

IV. 피크 효율 및 방사능 보정

1. 서론

◆ 피크 효율 (peak efficiency)

$$\varepsilon_p(E, x) = \varepsilon_E(E) \cdot \varepsilon_g(x)$$

- $\varepsilon_E(E)$ 상대적 효율(energy dependency)
- $\varepsilon_g(x)$ 절대적 효율(S & D geometry)

◆ 방사능 보정(Correction factors)

$$\varepsilon_p = \varepsilon_g \cdot \varepsilon_g \cdot f_a \cdot f_{sa} \cdot f_c \cdot f_p \cdot f_d \cdot \dots$$

- f_a ; S&D 사이 물질에서 감마선 흡수/산란에 의한 감쇄 보정항
- f_{sa} ; 선원내부용적에서 감마선의 자체흡수에 대한 보정항
- f_c ; cascade 감마선의 동시합산효과에 대한 보정항
- f_p ; pulse pile-up의 보정항
- f_d ; 방사능 붕괴에 대한 보정항



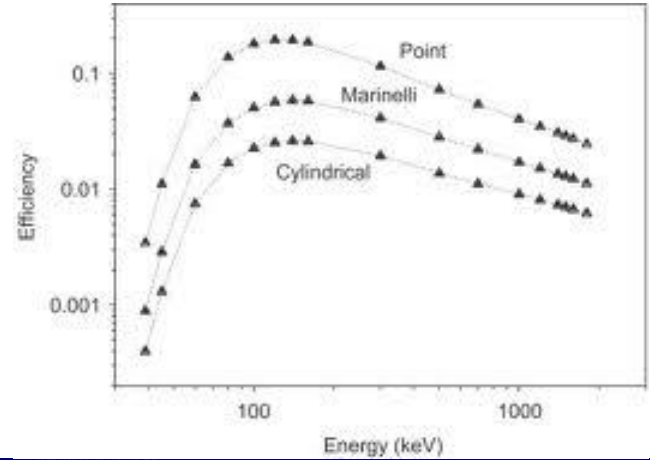
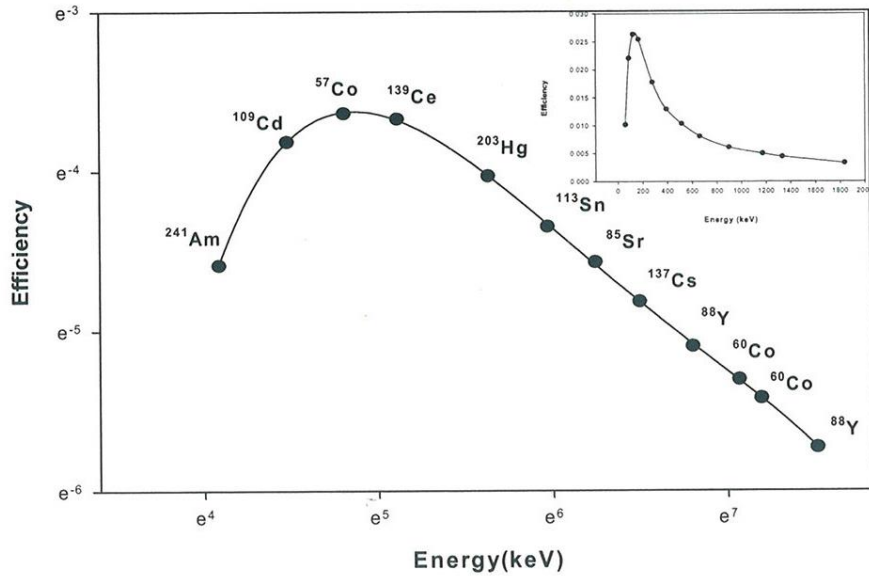
Coincidence-summing in
Gamma-ray spectrometry.
IEC 1452 Standard
GESPECOR software

