

Aceleradores de partículas

REYES ALEMANY

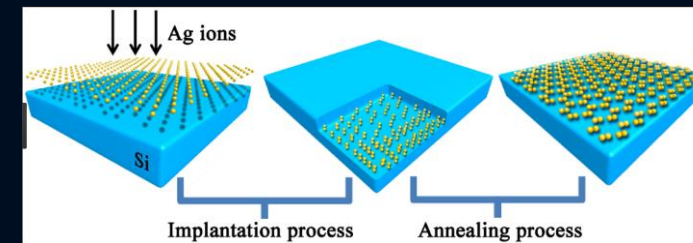
SPANISH LANGUAGE TEACHER PROGRAMME, JULIO 2018

Aceleradores de partículas

- Para qué sirven?
- Cómo se pueden observar partículas muy muy pequeñas?
- Construyamos juntos un acelerador
- Los aceleradores del CERN

Para qué sirven?

- 30000 aceleradores se usan hoy en día en el mundo:
 - 44% radioterapia
 - 41% implantación de iones
 - 9% aplicaciones industriales
 - 4% investigación en baja energía
 - 1% producción de isótopos médicos
 - <1% investigación fundamental



Spanish teacher program, Reyes Alemany Fernandez

© Mark Garlick/Science Photo Library/Corbis

Standard Model of FUNDAMENTAL PARTICLES AND INTERACTIONS

The Standard Model is a quantum theory that summarizes our current knowledge of the physics of fundamental particles and fundamental interactions. Interactions are manifested by forces and by decay rates of unstable particles.

FERMIONS

spin = 1/2, 3/2, 5/2, ...

Leptons spin = 1/2				Quarks spin = 1/2			
Flavor	Mass GeV/c ²	Electric charge	Spin	Flavor	Approx. Mass GeV/c ²	Electric charge	Spin
ν_e electron	0	0	1/2	u up	0.002	2/3	1/2
e^- electron	0.000511	-1	1/2	d down	0.005	-1/3	1/2
ν_μ muon	0.106	-1	1/2	s strange	0.1	-1/3	1/2
μ^- muon	1.06	-1	1/2	c charm	1.3	2/3	1/2
ν_τ tau	1.777	-1	1/2	b bottom	4.2	-1/3	1/2
τ^- tau	1.777	-1	1/2				

BOSONS

spin = 0, 1, 2, ...

Unified Electroweak spin = 1				Strong (color) spin = 1			
Name	Mass GeV/c ²	Electric charge	Spin	Name	Mass GeV/c ²	Electric charge	Spin
γ photon	0	0	1	g gluon	0	0	1
W^\pm	80.39	-1	1				
Z^0	91.188	0	1				

Structure within the Atom

Properties of the Interactions

Property	Gravitational Interaction	Weak Interaction (Electroweak)	Electromagnetic Interaction	Strong Interaction
Acts on	Mass + Energy	Flavor	Electric Charge	Color Charge
Particles exchanging	All	Quarks, Leptons	Electrically Charged	Quarks, Gluons
Particles mediating	Graviton (not observed)	W^\pm, Z^0	γ	Gluons
Strength at $d = 10^{-16}$ m	10^{-41}	0.8	1	25
Strength at $d = 10^{-10}$ m	10^{-41}	10^{-4}	1	80

Unsolved Mysteries

Universe Accelerating?

The expansion of the universe appears to be accelerating. Is this due to Einstein's Cosmological Constant? Or, not, and something new? A new form of matter or even extra (hidden) dimensions of space?

Why No Antimatter?

Matter and antimatter were created in the Big Bang. Why do we now see only matter except for the tiny amounts of antimatter that we make in the lab and observe in cosmic rays?

Dark Matter?

Invisible forms of matter make up much of the mass observed in galaxies and clusters of galaxies. Does the dark matter consist of new types of particles that interact only weakly with ordinary matter?

Origin of Mass?

In the Standard Model, for fundamental particles to have mass, there must be a particle called the Higgs boson. Will it be discovered? Or, not, and something new? Or, not, and something new? Or, not, and something new? Or, not, and something new?

Visit the award-winning web feature [ParticleAdventure.org](http://www.ParticleAdventure.org) for more information on the Standard Model of particle physics. This project is supported by the U.S. Department of Energy, U.S. National Science Foundation, Lawrence Berkeley National Laboratory, and the University of California, Berkeley. CPEWeb.org

El mundo microscópico → los átomos

- En una playa típica hay decenas de miles de millones de millones de granos de arena
- Pero ... en un sólo grano de arena hay tantos átomos como en la playa granos de arena



El mundo microscópico → los constituyentes de los átomos

- El núcleo del átomo tiene el 99% de toda la masa del átomo
- Si el átomo fuese tan grande como el estadio de Francia
- ... el núcleo sería del tamaño de una pelota



Cómo podemos observar estructuras tan pequeñas?

Agregado de moléculas:
células/bacterias

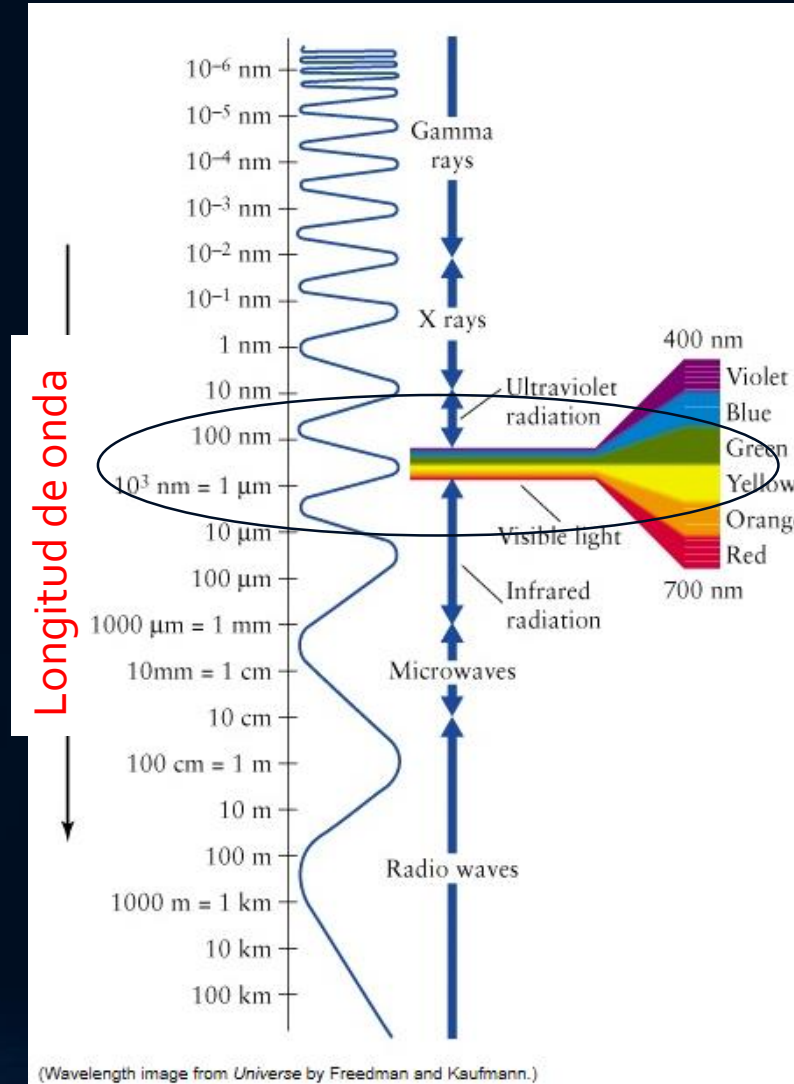


Tamaño = $10^{-5} - 10^{-7}$ m

→ 10 micro – 100 nano

$$E = \frac{hc}{\lambda\beta} \rightarrow 0.1 \text{ eV} - 10 \text{ eV}$$

Spanish teacher program, Reyes Alemany Fernandez

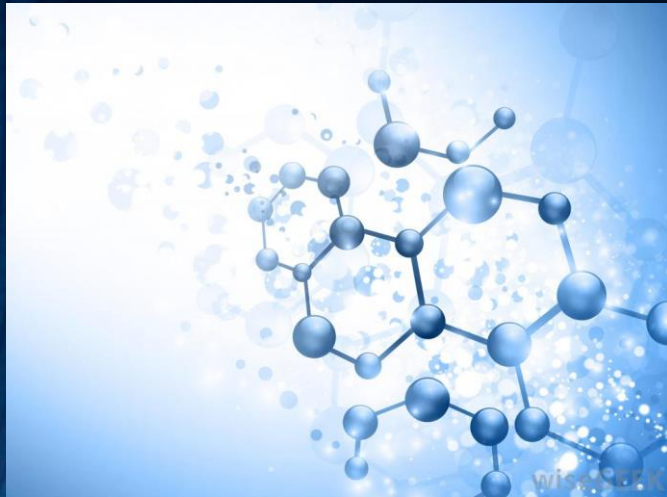


Optical microscope



Cómo podemos observar estructuras tan pequeñas?

Agregados de átomos: moléculas

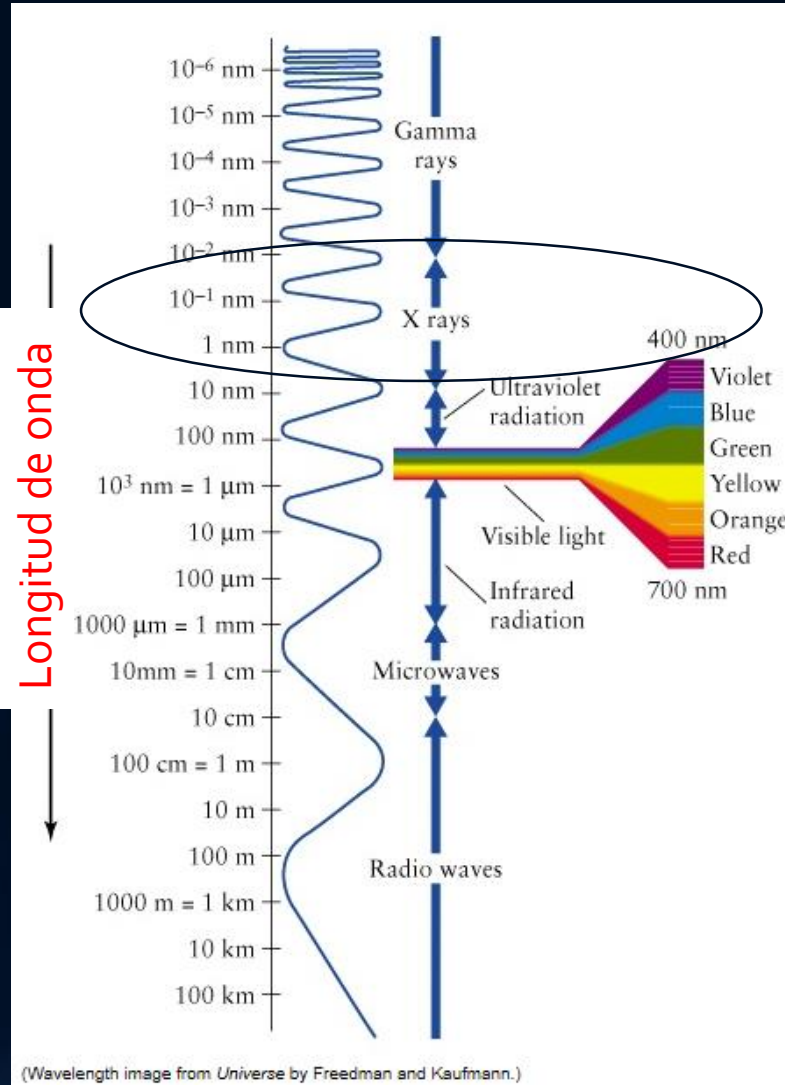


Tamaño = 10^{-9} m →

1 nano

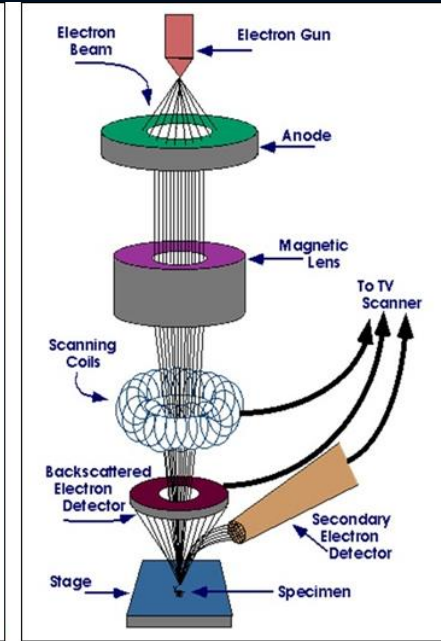
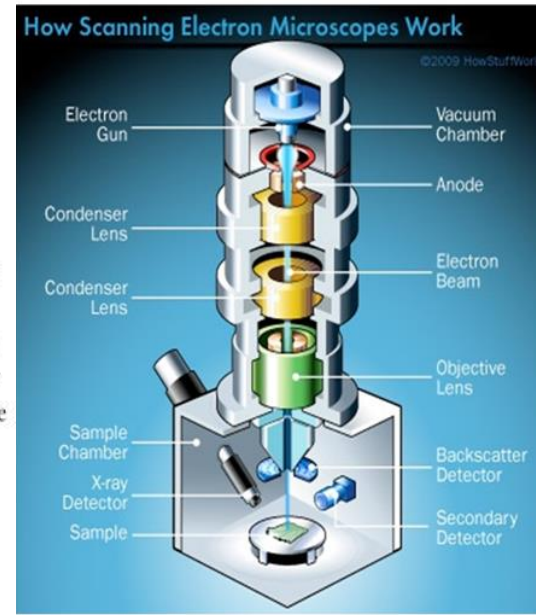
$$E = \frac{hc}{\lambda\beta} \rightarrow 1 \text{ keV}$$

Spanish teacher program, Reyes Alemany Fernandez



(Wavelength image from Universe by Freedman and Kaufmann.)

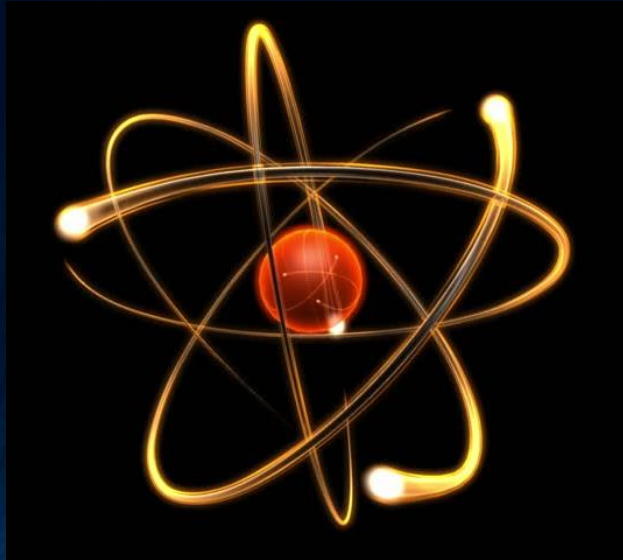
Microscopio Electrónico



Esto es un acelerador!!

