

Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών

Τομέας Φυσικής

Διπλωματική εργασία με θέμα:

«Μελέτη της Εγνάρσιας Επιπεψιμότητας και της Λαμπρότητας του CERN PS Booster»

Tirsi Prebibaj (09114030)

Ακαδημαϊκός Επιβλέπων: Καθ. Θ. Αλεξόπουλος

Ερευνητική Επιβλέπουσα: Δρ. Φ. Αντωνίου

19/09/2019

Περιεχόμενα

I. Εισαγωγή

- Το σύμπλεγμα επιταχυντών του CERN
- Proton Synchrotron Booster (PSB)
- LHC Injectors Upgrade (LIU) Project

II. Δυναμική των Δεσμών Σωματιδίων

- Σύγχροτρα και Μαγνήτες
- Εξισώσεις του Hill – Ταλαντώσεις Βήτατρον
- Χώρος Φάσεων
- Εκπεμψιμότητα (Emittance)
- Συνάρτηση Διασποράς (Dispersion Function)

III. Μέθοδοι Υπολογισμού της Εκπεμψιμότητας

- Οργανα Μέτρησης στον PSB
- Μοντελοποίηση Κατανομών Δέσμης

- Αποσυνέλιξη της Συνάρτησης Διασποράς
- Μέθοδος 3-SEM

IV. Επίδραση Συστηματικών Σφαλμάτων

- PSB-PS: Ασυμφωνία στην Εκπεμψιμότητα
- Μέτρηση των Οπτικών Παραμέτρων
- Σύγκριση Μεθόδων WS και SEM
- Επίδραση μη-Γιαουσιανών Κατανομών

V. Αξιολόγηση Μεθόδων Υπολογισμού

- Προσομοιώσεις Κατανομών Δέσμης
- Σύγκριση Προσομοιώσεων με Μετρήσεις

Περιεχόμενα

I. Εισαγωγή

- Το σύμπλεγμα επιταχυντών του CERN
- Proton Synchrotron Booster (PSB)
- LHC Injectors Upgrade (LIU) Project

II. Δυναμική των Δεσμών Σωματιδίων

- Σύγχροτρα και Μαγνήτες
- Εξισώσεις του Hill – Ταλαντώσεις Βήτατρον
- Χώρος Φάσεων
- Εκπεμψιμότητα (Emittance)
- Συνάρτηση Διασποράς (Dispersion Function)

