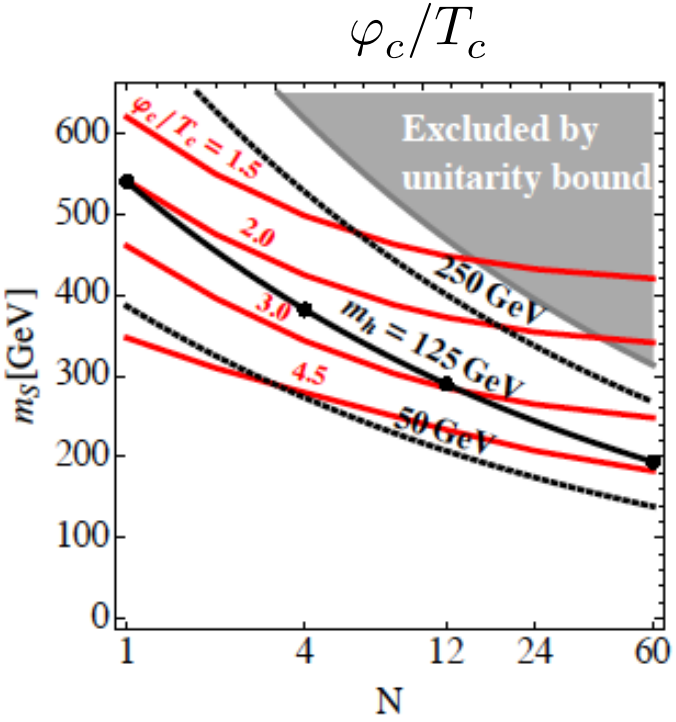
$$N m_S^4 = 8\pi^2 v^2 m_h^2 - 6m_W^4 - 3m_Z^4 + 12m_t^4$$

ヒッグス粒子の3点結合のずれ

$$\frac{\Delta\lambda_{hhh}}{\lambda_{hhh}^{\mathrm{SM(tree)}}} = \frac{\lambda_{hhh}}{\lambda_{hhh}^{\mathrm{SM(tree)}}} - 1 = \frac{2}{3}$$

N に依存しない

[Hashino, Kanemura, Orikasa (2015)]



[Hashino, MK, Kanemura, Matsui (2015)]

模型 C: ヒッグス1重項模型

アイデア

[Hashino, MK, Kanemura, Ko, Matsui (2016)]

- 複数のヒッグス場の間の混合の効果による1次相転移と
  ヒッグスボソンの結合に与える影響を調べる
- 簡単のためヒッグス1重項 S を導入し2個の古典場の空間を考察

ツリーレベルのスカラーポテンシャル

$$V_0 = -\mu_\Phi^2|\Phi|^2 + \lambda_\Phi|\Phi|^4 + \mu_{\Phi S}|\Phi|^2 S + \frac{\lambda_{\Phi S}}{2}|\Phi|^2 S^2 + \mu_S^3 S + \frac{m_S^2}{2}S^2 + \frac{\mu_S'}{3}S^3 + \frac{\lambda_S}{4}S^4$$

$\langle\Phi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\varphi_\Phi \end{pmatrix}$: 標準理論のヒッグス2重項　　$\langle S\rangle = \varphi_S$: ヒッグス1重項

有効ポテンシャル

$$V_{\text{eff},T=0}(\varphi_\Phi, \varphi_S) = V_0(\varphi_\Phi, \varphi_S) + \sum_i n_i \frac{M_i^4(\varphi_\Phi, \varphi_S)}{64\pi^2}\left(\ln\frac{M_i^2(\varphi_\Phi, \varphi_S)}{Q^2} - c_i\right)$$

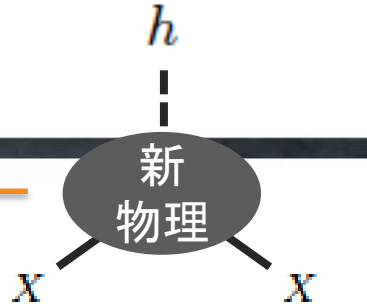
$c_F = c_S = 5/6$
$c_V = 3/2$

ヒッグスボソンの質量、混合角

$m_h(= 125\ \text{GeV})$: 発見されたヒッグスボソンの質量

m_H : 付加的ヒッグスボソン（ほぼ1重項）の質量　　θ: ヒッグス場の混合角

模型 C: ヒッグス1重項模型 (contd.)



ヒッグスボソンと標準理論粒子との結合

$$\kappa_X = \frac{g_{hXX}}{g_{hXX}|_{\rm SM}}$$

$$\kappa = \kappa_V = \kappa_F = \cos\theta$$

ヒッグスボソン3点結合のずれ (有効ポテンシャル法)

$$\Delta\lambda_{hhh} = \frac{\lambda^{\rm HSM}_{hhh} - \lambda^{\rm SM}_{hhh}}{\lambda^{\rm SM}_{hhh}}$$

$$\lambda^{\rm SM}_{hhh} = \frac{3m_h^2}{v_\Phi}\left[1 + \frac{9m_h^2}{32\pi^2 v_\Phi^2} + \sum_{i=W^\pm,Z,t,b} n_i \frac{m_i^4}{12\pi^2 m_h^2 v_\Phi^2}\right]$$

$$\lambda^{\rm HSM}_{hhh} = c_\theta^3 \left\langle \frac{\partial^3 V_{{\rm eff},T=0}}{\partial\varphi_\Phi^3} \right\rangle + c_\theta^2 s_\theta \left\langle \frac{\partial^3 V_{{\rm eff},T=0}}{\partial\varphi_\Phi^2 \partial\varphi_S} \right\rangle + c_\theta s_\theta^2 \left\langle \frac{\partial^3 V_{{\rm eff},T=0}}{\partial\varphi_\Phi \partial\varphi_S^2} \right\rangle + s_\theta^3 \left\langle \frac{\partial^3 V_{{\rm eff},T=0}}{\partial\varphi_S^3} \right\rangle$$

特定の方向の有限温度有効ポテンシャル(高温展開)

$$V_{\rm eff} = D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - (ET - e)\varphi^3 + \frac{\lambda(T)}{4}\varphi^4$$

$$\frac{\varphi_c}{T_c} = \frac{2E}{\lambda}\left(1 - \frac{e\lambda}{ET}\right)$$

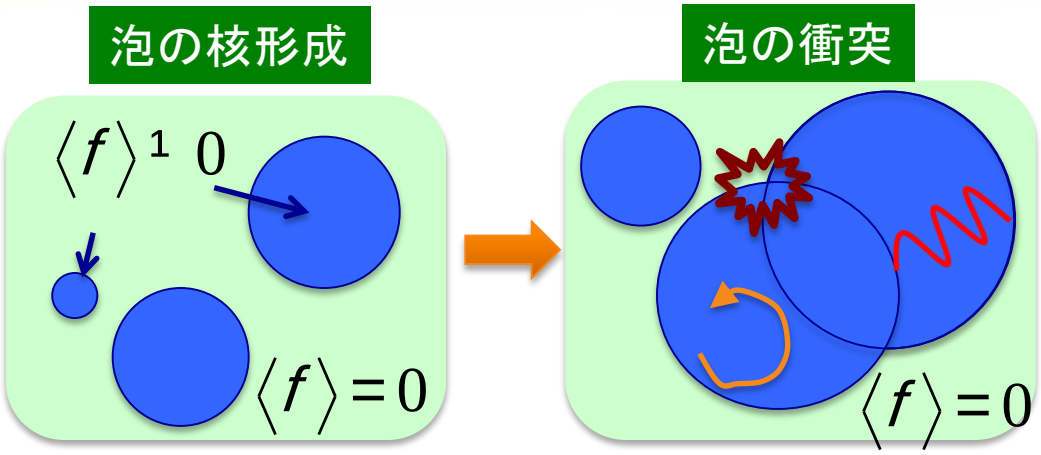
ヒッグス場の混合の効果

ヒッグス場の混合の効果はヒッグスボソンの結合と相転移の様式に大きな影響を与える

目次

1. イントロダクション
2. 拡張スカラー模型
   A. 付加的1重項スカラーを持つ拡張模型 (without CSI)
   B. 付加的1重項スカラーを持つ
      古典的スケール不変性 (CSI) 模型
   C. ヒッグス1重項模型 (HSM)
3. 一次相転移からの重力波
4. 重力波観測と各種ヒッグスボソン結合の測定の相乗効果
5. まとめ

重力波スペクトルを特徴づける物理量



重力波の起源

1. 泡の壁の衝突
2. プラズマの粗密波（音波）
3. プラズマ乱流

- 重力波スペクトルは有限温度の有効ポテンシャル $V_{\rm eff}$ から導出

単位体積単位時間当たりの泡の核形成率

$$\Gamma(t) = \Gamma_0(t)\exp[-S_E(t)] \quad S_E(T) = S_3(T)/T \quad S_3 = \int d^3r \left[\frac{1}{2}(\vec{\nabla}\varphi_b)^2 + V_{\rm eff}(\varphi_b, T)\right]$$