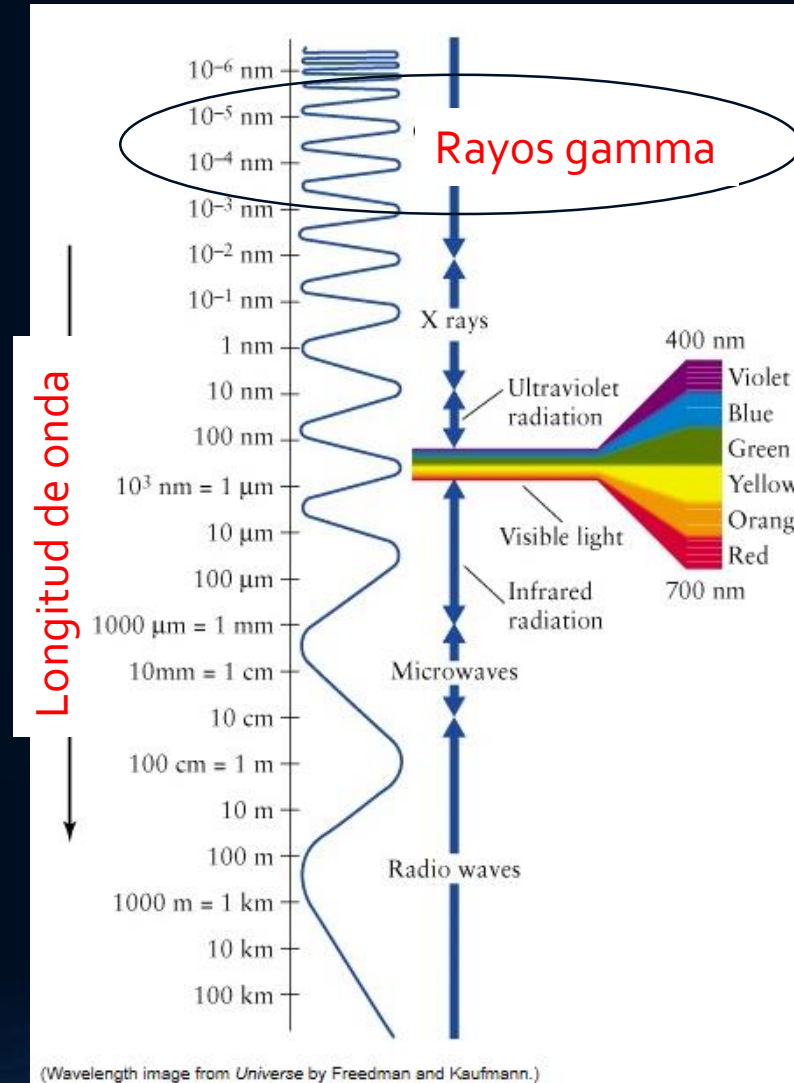
Cómo podemos observar estructuras tan pequeñas?

Átomos: núcleo + electrones

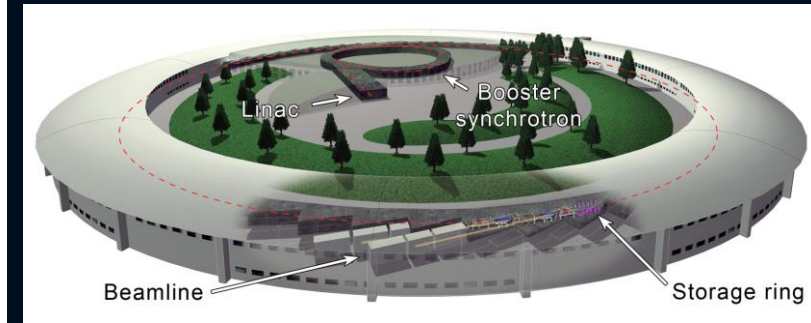


Size = 10^{-10} m \rightarrow 0.1 nano

$$E = \frac{hc}{\lambda\beta} \rightarrow 10 \text{ keV}$$



(Wavelength image from Universe by Freedman and Kaufmann.)



Synchrotron radiation facility

Cómo podemos observar estructuras tan pequeñas?

	Size (m)	Size	Beam energy	Instrument
Aggregate of molecules: cell/bacteria	10^{-5}	10 micro meter	0.1 eV	Optical microscope
	10^{-7}	100 nano meter	10 eV	
Aggregate of atoms: molecules	10^{-9}	1 nano meter	1 keV	Electron microscope
Atoms: nucleus+electrons	10^{-10}	0.1 nano meter	10 keV	Synchrotron radiation
Nucleus (Oxygen: 8p+8n)	10^{-14}	0.01 pico meter	>100 MeV	Low energy e- or p+ accelerator
Aggregate of quarks: hadrons	10^{-15}	1 femto meter	> 1 GeV	High energy p+ accelerator
Quarks+leptons	10^{-18}	1 atto meter	> 1 TeV	High energy e- or p+ collider

LHC 27 km circumference
7 TeV beam energy

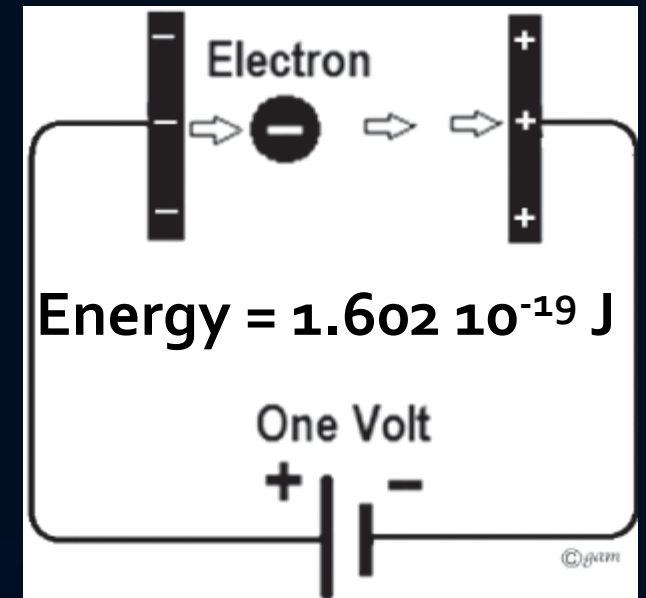


Un pequeño paréntesis: unidades de energía

- En física, energía se mide usualmente en Julios (J)
 - 1 Julio** = energía gastada (o trabajo producido) al ejercer una fuerza de un Newton a lo largo de un metro de distancia (SI)
- Julios no son convenientes cuando tratamos con haces de partículas porque la energía es muy pequeña
- Es por esto que una nueva unidad de energía se inventó → **eV**
= energía cinética ganada por una partícula elemental de carga $1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ cuando atraviesa un potencial de 1 Voltio
- $1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV}$, $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$, $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$, $1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$

Energía = es la capacidad que tiene un sistema de producir trabajo

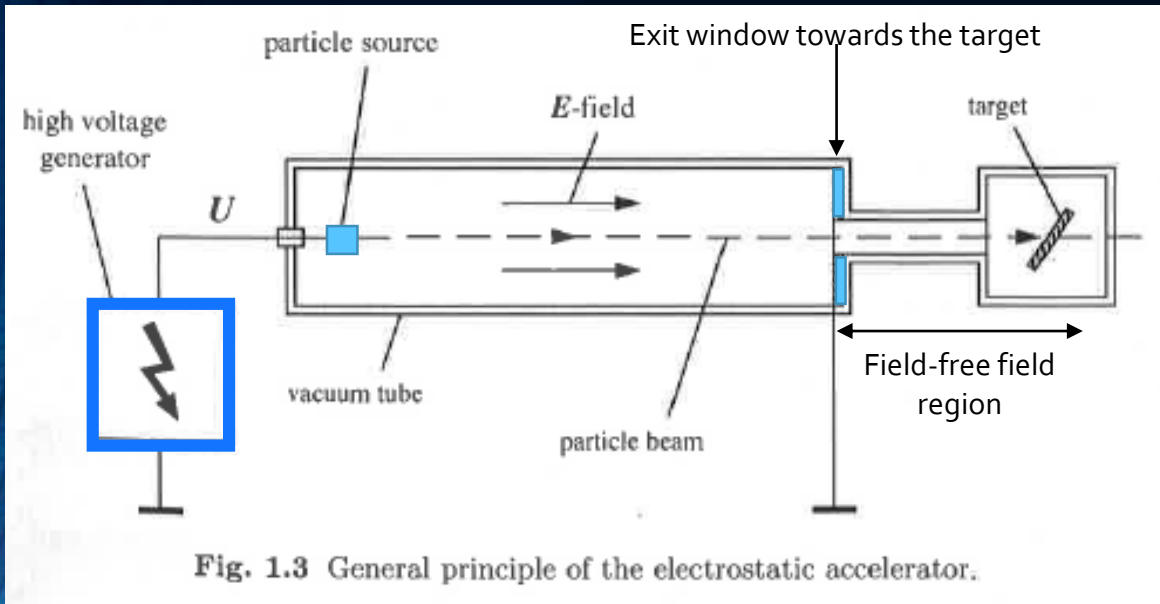
$$W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$



Cómo podemos acelerar partículas cargadas?



- El acelerador más simple usa un campo eléctrico constante (acelerador DC) entre dos electrodos producido por un generador de voltaje.



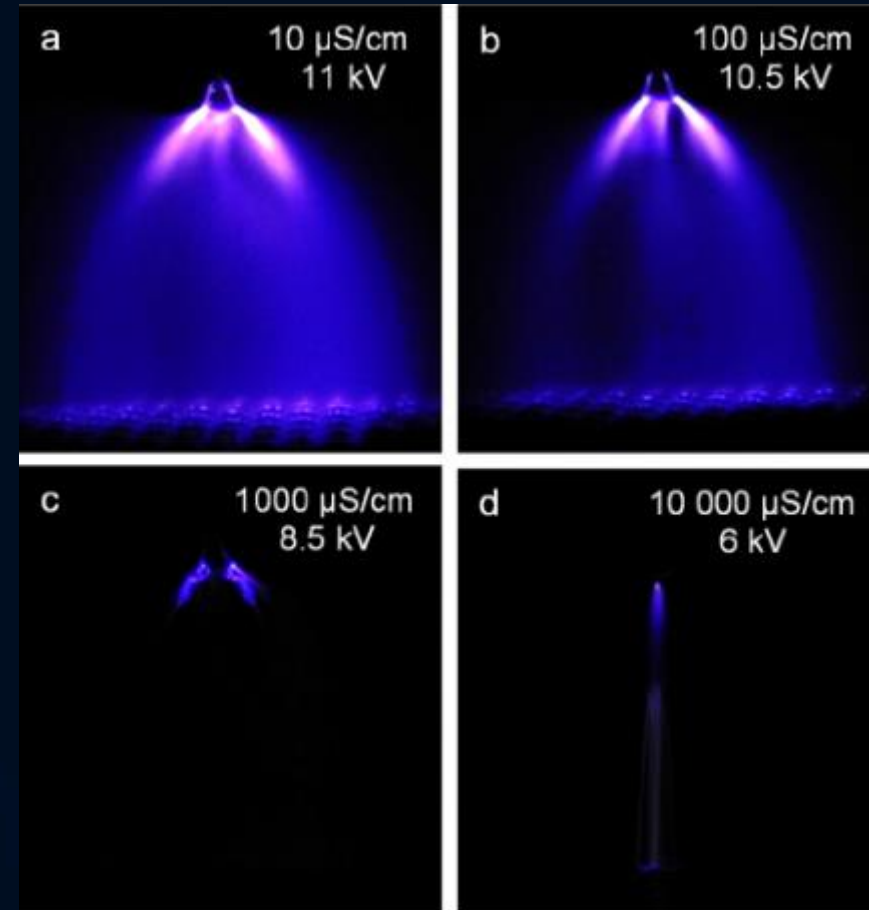
- Uno de los electrodos contiene la fuente de partículas
- E.g. si se trata de haces de electrones la fuente es un cátodo termoiónico (usado muy frecuentemente en tecnología de vacío)
- En la región aceleradora hay un buen vacío para evitar las colisiones con el gas residual

- La energía alcanzada es limitada
- Depende del voltaje máximo que puede proporcionar el generador

Cómo podemos acelerar partículas cargadas?

Cuál es la energía límite que se puede alcanzar en un acelerador de voltaje electrostático?

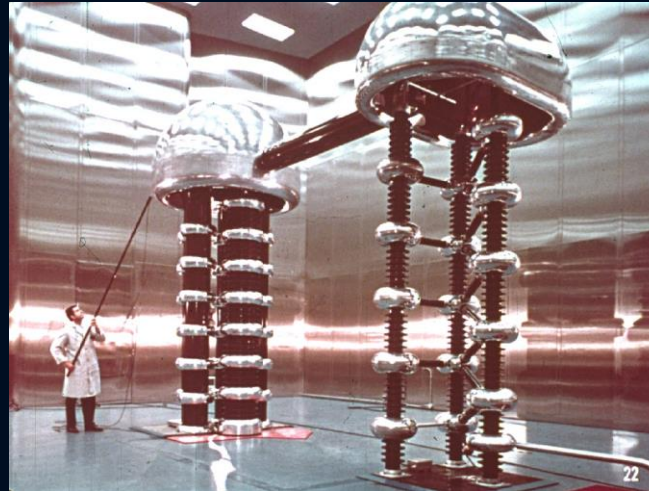
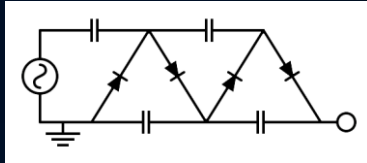
➤ Formación del fenómeno corona



HV de ~ MegaVoltios → energía de las partículas ~ pocos MeV

Ejemplos de aceleradores electrostáticos

➤ Cockroft-Walton (1030's)

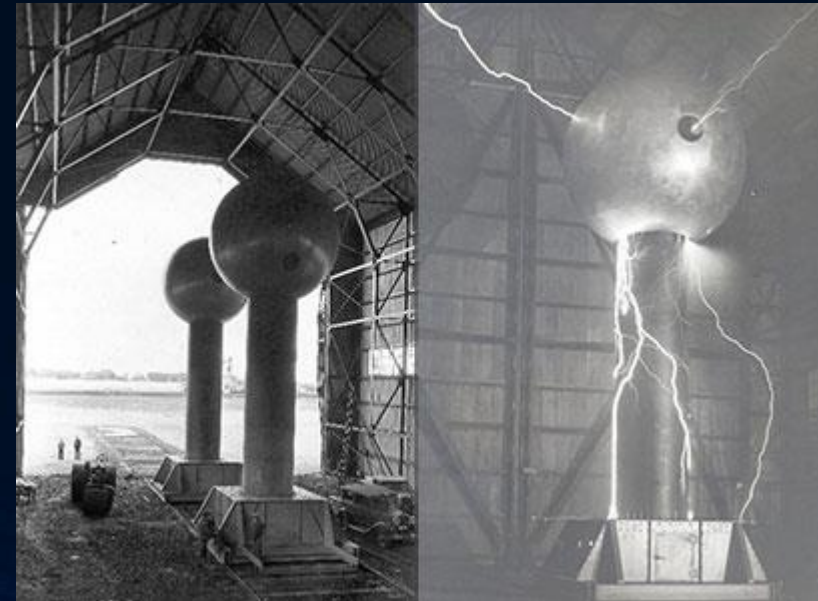
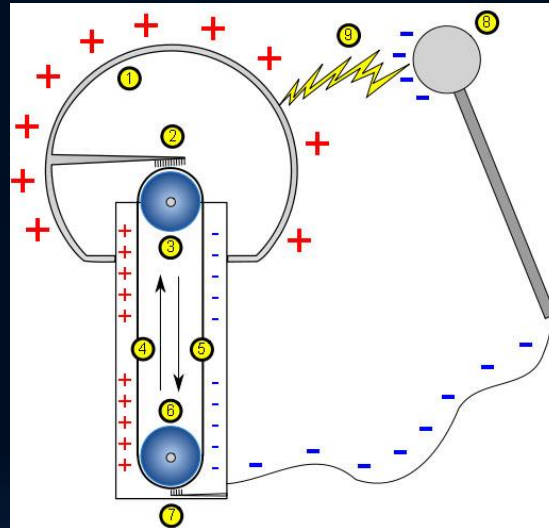


Usado en el CERN hasta los años 70, aceleraba protones hasta 750 keV

HV ~ 4 MV

➤ Van de Graaff (1030's)

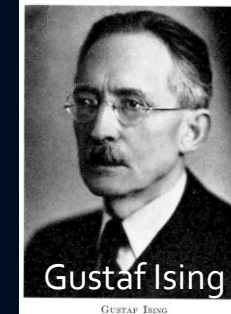
HV ~ 2 MV – 10 MV



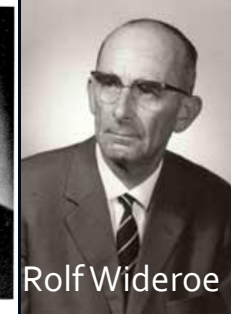
Como podríamos evitar el fenómeno de la corona y acelerar mas allá de unos pocos MeV?