III. Μέθοδοι Υπολογισμού της Εκπεμψιμότητας

- Οργανα Μέτρησης στον PSB
- Μοντελοποίηση Κατανομών Δέσμης

- Αποσυνέλιξη της Συνάρτησης Διασποράς
- Μέθοδος 3-SEM

IV. Επίδραση Συστηματικών Σφαλμάτων

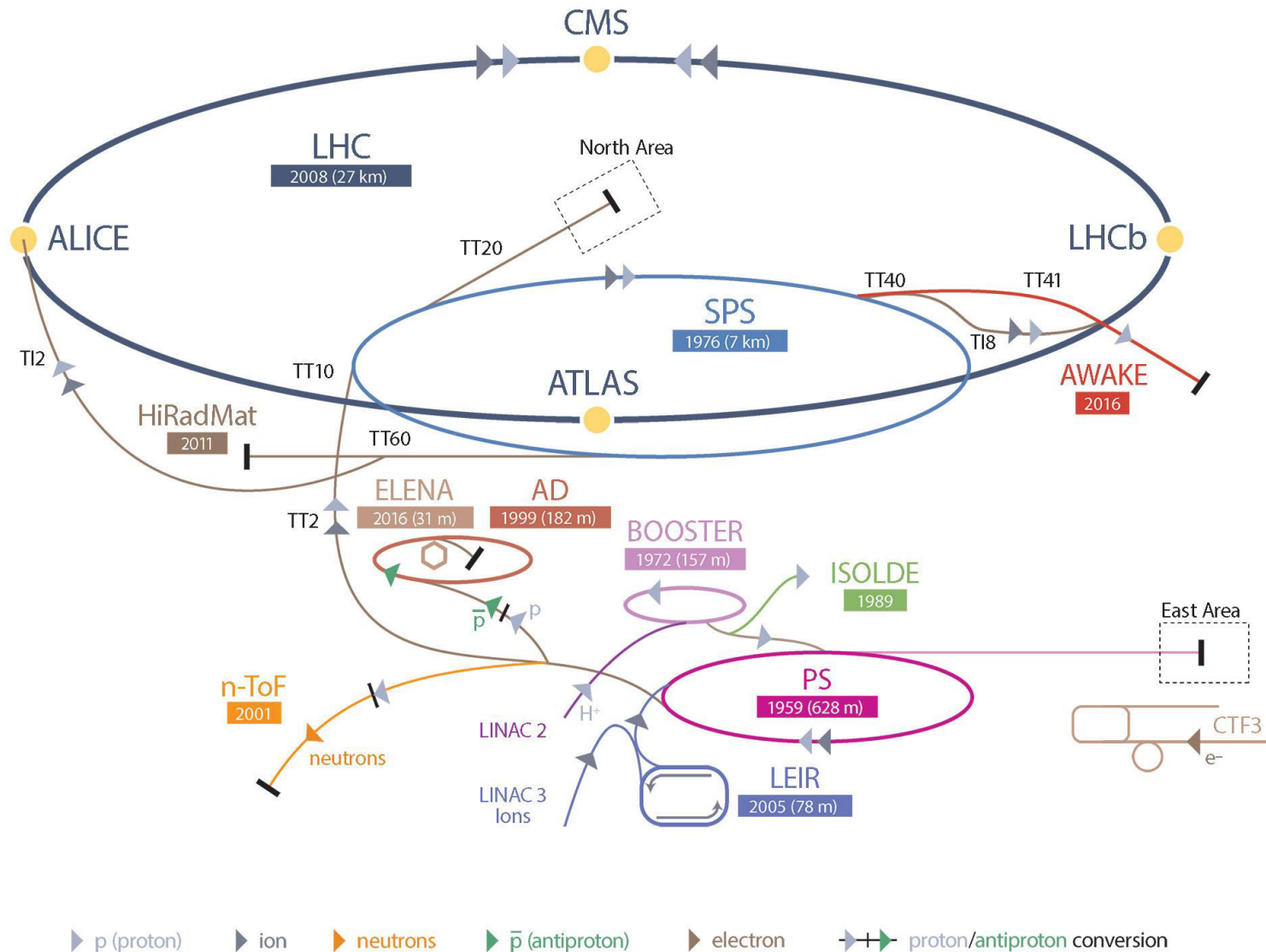
- PSB-PS: Ασυμφωνία στην Εκπεμψιμότητα
- Μέτρηση των Οπτικών Παραμέτρων
- Σύγκριση Μεθόδων WS και SEM
- Επίδραση μη-Γιαουσιανών Κατανομών