相転移温度 T_t : $\left.\frac{\Gamma}{H^4}\right|_{T=T_t} \simeq 1$ ⇒ $\frac{S_3(T_t)}{T_t} = 4\ln(T_t/H_t) \simeq 140$

解放される偽の真空のエネルギー (潜熱)

$$\epsilon(T) = -V_{\rm eff}(\varphi_B(T), T) + T\frac{\partial V_{\rm eff}(\varphi_B(T), T)}{\partial T}$$

無次元パラメータ: $\alpha = \dfrac{\epsilon(T_t)}{\rho_{\rm rad}(T_t)}$

相転移の継続時間の逆数

$$\beta = -\left.\frac{dS_E}{dt}\right|_{t=t_t} \simeq \left.\frac{1}{\Gamma}\frac{d\Gamma}{dt}\right|_{t=t_t}$$

無次元パラメータ: $\tilde{\beta} = \dfrac{\beta}{H_t}$

重力波スペクトル

- 計算には複雑な数値シミュレーションが必要
- ここでは近似的なフィッティング関数を使う [Caprini et al. (2015)]

泡の壁の衝突 (エンベロープ近似)

$$\tilde{\Omega}_{\rm env} h^2 \simeq 1.67 \times 10^{-5} \times \left(\frac{0.11 v_b^3}{0.42 + v_b^2}\right) \tilde{\beta}^{-2} \left(\frac{\kappa_\phi \alpha}{1+\alpha}\right)^2 \left(\frac{100}{g_*^t}\right)^{1/3}$$

$$\tilde{f}_{\rm env} \simeq 1.65 \times 10^{-5}\ {\rm Hz} \times \left(\frac{0.62}{1.8 - 0.1 v_b + v_b^2}\right) \tilde{\beta} \left(\frac{T_t}{100\ {\rm GeV}}\right)$$

音波 (プラズマの粗密波)

$$\tilde{\Omega}_{\rm sw} h^2 \simeq 2.65 \times 10^{-6} v_b \tilde{\beta}^{-1} \left(\frac{\kappa_v \alpha}{1+\alpha}\right)^2 \left(\frac{100}{g_*^t}\right)^{1/3} \qquad \tilde{f}_{\rm sw} \simeq 1.9 \times 10^{-5}\ {\rm Hz} \frac{1}{v_b} \tilde{\beta} \left(\frac{T_t}{100\ {\rm GeV}}\right)$$

磁気流体力学的 (MHD) 乱流

$$\tilde{\Omega}_{\rm turb} h^2 \simeq 3.35 \times 10^{-4} v_b \tilde{\beta}^{-1} \left(\frac{\epsilon \kappa_v \alpha}{1+\alpha}\right)^{3/2} \left(\frac{100}{g_*^t}\right)^{1/3} \qquad \tilde{f}_{\rm turb} \simeq 2.7 \times 10^{-5}\ {\rm Hz} \frac{1}{v_b} \tilde{\beta} \left(\frac{T_t}{100\ {\rm GeV}}\right)$$

- v_b : 壁の速さ
- κ_ϕ , κ_v , $\epsilon = 0.05$: 効率係数

目次

1. イントロダクション
2. 拡張スカラー模型
   A. 付加的1重項スカラーを持つ拡張模型 (without CSI)
   B. 付加的1重項スカラーを持つ
      古典的スケール不変性 (CSI) 模型
   C. ヒッグス1重項模型 (HSM)
3. 一次相転移からの重力波
4. 重力波観測と各種ヒッグスボソン結合の測定の相乗効果
5. まとめ

模型 A: $O(N)$ 模型 (without CSI) における重力波スペクトル

重力波への寄与

- 壁の衝突: ……
- 音波: ———
- MHD 乱流: – – – –

- ベンチマークポイント:

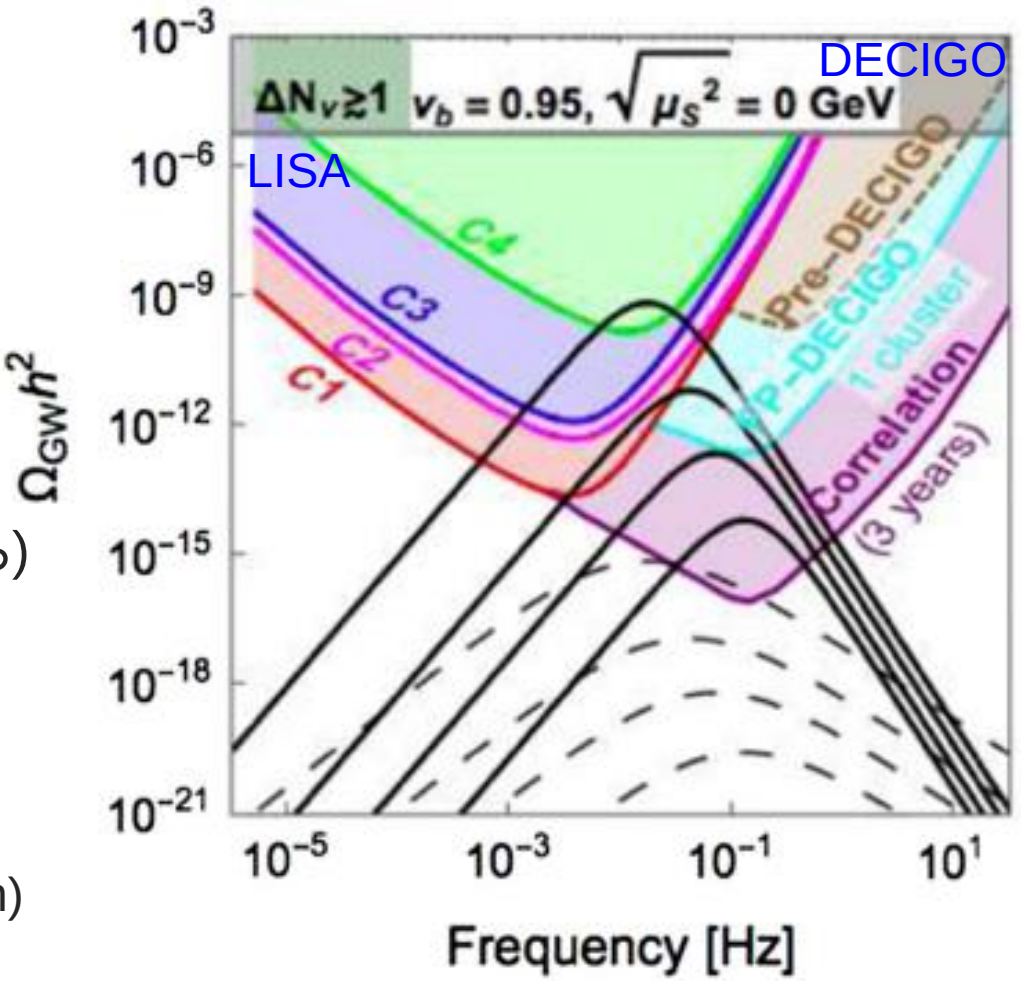
$$\Delta\lambda_{hhh}/\lambda_{hhh}^{\rm SM} = 2/3$$

$N = 1, 4, 12, 60$ (右図の下から)

[Hashino, MK, Kanemura, Matsui (2016)]

将来実験の予測感度:

- LISA (C1-C4)
  [Caprini et al. (2015)]
- DECIGO (Pre, FP, Correlation)
  [Kawamura et al. (2011)]