Octavian Sima
Physics Department
Bucharest University

INM-AD 2005

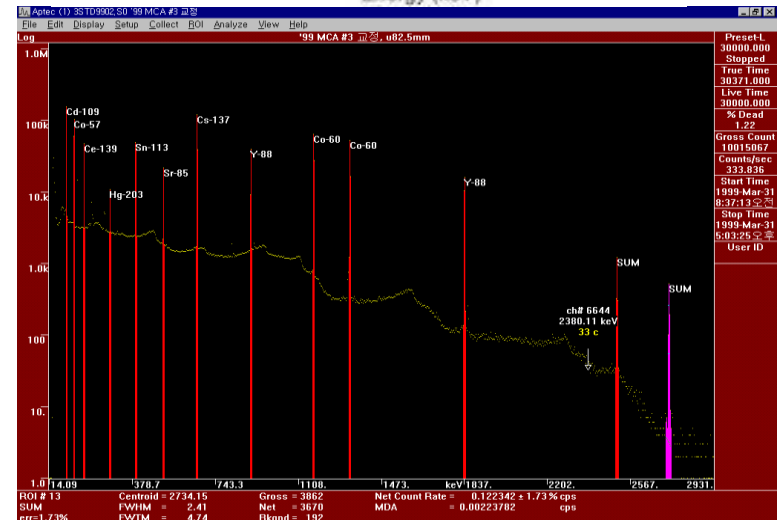
2. 피크효율의 에너지의존성

(1) 피크 효율곡선



$$\ln \varepsilon (E) = c_1 + c_2 \ln E + c_3 (\ln E)^2 + \dots$$

$$\varepsilon (E) = c_1 E^{-c_2} + c_3 \exp(-c_4 E) + c_5 \exp(-c_6 E) + \dots$$

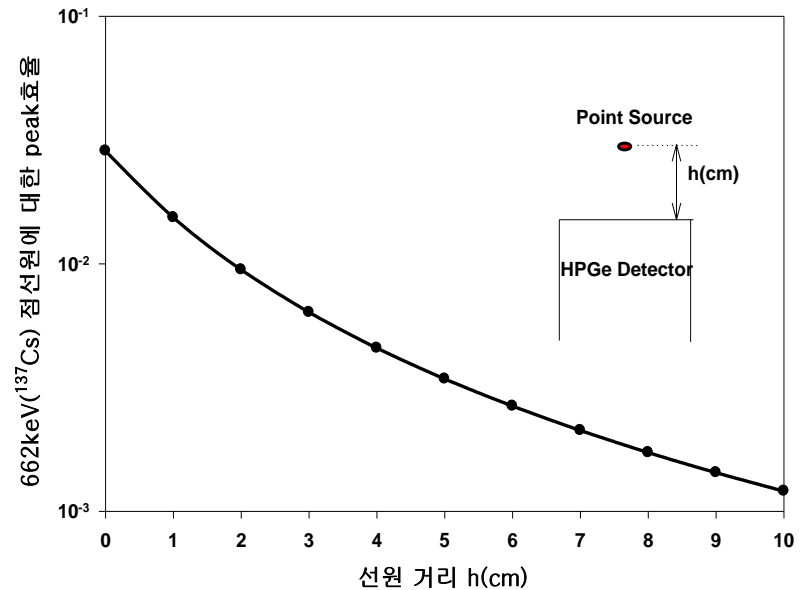
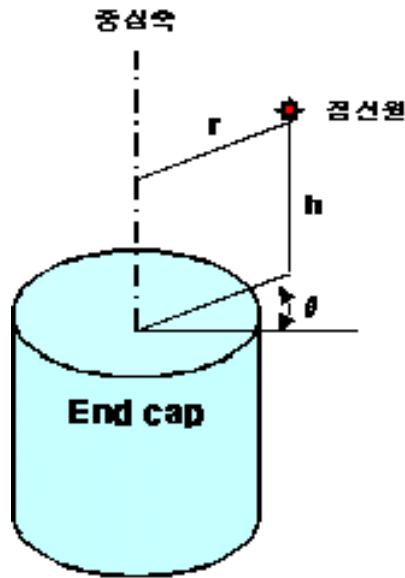


3. S-D 사이의 기하학적 의존성

(1) 점선원과 피크효율 (선원거리 h에 따른 효율)

$$\frac{1}{\epsilon(h)} = a + bh + ch^2 + \dots$$

$$\ln \epsilon(h) = a + bh + ch^2 + \dots$$



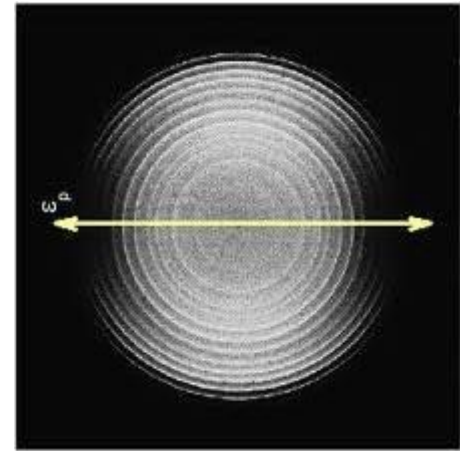
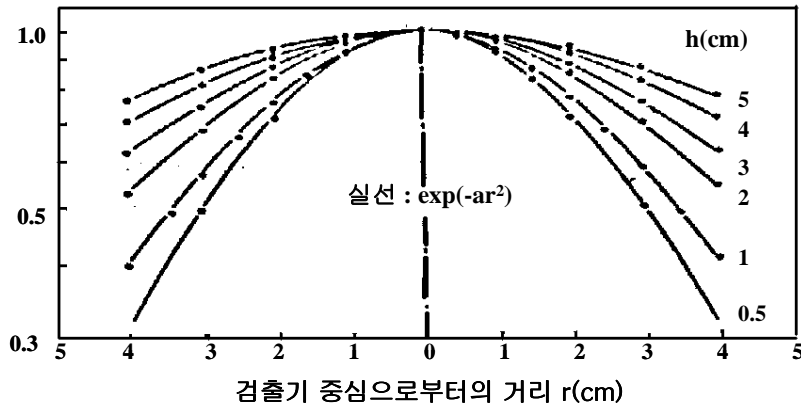
$0 \leq h < 6\text{cm}$ 구간 : $1/\epsilon(h) = 5.333h^2 + 24.707h + 35.03$
 $6 \leq h \leq 10\text{cm}$ 구간 : $1/\epsilon(h) = 5.888h^2 + 19.14h + 48.95$

3. S-D 사이의 기하학적 의존성

(2) 점선원과 피크효율 (r방향의 거리의존성)

