Statistical Methods in Data Analysis

Lydia Brenner
@Fysica_Interact

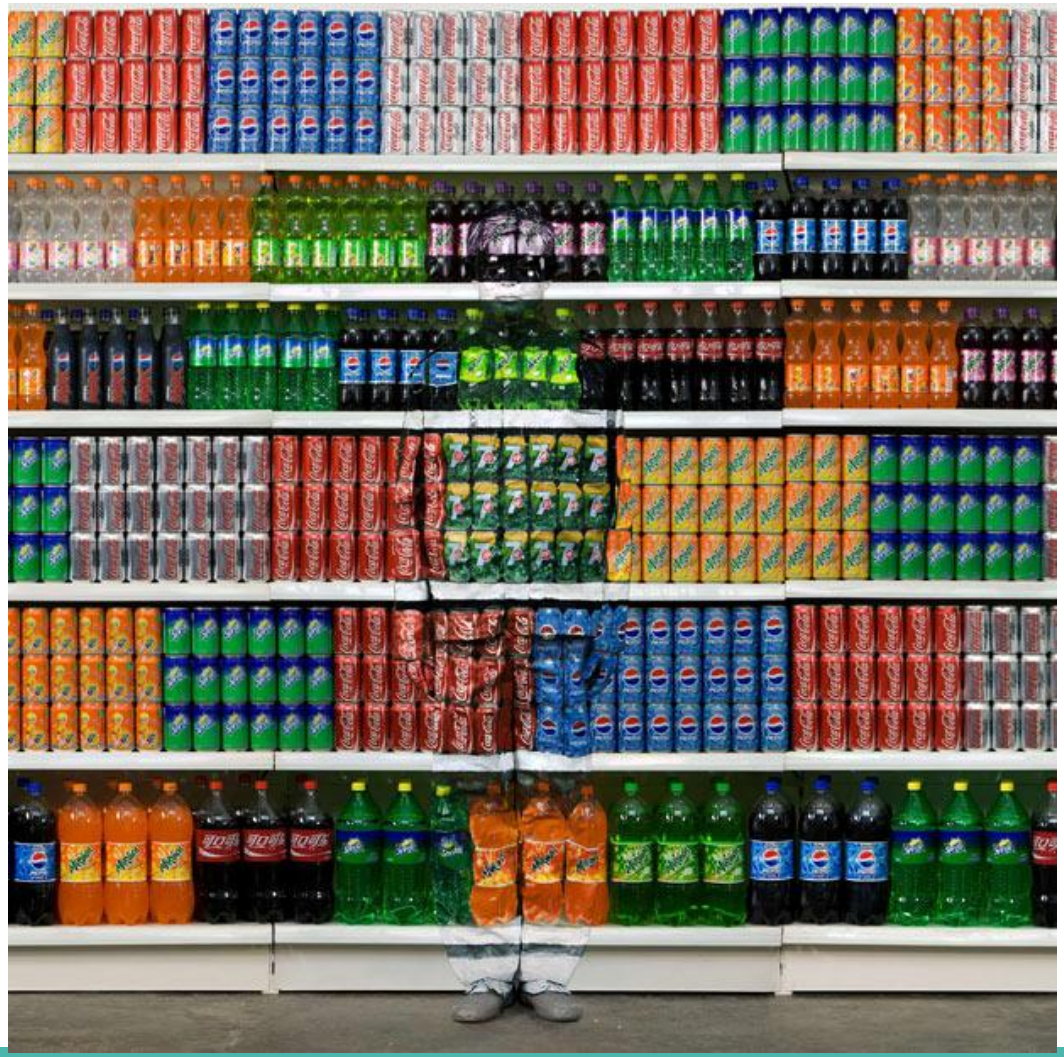
Schaap en PIZZA!

Liu Bolin

Zie jij hem?

Liu Bolin

Zie jij hem?



Liu Bolin

Zie jij hem?

Een andere hoek

Wat is de kans?

Wat wordt er bedoeld met de kans P_A van een event A?

1. Een getal met bepaalde wiskunde regels
2. Een eigenschap van A die bepaald hoe vaak A gebeurt
3. Uit N keer gebeurt A N_A keer, dan is P_A het limit of N_A/N voor grote N
4. P_A is hoeveel je in A gelooft, te meten door welke kansen je accepteert in een weddenschap

Wat is de kans?

Wat wordt er bedoeld met de kans P_A van een event A?

Frequentist (meest gebruikte) interpretatie;

3. Uit N keer gebeurt A N_A keer, dan is P_A het limit of N_A/N voor grote N

P_A is niet een eigenschap van A, maar van de combinatie van A en een dataset met N datapunten

$$P_A = \lim_{N \to \infty} \frac{N_A}{N}$$

Wat is de kans?

Wat wordt er bedoeld met de kans P_A van een event A?

Baysian interpretatie;

4. P_A is hoeveel je in A gelooft, te meten door welke kansen je accepteert in een weddenschap

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)}{P(B)} \times P(A)$$

Wat willen we eigenlijk weten?