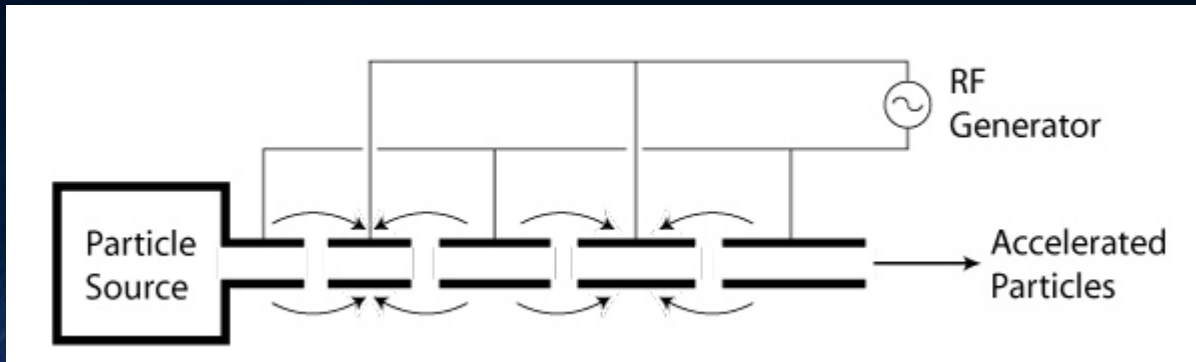
- Ising 1925 → **voltaje alterno!!** → **aceleradores AC**
- Wideroe 1928 → primera prueba exitosa de acelerador AC



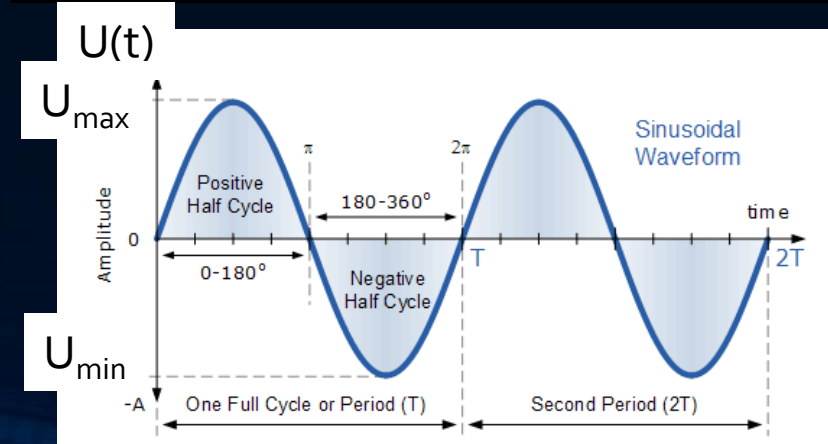
Gustaf Ising



Rolf Wideroe



Generador de voltaje RF: $U(t) = U_{max} \sin \omega t$



Aceleradores lineales AC

➤ Generador de voltaje RF: $U(t) = U_{max} \sin \omega t$

➤ Energía alcanzada por la partícula cuando cruza el campo acelerador entre s_1 y s_2 :

$$W = \Delta Energy = \int_{s_1}^{s_2} \mathbf{F} ds \quad \rightarrow \quad F_{electric} = qE_{electric}$$

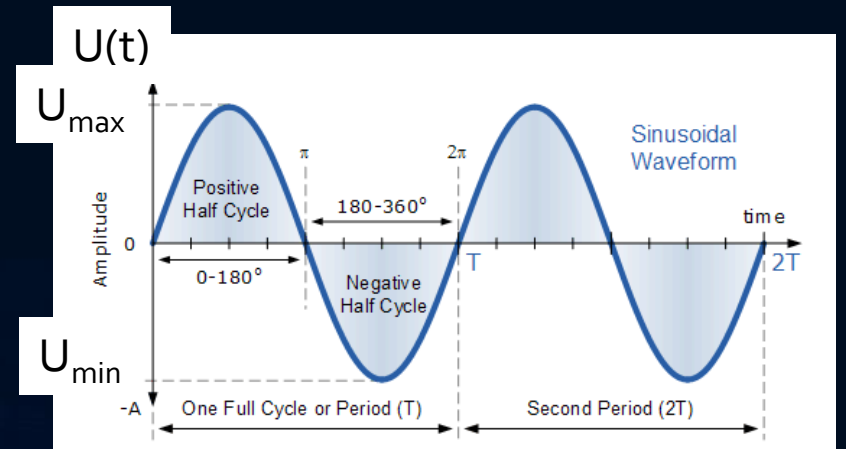
$$W = \Delta Energy = \int_{s_1}^{s_2} qE_{electric} ds$$

- $E_{electric}$ es cte entre s_1 y s_2 cuando la particular cruza el campo, por lo tanto, q and $E_{electric}$ salen fuera de la integral
- Únicamente nos queda integrar ente s_1 y $s_2 \rightarrow s_2 - s_1 = \Delta s$

$$W = \Delta Energy = qE_{electric} \Delta s = U$$

$$W = \Delta Energy = qU = qU_{max} \sin \varphi_0$$

Average phase of the RF voltage the particle sees as it crosses the gap



Aceleradores lineales AC

- Si en lugar de una zona aceleradora ponemos varias en serie, la energía al pasar por la zona i -ésima:

$$W = \Delta Energy = iqU = iqU_{max} \sin \varphi_0$$

- La ganancia en energía es proporcional al número de zonas aceleradoras que atraviesa la partícula
- Sin embargo, el máximo voltaje necesario en el sistema nunca es mayor que U_{max}
- En el CERN los primeros aceleradores en la cadena son lineales: LINAC₂, LINAC₃, LINAC₄

No corona discharge



Spanish teacher program, Reyes Alemany Fernandez



Cual es la energía limite en los aceleradores lineales?

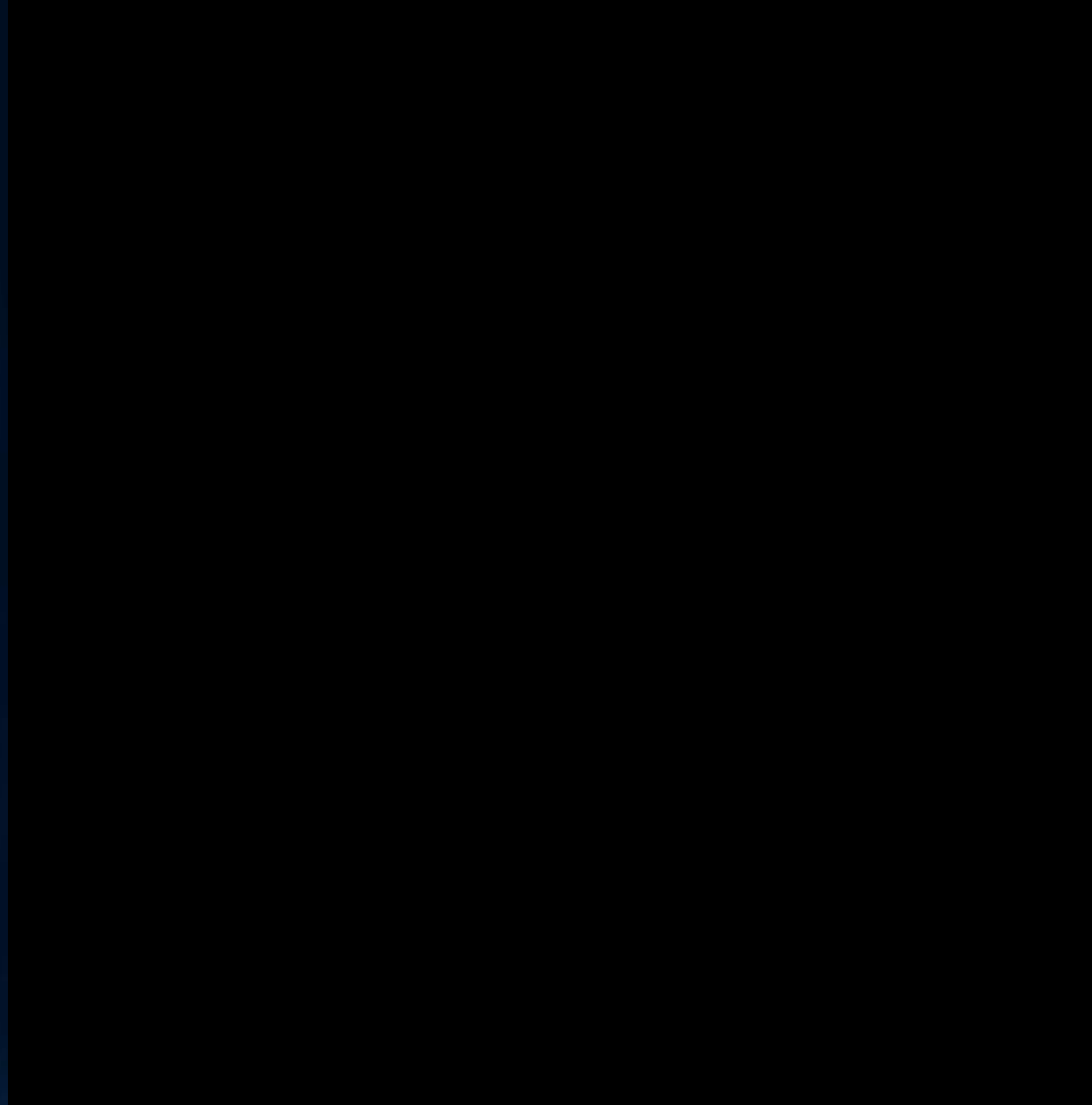


radiofrequency (RF) structures and a two-beam concept to produce accelerating fields as high as 100 MV per meter to reach a nominal total energy of 3 TeV

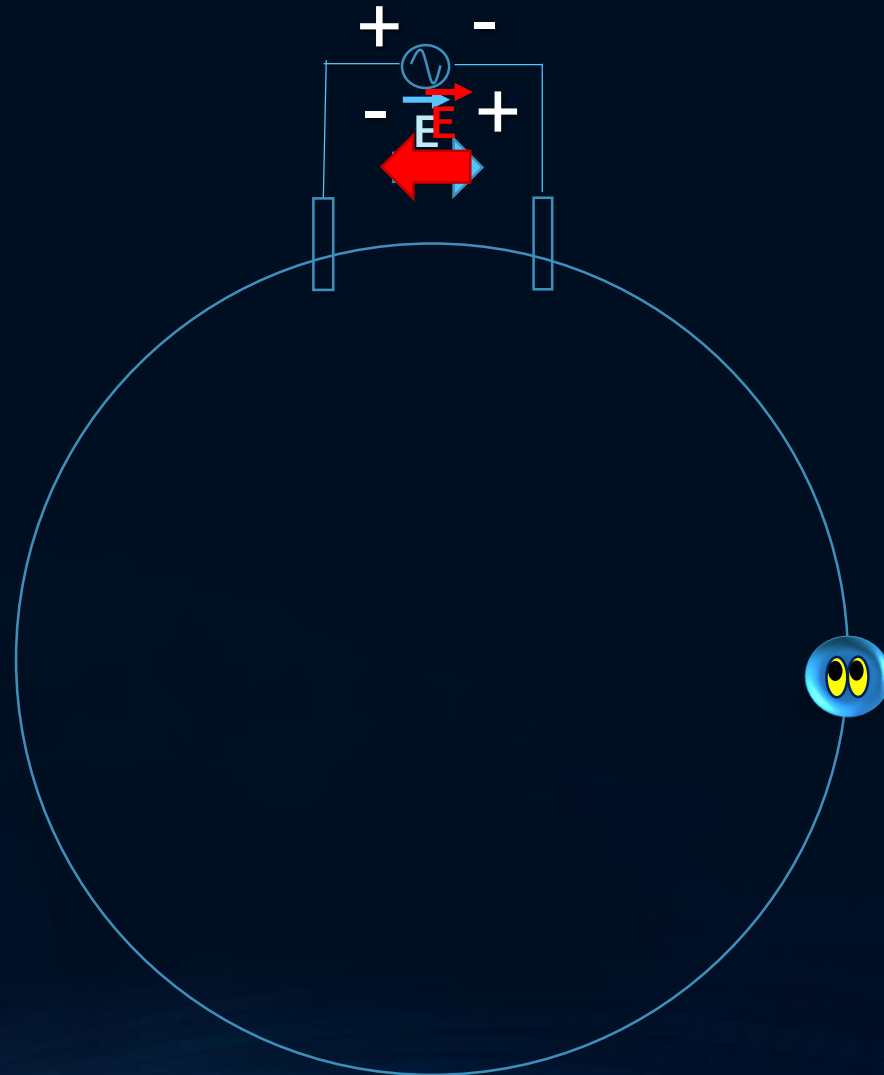
←—————→
≈ 50 km

Tamaño y precio son el problema de los aceleradores lineales cuando crecen con la energía

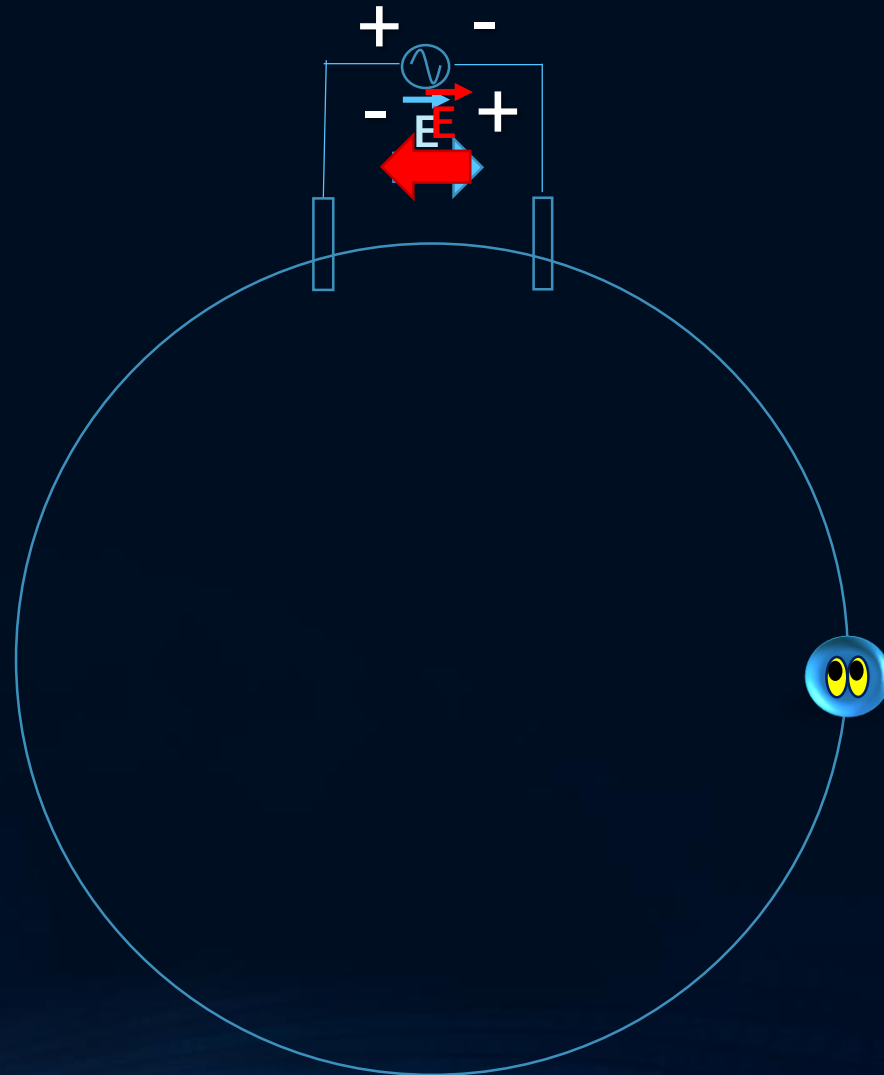
Cómo podemos incrementar la energía de las partículas sin incrementar cada vez el tamaño del acelerador?



Cómo podemos incrementar la energía de las partículas sin incrementar cada vez el tamaño del acelerador?

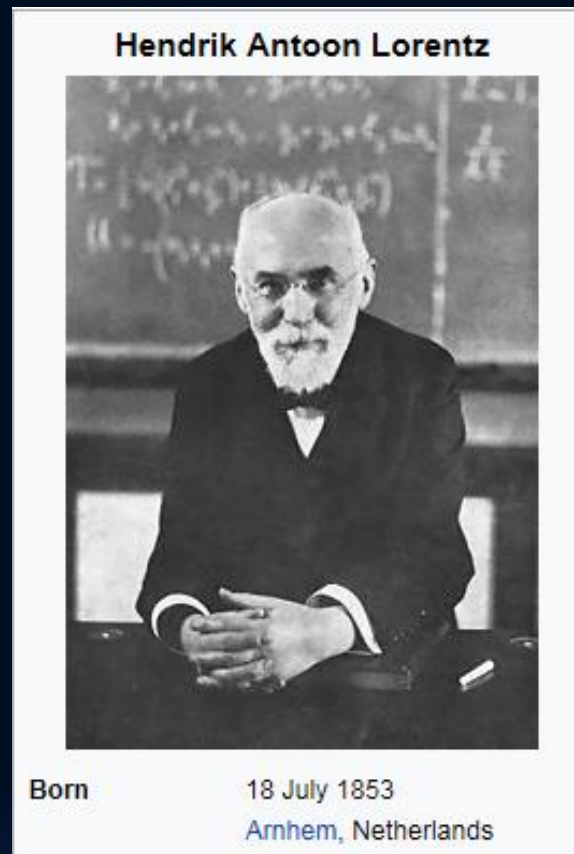


Cómo podemos incrementar la energía de las partículas sin incrementar cada vez el tamaño del acelerador?