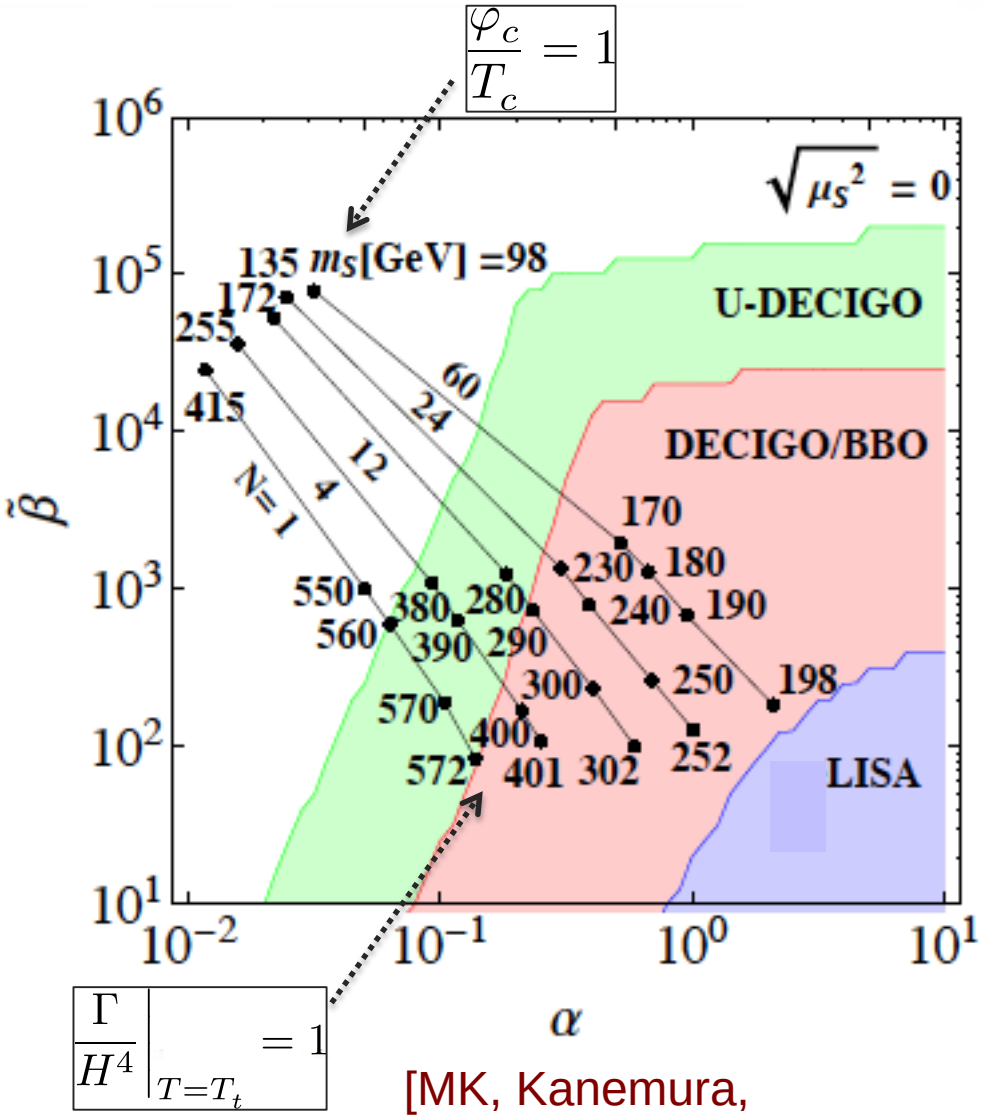
相転移からの重力波を将来の宇宙空間の干渉計 (LISA, DECIGO) で検出可能

模型 A:
付加的1重項スカラーを持つ模型における α , $\tilde{\beta}$ の予言値

- 強い1次相転移のための条件
  - ➡ それぞれの模型で α , $\tilde{\beta}$ の値に制限

$O(N)$ 模型 (without CSI)

- α , $\tilde{\beta}$ が決定されると模型のパラメータ N, m_S が求められる



n.b.: 将来実験の感度曲線は、従来使われてきた重力波スペクトルの公式を用いて導出

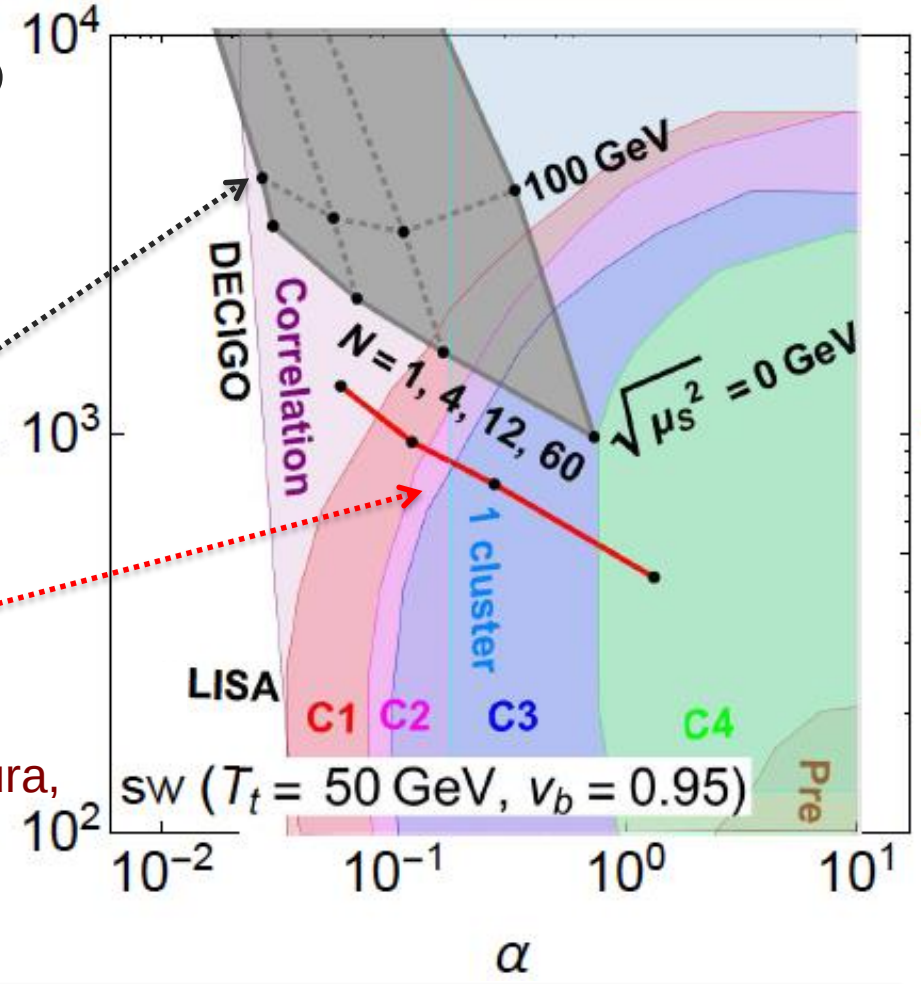
[See e.g. Grojean, Servant (2007)]

[MK, Kanemura, Matsui (2015)]

模型 A と模型 B の比較:
付加的1重項スカラーを持つ模型の検証可能性

- もし将来加速器で hhh 結合のずれが
  $\Delta\lambda_{hhh}/\lambda_{hhh}^{\rm SM} \sim 60\% - 80\%$
  と測定されたら?
  - $O(N)$ 模型 (without CSI) ただし
    $\Delta\lambda_{hhh}/\lambda_{hhh}^{\rm SM} = 2/3 (\simeq 70\%)$
  - CSI $O(N)$ 模型

[Hashino, MK, Kanemura, Matsui (2016)]



hhh 結合の値が同じでも、古典的共形不変性を課した模型と課さない模型は将来の重力波干渉計で区別できる可能性がある

模型 C: ヒッグス1重項模型におけるα, $\tilde{\beta}$

2個のヒッグス場の空間で数値解析

- ベンチマークポイント

v_Φ [GeV]	v_S [GeV]	m_h [GeV]	$\mu_{\Phi S}$ [GeV]	μ'_S [GeV]	μ_S [GeV]	m_H [GeV]	θ [degrees]
246.2	90	125.5	−80	−30	0	[160, 240]	[−45, 0]

- 強い1次相転移のための条件

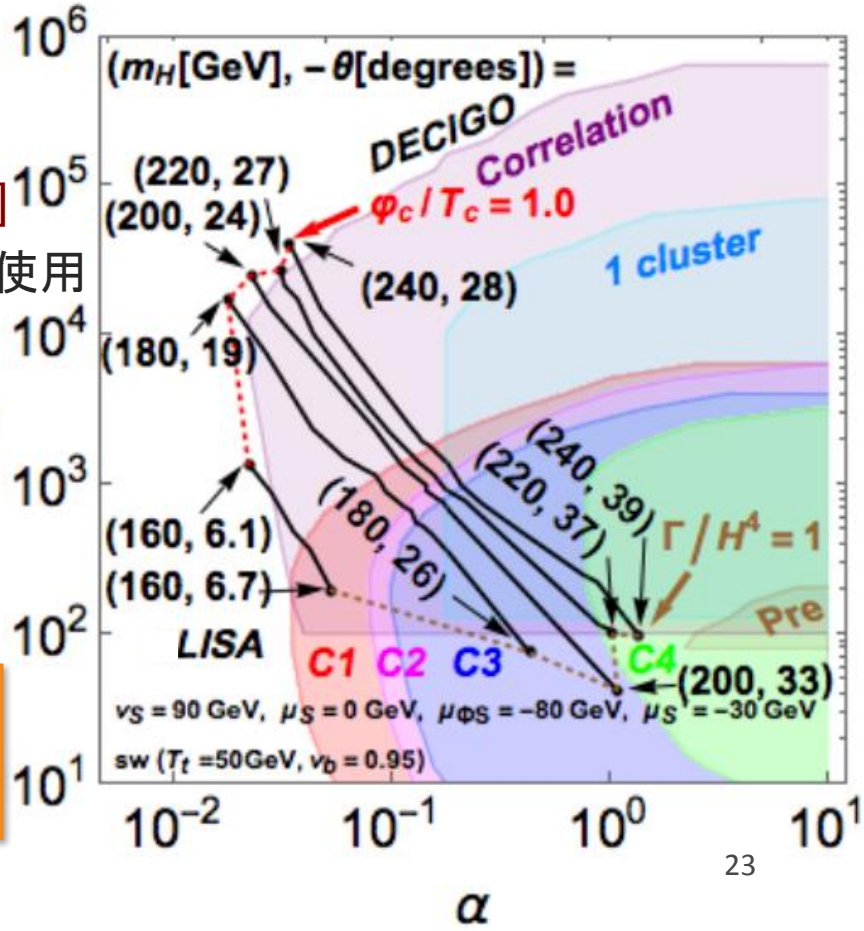
  → α , $\tilde{\beta}$ に制限

[Hashino, MK, Kanemura, Ko, Matsui (2016)]