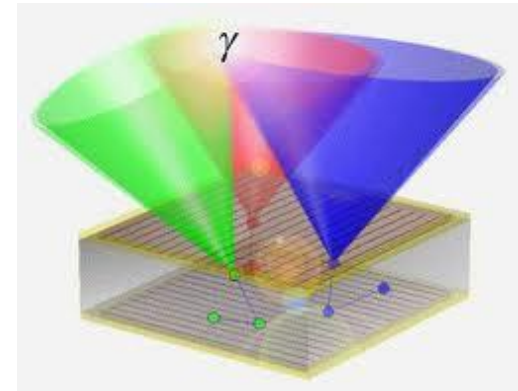
$$\epsilon_h(r) = \exp(-ar^2)$$

$$a = c_1 \exp(-c_2 h) + c_3 \exp(-c_4 h)$$



➤ 점선원에 대한 피크 효율

$$\epsilon(h, r) = \epsilon(h) \cdot \epsilon_h(r)$$



3. S-D 사이의 기하학적 의존성

(3) 면선원과 피크효율

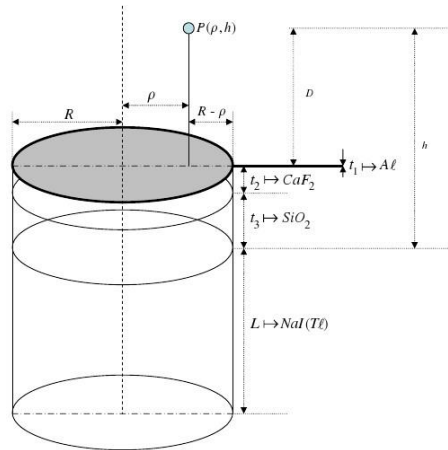
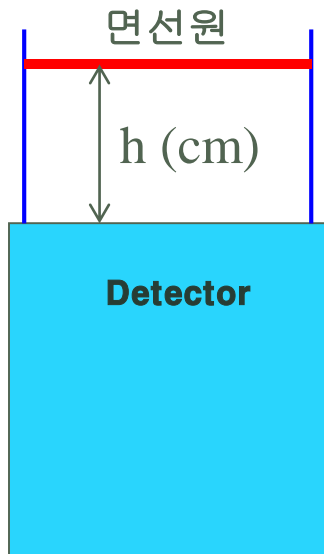
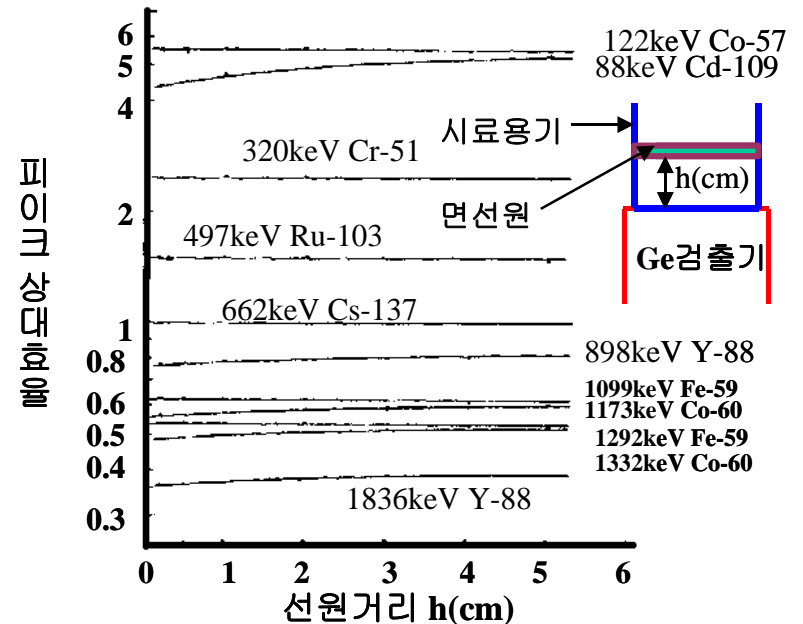


Fig. 3. Three-dimensional view of the cylindrical phoswich scintillation detector.



- ^{60}Co , ^{88}Y 및 ^{109}Cd 등 이 3핵종은 h 가 크면 클수록 증가하는 곡선
- 다른 핵종들의 상대 피크효율은 h 에 관계없이 일정
- ^{60}Co 과 ^{88}Y 핵종은 각각 cascade 붕괴를 하면서 감마선을 방출하는 핵종으로 동시합산효과 때문
- ^{109}Cd 핵종은 검출기에 입사될 때까지의 감마선의 감쇄계수가 크기 때문

3. S-D 사이의 기하학적 의존성

(4) 용적선원과 피크효율

▶ 용량이 일정한 표준용적선원을 이용하는 방법

$$\mu (cm^{-1}) = \mu_m (cm^2/g) \times \rho (g/cm^3)$$

$$\epsilon'(E) \doteq \frac{(\mu'_m \cdot \rho' - \mu_{m1} \cdot \rho_1)}{(\mu_{m1} \cdot \rho_1 - \mu_{m2} \cdot \rho_2)} \times [\epsilon_1(E) - \epsilon_2(E)] + \epsilon_1(E)$$

$\epsilon_1(E)$: 선감쇄 계수가 $\mu_{m1} \cdot \rho_1$ 인 표준용적 선원의 피크효율

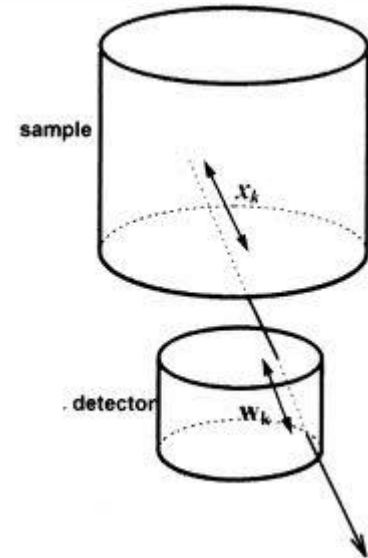
$\epsilon_2(E)$: 선감쇄 계수가 $\mu_{m2} \cdot \rho_2$ 인 표준용적 선원의 피크효율