V. Αξιολόγηση Μεθόδων Υπολογισμού

- Προσομοιώσεις Κατανομών Δέσμης
- Σύγκριση Προσομοιώσεων με Μετρήσεις

Το Σύμπλεγμα Επιταχυντών του CERN

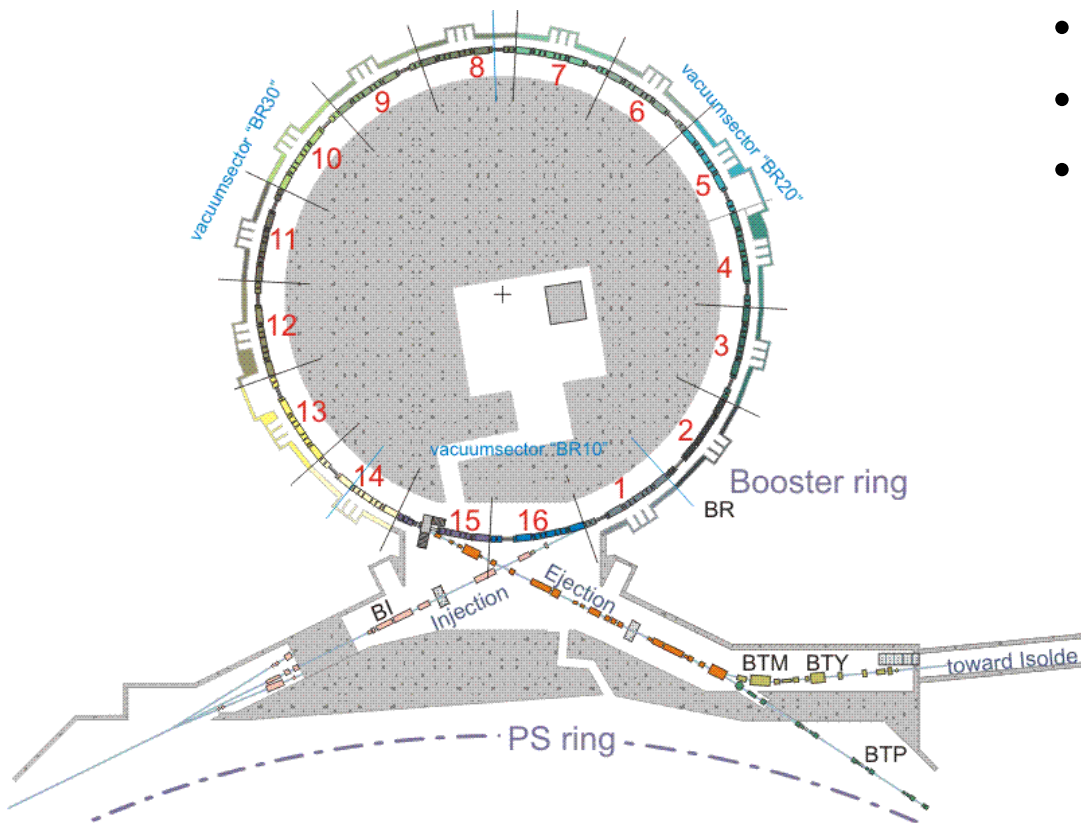
CERN's Accelerator Complex



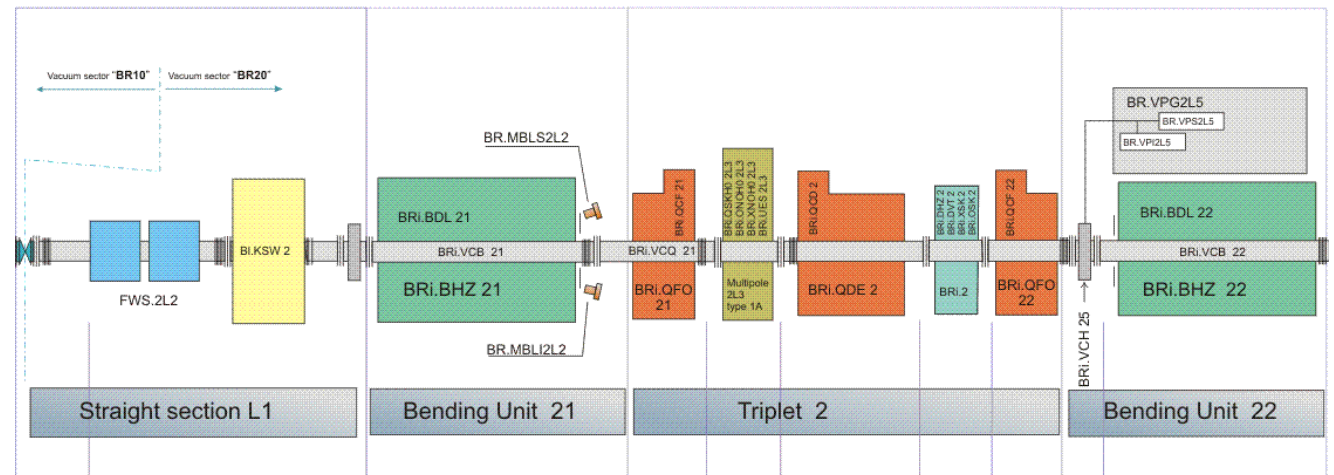
Proton Synchrotron Booster (PSB)

Μερικά χαρακτηριστικά του PSB:

- Τέσσερις πανομοιότυποι κάθετα διατεταγμένοι δακτύλιοι ακτίνας **25 m** (περιφέρεια **157 m**)
- Επιτάχυνση πρωτονίων από **50 MeV** σε **1.4 GeV** (KE) σε **530 ms**
- Κάθε δακτύλιος είναι χωρισμένος σε **16 περιόδους**
- Κάθε περίοδος αποτελείται από δύο διπολικούς μαγνήτες, μια τριπλέτα τετραπολικών μαγνητών και ένα «ευθύγραμμο τμήμα» για την είσοδο άλλων οργάνων και διαγνωστικών.