  - パブリックコード CosmoTransitions を使用 [Wainwright (2012)]

将来実験の予測感度

- LISA (C1-C4): [Caprini et al. (2015)]
- DECIGO (Pre, 1 cluster, Correlation) [Kawamura et al. (2011)]



1次相転移由来の重力波は LISA, DECIGO で検出可能

模型 C: ヒッグス1重項模型における 各種ヒッグスボソン結合の測定と重力波観測の相乗効果

[Hashino, MK, Kanemura, Ko, Matsui (2016)]

加速器実験

- LHC Run I の結果

  $\kappa_Z = 1.03^{+0.11}_{-0.11}, \kappa_W = 0.91^{+0.10}_{-0.10}$

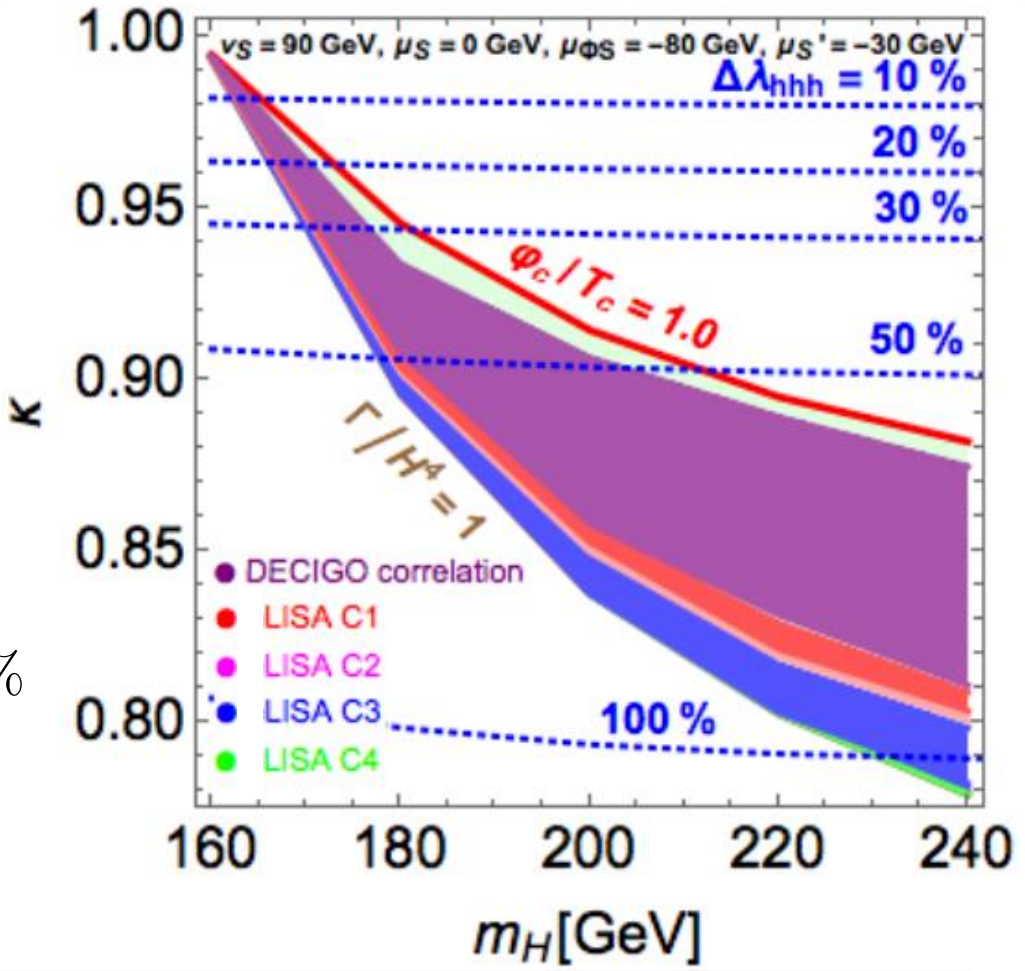
  [ATLAS, CMS (2016)]
- HL-LHC

  $\Delta\kappa_V : 2\%$ [CMS (2013)]
- ILC w/ $\sqrt{s} = 500\ \mathrm{GeV}$

  $\Delta\kappa_Z : 0.37\%$ $\Delta\kappa_W : 0.51\%$
- ILC w/ $\sqrt{s} = 1\ \mathrm{TeV}$

  $\Delta\lambda_{hhh} : 10\%$

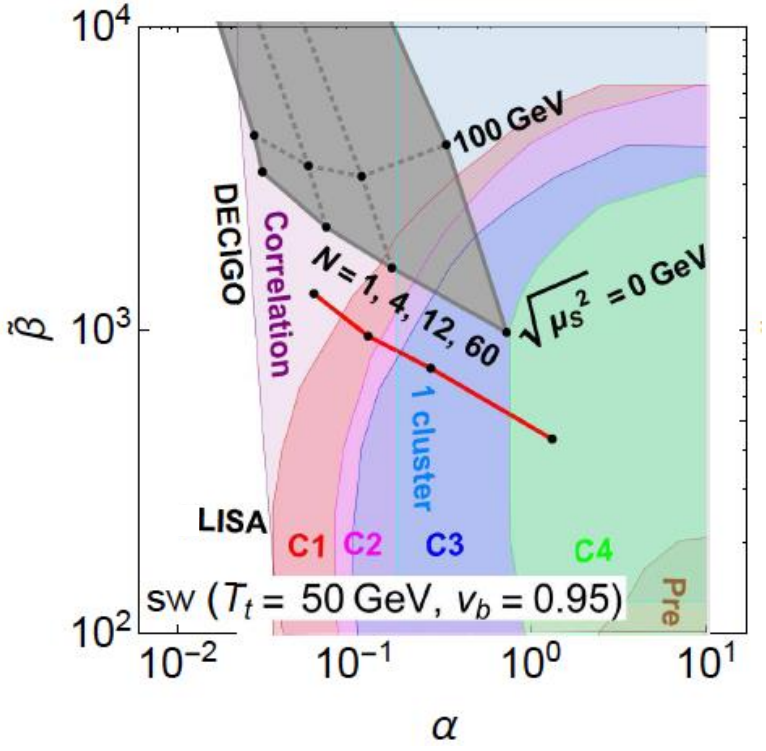
  [Fujii et al. (2015)]



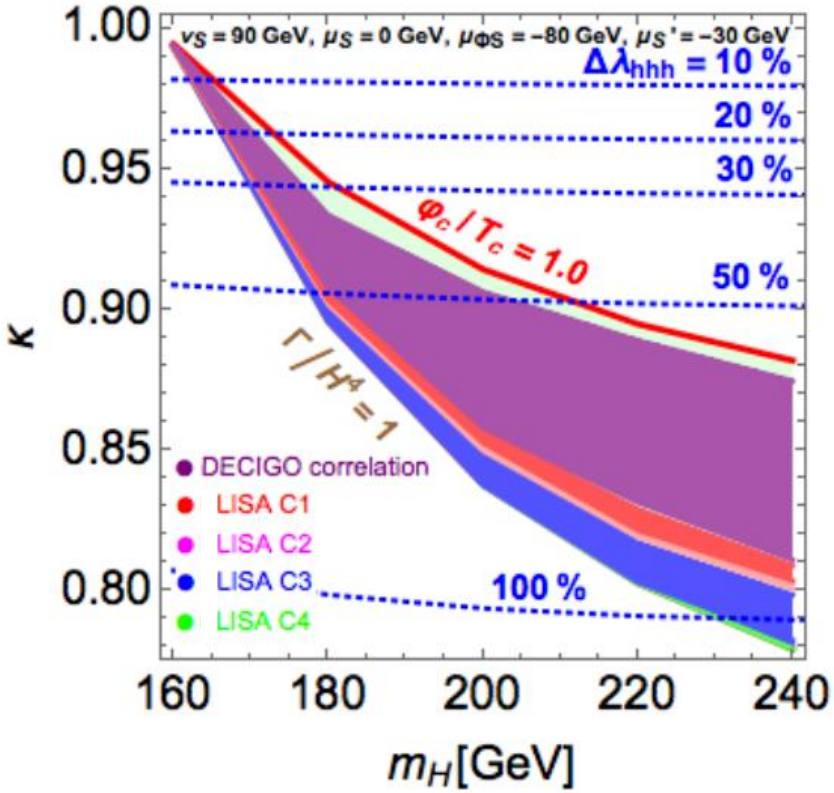
ヒッグスボソン結合定数の測定と重力波観測の相乗効果で
ヒッグス1重項模型のヒッグスポテンシャルの形を絞り込める