▶ 서로 다른 두께의 용적선원을 이용하는 방법

$$\frac{1}{\epsilon'(E)} \doteq \frac{\epsilon_1(E) - \epsilon_2(E)}{\epsilon_1(E)\epsilon_2(E)} \cdot \frac{h' - h_1}{h_2 - h_1} + \frac{1}{\epsilon_1(E)}$$

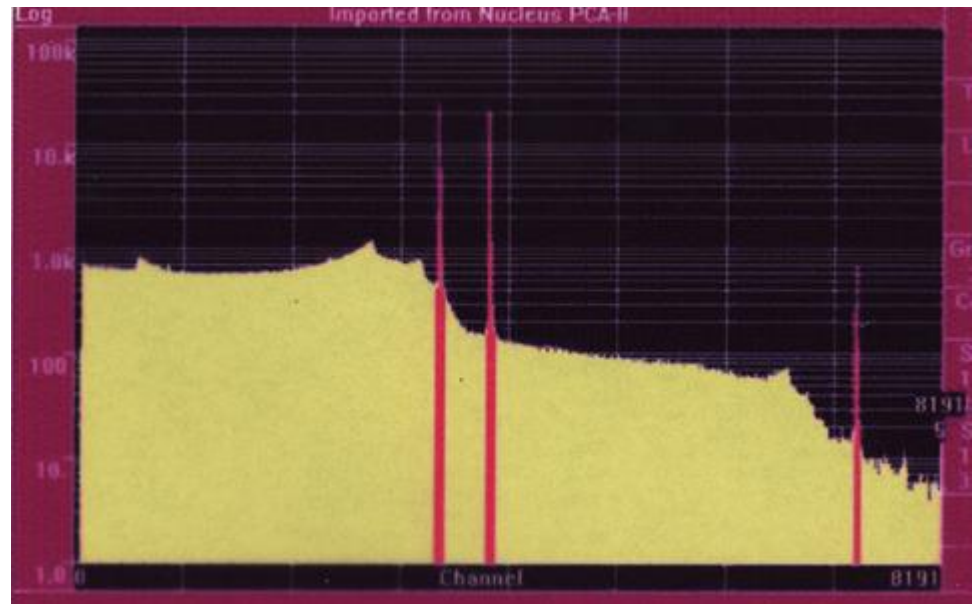
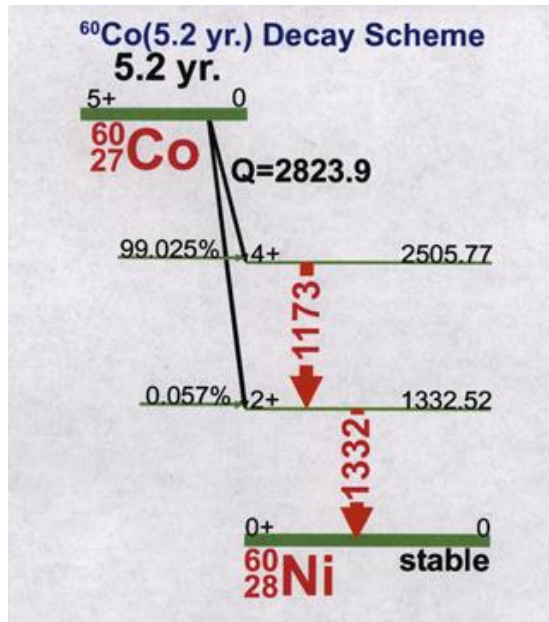
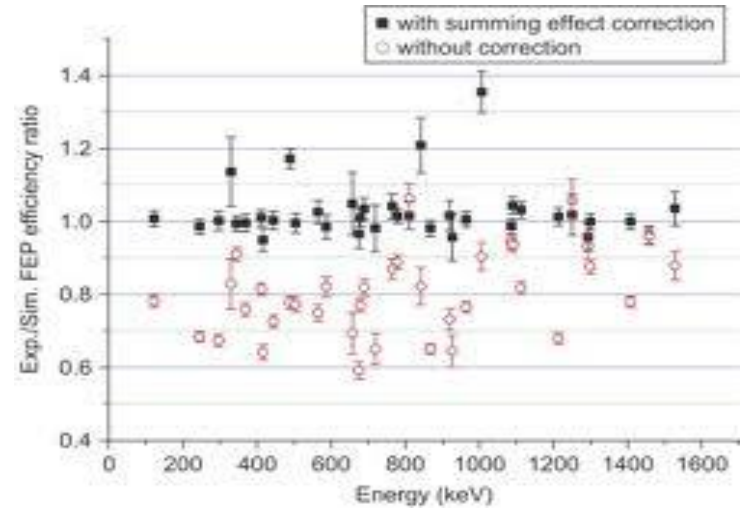
$\epsilon_1(E)$: h_1 의 두께를 지닌 표준용적 선원에 의한 피크효율

$\epsilon_2(E)$: h_2 의 두께를 지닌 표준용적 선원에 의한 피크효율



4. 동시합산 효과의 보정

- ◆ Cascade 합산(coincidence effect)
 - Depends on decay scheme, geometry
 - Independent of count-rates
- ◆ 무작위적 합산(Random process)
 - Pulse pile-up