Y cómo podemos mantener las partículas cargadas dando vueltas en círculos?

Preguntemos a Dr. Lorentz



Y cómo podemos mantener las partículas cargadas dando vueltas en círculos?



➤ Necesitamos un campo magnético

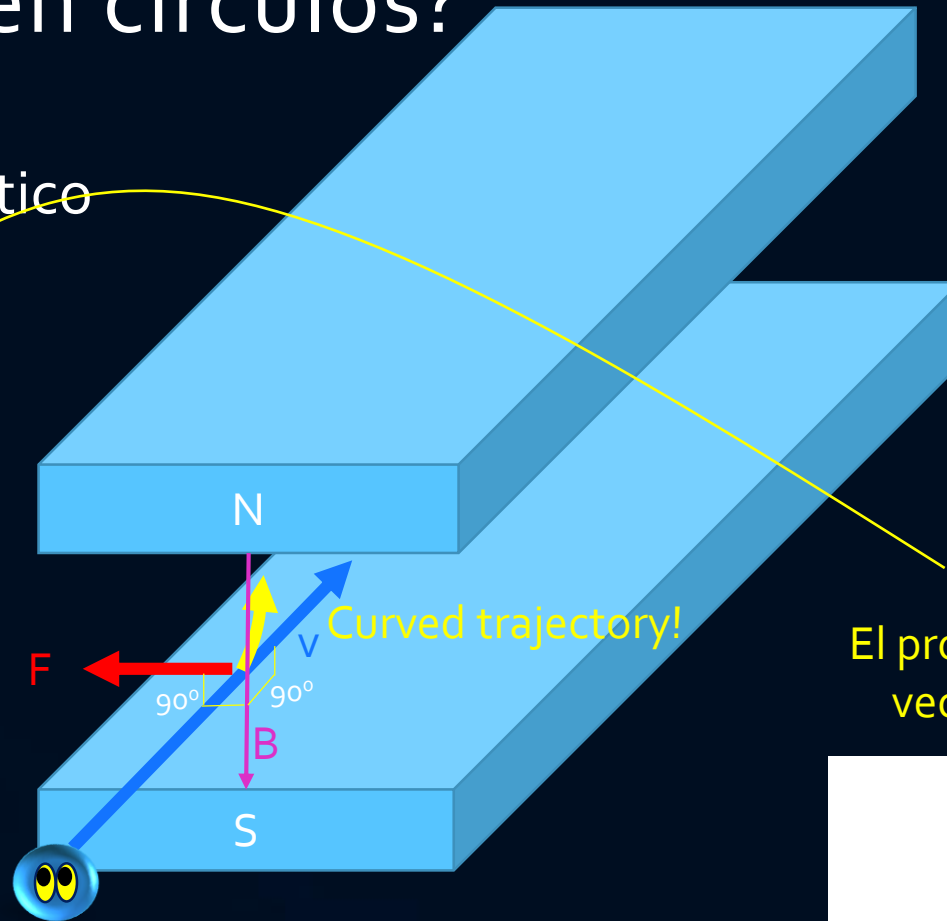
Fuerza de LORENTZ

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} + q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

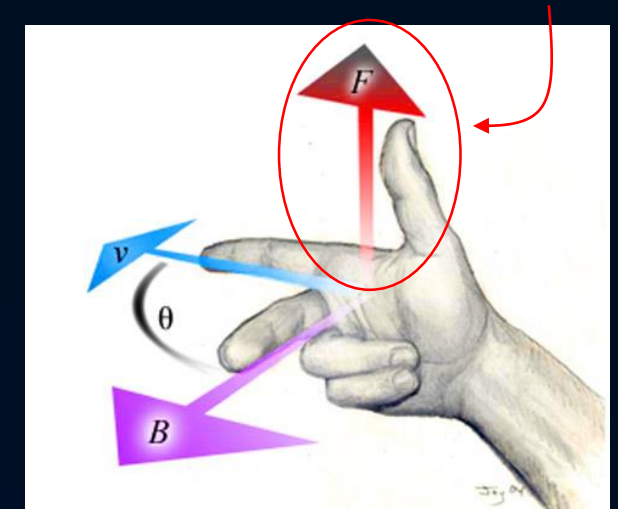
Si hay un campo eléctrico presente

Si hay un campo magnético presente

q : particle charge



El producto cruzado de dos vectores es otro vector



Antes de continuar debemos comprender qué es la rigidez de un haz

- Cual es la condición para tener una órbita circular en presencia de un campo magnético uniforme?

Fuerza de Lorentz = Fuerza centrífuga

$$F_{Lorentz} = q \cdot v \cdot B = F_{centrifugal} = \frac{m \cdot v^2}{\rho}$$

ρ : radio de curvatura
m: masa partícula
v: velocidad partícula

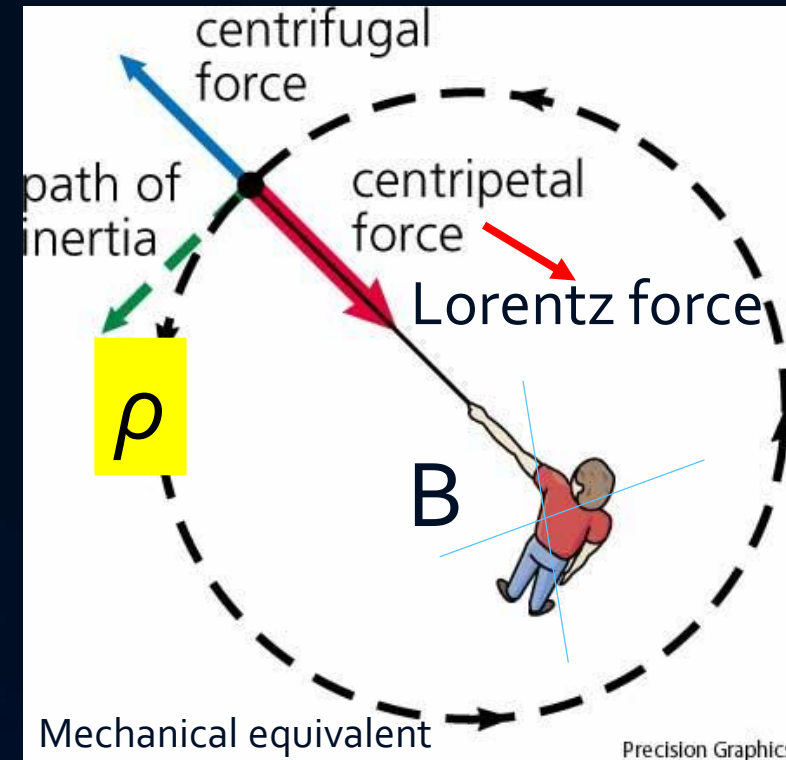
$$q \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{\rho}$$

$$p = m \cdot v$$

Particle momentum

$$B\rho = \frac{p}{q}$$

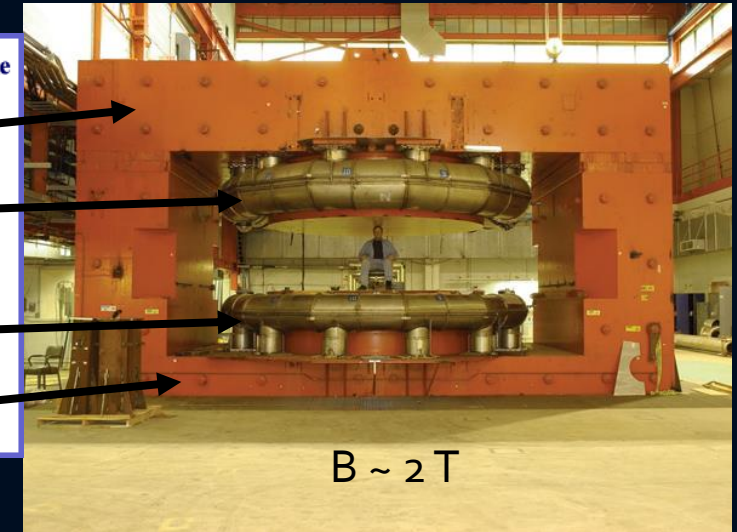
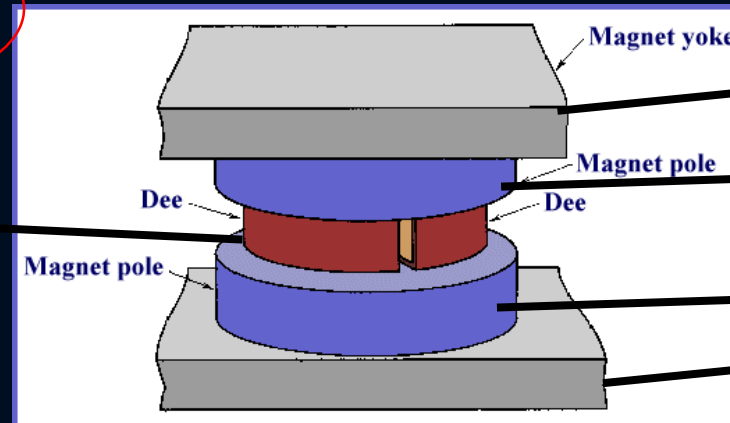
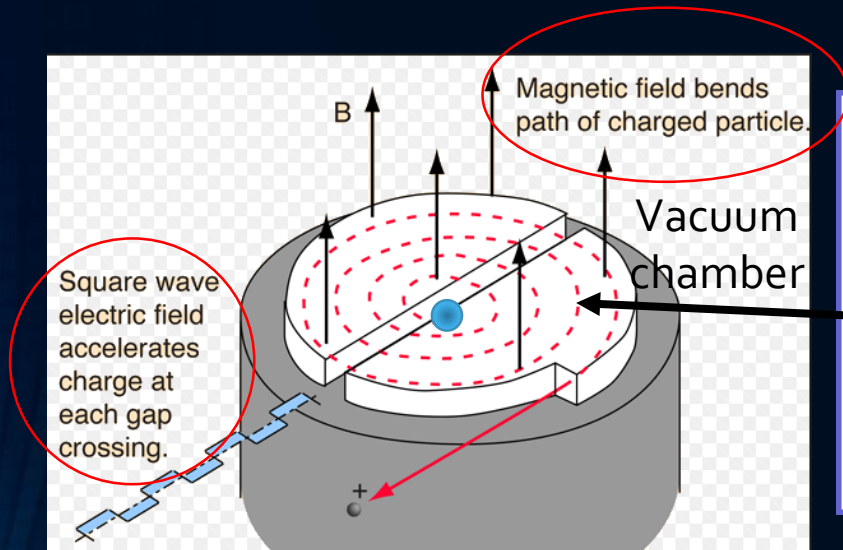
Formula de la rigidez del haz



Construyamos nuestro primer acelerador circular, ¿qué necesitamos?

- Necesitamos un campo magnético perpendicular a la trayectoria de las partículas para curvarlas
- Necesitamos un campo eléctrico para dar energía a las partículas

Nuestro primer acelerador circular → ciclotrón



$$\rho = \frac{p}{qB}$$

Si B es constante y uniforme → ρ incrementa conforme el momento de la particular incrementa (debido a el campo eléctrico)



E. O. Lawrence

El primer acelerador circular fue desarrollado por E. O. Lawrence en Univ. California en 1930. En 1932 Lawrence y Livingston construyeron el primer ciclotrón con 1.2 MeV de energía

La cámara de vacío tiene que ser suficientemente grande como para acomodar toda la trayectoria espiral de la particular, desde la Fuente hasta la extracción

Lo estamos haciendo muy bien, pero con ciclotrones no podemos llegar a energías de GeV o más, ¿qué es lo que podemos hacer?

	Size (m)	Size	Beam energy	Instrument
Aggregate of molecules: cell/bacteria	10^{-5}	10 micro meter	0.1 eV	Optical microscope
	10^{-7}	100 nano meter	10 eV	
Aggregate of atoms: molecules	10^{-9}	1 nano meter	1 keV	Electron microscope
Atoms: nucleus+electrons	10^{-10}	0.1 nano meter	10 keV	Synchrotron radiation
Nucleus (Oxygen: 8p+8n)	10^{-14}	0.01 pico meter	>100 MeV	Low energy e- or p+ accelerator
Aggregate of quarks: hadrons	10^{-15}	1 femto meter	> 1 GeV	High energy p+ accelerator
Quarks+leptons	10^{-18}	1 atto meter	> 1 TeV	High energy e- or p+ collider

Cual es la limitación de un ciclotrón?



- Si B es constante y uniforme \rightarrow ρ aumenta con la energía de la partícula \rightarrow obtenemos una orbita espiral \rightarrow ciclotrón

$$\rho = \frac{p}{qB}$$

- Podemos incrementar B , pero hay un limite tecnológico al valor de B
 - Al fina de cuentas la espiral se hace mas y mas grande \rightarrow el tamaño y el coste del ciclotrón aumenta !

TRIUMF ciclotrón, Canadá
 $C \sim 57$ m, energía final 520 MeV,
ions travel 45 km

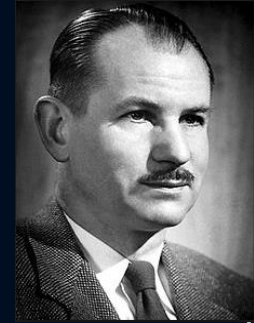


La pregunta clave es por tanto: cómo podemos mantener el radio del acelerador constante, pero aumentar la energía?

Synchrotrons



- Si B aumenta síncronamente con el momento de la partícula tal que el cociente p/B permanece constante, entonces el radio es CONSTANTE
- El principio de los sincrotrones fue desarrollado casi simultáneamente por E. M. McMillan (California University) & V. Veksler (Soviet Union) en 1945
- 1949: Cosmotron @BNL → proton synchrotron of 3.3 GeV, $C \sim 57$ m
- 2008: LHC → proton synchrotron of 7000 GeV, $C = 27$ km



E. M. McMillan



V. Veksler



- There is a technical limit to the value of B , ~ 1.5 Tesla for normal conducting magnets and ~ 8 Tesla for superconducting magnets

Construyamos un sincrotrón!