5. まとめ

- 付加的1重項スカラーを持つ模型



- ヒッグス1重項模型



- 拡張ヒッグスセクターにおける強い1次的電弱相転移は、
  LHC でのヒッグスボソンと標準理論粒子との結合 κ_X の測定、
  電子-陽電子加速器でのヒッグスボソン3点結合の測定、
  将来の宇宙空間の干渉計での重力波観測の相乗効果で検証可能

Backup slides

模型 B: CSI $O(N)$ 模型における重力波

重力波への寄与

- 壁の衝突: ……
- 音波: ———
- MHD 乱流: – – – –

- ベンチマークポイント:

$N = 1, 4, 12, 60$

(右図の下から)

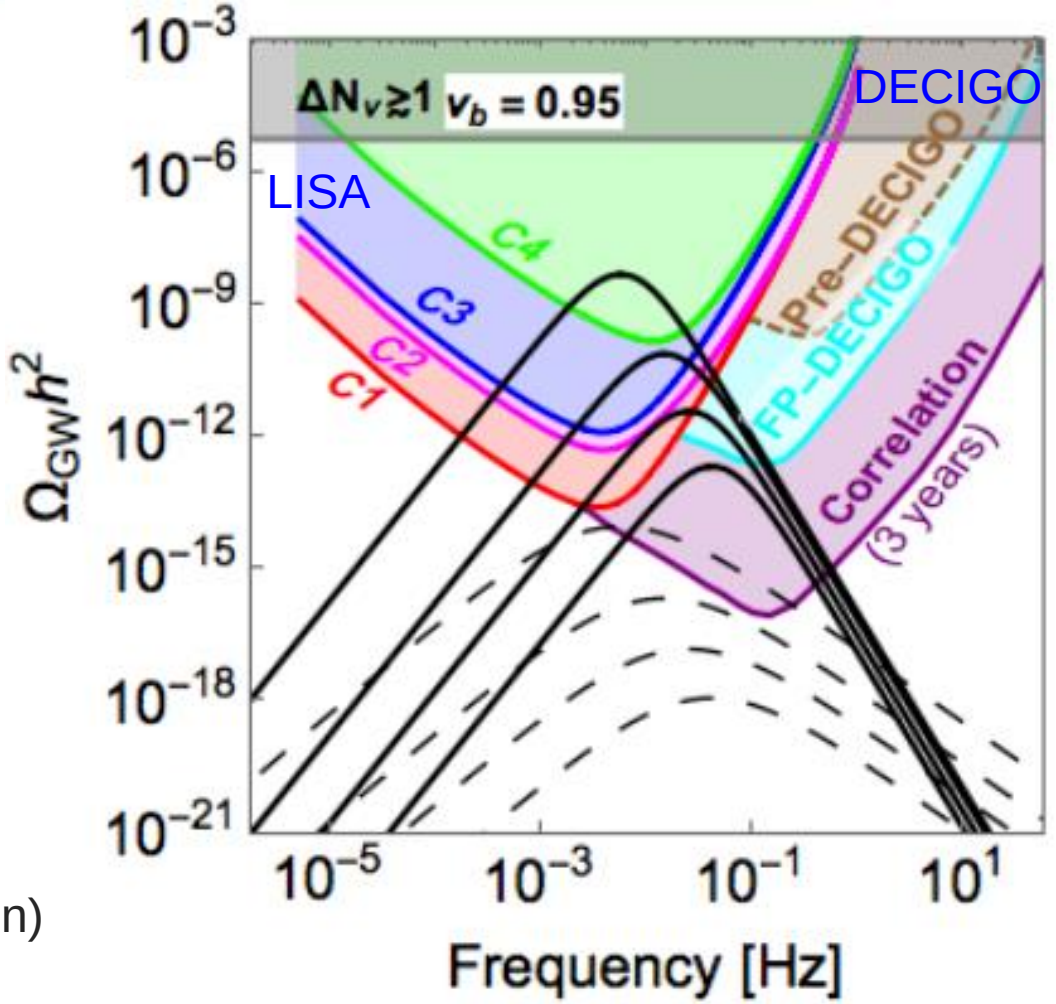
[Hashino, MK, Kanemura, Matsui (2016)]

将来実験の予測感度:

- LISA (C1-C4)

  [Caprini et al. (2015)]
- DECIGO (Pre, FP, Correlation)

  [Kawamura et al. (2011)]



相転移からの重力波を将来の宇宙空間の干渉計 (LISA, DECIGO) で検出可能

Benchmark points

- $O(N)$ models without CSI:

$\sqrt{\mu_S^2} = 0$

N	1	4	12	60
m_S	540 GeV	382 GeV	290 GeV	194 GeV
φ_c/T_c, T_c	2.01, 102 GeV	2.40, 90.1 GeV	2.91, 76.8 GeV	4.11, 56.1 GeV
$(\alpha, \tilde{\beta})$, T_t	(0.0593, 1320), 88.5 GeV	(0.120, 956), 74.3 GeV	(0.273, 705), 59.7 GeV	(1.33, 438), 38.4 GeV

$\sqrt{\mu_S^2} = 100$ GeV

$(\sqrt{\mu_S^2}, N)$	(0 GeV, 1)	(0 GeV, 4)	(0 GeV, 12)	(0 GeV, 60)
m_S	510 GeV	361 GeV	274 GeV	183 GeV
φ_c/T_c, T_c	1.62, 119 GeV	2.03, 102 GeV	2.54, 85.6 GeV	3.65, 61.5 GeV
$(\alpha, \tilde{\beta})$, T_t	(0.0303, 3320), 111 GeV	(0.0695, 2180), 92.5 GeV	(0.164, 1600), 74.8 GeV	(0.739, 1090), 50.3 GeV

- CSI $O(N)$ models:

$(\sqrt{\mu_S^2}, N)$	(100 GeV, 1)	(100 GeV, 4)	(100 GeV, 12)	(100 GeV, 60)
m_S	524 GeV	380 GeV	299 GeV	219 GeV
φ_c/T_c, T_c	1.56, 121 GeV	1.89, 106 GeV	2.25, 92.1 GeV	2.89, 71.6 GeV
$(\alpha, \tilde{\beta})$, T_t	(0.0272, 4380), 115 GeV	(0.0552, 3480), 99.5 GeV	(0.111, 3210), 85.7 GeV	(0.334, 4082), 67.2 GeV

Landau pole

- Large scalar couplings at the EW scale

  ➡ Landau pole near the EW scale

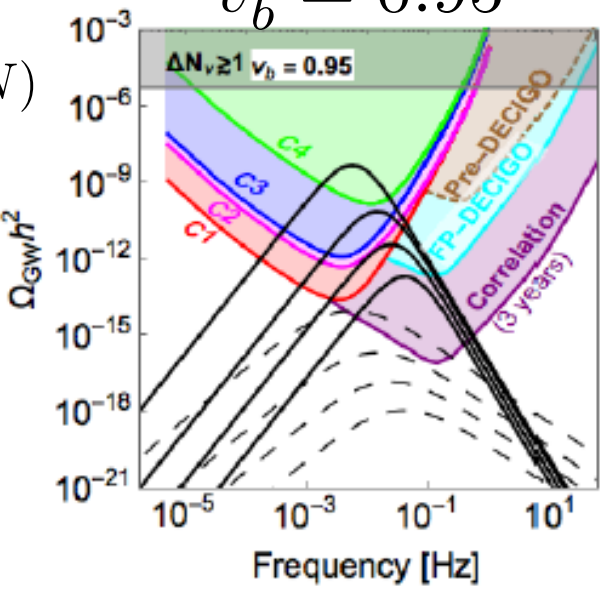
N	1	4	12	60
Q	381 GeV	257 GeV	188 GeV	119 GeV
$\Lambda(\lambda_S = 0)$	5.4 TeV	17 TeV	28 TeV	33 TeV
$\Lambda(\lambda_S = 0.1)$	5.3 TeV	16 TeV	23 TeV	13 TeV
$\Lambda(\lambda_S = 0.2)$	5.2 TeV	15 TeV	19 TeV	5.4 TeV
$\Lambda(\lambda_S = 0.3)$	5.0 TeV	14 TeV	15 TeV	2.7 TeV

[Hashino, MK, Kanemura, Matsui (2016)]