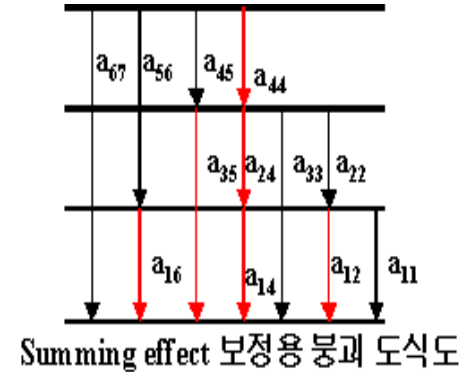
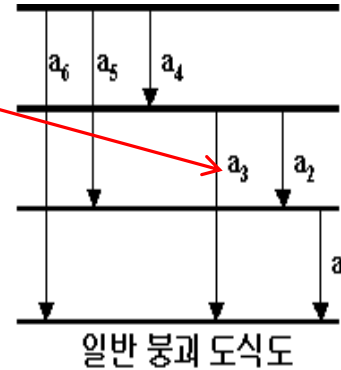


4. 동시합산 효과의 보정

(1) 붕괴 도식도로부터 계산에 의해서 구하는 방법

➤ 주목하는 감마선을 γ_3 (방출비를 a_3)라고 하면

- ① γ_3 와 γ_4 는 Cascade로 방출 ; γ_3 피크 계수를 감소효과
- γ_3 피크 감소 확률은 γ_4 의 전효율(total eff.)이 관계
- ② γ_1 과 γ_2 가 γ_3 와 동일한 준위로 cascade하는 경우 ;
 γ_3 의 피크 계수를 증가효과
- γ_3 피크 증가 확률은 γ_1 과 γ_2 의 피크효율이 관계



- a_{jk} ; 각 감마선의 전이계열별 방출확률로서 j 는 에너지를, k 는 계열을 구분하는 첨자
- a_{0k} ; k 가 같은 경우 전이 확률은 j 에 관계없이 일정
- f_j ; 내부전환에 의해서 감소하는 비율 ; $a_{jk} = f_j a_{0k}$ 로 표현
여기서 내부전환계수($\alpha_k + \alpha_L + \dots$)을 α 라고 하면 $f_j = 1/(1 + \alpha)$ 가 된다.
- 동일 한 j (에너지)에 대한 전방출비는 $a_j = \sum_k a_{jk}$

➤ k 계열에 있어서 γ_i 와 cascade인 모든 γ_j 를 계수하지 않을 확률은 γ_j 에 대한 전 효율을 T_j 라고 하면

$$\prod_j (1 - f_j T_j)$$

4. 동시합산 효과의 보정

(1) 붕괴 도식도로부터 계산에 의해서 구하는 방법(계속)

- k계열에 있는 γ_i 가 전에너지 흡수로 계수되고(이에 대한 피크효율을 ϵ_i 라 함),
- 모든 γ_i 가 계수되지 않을 확률은 1붕괴당 다음과 같이 나타낼 수 있음

$$\epsilon_i f_i a_{0k} \prod_{j \neq i} (1 - f_j T_j)$$

- 모든 계열에 대해서는 관측된 피크 효율을 ϵ_i^* 라고 하면

$$\sum_k \epsilon_i^* f_i a_{0k} = \sum_k \epsilon_i f_i a_{0k} \prod_{j \neq i} (1 - f_j T_j)$$

$$\epsilon_i^* = \epsilon_i \sum_k \left[\frac{a_{ik}}{a_i} \prod_{j \neq i} (1 - f_j T_j) \right] + \frac{a_m}{a_i} f_n \epsilon_m \epsilon_n$$

ϵ_i^* : 실측된 γ_i 의 피크효율

(합산효과가 반영되어 있는 상태)

ϵ_i : 합산효과가 없을 때의 γ_i 의 피크효율

T_j : γ_i 와 cascade인 γ_j 의 전효율

ϵ_m, ϵ_n : γ_i 와 교차하고 있는 γ_m, γ_n 의 피크효율

a_{1k}, a_m : k계열에 있어서 γ_i 의 방출비,
교차하고 있는 γ_m 의 방출비

a_i : γ_i 의 전방출비 $\sum_k a_{ik} = \sum_k f_k a_{0k}$

f: 내부전환(및 자체흡수)에 의한 Y방출의 감소율

4. 동시합산 효과의 보정

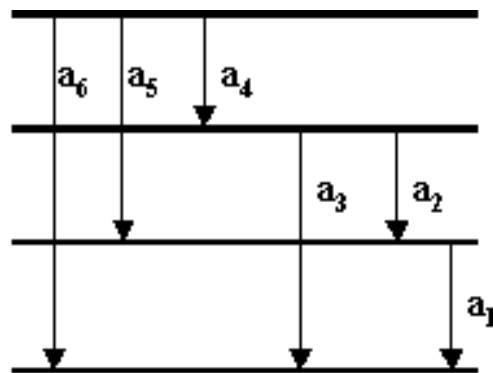
(1) 붕괴 도식도로부터 계산에 의해서 구하는 방법(예제)

➤ $i=1$ 인 경우 (γ_1)