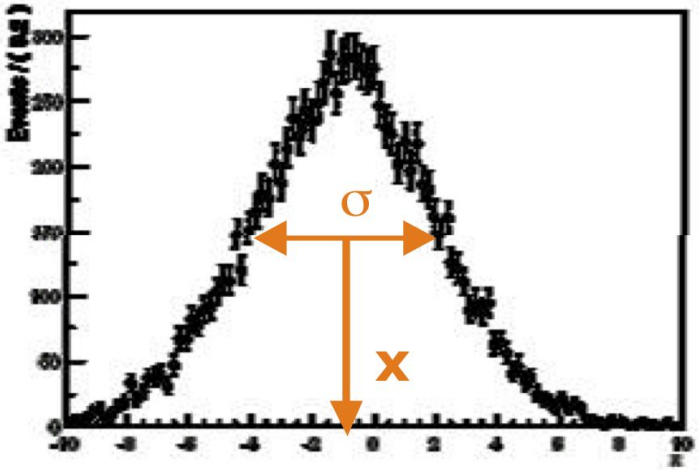
Wat is de waarschijnlijkheidsverdeling?

$$P(Theory|Data) = \frac{P(Data|Theory)}{P(Data)} \times P(Theory)$$

Gemiddelde en Standaardafwijking

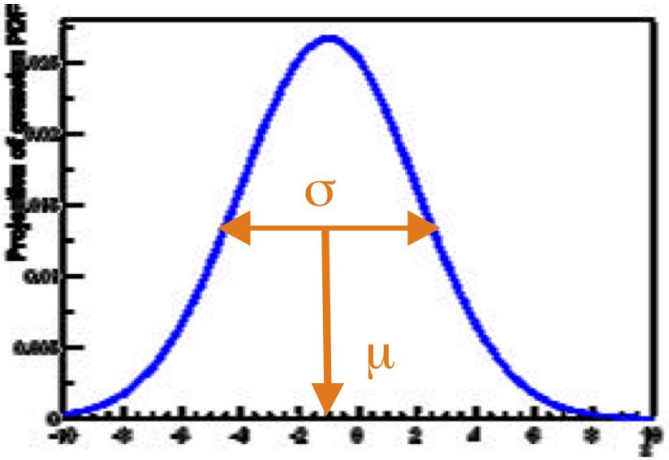
Let op! Standaardafwijking heeft dezelfde letter

Data Sample



$\bar{x}$ – mean of our sample

Parent Distribution
(from which data sample was drawn)

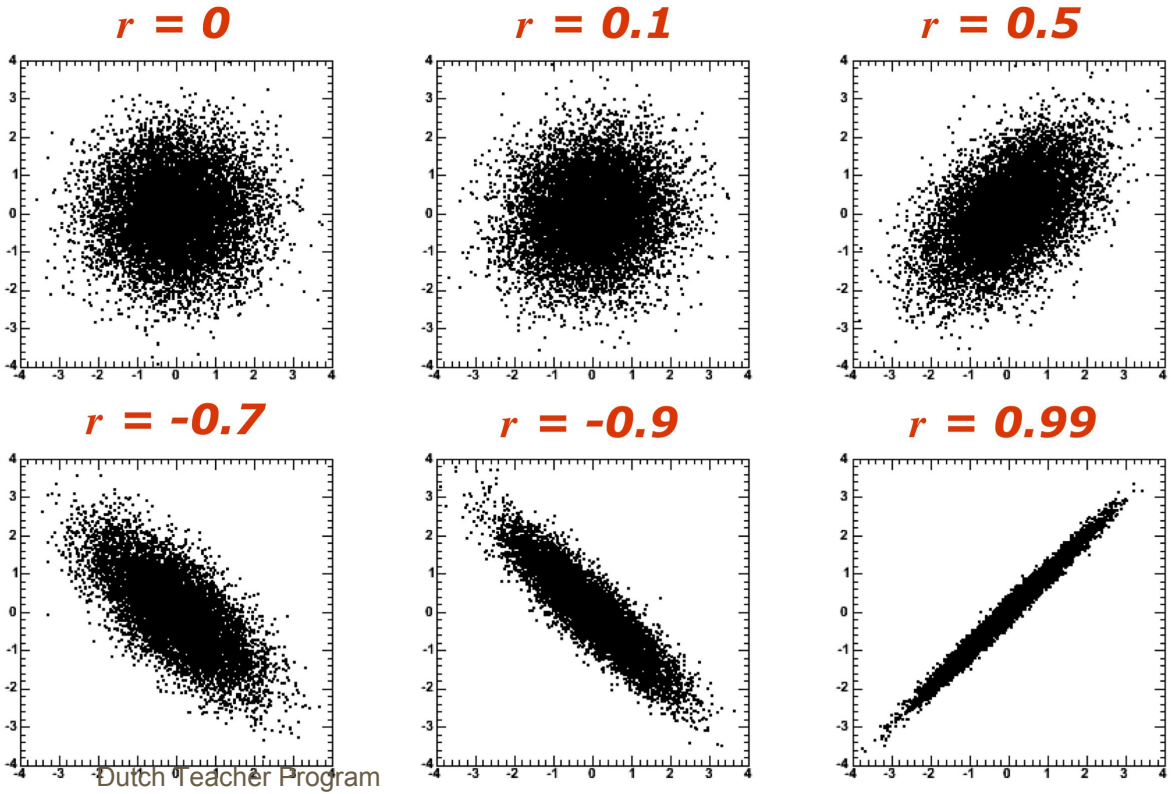


μ – mean of our parent dist

Standaardafwijking in meer dimensies

Wat is de spreiding in elke richting?