PS BOOSTER PERIODE 2



- Οι δακτύλιοι έχουν κοινή γραμμή εισόδου (injection line) και γραμμή εξόδου (extraction line).

LHC Injectors Upgrade (LIU) Project

- Οι απαιτήσεις του **High Luminosity LHC (HL-LHC) Project**, το οποίο αναμένεται να ολοκληρωθεί το 2025, υπερβαίνουν τις μέχρι τώρα επιδόσεις των επιταχυντών του CERN.
- Για το σκοπό αυτόν, ολόκληρο το σύμπλεγμα των προεπιταχυντών του LHC θα υποστεί μια σειρά από αναβαθμίσεις μέσω του **LHC Injectors Upgrade (LIU) Project** που αναμένεται να έχει ολοκληρωθεί μέχρι το 2020.
- Στον PSB οι τροποποιήσεις διακρίνονται σε δύο κατηγορίες:
 - i. Αναβάθμιση της γραμμής εισόδου με σκοπό την λειτουργία της νέας μεθόδου έγχυσης δεσμών ενέργειας 160 MeV από τον Linac4.
 - ii. Αναβάθμιση των δακτυλίων και της γραμμής εξόδου με σκοπό την αύξηση της ενέργειας εξόδου από 1.4 GeV σε 2.0 GeV .
- Μια σειρά από μελέτες πραγματοποιούνται στον PSB στα πλαίσια του LIU με σκοπό την κατανόηση των νέων χαρακτηριστικών του επιταχυντή και των ιδιοτήτων των μελλοντικών δεσμών του. **Η εργασία αυτή αποτελεί μέρος μιας τέτοιας μελέτης για την εκπεμφιμότητα στην έξοδο του PSB.**

Περιεχόμενα

I. Εισαγωγή

- Το σύμπλεγμα επιταχυντών του CERN
- Proton Synchrotron Booster (PSB)
- LHC Injectors Upgrade (LIU) Project

II. Δυναμική των Δεσμών Σωματιδίων

- Σύγχροτρα και Μαγνήτες
- Εξισώσεις του Hill – Ταλαντώσεις Βήτατρον
- Χώρος Φάσεων
- Εκπεμψιμότητα (Emittance)
- Συνάρτηση Διασποράς (Dispersion Function)

III. Μέθοδοι Υπολογισμού της Εκπεμψιμότητας

- Οργανα Μέτρησης στον PSB
- Μοντελοποίηση Κατανομών Δέσμης

- Αποσυνέλιξη της Συνάρτησης Διασποράς
- Μέθοδος 3-SEM

IV. Επίδραση Συστηματικών Σφαλμάτων

- PSB-PS: Ασυμφωνία στην Εκπεμψιμότητα
- Μέτρηση των Οπτικών Παραμέτρων
- Σύγκριση Μεθόδων WS και SEM
- Επίδραση μη-Γιαουσιανών Κατανομών