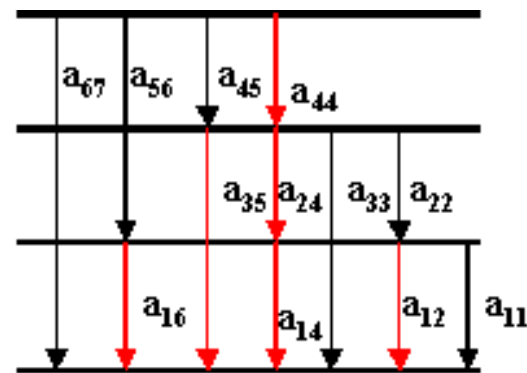
$$\epsilon_1^* = \epsilon_1 \left[\frac{a_{11}}{a_1} + \frac{a_{12}}{a_1} (1 - f_2 T_2) + \frac{a_{14}}{a_1} (1 - f_2 T_2)(1 - f_4 T_4) + \frac{a_{16}}{a_1} (1 - f_5 T_5) \right]$$

➤ $i=3$ 인 경우(γ_3)

$$\epsilon_3^* = \epsilon_3 \left[\frac{a_{33}}{a_3} + \frac{a_{35}}{a_3} (1 - f_4 T_4) \right] + \frac{a_2}{a_3} f_1 \epsilon_1 \epsilon_2$$



일반 붕괴 도식도



Summing effect 보정용 붕괴 도식도

4. 동시합산 효과의 보정

(1) 붕괴 도식도로부터 계산에 의해서 구하는 방법(^{60}Co , ^{88}Y , ^{22}Na)

➤ ^{60}Co 의 경우 ($\gamma_1 = 1.33\text{MeV}$, $\gamma_2 = 1.17\text{MeV}$)

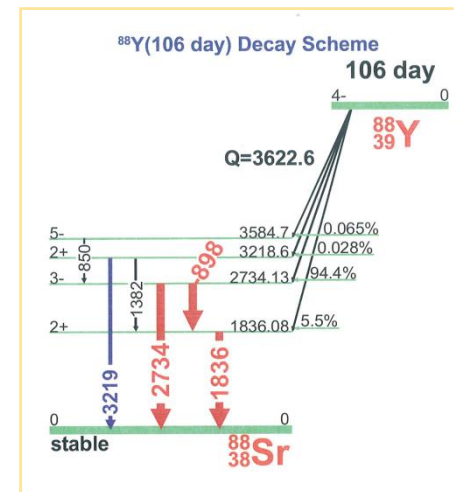
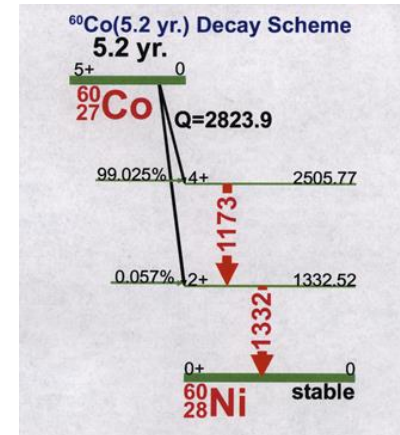
$$a_{11}=0, a_{12}=a_1=1, a_{22}=a_2=1, f_1=f_2=1$$

$$\epsilon_1^* = \epsilon_1(1 - T_2), \quad \epsilon_2^* = \epsilon_2(1 - T_1)$$

➤ ^{88}Y 의 경우 ($\gamma_1 = 1.836\text{MeV}$, $\gamma_2 = 0.898\text{MeV}$)

$$a_{11}=0.0065, a_{12}=0.935, a_1=1, a_{22}=0.935, a_2=0.935, f_1=f_2=1$$

$$\epsilon_1^* = \epsilon_1[0.065 + 0.935(1 - T_2)] = \epsilon_1(1 - 0.935T_2), \quad \epsilon_2^* = \epsilon_2(1 - T_1)$$



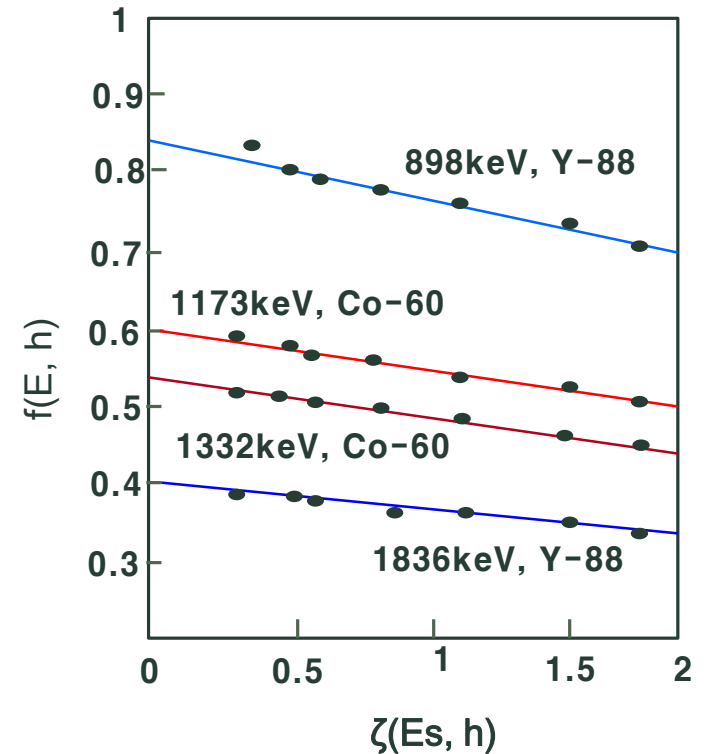
4. 동시합산 효과의 보정

(2) 기준 피크효율을 “0” 으로 외삽 하는 방법

- 1) 임의의 기하학적 구조(선원-거리 h 등을 파라미터로 하는)에서 대상인 핵종의 감마선 및 ^{137}Cs 의 662keV 감마선에 대한 피크효율을 구한다.
- 2) 동일한 선원거리(h)에서 얻어진 피크효율을 이용해서 다음과 같이 상대피크 효율을 구한다.