- B incrementa sincronamente con el momento de la partícula (p), que incrementa debido al campo acelerador → p/B permanece cte → el radio del acelerador es cte



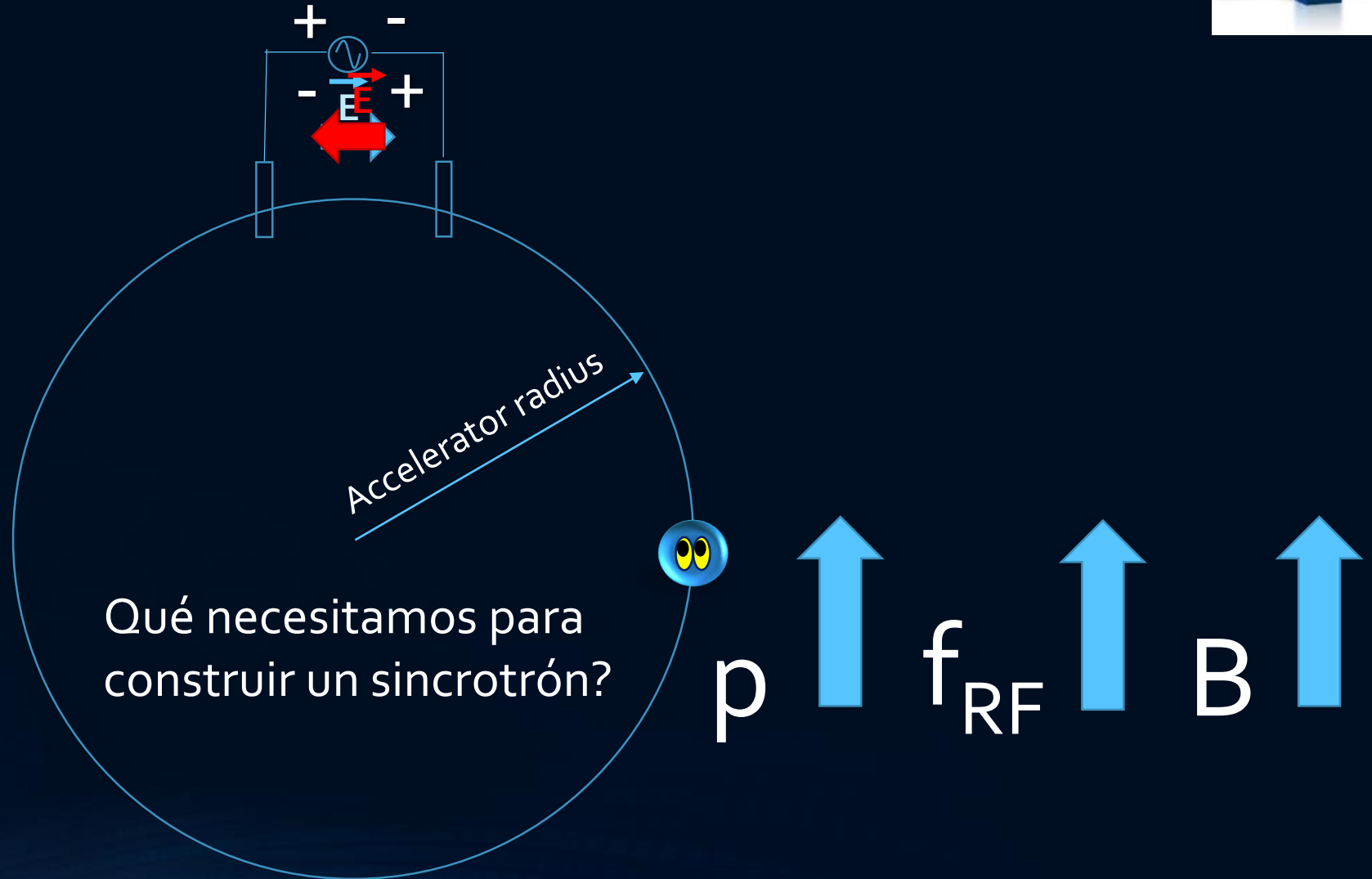
$$\rho = \frac{p}{qB}$$

p ↑ f_{RF} ↑ B ↑

Construyamos un sincrotrón!



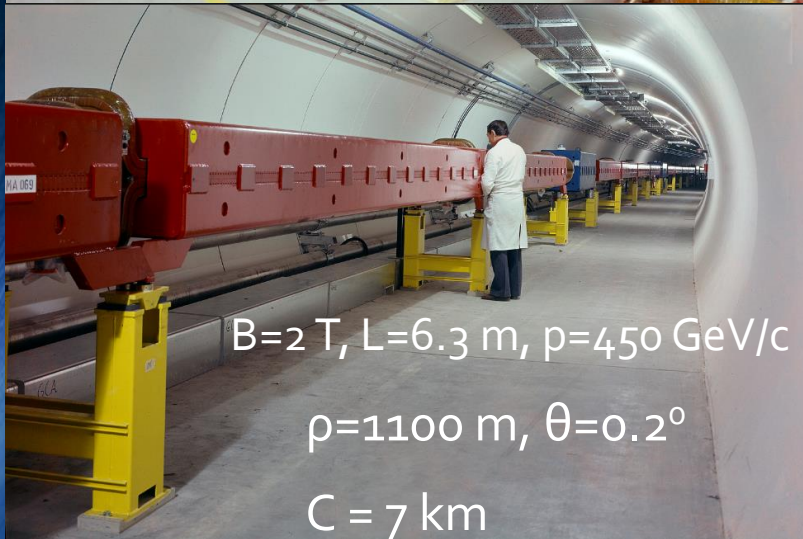
Construyamos un sincrotrón!



Necesitamos dipolos para curvar la trayectoria

e.g. SPS 747 dipole magnets (normal conducting)

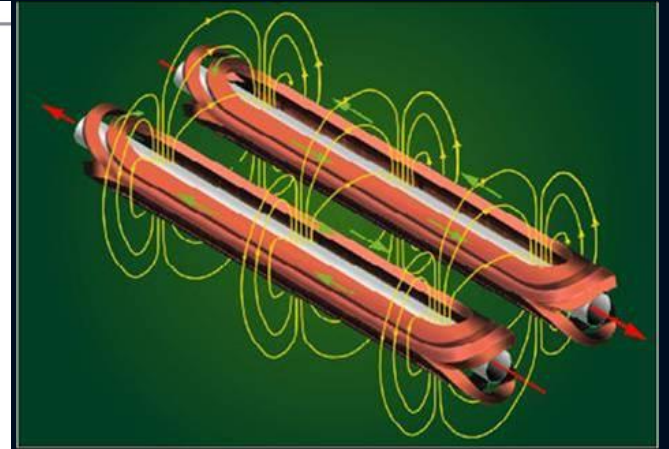
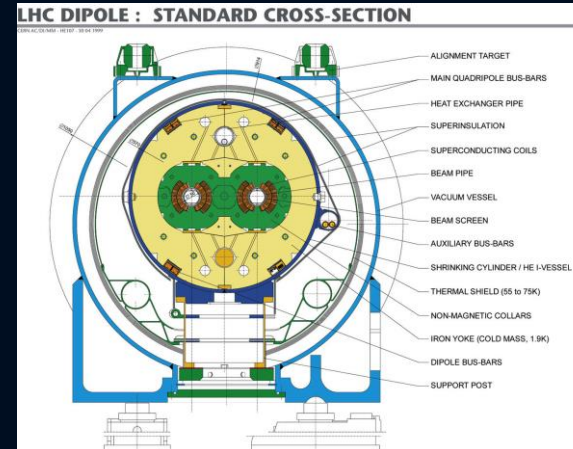
e.g. LHC 1232 dipole magnets (superconducting)



$B=2\text{ T}$, $L=6.3\text{ m}$, $p=450\text{ GeV}/c$

$\rho=1100\text{ m}$, $\theta=0.2^\circ$

$C=7\text{ km}$



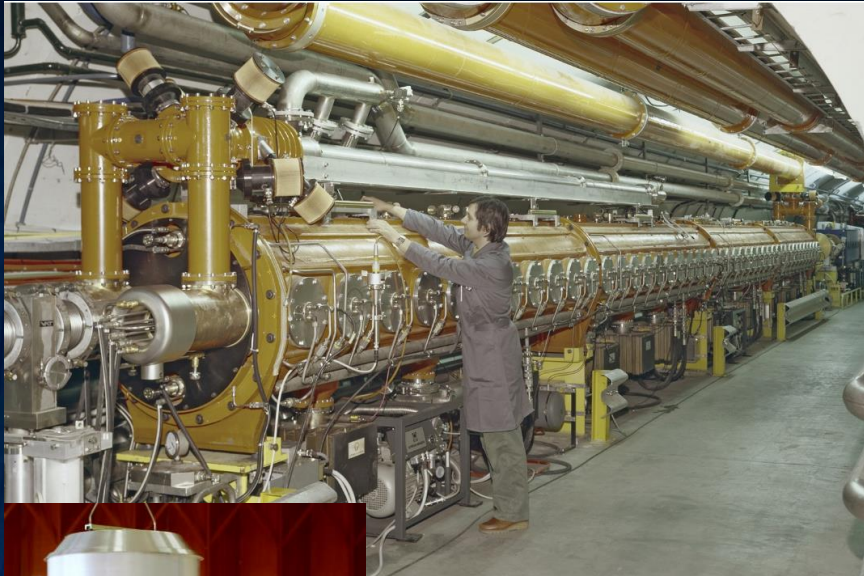
$B=8.3\text{ T}$, $L=15\text{ m}$, $p=7000\text{ GeV}/c$

$\rho=2800\text{ m}$, $\theta=0.3^\circ$

$C=27\text{ km}$

Necesitamos cavidades de radio frecuencia para acelerar

SPS RF cavities



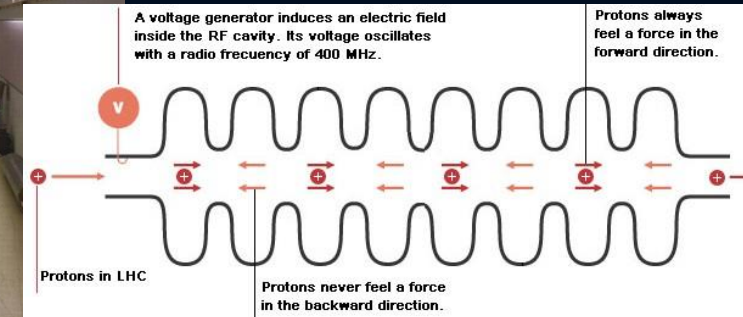
Total accelerating voltage = 8 MV

Travelling wave cavity

LHC RF cavities



Total accelerating voltage = 16 MV



- Every time a proton passes through the LHC RF system gets 16 MeV
- Since every proton passes 11245 times per second through the RF system
- The total energy received per second is :
 $16 \text{ MeV/lap} \times 11245 \text{ laps/s} = 1.8 \cdot 10^5 \text{ MeV/s} = 0.18 \text{ TeV/s}$
- Takes ~ 20' to bring the beams to 7 TeV

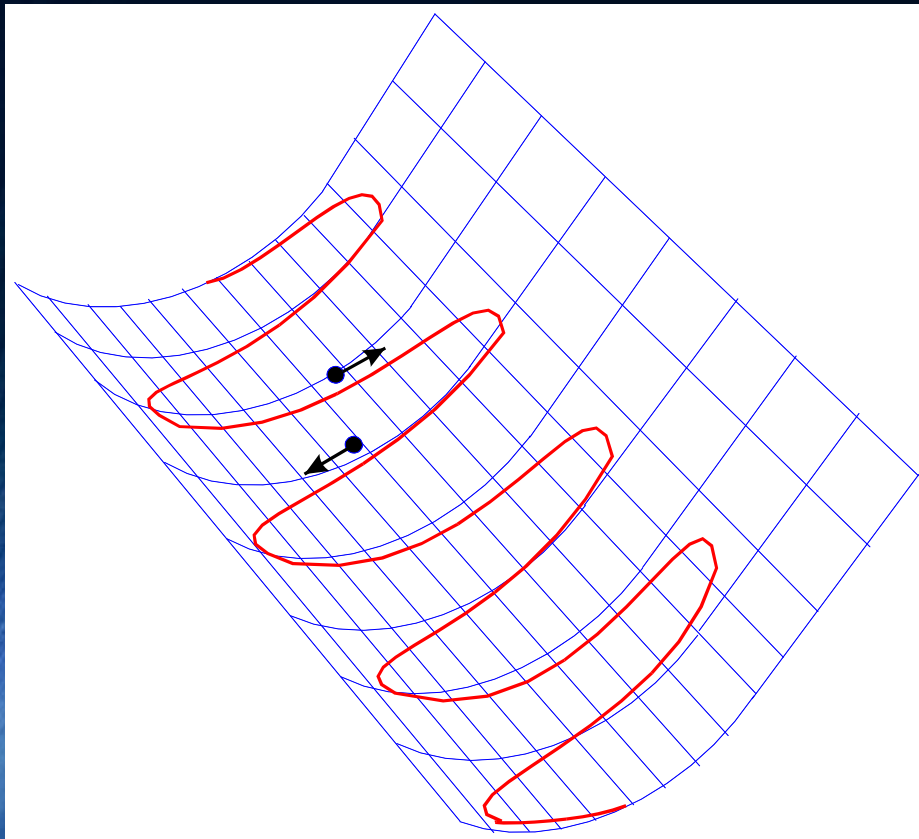
Qué más necesitamos?



- Las partículas tienen que hacer un largo viaje a muy alta velocidad (\sim velocidad de la luz) conforme son aceleradas
- Una partícula puede comenzar su viaje en una dirección que la aleja de la órbita de referencia dentro de la cámara de vacío y al final se choca contra las paredes
- Necesitamos una fuerza que la obligue a volver a la trayectoria de referencia
- ¿Conocéis una fuerza que obliga a los cuerpos a volver a su posición de equilibrio cuando son desplazados de esta?

El equivalente mecánico

- The gutter below illustrates how the particles in our accelerator should be focused



- The force we are looking for is of the type:

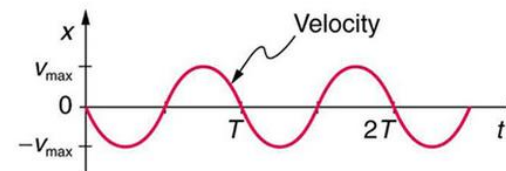
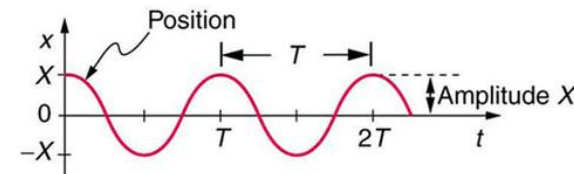
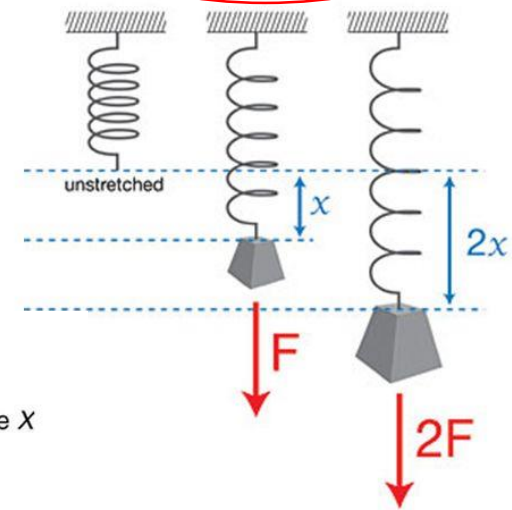
Spring Mass Systems

K = spring constant
 X = displacement from relaxed position
 F = restoring force

*If a spring is stretched or compressed, it oscillates in SHM when it is released.

Hooke's Law

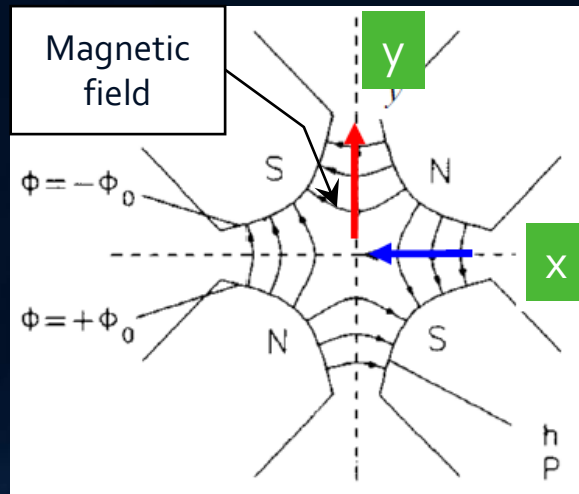
$$F_{\text{spring}} = -kx$$



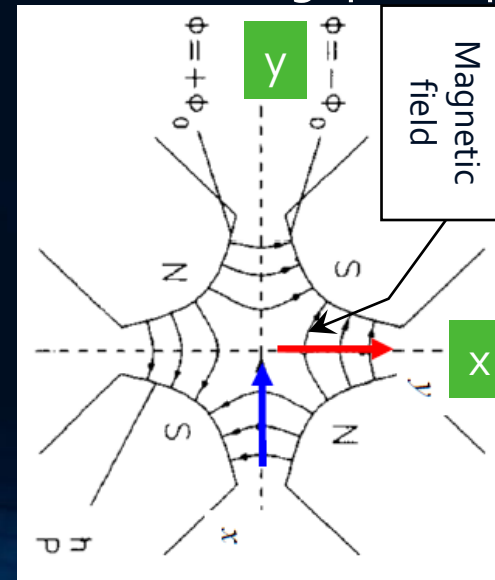
Campos cuadripolares ↔ Ley de Hook

- Un imán cuadripolar genera un campo magnético que incrementa linealmente conforme la particular se aleja del centro del imán
- En el eje x (horizontal) el campo es vertical: $B_y = -g \cdot x$
- En el eje y (vertical) el campo es horizontal: $B_x = -g \cdot y$
- Tiene 4 polos, 2 norte y 2 sur
- No hay campo magnético en el eje central