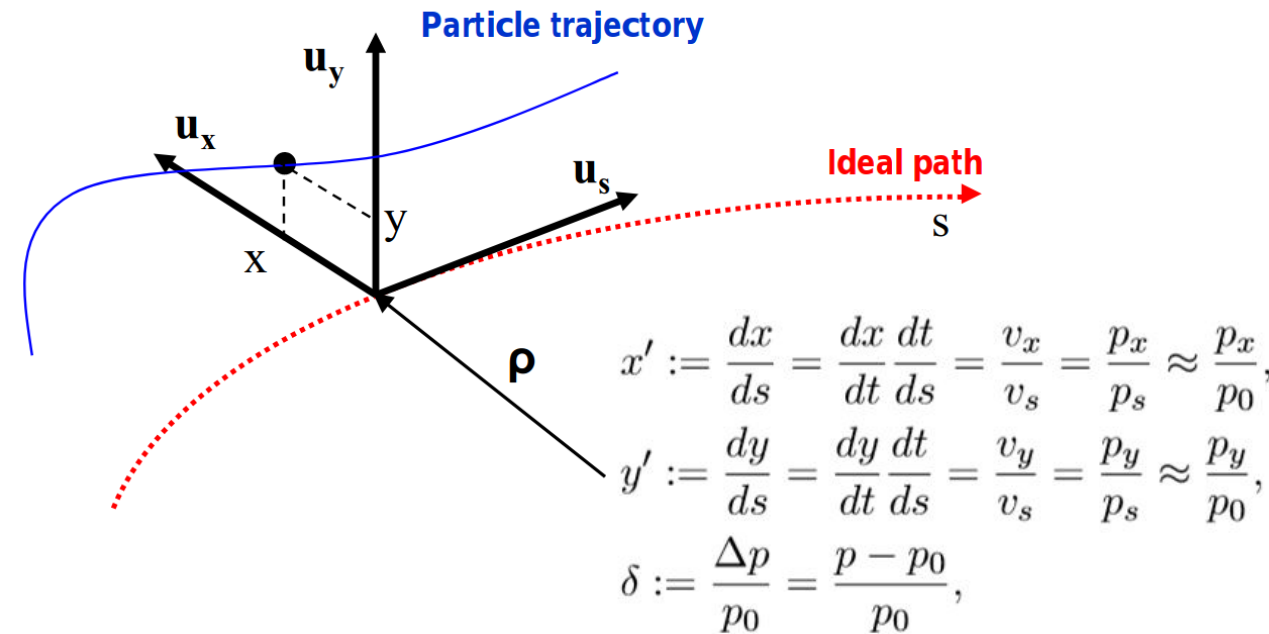
V. Αξιολόγηση Μεθόδων Υπολογισμού

- Προσομοιώσεις Κατανομών Δέσμης
- Σύγκριση Προσομοιώσεων με Μετρήσεις

Σύγχροτρα και Μαγνήτες

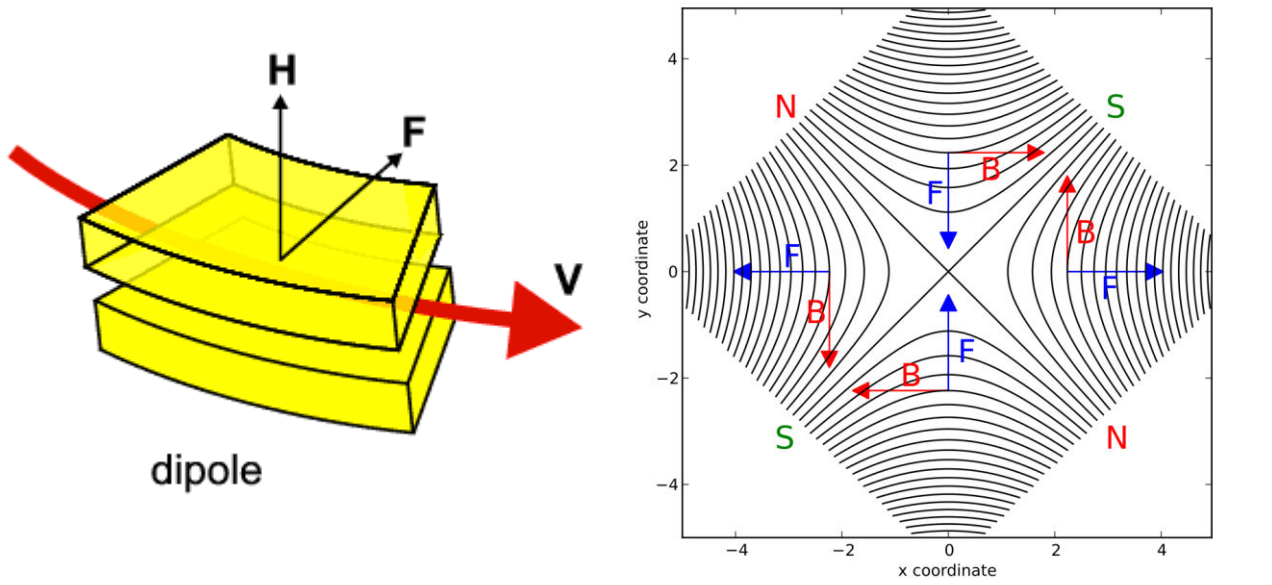
Τα **σύγχροτρα** είναι **κυκλικοί επιταχυντές** σταθερής ακτίνας. Αποτελούνται από πολλά στοιχεία όπως **RF κοιλότητες** που εφοδιάζουν με ενέργεια τα σωματίδια, **μαγνήτες** για να τροποποιούν την τροχιά της δέσμης, **διαγνωστικά όργανα**, **συστήματα κενού** κ.α.