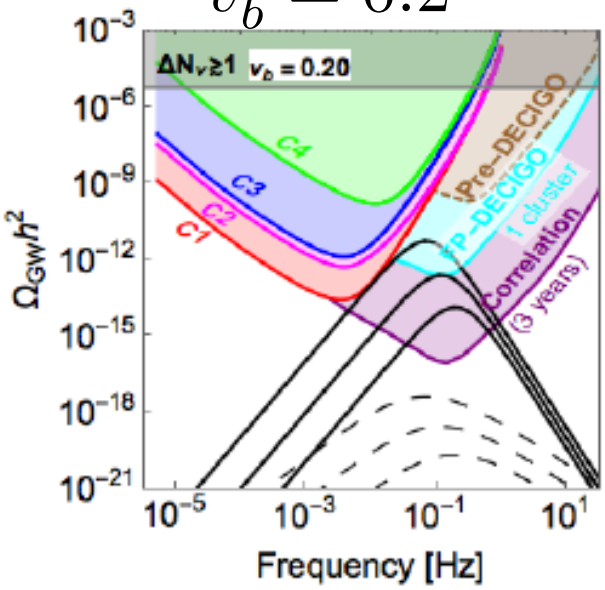
Comparison of GW spectra

- CSI $O(N)$ models

$v_b = 0.95$

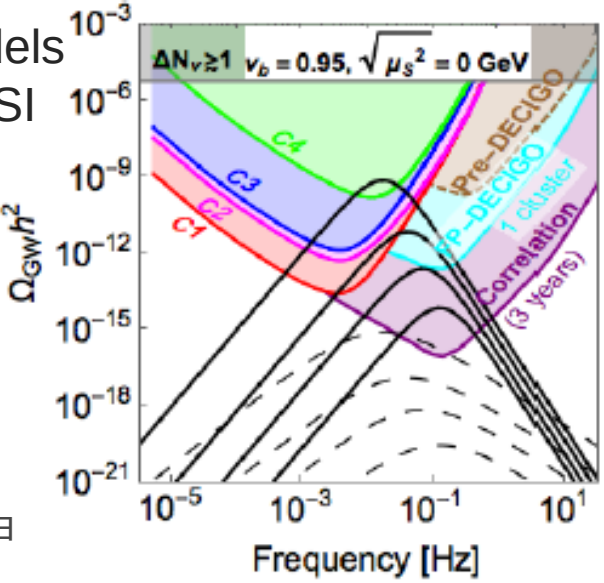


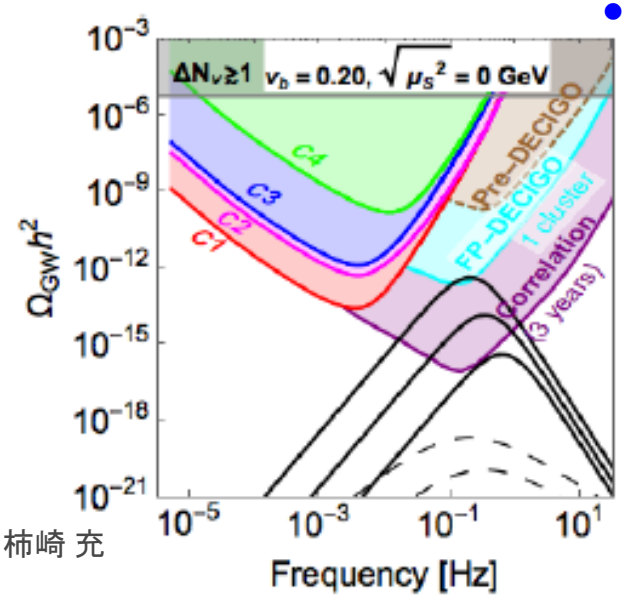
$v_b = 0.2$



[Hashino, MK, Kanemura, Matsui (2016)]

- $O(N)$ models without CSI $\sqrt{\mu_S^2} = 0$





- N.B. subsonic wall velocity is preferred for EWBG but not necessarily

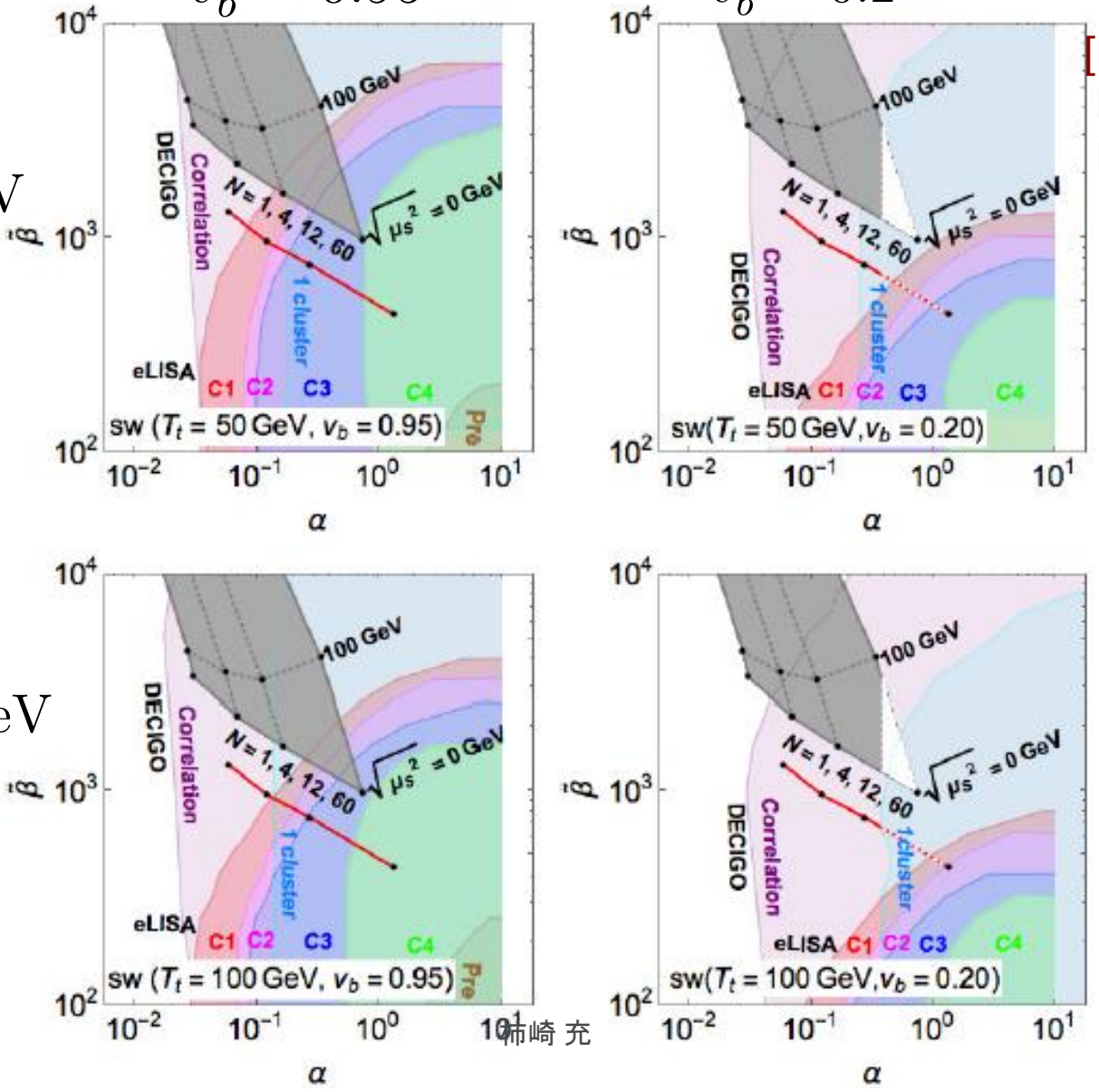
[No (2011)]

Transition temperature and wall velocity dependence of GWs

$v_b = 0.95$ $v_b = 0.2$

$T_t = 50$ GeV

$T_t = 100$ GeV



[Hashino, MK, Kanemura, Matsui (2016)]