Horizontal focusing quadrupole



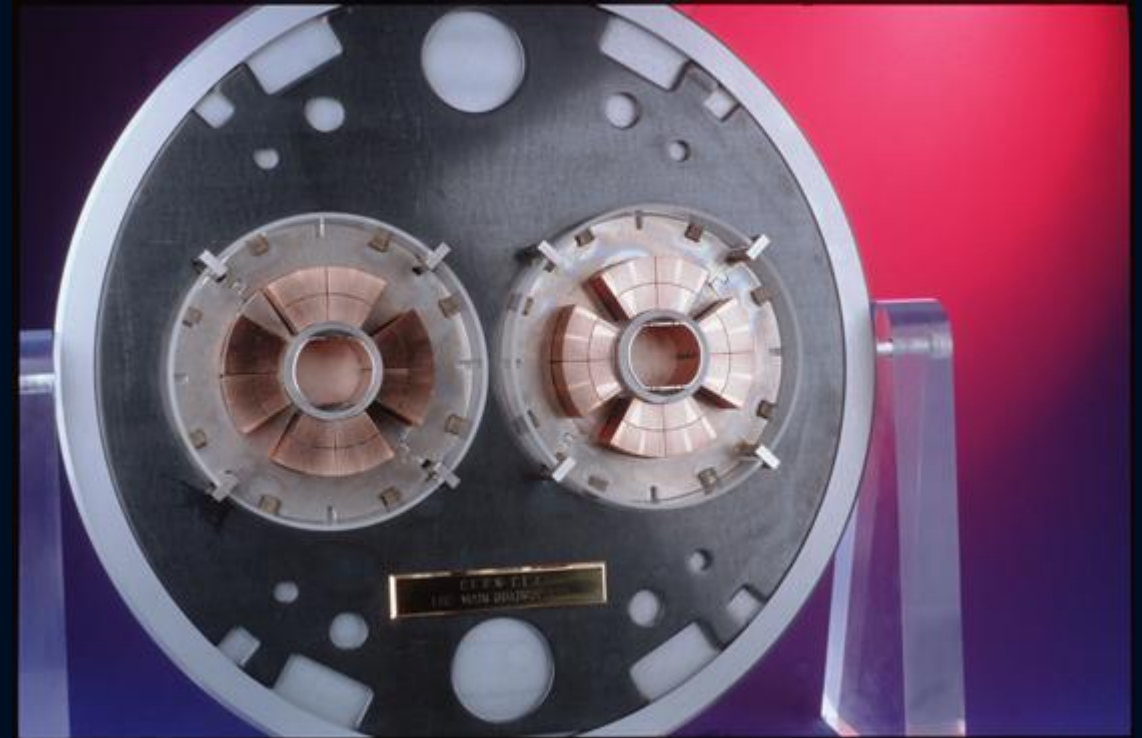
Vertical focusing quadrupole



Campos cuadripolares



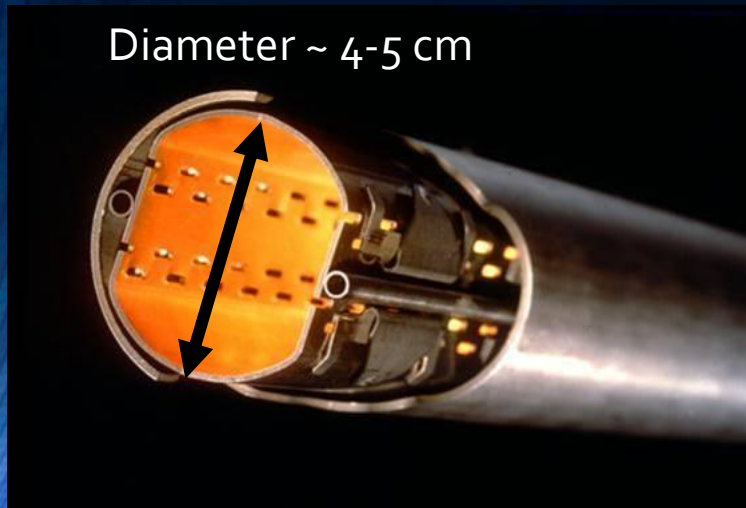
Normal conducting quadrupole



LHC quadrupole

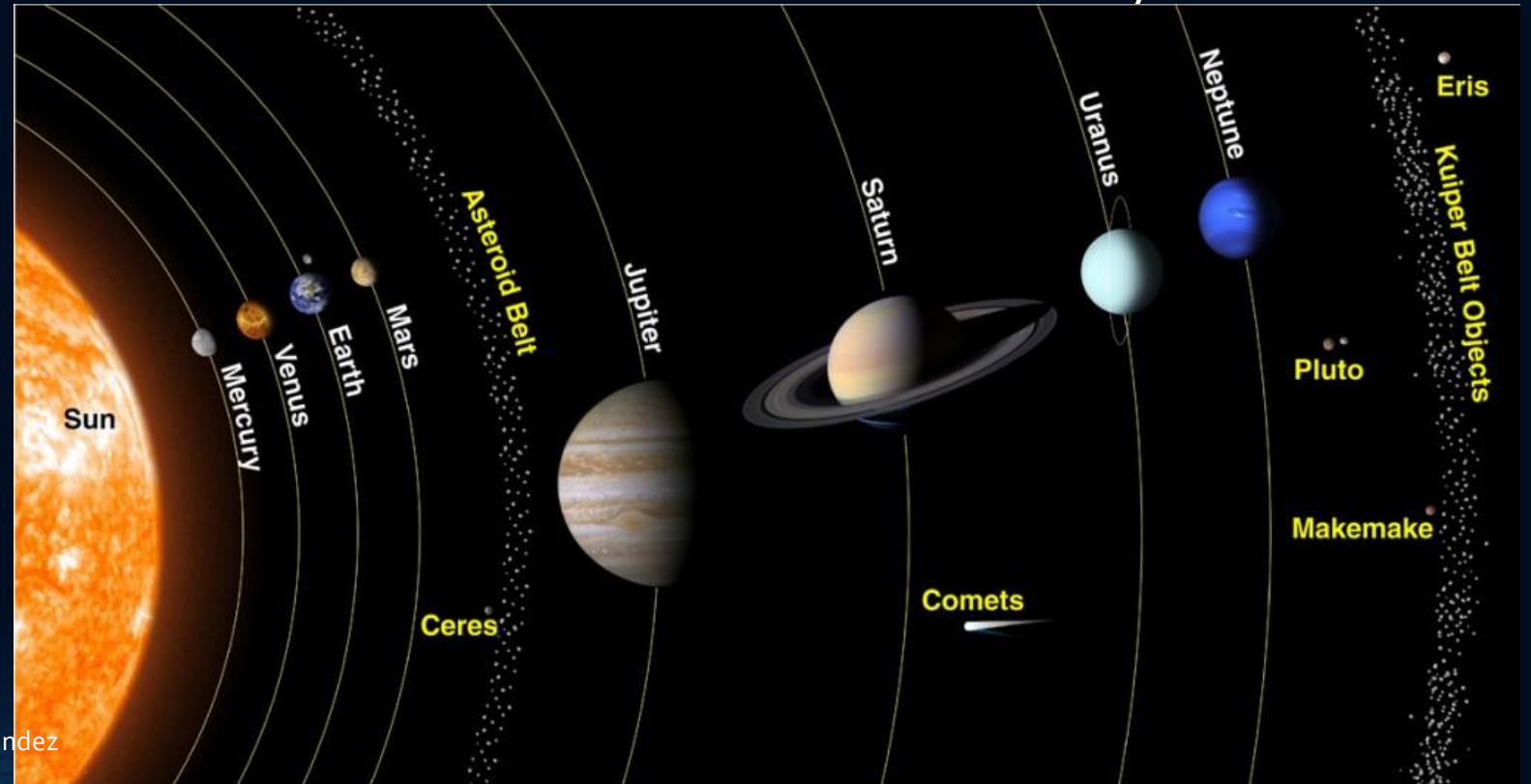
Qué hemos aprendido?

- Ahora sabemos cómo guiar las partículas a lo largo de una órbita muy bien definida
- Ahora sabemos cómo focalizar las partículas para mantenerlas dentro de la cámara de vacío alrededor de la orbita de referencia
- Sabemos que los campos eléctricos (RF) aceleran las partículas
- De esta manera las partículas son aceleradas y almacenadas durante horas (~ 12 horas) viajando a casi $v \sim c \rightarrow L = 10^{10} - 10^{11}$ km varias veces la distancia Sol-Plutón y vuelta



LHC vacuum pipe Ultra high vacuum: 10^{-10} mbar, like at 1000 km over sea level

Spanish teacher program, Reyes Alemany Fernandez



Hasta que energía podemos acelerar ahora nuestras partículas? Tomemos el LHC como ejemplo

La fórmula de oro que seguro conocéis de memoria $\rightarrow B\rho = \frac{p}{q}$

Circunferencia \rightarrow Fijada!!! por LEP: 26658.9 m $\rightarrow \rho \approx \frac{26658.9 \text{ m}}{2\pi} \cdot 66\% \approx 2800 \text{ m}$

\uparrow
~ 66% de los imanes son dipolos

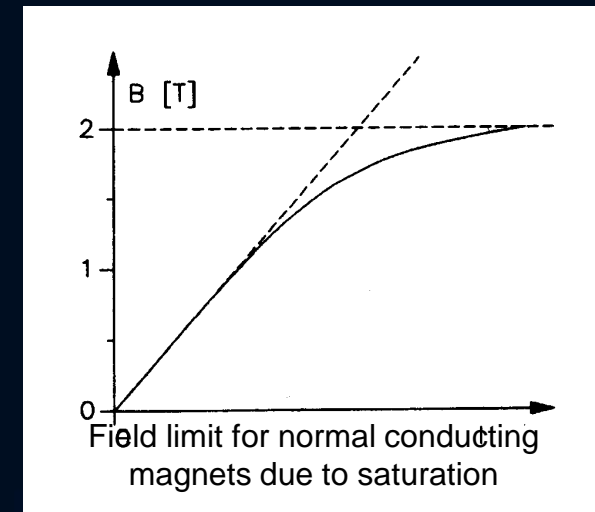
Campo magnético en los dipolos del LHC = 8 Tesla

Necesitamos tecnología superconductor!!

$$p = 0.33 \cdot q \cdot B \cdot \rho \approx 0.33 \cdot 8 \text{ T} \cdot 2780 \text{ m} \approx 7 \text{ TeV}$$

	Size (m)	Size	Beam energy	Instrument
Aggregate of molecules: cell/bacteria	10^{-5}	10 micro meter	0.1 eV	Optical microscope
	10^{-7}	100 nano meter	10 eV	
Aggregate of atoms: molecules	10^{-9}	1 nano meter	1 keV	Electron microscope
Atoms: nucleus+electrons	10^{-10}	0.1 nano meter	10 keV	Synchrotron radiation
Nucleus (Oxygen: 8p+8n)	10^{-14}	0.01 pico meter	>100 MeV	Low energy e- or p+ accelerator
Aggregate of quarks: hadrons	10^{-15}	1 femto meter	> 1 GeV	High energy p+ accelerator
Quarks+leptons	10^{-18}	1 atto meter	> 1 TeV	High energy e- or p+ collider

Finalmente podemos observar quarks, leptones y el Higgs!!



FELICIDADES!!!

Y la última pregunta del día!

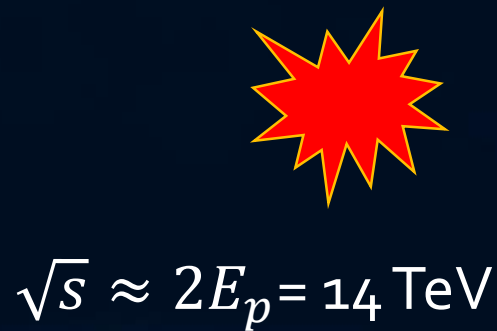


Por qué LHC y los colisionadores de partículas tienen dos haces en direcciones opuestas que colisionan en los experimentos?



Energía en centro de masas o energía disponible para la colisión

$$\sqrt{s} \approx \sqrt{2E_p m_p} = 3.74 \text{ TeV}$$

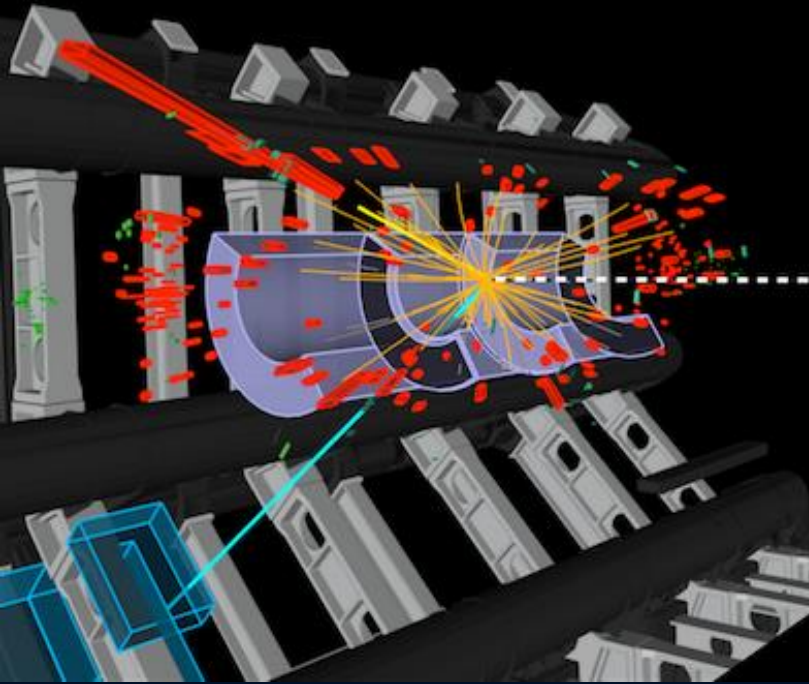


Toda la energía de la partícula está disponible para hacer nuevas partículas!!!

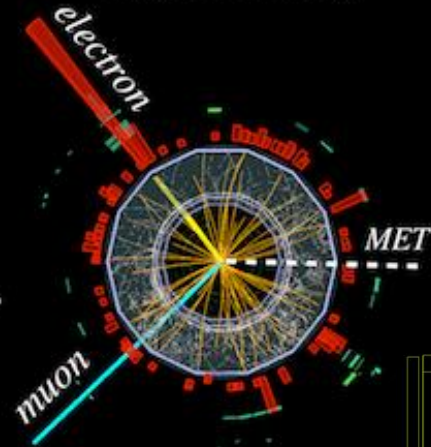
$$E = m \cdot c^2$$

$H \rightarrow WW^* \rightarrow e\nu\mu\nu$ candidate and no jets

Longitudinal view



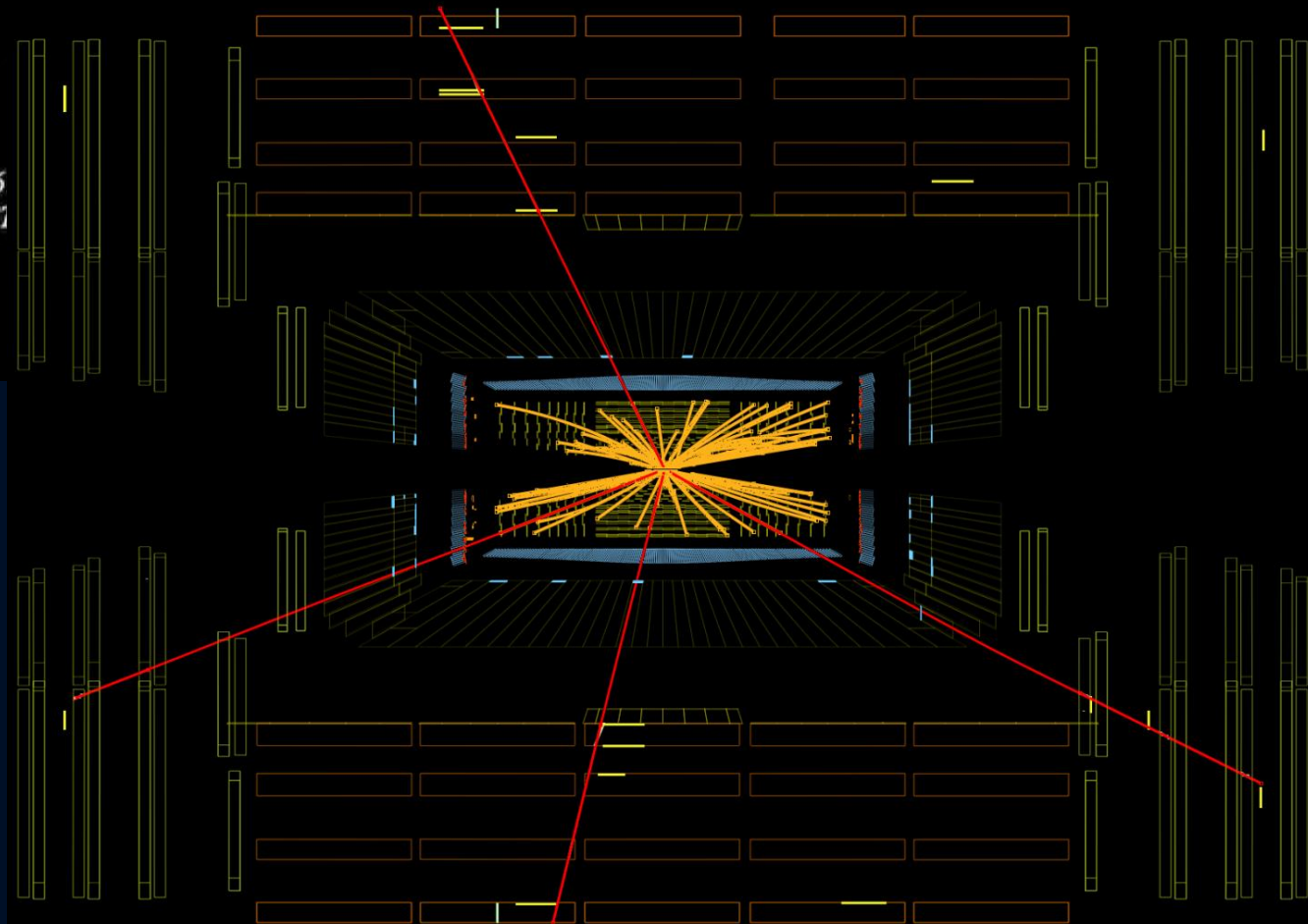
Transverse view



Run 189483, Ev. no. 9065966
Sep. 19, 2011, 10:11:20 CES1

ATLAS
EXPERIMENT
<http://atlas.ch>

CMS Candidate $H \rightarrow 4\mu$



Transparencias de apoyo

How can we observe such small particles?