Το σύστημα αναφοράς που χρησιμοποιείται στα σύγχροτρα ονομάζεται **Frenet-Serret** σύστημα. Η κατάσταση του σωματιδίου περιγράφεται από το 6-διάστατο διάνυσμα $(x, x', y, y', s, \delta)$.



Οι μαγνήτες καθορίζουν σε μεγάλο βαθμό την δυναμική των σωματιδίων στον επιταχυντή στο **εγκάρσιο επίπεδο**. Δύο είναι οι σημαντικότερες κατηγορίες μαγνητών:

- I. Διπολικοί Μαγνήτες: δημιουργούν ομογενή μαγνητικά πεδία που υποχρεώνουν τα σωματίδια να ακολουθήσουν την επιθυμητή **κυκλική τροχιά**.
- II. Τετραπολικοί Μαγνήτες: το πεδίο τους αυξάνεται με την απόσταση από το κέντρο τους. **Εστιάζουν** την δέσμη στα **εγκάρσια** επίπεδα.



Εξισώσεις του Hill – Ταλαντώσεις Βήτατρον

Οι εξισώσεις κίνησης ενός σωματιδίου στο εσωτερικό ενός σύγχροτρου που αποτελείται από δίπολα και τετράπολα μπορούν να βρεθούν εκφράζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα με την δύναμη Lorentz στις συντεταγμένες του συστήματος Frenet-Serret.

Οι εξισώσεις αυτές είναι γνωστές ως **εξισώσεις του Hill**:

$$\frac{d^2 u}{ds^2} + K_u(s)u(s) = \delta_D(u - x) \frac{1}{\rho(s)} \frac{\delta p}{p},$$

όπου:

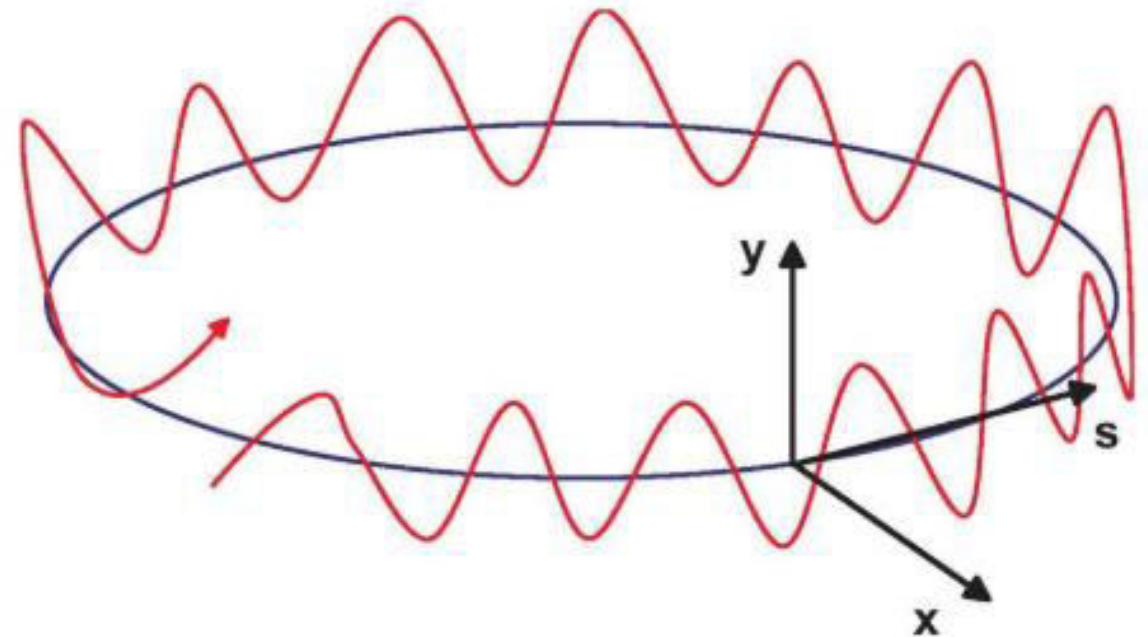
$$K_u(s) = \begin{cases} \frac{1}{\rho(s)} + k(s), & u = x \\ -k(s), & u = y \end{cases}$$

είναι περιοδική, μη σταθερή δύναμη επαναφοράς λόγω των διπόλων και των τετραπόλων, $\rho(s)$ είναι η τοπική ακτίνα καμπυλότητας της τροχιάς αναφοράς, δ_D η συνάρτηση δέλτα του Dirac και $\delta p/p$ η σχετική απόκλιση της ορμής του σωματιδίου σε σχέση με την ορμή αναφοράς.