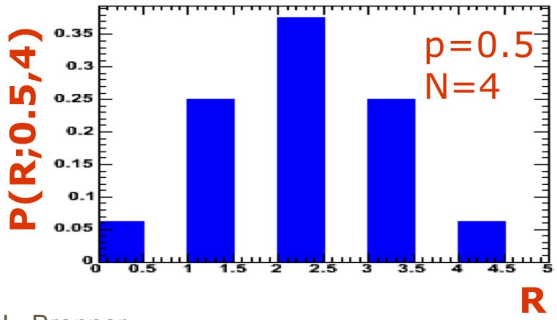
Wat is de correlatie tussen de variabelen?



Binomiale distributie

Voorbeeld: Rode en witte knikkers in een vaas

- Een fractie p van de knikkers is rood
- Je trekt N knikkers na elkaar uit de vaas (en legt elke keer de knikker terug)
- R is het aantal rode knikkers dat je trekt

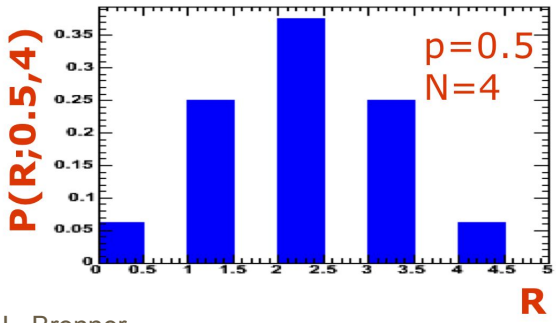


$$P(R;p,N) = p^R(1-p)^{N-R}\frac{N!}{R!(N-R)!}$$

Binomiale distributie

Voorbeeld: Rode en witte knikkers in een vaas

- Gemiddelde <R> = n*p
- Standaardafwijking $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$



Aantal permutaties van een specifieke uitkomst; RWR=RRW=WRR

$$P(R;p,N) = p^R(1-p)^{N-R}\frac{N!}{R!(N-R)!}$$

Kans op een specifieke uitkomst; RWWRRRW

Poisson distributie

Some weet je het aantal trekkingen N niet

- Voorbeeld: Geiger teller
- Tijd-afhankelijke gebeurtenissen

Hoeveel deeltjes verwachten we na een bepaalde tijd?

- Deel de tijd λ op in n blokjes
- Gebruik de binomiale formule met als kans $p=\lambda/n$ en laat n naar oneindig gaan

Poisson distributie

$$\langle r \rangle = \lambda$$

$$\sigma = \sqrt{\lambda}$$

Some weet je het aantal trekkingen N niet

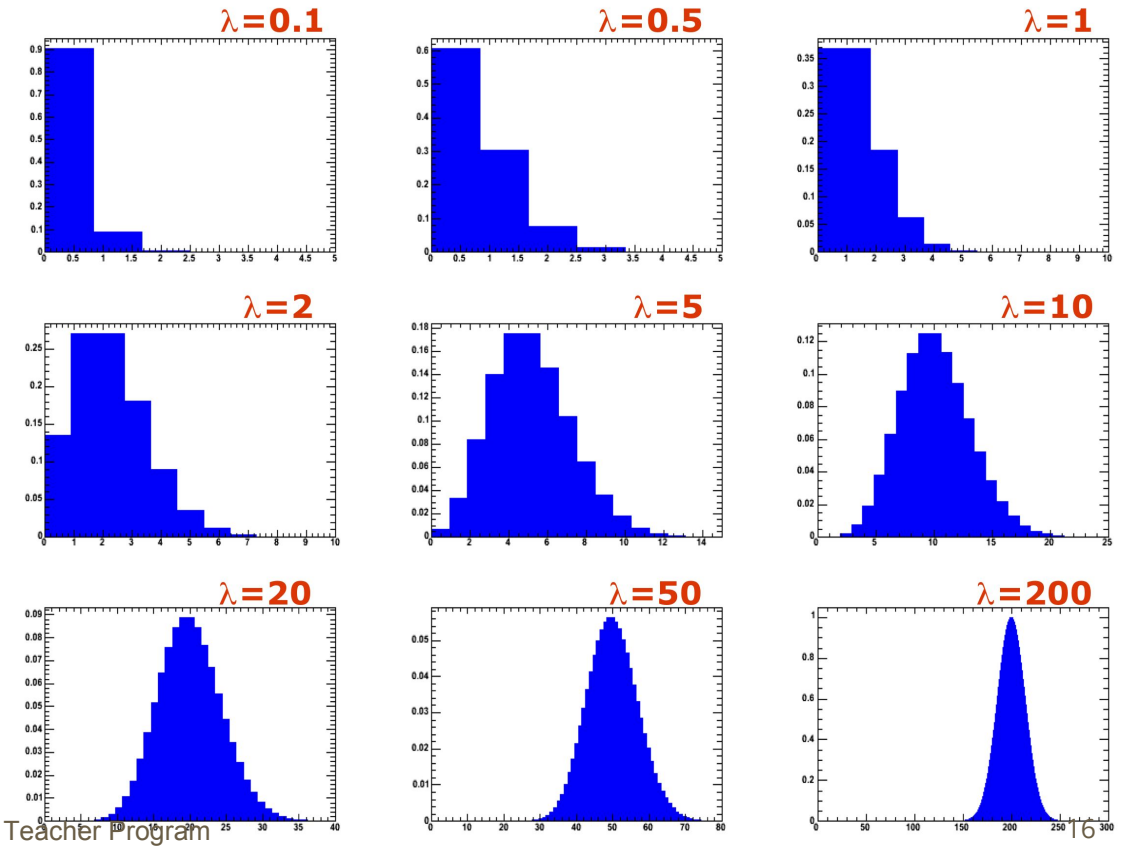
$$P(r;\lambda / n,n) = \frac{\lambda^r}{n^r}(1-\frac{\lambda}{n})^{n-r}\,\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{r!(n-r)!} = n^r,$$