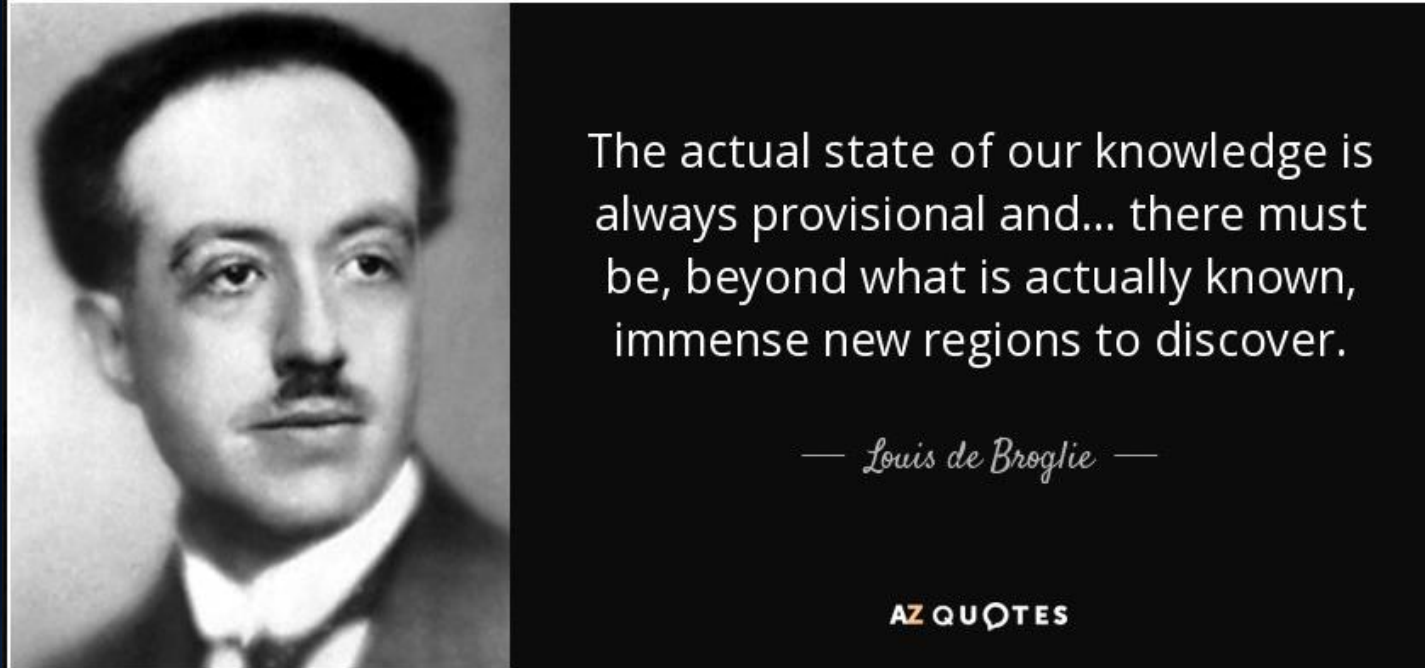
How can we observe such small particles?



- The structures under research are EXTRAORDINARILY SMALL ($\sim < 10^{-15}$ m)
- probes with correspondingly high spatial resolution are needed. Visible light is inadequate: size $\sim 5 \cdot 10^{-7}$ m
 - what could we use instead?

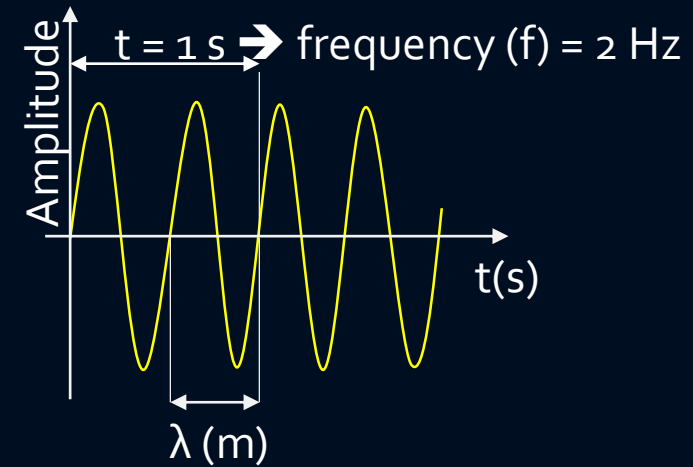
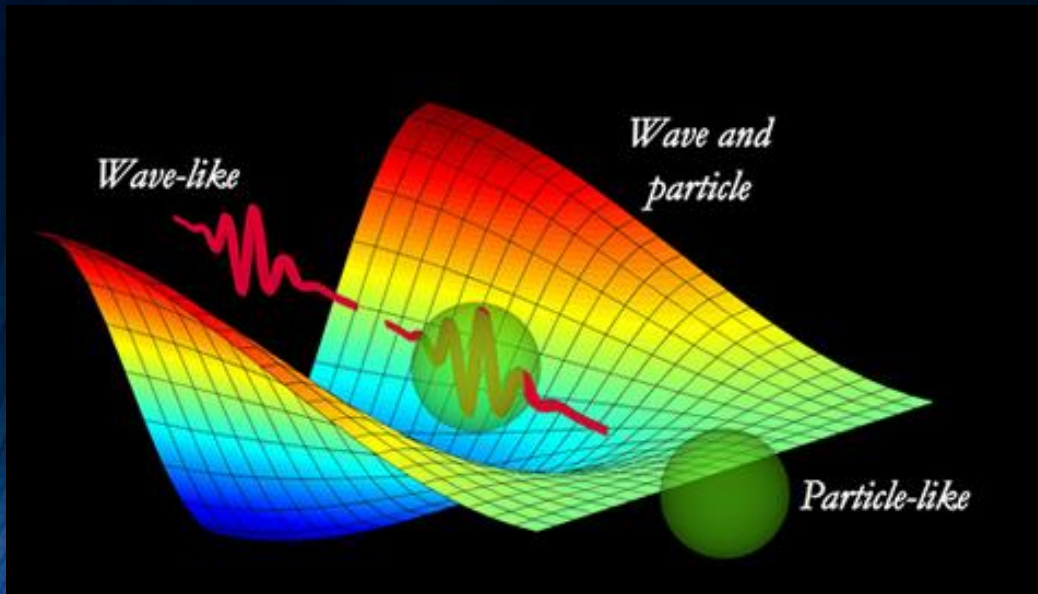
How can we observe such small particles?

Let's ask De Broglie



In his 1924 PhD thesis suggested that “MOVING OBJECTS ACT LIKE WAVES”

A particle of mass m and speed v behaves like a wave with wavelength λ



$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

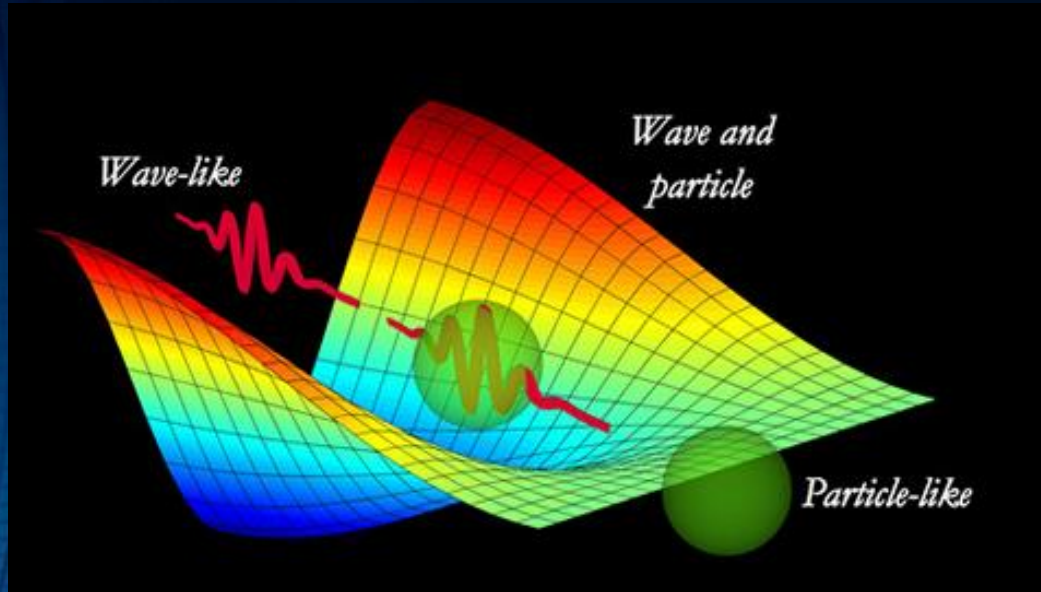
h = Planck's constant = $3.51 \cdot 10^{-15}$ eVs

c = speed of light = $3 \cdot 10^8$ m/s

β = relativistic beta = v/c

E = Energy of the particle (eV)

How can we observe such small particles?



- We just saw that photons are limited in size, what else we can use?
- Good candidates are the microscopic particles itself
- We just learnt they are waves as well
- Its De Broglie wavelength must be small compared to the size of the structure

De Broglie wavelength

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{hc}{E\beta} \Rightarrow E = \frac{hc}{\lambda\beta}$$

Let's build our first circular accelerator!!

- We need a magnetic field perpendicular to the particle trajectory to bend the particles
- We need an electric field to give energy to the particles → magnetic fields do not change the energy of the particles, why?



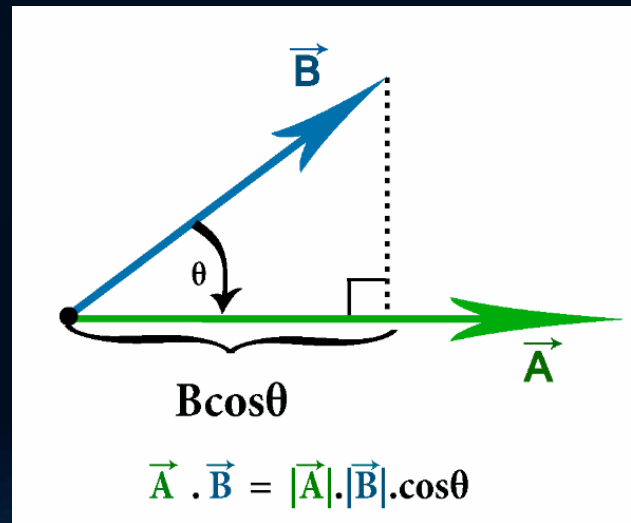
$$\Delta Energy = \int_{s1}^{s2} \vec{F} d\vec{s}$$

Those are vectors! They have direction and magnitude

This is the scalar product:

If A and B are parallel → $\theta = 0^\circ$
→ $\cos\theta = 1$

The force gives the maximum energy increase



If A and B are orthogonal → $\theta = 90^\circ$
→ $\cos\theta = 0$

$$\Delta Energy = 0$$

Since the magnetic field is orthogonal to the particle trajectory $\Delta Energy = 0$

A little parenthesis about Relativity

- For over 200 years Newton's equations of motion were believed to describe nature correctly. But in 1905 Einstein discovered an error in these laws and proposed a solution.

$$F = \frac{d(m \cdot v)}{dt} = \underbrace{m}_{\text{Newton assumes } m \text{ is constant}} \frac{dv}{dt} = m \cdot a$$

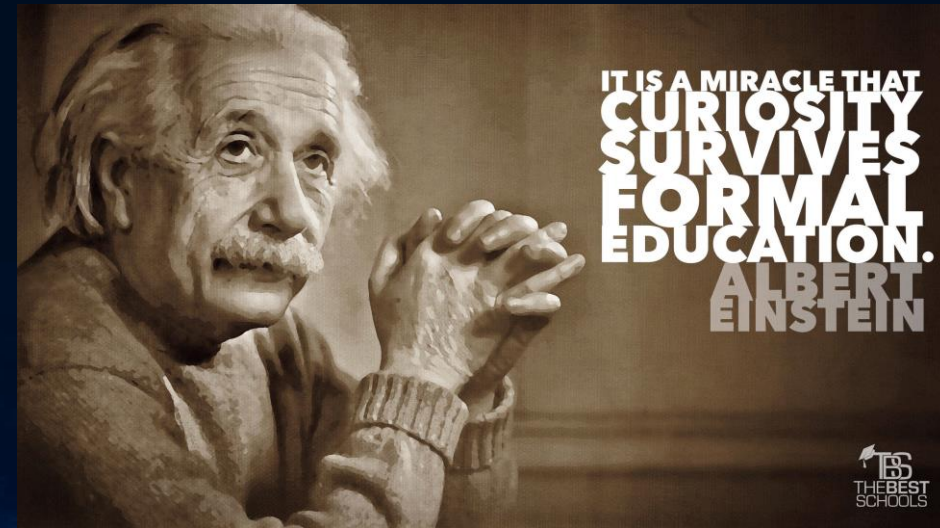
- But Einstein realised that the mass of a body increases with velocity!!