$$f_i(h) = (\epsilon_i / \epsilon_{662})_h$$

- 3) 선원거리를 다양하게 변화시키면서 f_i 를 구하고, f_i 와 ϵ_{662} 의 관계를 그래프에 그린다.
- 4) f_i 는 ϵ_{662} 에 대해서 거의 직선관계가 되는 것을 기대할 수 있기 때문에 직선을 $\epsilon_{662}=0$ 까지 외삽 한다.
- 5) 그 외삽된 값 $f_i(0)$ 가 동시합산효과를 보정한 상대 피크효율이 된다.



4. 동시합산 효과의 보정

(3) Canberra Genie 2000 S/W

- 체적선원에 대한 보정인자 계산을 위한 Genie 2000의 알고리즘은 V.P.Kolotov(1996)등이 연구한 것에 기초
- 이 방법에서 체적선원은 먼저 수많은 동일한 체적의 부선원(sub-sources)들로 구성
- 이러한 각 점의 위치에서 보정인자를 계산해서 전 선원에 대한 종합 보정인자를 결정하기 위하여 적산

$$COI_{g,i} = (1 - L_g) \times (1 + S_g)$$

$$L_g = \sum_{j=1}^n L_{g,i} \quad S_g = \sum_{j=1}^m S_{g,i}$$

- L_g 는 합산에서 빠질 확률이고 S_g 는 합산으로 포함될 확률
- 이러한 확률은 관심대상의 감마선을 포함한 개개의 붕괴사슬에 대해서 계산된 부분 확률의 합
- L_g 의 계산은 전 검출효율과 마찬가지로 감마선 방출확률(yield), 분기율(branching ratios), 내부변환 계수와 같은 핵 데이터를 알아야 한다.
- S_g 는 핵 데이터와 전에너지 피크효율을 알아야 한다.

4. 동시합산 효과의 보정

(4) ORTEC Gamma Vision S/W

- Blaauw(1993)의 연구결과에 기초
- 이 방법에서, 전에너지 피크로 계수될 확률은 다음과 같이 주어진다.

$$P_{E_i} = g_i \epsilon_{full\ energy, E_i} \prod_{j \neq i} (1 - g_j \epsilon_{total, E_j})$$

- P_{E_i} 는 전에너지 피크 계수확률
- $\epsilon_{full\ energy, E_i}$ 는 에너지 E_i 에서 전에너지 피크효율
- ϵ_{total, E_j} 는 에너지 E_j 에서 전효율이며
- g_i 와 g_j 는 각각 에너지 E_i 와 E_j 로 감마선이 전이될 확률
- 보정인자의 결정은 전에너지 피크효율, 전효율, 그리고 핵의 붕괴도식도만 알면 된다.

5. 방사능붕괴의 보정

(1) 반감기가 측정시간에 비해서 충분히 길 때

$$A_0 = A \cdot e^{-0.693 \frac{t_0}{T}}$$

t_0 ; 시료채집시점(방사능 기준일)으로부터 측정시작시점까지의 시간간격

T ; 반감기

A ; 측정시점에서의 방사능

A_0 ; 기준일에서의 방사능

- 대부분의 핵종(^{137}Cs , ^{60}Co 등)에 있어서 상기 보정식 적용
- 축차붕괴 핵종($^{95}\text{Zr} \rightarrow ^{95}\text{Nb}$, $^{140}\text{Ba} \rightarrow ^{140}\text{La}$)과
- 반감기가 대단히 짧은 핵종(^{214}Bi , ^{214}Pb)의 경우 주의

5. 방사능붕괴의 보정

(2) 축차 붕괴를 하는 핵종들에 대한 방사능 보정

$X \rightarrow Y \rightarrow Z(\text{stable})$ 로 연속적으로 붕괴, Y핵종의 반감기는 수일에서 수백 일이 되는 경우

$$A_{y0} = A_y e^{\lambda_y t_0} - \left(\frac{\lambda_y}{\lambda_y - \lambda_x} \right) [e^{\lambda_y t_0} - e^{\lambda_x t_0}] A_x$$

t_0 ; 시료채취시점(방사능기준일)으로부터 측정시작시점까지의 시간

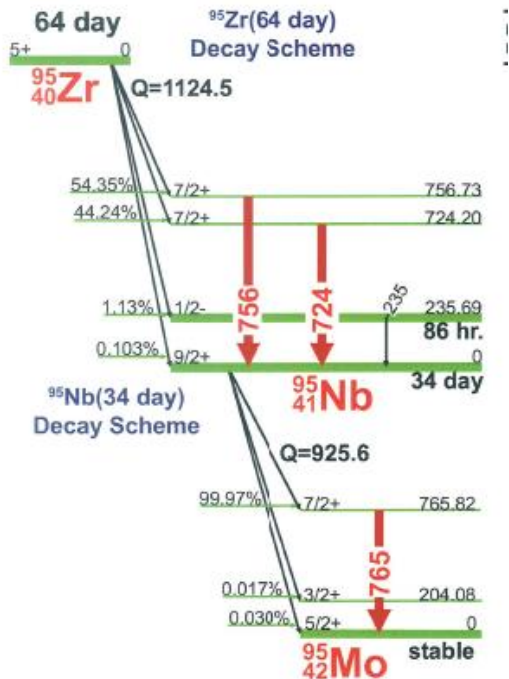
A_x, A_y ; 측정시점에서의 x 핵종과 y 핵종의 방사능

λ_x, λ_y ; x 핵종과 y 핵종의 붕괴상수

A_0 ; 기준시점에서의 방사능

5. 방사능붕괴의 보정

(3) 축차 붕괴의 예



딸핵종의 방사능(rate of change) =
 모핵종으로부터 생성율(rate of formation) -
 딸핵종의 붕괴율(rate of transformation)