$$\lim_{n\to\infty} (1-\frac{\lambda}{n})^{n-r} = e^{-\lambda}$$

$$P(r;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^r}{r!}$$

Poisson distributie

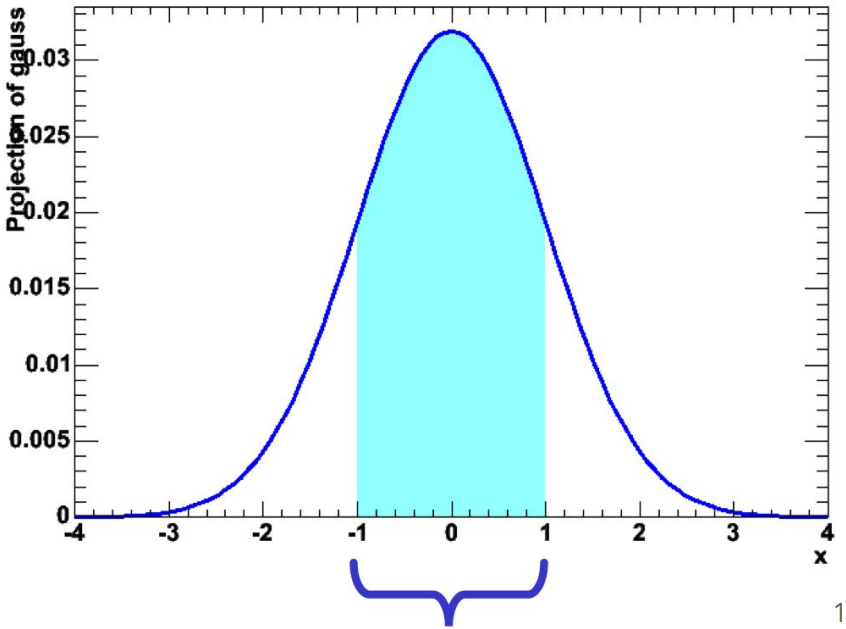


Gaussiaanse distributie

Poisson distributie in het limiet voor grote N

Integraal van de Gauss

68.27% within 1σ	90% → 1.645σ
95.43% within 2σ	95% → 1.96σ
99.73% within 3σ	99% → 2.58σ
	99.9% → 3.29σ



Onzekerheden (errors)