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m_0 is the rest mass, the mass of a not-moving body
c: speed of light (3×10^8 km/s)



Spanish teacher program, Reyes Alemany Fernandez



A little parenthesis about Relativity

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

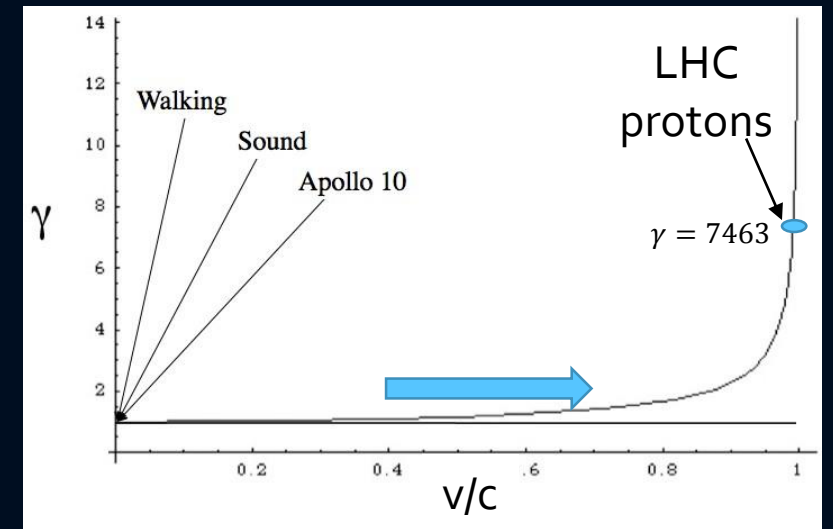
Relativistic gamma factor

$$m = \gamma \cdot m_0$$

$$m \cdot c^2 = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2$$

$$E = m \cdot c^2 = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2$$

- As the velocity of the particle gets closer to c , the mass m is greater and greater
- The body inertia increases and increases and the force applied to move the particle is less and less efficient, so the velocity increases more and more slowly and asymptotically approaches c
- But it will never be equal to c because the mass grows exponentially



e.g. LHC $\gamma = \frac{E}{E_0} = \frac{m \cdot c^2}{m_0 \cdot c^2} = \frac{7000 \text{ GeV}}{0.938 \text{ GeV}} = 7463 \rightarrow \frac{v}{c} = 0.9999 = \beta$ Relativistic beta factor

We need dipole magnets

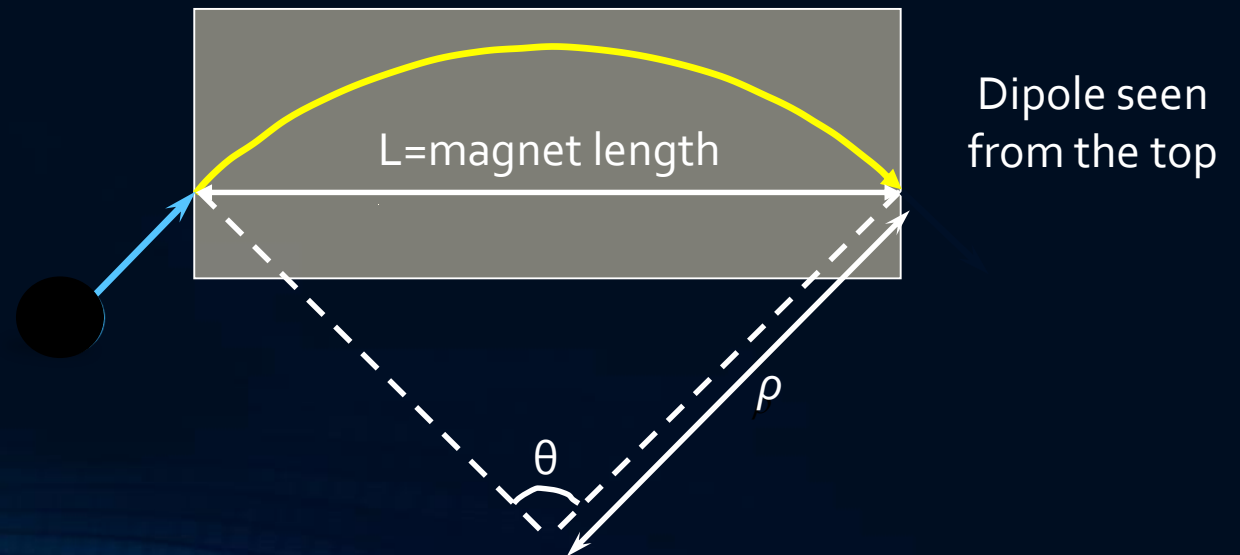
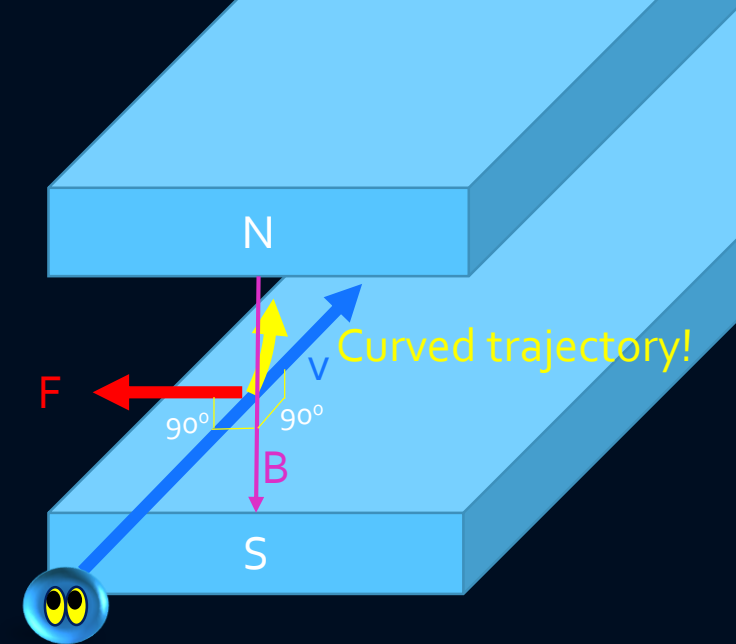
- A dipole with a uniform field deviates a particle by an angle θ
- The bending angle θ depends on:
 - the length L
 - the magnetic field B
 - the particle momentum

$$\text{arc} \approx \text{angle} \cdot \text{radius}$$

$$\text{arc} = L \quad \text{angle} = \theta \quad \text{radius} = \rho$$

$$L = \theta \cdot \rho$$

$$\theta = \frac{L}{\rho} \cdot \frac{B}{B} \quad \theta = \frac{LB}{B\rho} = \frac{LB}{p/q}$$

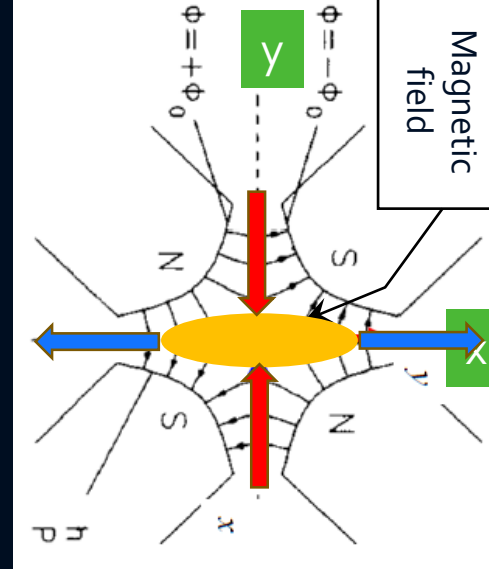


Focusing and Stable motion

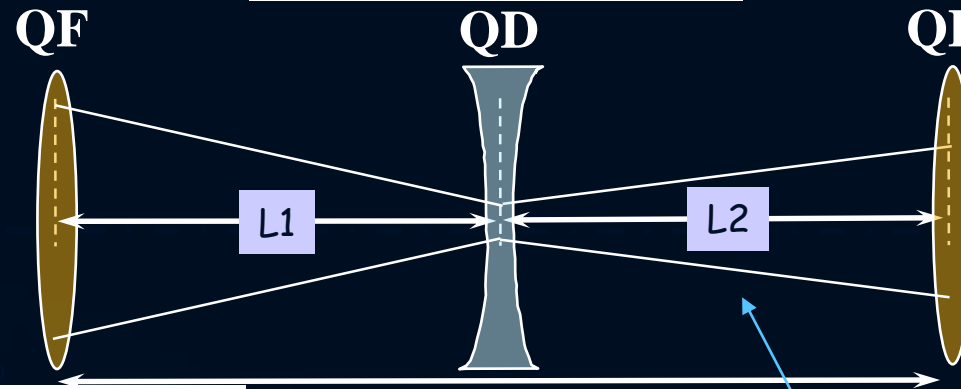
- Quadrupoles will keep the beams focused in **both planes** when the position in the accelerator, type and strength of the quadrupoles are well chosen
- By now our accelerator is composed of:
 - Dipoles, constrain the beam to some closed path (orbit)
 - Focusing and Defocusing Quadrupoles, provide horizontal and vertical focusing in order to constrain the beam in transverse directions
 - RF accelerating system
- A combination of focusing and defocusing sections that is very often used is the so called: FODO lattice

FODO cell

➤ The FODO cell is defined as follows:

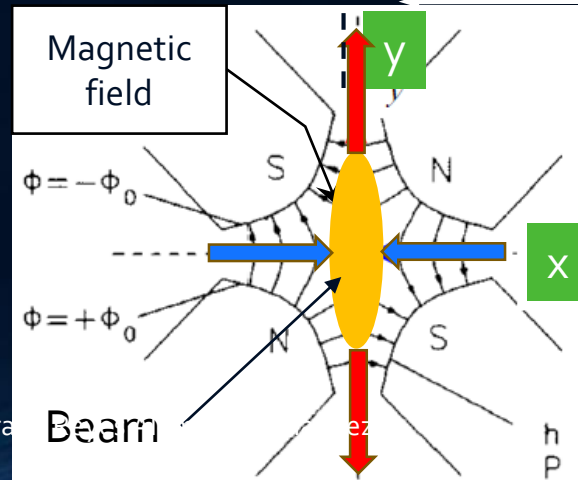


Defocusing quadrupole (QD) focuses in vertical and defocuses in horizontal



'FODO' cell

Drift space it is instrumented with dipoles, RF cavities, etc



Focusing quadrupole (QF) focuses in horizontal and defocuses in vertical

Circular accelerator with a FODO structure

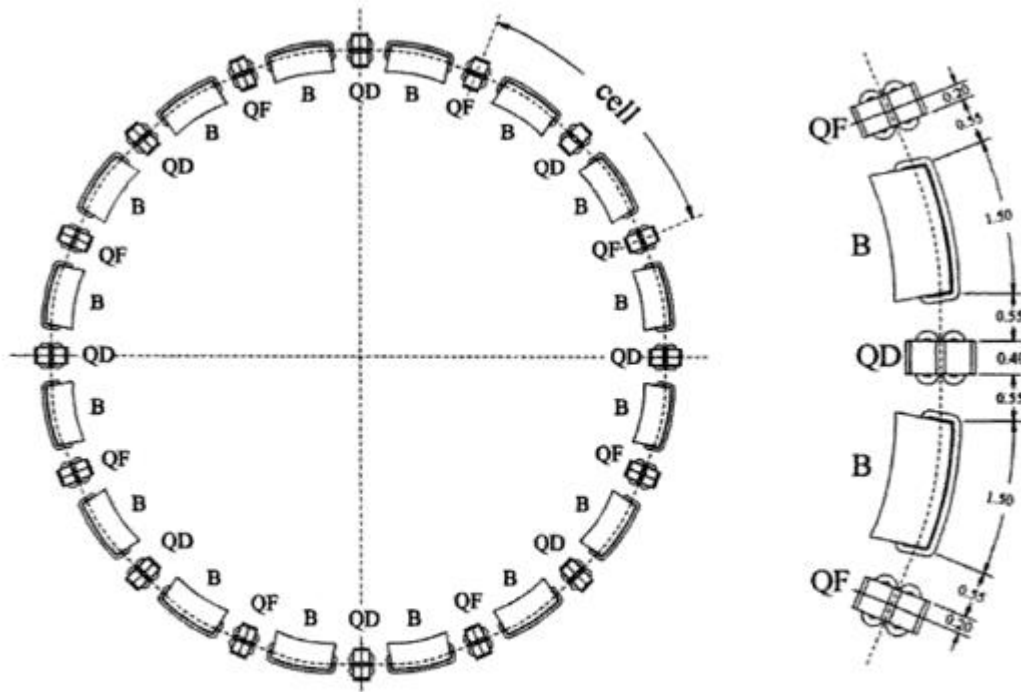


Fig. 3.31 Example of a circular accelerator employing a FODO structure. The ring consists of a number of identical cells, each consisting of two bending magnets, with quadrupoles arranged with alternating polarity between them. (by K. Wille)

$$X_E = M_{D5} \cdot M_{Q4} \cdot M_{D4} \cdot M_{Q3} \cdot M_{D3} \cdot M_{Q2} \cdot M_{D2} \cdot M_{Q1} \cdot M_{D1} \cdot X_0. \quad (3.90)$$

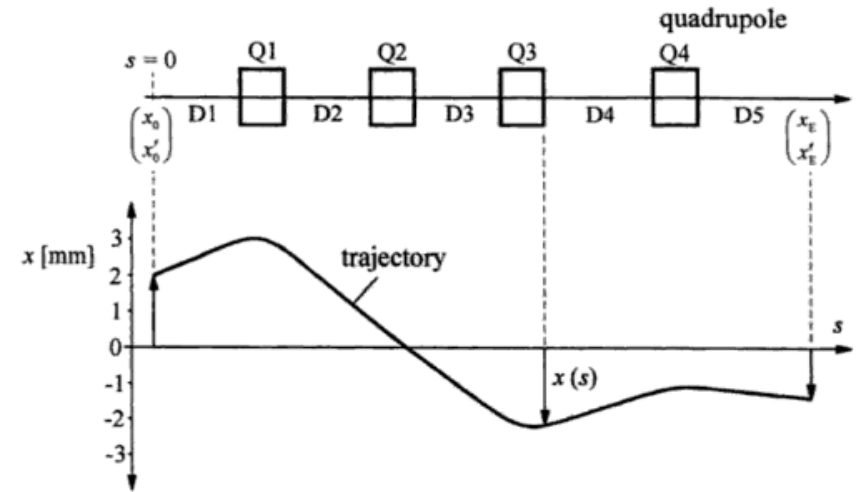
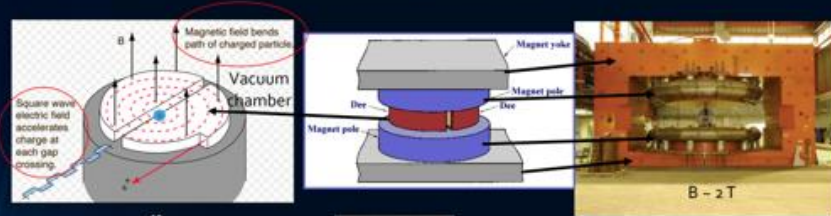


Fig. 3.21 Calculation of particle motion through a structure of multiple beam steering elements. (by K. Wille)

This is our first circular accelerator → cyclotron



$$\rho = \frac{p}{qB}$$

If B is a constant uniform magnetic field
→ ρ increases as the particle momentum increases

The vacuum chamber has to be big enough to accommodate the full particle trajectory before extraction



E. O. Lawrence

The first circular accelerator was developed by E. O. Lawrence at Univ. California in 1930. In 1932 Lawrence and Livingston built the first cyclotron suitable for experiments with 1.2 MeV peak energy.

SC00LAB 27.07.2027 Particle Accelerators by R. Aemamy

Classical cyclotrons only work for NON-RELATIVISTIC particles. Why?

Let's go back to the beam rigidity formula, for a proton:

$$B \cdot \rho = \frac{p}{e}$$

B: constant magnetic field perpendicular to the particle trajectory
 ρ : local curvature radius
 p : particle momentum
 e : elementary electric charge

Expressing above as a function of the local curvature radius and converting the momentum to energy:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{B}{p} \cdot e$$

$$p = m_0 \gamma v = \frac{8(m_0 c^2) \beta}{c}$$

$$p = \frac{E \cdot \beta}{c}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{B \cdot c \cdot e}{E \cdot \beta} = \frac{B \cdot c^2 \cdot e}{E \cdot v}$$

$$\omega_L = \frac{v}{\rho} = \frac{B c^2 e}{E} = \frac{B \cdot e}{m} \quad \text{with } E = \gamma m_0 c^2$$

where ω_L is the CYCLOTRON FREQUENCY or LARMOR FREQUENCY.

$\omega_L = \omega_{RF}$ such every time the particle crosses the gap sees an accelerating electric field.

Since the particle is NON-RELATIVISTIC, relativistic gamma = 1, and $m = m_0$, and since B is also constant, and increase of energy cannot be compensated by an increase of revolution frequency, therefore is compensated by an increase of bending radius, ρ . Therefore, the particle describes a spiral.

When the particle becomes relativistic we cannot assume $m = m_0$, but $m = \gamma m_0$ which increases with energy. In this case, ω_L decreases and therefore, ω_{RF} will have to be decreased accordingly. This gives rise to the **SYNCHROCYCLOTRONS**.

$$K = 600 \text{ MeV for protons}$$

$$E_{\text{TOT}} = K + E_0 = 600 \text{ MeV} + 938 \text{ MeV} = 1538 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{TOT}}^2 = (pc)^2 + E_0^2 \quad (pc)^2 = E_{\text{TOT}}^2 - E_0^2 = 1538^2 - 938^2$$

$$pc = 1219 \text{ MeV}$$

$$p = 1219 \text{ MeV}/c$$

$$B \cdot \rho = 3.33 \cdot p \text{ (GeV/c)}$$

$$\rho = \frac{3.33 \cdot 1219}{1.9} = 2.14 \text{ m}$$

Synchrocyclotrons only work for a limited range of energies and provide with pulsed beam, therefore they provide with less intensity than cyclotrons, but a bit more energy. The solution to this intensity limitation is the use of cyclotrons in which the magnetic field increases as the radius increases →

ISOCYCLOTRONS:

$$\omega_L = e \frac{B_z(p(E))}{m(E)} = cte$$