GW spectrum for $v_b = 1$

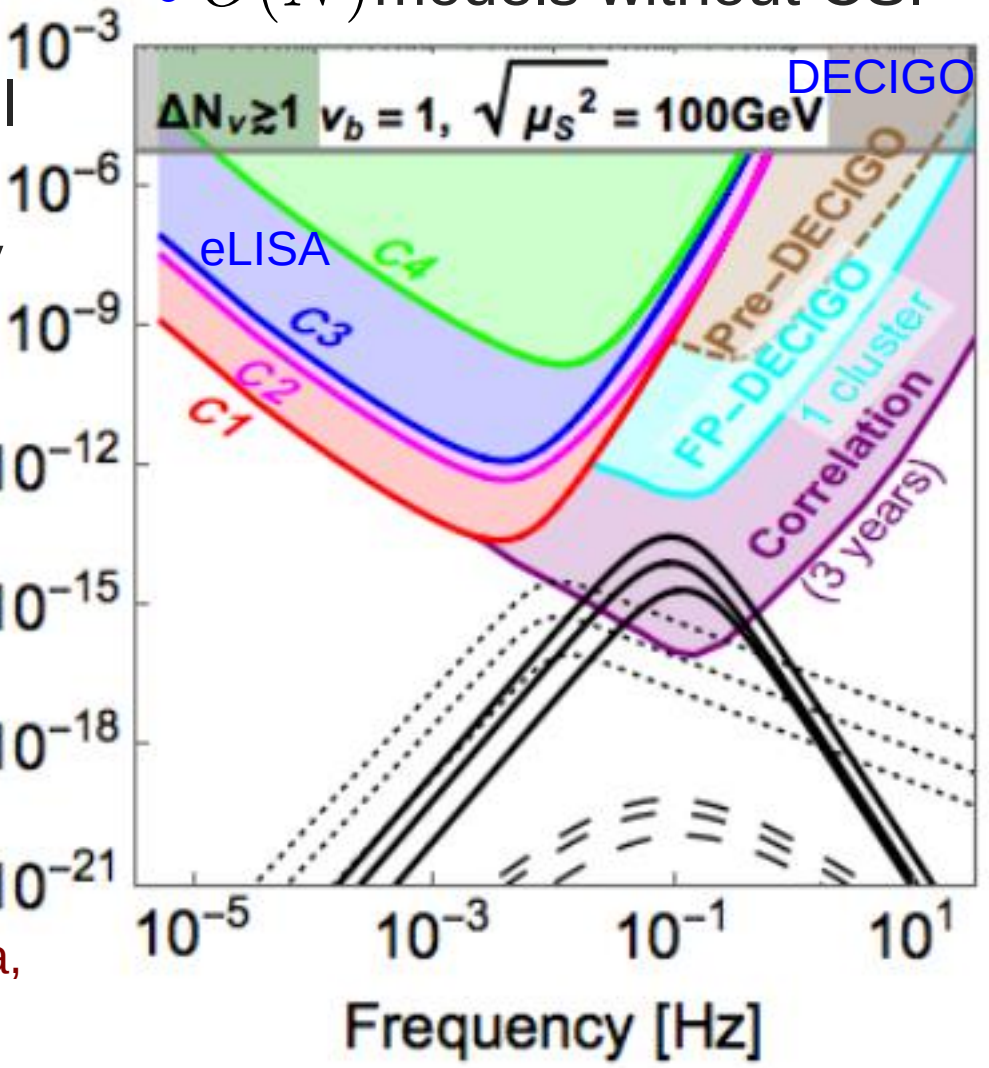
- Case of accelerating wall:
  - For large α, the bubble wall can accelerate without reaching a terminal velocity
- Contribution to GWs:
  - Collision: .....
  - Sound wave: ——
  - MHD Turbulence: – – – –
- Benchmark points:

  $N = 4, 12, 60$

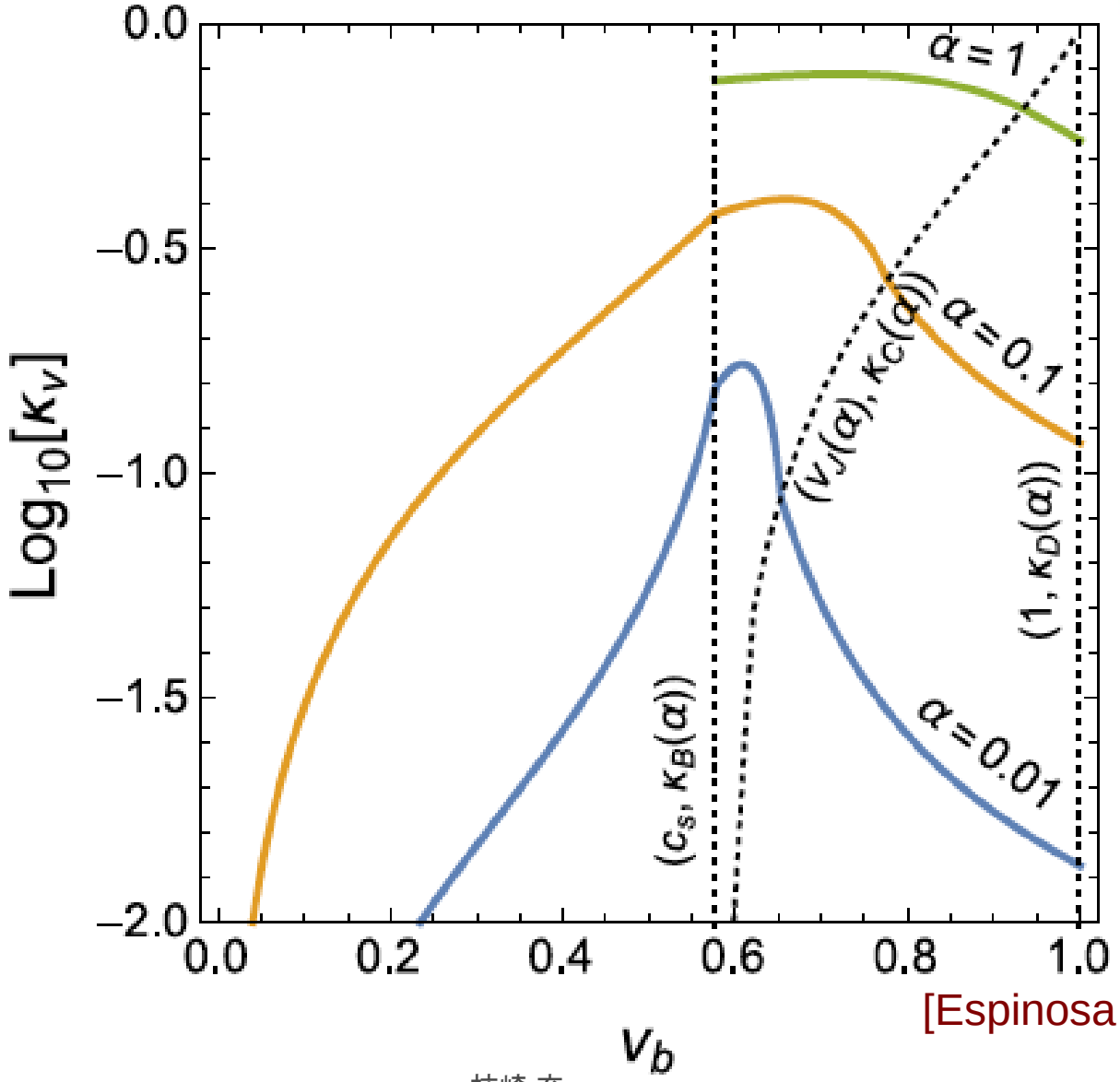
  from the bottom

[Hashino, MK, Kanemura, Matsui (2016)]

- $O(N)$models without CSI



Efficiency factor



[Espinosa et al. (2010)]

LISA design

[Caprini et al (2015)]

Name	C1	C2	C3	C4
Full name	N2A5M5L6	N2A1M5L6	N2A2M5L4	N1A1M2L4
# links	6	6	4	4
Arm length [km]	5M	1M	2M	1M
Duration [years]	5	5	5	2
Noise level	N2	N2	N2	N1

Gravitational waves

Properties of gravitational waves

- GWs propagate at the speed of light
- GWs are transverse to the direction of propagation
- Spin 2
- 2 polarization modes: Plus mode h+ & Cross mode hx

Weak-field approximation:

- Metric close to flat: $g_{\mu\nu}(x) = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x) \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1$

  Linearlized Einstein eq. in vacuum: $\Box h_{\mu\nu} = 0$ Wave eq.!