Experiment is het doen van metingen

- Meting is niet perfect; in-perfectie is beschreven in de resolutie op de error

Errors zijn meestal Gaussiaans voor veel onafhankelijke metingen

- 68% kans dat de echte waarde binnen de errors valt

Central-limit-theorem

Willekeurige nummers optellen

N=1; X = x1

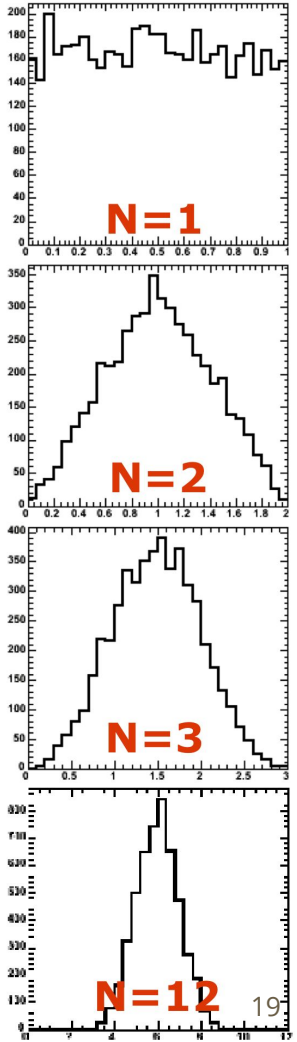
N=2; X = x1 + x2

N=3; X = x1 + x2 + x3

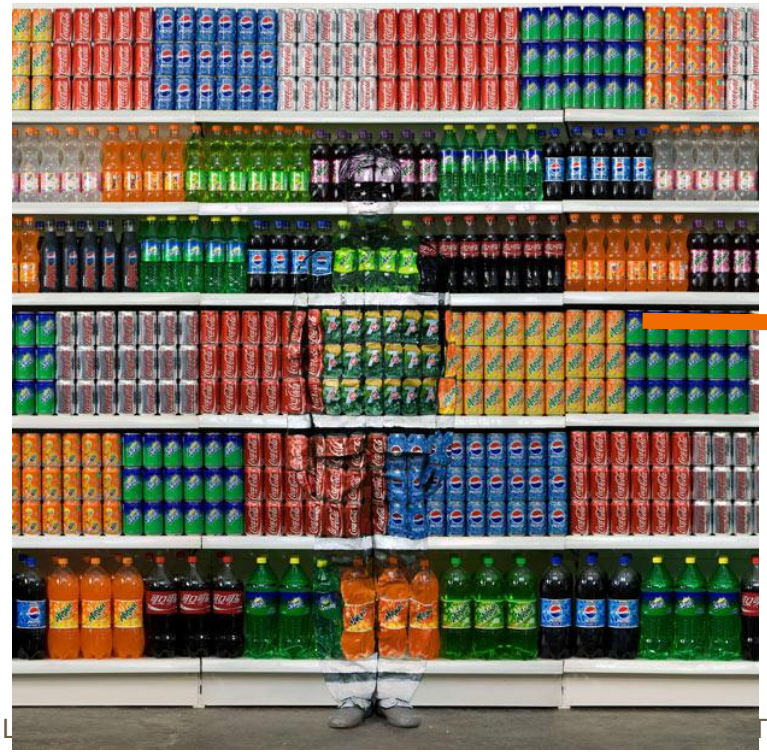
etc.

- Meeste errors komen uit veel verschillende onzekerheden waardoor een Gauss een goede aanname is