Καταρχάς, η λύση της **ομογενούς** εξίσωσης μπορεί να εκφρασθεί μέσω των παραμέτρων Courant-Snyder:

$$u(s) = \sqrt{2J_u \beta_u(s)} \cos \left(\int_0^s \frac{1}{\beta_u(s)} ds + \varphi_{u,0} \right),$$

και αναπαριστά μια εγκάρσια ταλάντωση μεταβλητού πλάτους και φάσης γνωστή ως **ταλάντωση βήτατρον**.



Εξισώσεις του Hill – Ταλαντώσεις Βήτατρον

➤ J_u : σταθερά ολοκλήρωσης γνωστή ως **δράση**. Έχει μονάδες μήκους.

➤ $\beta_u(s)$: συνάρτηση «βήτα». Εξαρτάται από την διάταξη των μαγνητών γύρω από τον δακτύλιο και είναι περιοδική. Έχει μονάδες μήκους.

• $\varphi_u := \int_0^s \frac{1}{\beta_u(s)} ds$ φάση της ταλάντωσης και $\varphi_{u,0}$ αρχική φάση (σταθερά ολοκλήρωσης).

• Ορίζονται ακόμη οι ποσότητες $a_u(s) := -\frac{1}{2} \frac{d\beta_u}{ds}$ (συνάρτηση «άλφα») και $\gamma_u(s) := \frac{1+a_u^2}{\beta_u}$ (συνάρτηση «γάμμα»).

Οι συναρτήσεις α, β, γ είναι περιοδικές συναρτήσεις και ονομάζονται **παράμετροι Twiss**.

Καταρχάς, η λύση της **ομογενούς** εξίσωσης μπορεί να εκφρασθεί μέσω των παραμέτρων Courant-Snyder:

$$u(s) = \sqrt{J_u \beta_u(s)} \cos \left(\int_0^s \frac{1}{\beta_u(s)} ds + \varphi_{u,0} \right),$$

και αναπαριστά μια εγκάρσια ταλάντωση μεταβλητού πλάτους και φάσης γνωστή ως **ταλάντωση βήτατρον**.

Καταρχάς, η λύση της **ομογενούς** εξίσωσης μπορεί να εκφρασθεί μέσω των παραμέτρων Courant-Snyder:

$$u(s) = \sqrt{J_u \beta_u(s)} \cos \left(\int_0^s \frac{1}{\beta_u(s)} ds + \varphi_{u,0} \right),$$

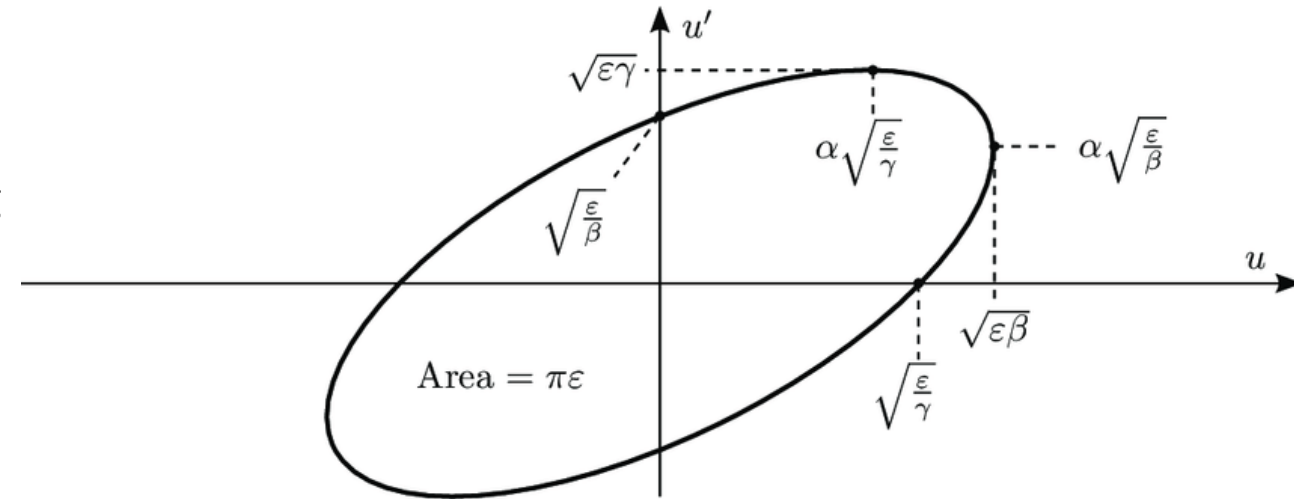
και αναπαριστά μια εγκάρσια ταλάντωση μεταβλητού πλάτους και φάσης γνωστή ως **ταλάντωση βήτατρον**.