Interactions of gravitational waves

- Reaction rate: $\Gamma = n s v \qquad n \sim T^3 \qquad s \sim G^2 T^2 = \frac{T^2}{M_{Pl}^4} \qquad v \sim 1$
- Expansion rate of the Universe: $H \sim \frac{T^2}{M_{Pl}}$

$\frac{\Gamma}{H} \sim \frac{T^3}{M_{Pl}^3}$: GWs decouple below the Planck scale M_{Pl}

GWs convey information on the time when produced

Relic gravitational waves

Characteristics of relic gravitational waves

- Isotropic
- Static
- Unpolarized

⇒ Relic GWs are characterized only by frequency

Energy density of relic gravitational waves

$$\rho_{\rm GW} = \frac{1}{32\pi G}\langle \dot{h}_{ij}\dot{h}_{ij}\rangle$$

- Normalized Energy density per unit logarithmic interval of frequency f

$$\Omega_{\rm GW}(f) \equiv \frac{1}{\rho_c}\frac{{\rm d}\rho_{\rm GW}}{{\rm d}\ln f} \qquad \rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$: Critical density

Typical frequency of relic gravitational waves

Gravitational waves produced with frequency f_t, abundance $\Omega^t_{\rm GW}$ are red-shifted due to the expansion of the Universe

- Frequency and energy density scale as $f \propto \frac{1}{a}$ $\quad \rho_{\rm GW} \propto \frac{1}{a^4}$
- Conservation of entropy: $sa^3 =$ const.

a : scale factor

➡ Red-shifted GW relic abundance observed today:

$$\Omega_{\rm GW} h^2 \simeq 1.7 \times 10^{-5} \left(\frac{100}{g^t_*}\right)^{1/3} \Omega^t_{\rm GW}$$

Red-shifted typical frequency observed today:

$$f_0 \simeq 1.7 \times 10^{-5} \left(\frac{g^t_*}{100}\right)^{1/6} \left(\frac{T_t}{100\ {\rm GeV}}\right) \frac{f_t}{H_t}\ {\rm Hz}$$

For typical electroweak phase transition:

$T_t \sim 100$ GeV $\quad f_t/H_t \sim 10^2 - 10^4$ ➡ $f_0 \sim 10^{-3} - 10^{-1}$ Hz

Range for future space-based interferometers

Sketch of first order phase transition

Effective potential at one-loop level:

$$V_{\rm eff}(\varphi) = -\frac{\mu^2}{2}\varphi^2 + \frac{\lambda}{4}\varphi^4 + \sum_i \frac{n_i}{64\pi^2} M_i^4(\varphi)\left(\ln\frac{M_i^2(\varphi)}{Q^2} - \frac{3}{2}\right)$$

Contribution at finite-temperatures:

$$\Delta V_T(\varphi, T) = \frac{T^4}{2\pi^2}\left[\sum_{i=\rm bosons} n_i I_B(a^2) + \sum_{i=\rm fermions} n_i I_F(a^2)\right]$$

$$I_{B/F}(a^2) = \int_0^\infty dx x^2 \ln\left(1 \mp e^{-\sqrt{x^2+a^2}}\right) \quad a^2 = \frac{M^2(\varphi,T)}{T^2}$$

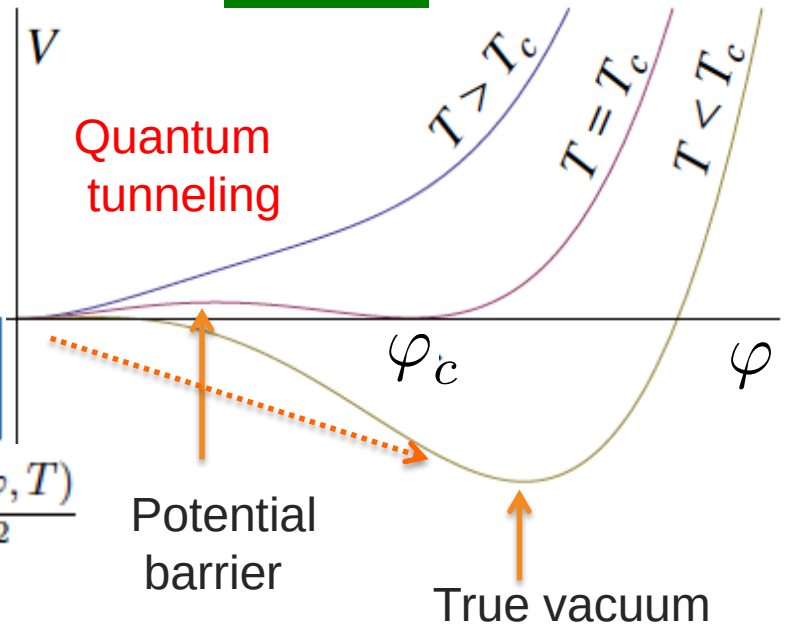
High-temperature expansion:

$$V_{\rm eff}(\varphi, T) \simeq D(T^2 - T_0^2)\varphi^2 - ET\varphi^3 + \frac{\lambda_T}{4}\varphi^4 + \cdots$$

$$I_B(a^2) = -\frac{\pi^4}{45} + \frac{\pi^2}{12}a^2 - \frac{\pi}{6}(a^2)^{3/2} - \frac{a^4}{32}\left(\ln\frac{a^2}{\alpha_B} - 3/2\right) + \mathcal{O}(a^6)$$

$$I_F(a^2) = \frac{7\pi^4}{360} - \frac{\pi^2}{24}a^2 - \frac{a^4}{32}\left(\ln\frac{a^2}{\alpha_F} - 3/2\right) + \mathcal{O}(a^6)$$

1st OPT



$\varphi_c/T_c \propto E$

Bosonic loop contribute to the cubic term

Strongly 1st OPT $(\varphi_c/T_c \gtrsim 1)$ can be achieved by adding bosons

Necessary for successful electroweak baryogenesis

Finding bubble configuration

- Spatial $O(3)$ symmetric bubble action

$$S_3(T) = \int 4\pi r^2 \mathrm{d}r \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}r} \right)^2 + V(\phi, T) \right]$$

- Bounce solution that extremizes $S_3(T)$ is obtained by solving

$$\frac{\mathrm{d}^2\phi}{\mathrm{d}r^2} + \frac{2}{r}\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}r} - \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\phi} = 0 \text{ with boundary conditions } \left.\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}r}\right|_{r=0} = 0\,, \quad \phi|_{r\to\infty} \to 0$$

Thin wall approximation (applicable for small energy difference)

$$S_3 = -\frac{4\pi}{3} R^3 \Delta V_{\text{eff}} + 4\pi R^2 S_1 \qquad S_1 = \int_{\phi_F}^{\phi_T} \mathrm{d}\phi\, (2V)^{1/2}$$

R :Bubble size

Volume energy Surface tension

$$R = \frac{2S_1}{\Delta V_{\text{eff}}} \qquad S_3 = \frac{16\pi S_1^3}{3(\Delta V_{\text{eff}})^2}$$

In general

Numerical computation is necessary for finding the solution (e.g. Overshooting-undershooting method)

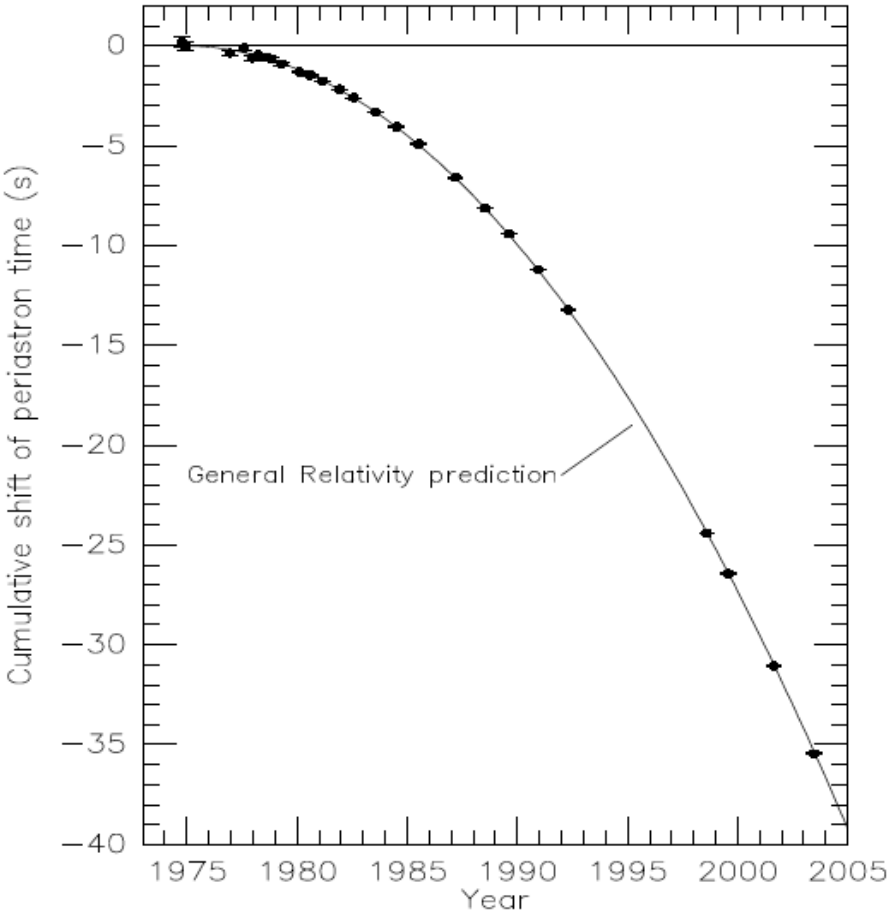
Indirect detection of gravitational waves

- Effects of gravitational waves have been observed

- In 1976, Hulse and Taylor discovered the binary pulsar (neutron star) PSR 1913+16

- The orbit is contracting due to the emission of gravitations waves

➡ 1993 Nobel prize



[Taylor,Weisberg(2004)]