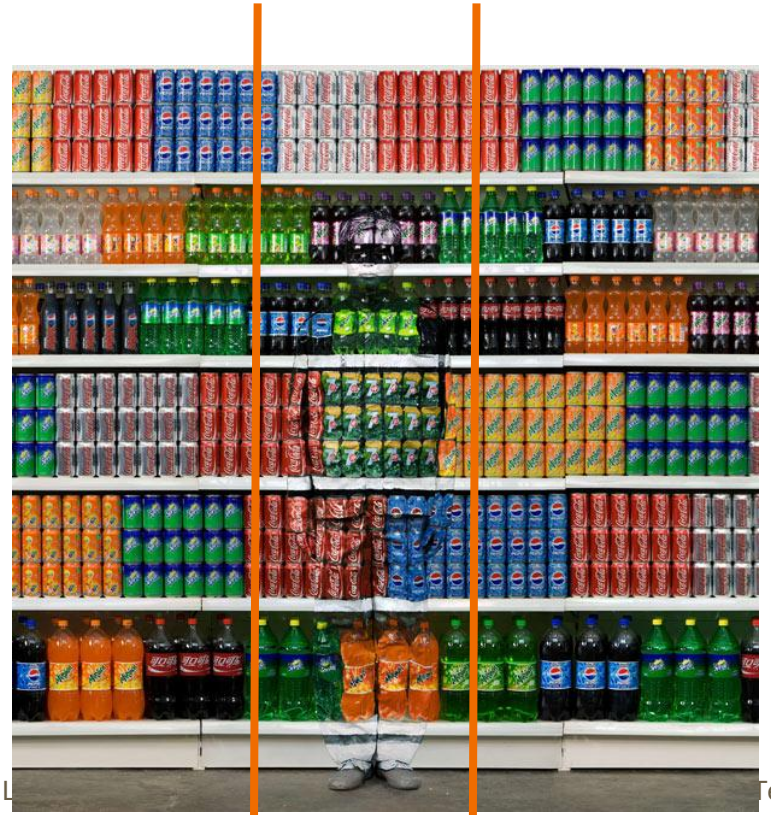
Gauss →

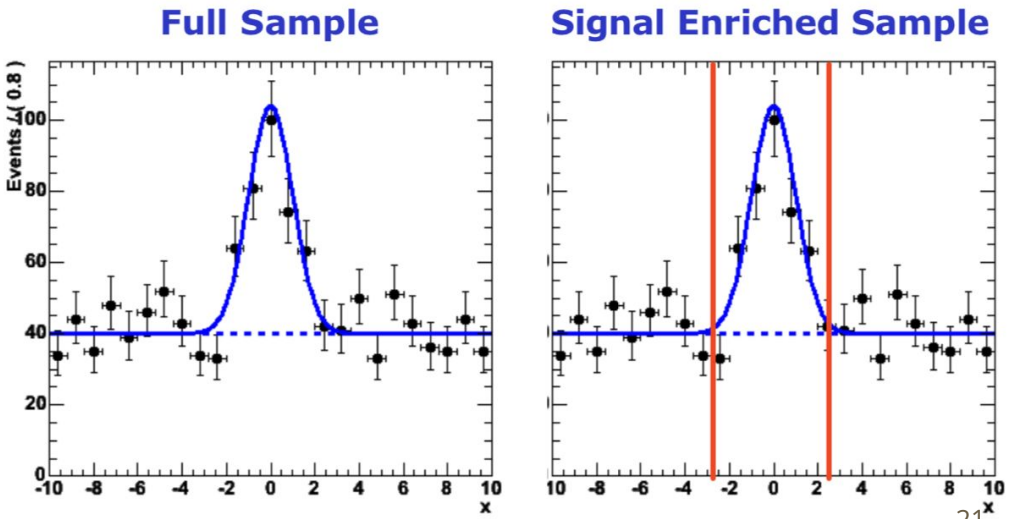


Intermezzo: Errors klein houden

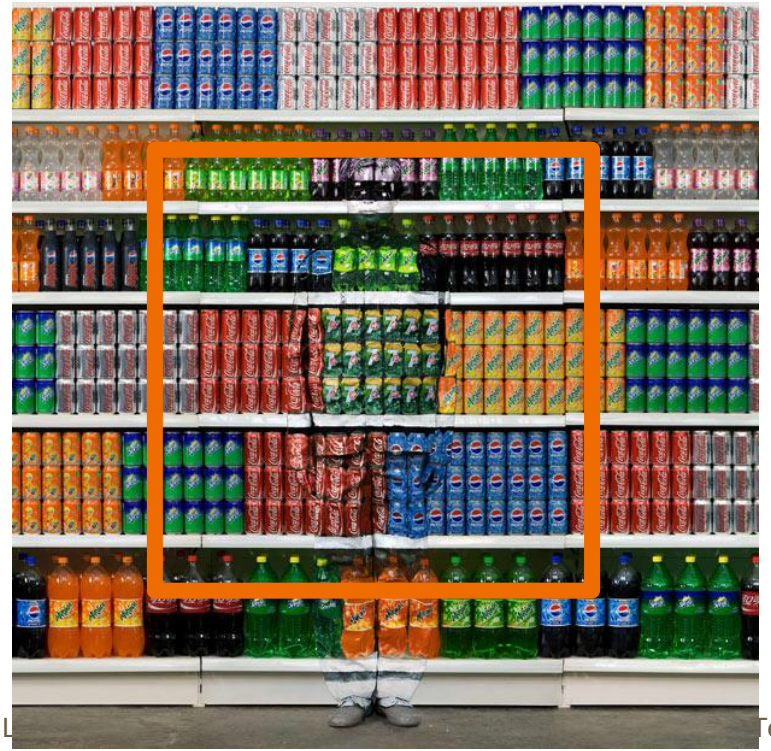


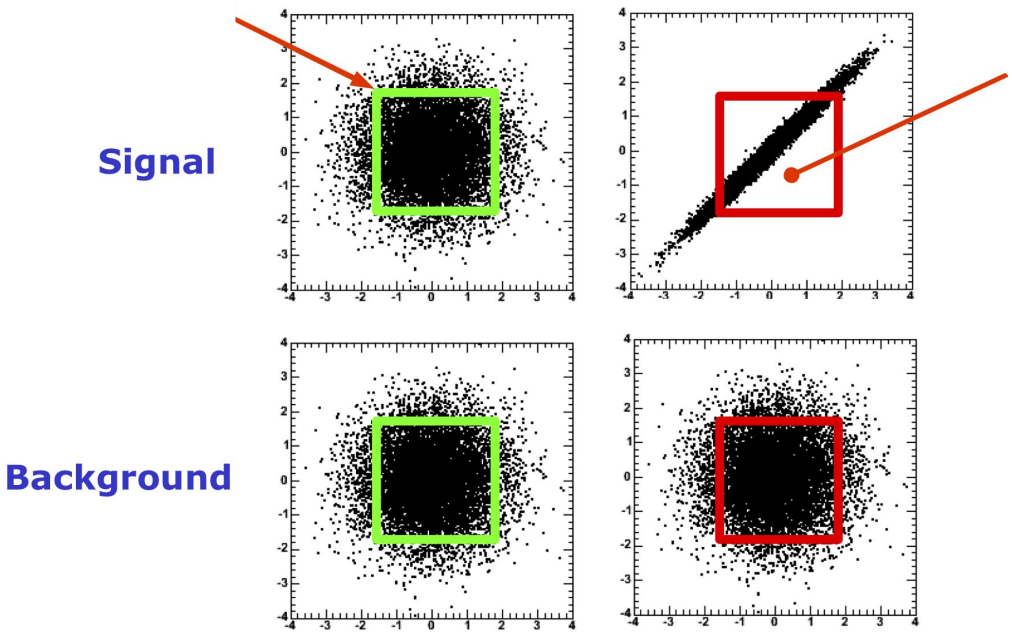
Intermezzo: Achtergronden verwijderen



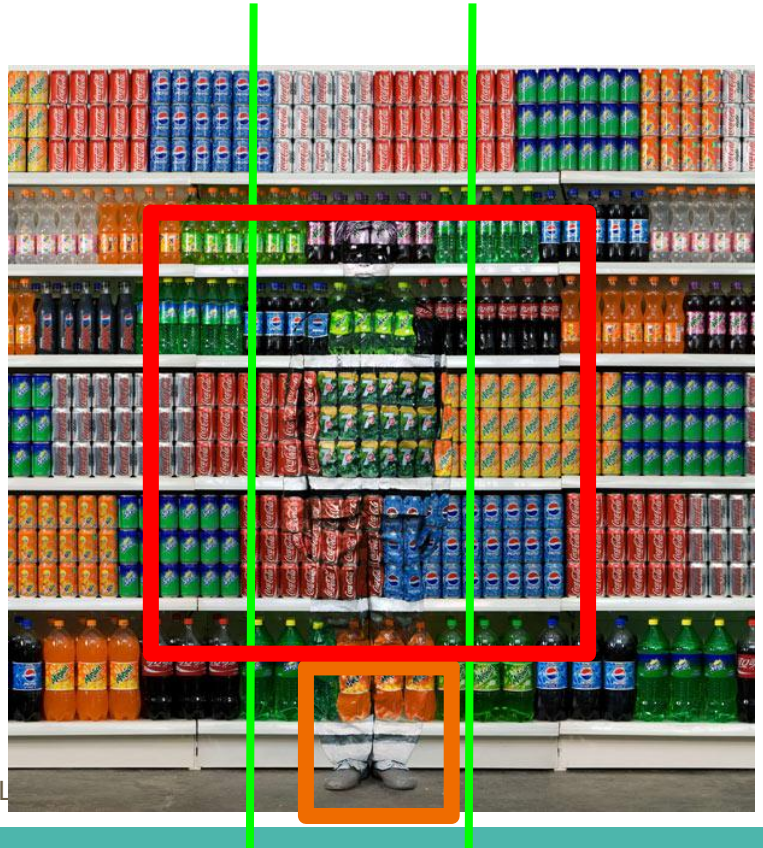


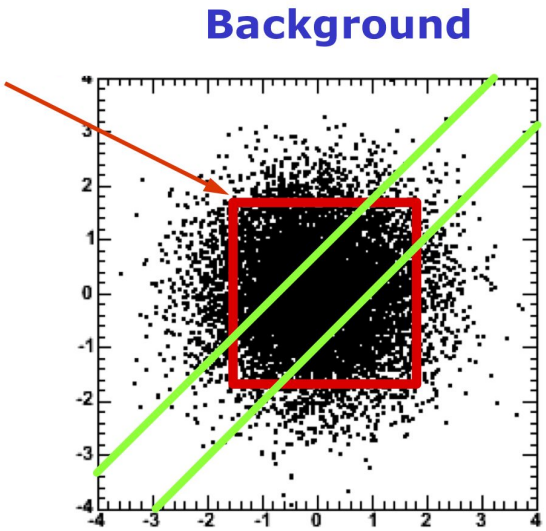
Intermezzo: Achtergronden verwijderen

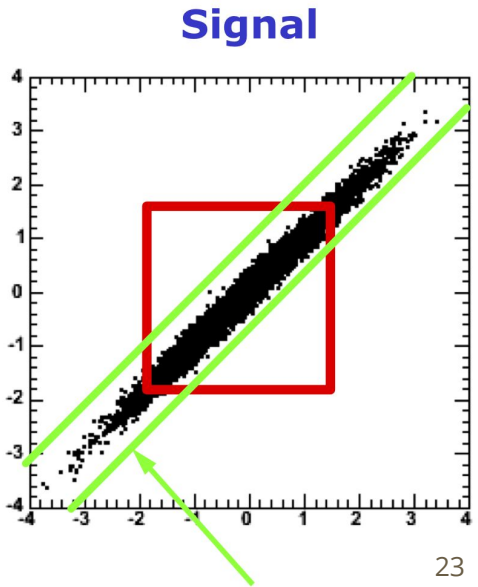




Intermezzo: Achtergronden verwijderen - opties!







Schatten

Kans

Theorie → Data

Inferentie

Data → Theorie

Methode nodig om de parameters van de theorie distributie te schatten

- Fitten!

Schatten

De ideale schatter is

- Consistent; in het limiet van oneindig metingen veranderd de geschatte waarde niet
- Onpartijdig; met weinig statistiek krijg je gemiddeld het correcte antwoord
- Efficiënt; De standaardafwijking is klein

De ideale schatter bestaat niet!