$$\frac{dN_y}{dt} = \lambda_x N_x - \lambda_y N_y$$

$$N_x = N_{x0} e^{-\lambda_x t}$$

결론적으로

축차붕괴에서 딸핵종 농도(반감기에 대한 보정)는 시료
 채취 후 build-up되는 아래 항 이 고려되어야 하므로 그
 만큼 빼주어야 함

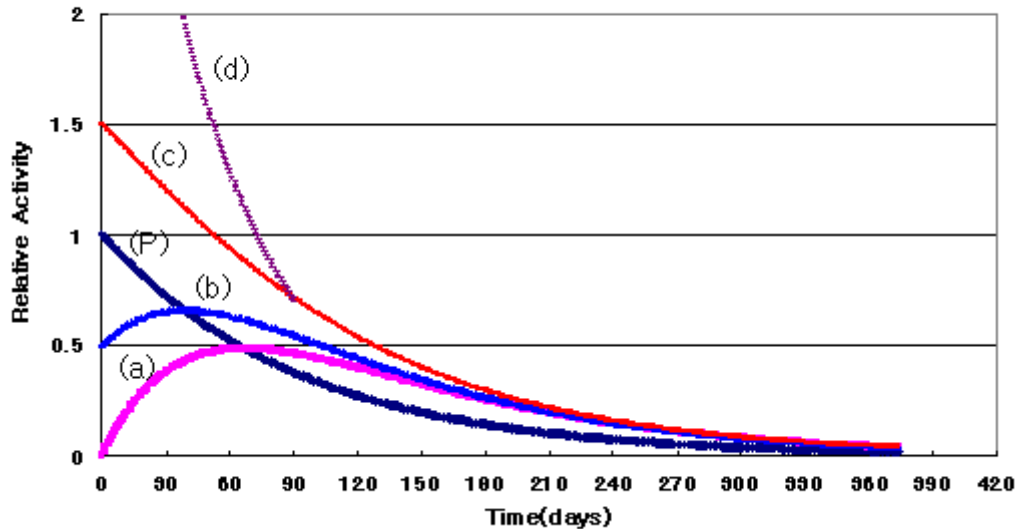
$$A_y = \left(\frac{\lambda_y A_x}{\lambda_y - \lambda_x} \right) (e^{-\lambda_x t} - e^{-\lambda_y t})$$

5. 방사능붕괴의 보정

(3) 축차 붕괴의 예 (계속)

| 측정일시 | ⁹⁵ Nb Activity(Bq/kg) | | | |
|-------------|----------------------------------|------------|----------------------|----------------|
| | S/W분석결과 | | 축차 계산식(6/1일 기준의 방사능) | |
| | 계측일시 기준 | 6/1기준의 방사능 | 자체감쇄만을 고려 | 생성과 붕괴를 동시에 고려 |
| 2000. 6. 17 | 45.5 | 61.9 | 63.6 | 57.4 |
| 2000. 6. 20 | 38.8 | 56.9 | 57.6 | 51.2 |
| 2000. 8. 14 | 18.4 | 78.1 | 80.9 | 56.5 |

Growth and decay of Nb-95 from Zr-95



5. 방사능붕괴의 보정

(4) 반감기가 측정시간에 비해서 무시할 수 없는 경우

- 측정시간 t_m 에 대한 보정

$$A_y = A_{y0} \int_{t_0}^{t_0+t_m} e^{-\lambda_y t} dt / t_m = \frac{A_{y0}}{\lambda_y t_m} e^{-\lambda_y t_0} (1 - e^{-\lambda_y t_m})$$

- 측정시작시간 t_0 와 측정시간 t_m 에 대한 붕괴보정

$$A_{y0} = \frac{\lambda_y t_m}{(1 - e^{-\lambda_y t_m}) e^{-\lambda_y t_0}} \times A_y$$

5. 방사능붕괴의 보정

(5) 반감기가 측정시간에 비해서 무시할 수 없는 경우의 예

➤ 86400초(1일)를 계측시간으로 할 때 반감기가 30일 미만인 것들에 유의

주의 대상핵종

^{99}Mo (66.02h), ^{127}Sb (3.9d), ^{131}I (8.04d), ^{132}Te (78h), ^{133}Xe (5.25d),
 ^{135}Xe (9.1h), ^{141}Ce (32.h), ^{143}Ce (33.0h) 등

※ 반감기가 10일인 임의의 핵종에 대해서 계산을 해보면,

$$A_{y0} = 1.036 * \underline{A_y \exp(\lambda_y t')}$$

즉 3.6%정도 과소평가되므로 이만큼 계측시간 동안의 보정이 필요

※ 반감기가 10시간인 임의의 핵종에 대해서 계산을 해보면,

$$A_{y0} = 2.05 * \underline{A_y \exp(\lambda_y t')}$$

즉 205%정도 과소평가되므로 이만큼 계측시간 동안의 보정이 필요



Thank You