# Nota sobre Unidades

Consideremos a Lei de Coulomb. No SI escreve-se:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2} \tag{0.1}$$

No SI o Coulomb é uma unidade fundamental. Este sistema é útil para aplicações mas não é o mais conveniente para a Física.

Notemos as dimensões das seguintes constantes fundamentais:

$$\begin{aligned} \left[c\right] &= LT^{-1} \\ \left[\hbar\right] &= \mathrm{E}T \end{aligned} \tag{0.2}$$

Onde o $\mathrm{E}$ significa **energia**. Da eq. (0.1) é fácil ver que:

$$\left[\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\right] = \mathrm{E}L \tag{0.3}$$

Ou seja esta combinação tem as dimensões de $c\hbar$. Na verdade para a carga de um electrão, unidade básica de carga da qual todas as cargas são múltiplos, temos:

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 c\hbar} = \alpha \simeq \frac{1}{137} \tag{0.4}$$

A constante adimensional $\alpha$ chama-se constante de estrutura fina.

Não existe nenhuma necessidade de introduzir o Coulomb como unidade fundamental.

No sistema de unidades de Gauss a eq. (0.1) escreve-se simplesmente:

$$\left|\vec{F}\right| = \frac{qq'}{r^2} \tag{0.5}$$

É fácil de ver que as dimensões da carga eléctrica são:

$$\left[q\right] = \left(\mathrm{E}L\right)^{1/2} \tag{0.6}$$

Certamente que o leitor já notou que, ao contrário do que é usual em que as unidades básicas são L, T e M eu estou a substituir a massa por energia. Talvez não seja uma boa opção para as aplicações práticas mas é útil para a Física. Com efeito, o sistema de unidades mais conveniente para a Física de Partículas escolhe as constantes fundamentais (0.2) como tendo o valor 1. Ao fazer $c = 1$ estamos a dizer que a unidade de tempo é a mesma do que a de comprimento, isto é vamos medir tempo em metros. Quando escolhemos $\hbar = 1$ estamos a dizer que a energia tem as dimensões de um inverso de um tempo e portanto de um inverso de um comprimento.

Em resumo temos:

$$\begin{aligned} [t] &= L \\ [\mathrm{E}] &= L^{-1} \end{aligned} \tag{0.7}$$

Neste sistema de unidades, a que vou chamar fundamental, a eq. (0.6) mostra que a carga eléctrica é um número sem dimensões.

Exercícios:

1 - Mostre que no sistema fundamental as dimensões das diferentes grandezas são as seguintes:

$$\begin{aligned} [M] &= L^{-1} \\ [\vec{E}] &= [\vec{B}] = L^{-2} \\ [A^0] &= [\vec{A}] = L^{-1} \end{aligned} \tag{0.8}$$

$A^0$ e $\vec{A}$ designam o potencial escalar e o potencial vector, respectivamente.

2 - Mostre que a razão entre o módulo da Força gravítica e o módulo da força de Coulomb entre dois protões é dado por:

$$\left|\vec{F}_G\right| / \left|\vec{F}_C\right| = \frac{Gc^{-4}}{\alpha\hbar c}(mc^2)^2 \tag{0.9}$$

em que

$$\begin{aligned} Gc^{-4} &= 6.7x10^{-39}\,\hbar c GeV^{-2} \\ \hbar c &= 197.32 MeV.fm \qquad . \\ mc^2 &\approx 1GeV \end{aligned} \tag{0.10}$$