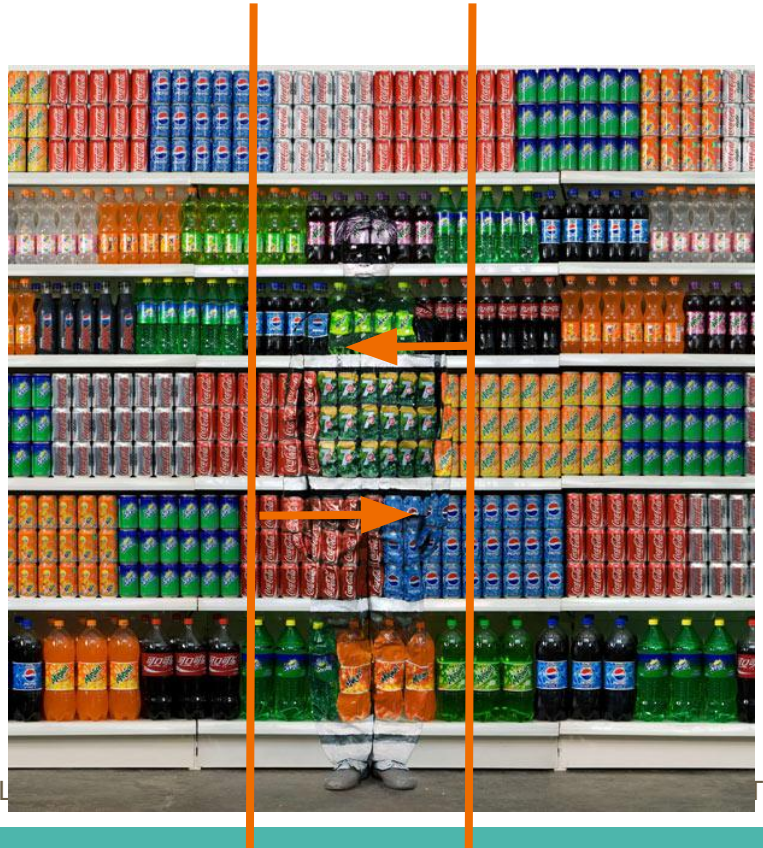
- Meest gebruikte schatters zijn de Chi-squared en Likelihood schatters

Schatten

Waarschijnlijkheid waar (van links naar rechts) Liu Bolin staat

Geschatte plek

Kanttekening; Betrouwbaarheidsinterval



Aan 1 of 2 kanten snijden?

Wat is nu de kans dat Liu Bolin volledig in het interval valt?

Kanttekening 2; Systematische errors

Systematische errors zijn NIET systematische fouten

- Deze errors komen door bijvoorbeeld het niet goed kunnen modelleren van de detector
- Deze erros komen niet doordat mensen herhaaldelijk fouten maken
- Alles wat niet door statistische fluctuaties komt noemen we systematisch

Hypothese testen

Wat is hypothese testen? Het maken van keuzes

- Is dit deeltje type A of type B?
- Is dit het deeltje wat ik zoek of achtergrond?
- Gaat de kwaliteit van de detector achteruit?
- Komt de data overeen met het standaard model of niet?

De nulhypothese

Om te laten zien dat een effect bestaat

- Door het eten van wortels krijg je beter nachtzicht
- Adverteren op Facebook verhoogd je verkoop
- Een nieuw medicijn zorgt voor hogere overlevingskansen
- De data bevat nieuwe deeltjes

Moet je je best doen om het omgekeerde (de nulhypothese) te bewijzen, en dat moet mislukken

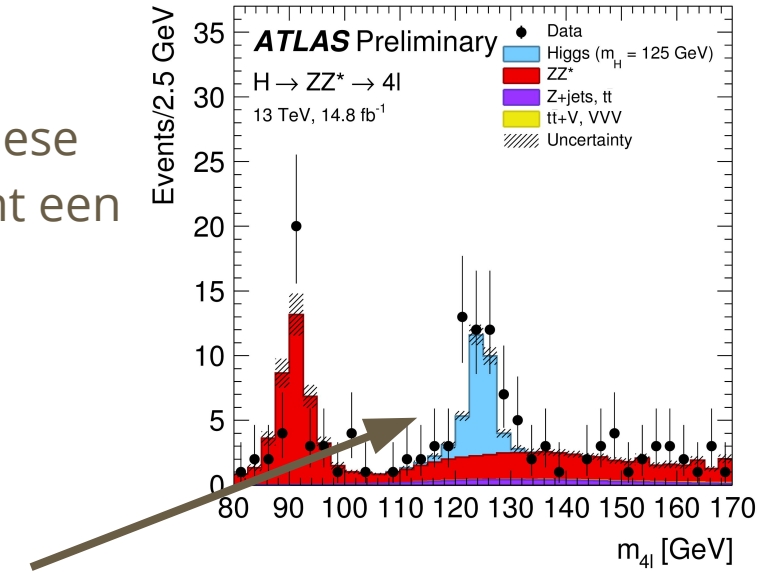
- Mensen die wel en geen wortels eten hebben hetzelfde nachtzicht
- Verkoop is onafhankelijk van Facebook advertenties
- De overlevingskansen met en zonder het nieuwe medicijn zijn hetzelfde
- Het standaard model beschrijft de data goed

De nulhypothese

Als de nulhypothese niet bij je data past, dan bestaat je effect

- De significantie is de kans dat de nulhypothese wordt afgedankt en toch correct is - je claimt een ontdekking die niet bestaat

Oftewel; Als je data niet overeenkomt met het standaard model, dan is er een nieuw deeltje



De ontdekking van het Higgs boson!

Vragen?