Χώρος Φάσεων

Η δυναμική των σωματιδίων μελετάται μέσα από τον **χώρο φάσεων** του, δηλαδή της γραφικής παράστασης $u - u'$.

Η παράγωγος ως προς s της γενικής λύσης της ομογενούς εξίσωσης $u(s)$ γράφεται:

$$u'(s) = -\frac{\sqrt{2J_u}}{\sqrt{\beta_u(s)}} [a_u(s) \cos(\varphi_u(s) + \varphi_{u,0}) + \sin \cos(\varphi_u(s) + \varphi_{u,0})]$$



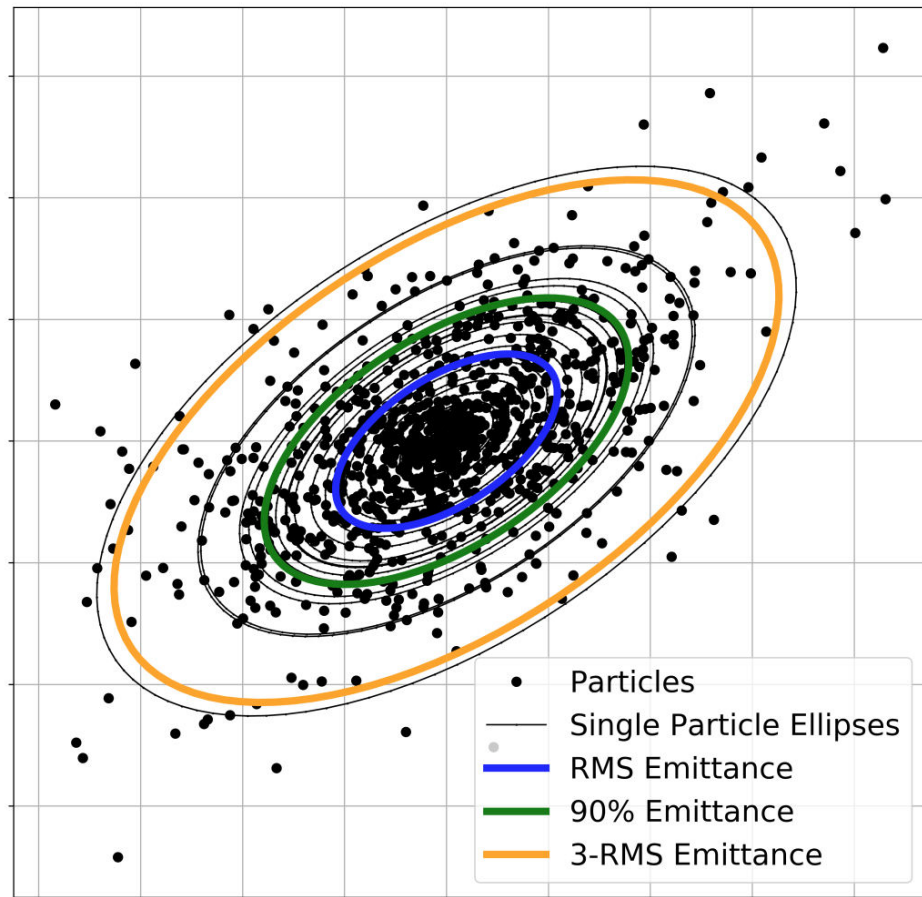
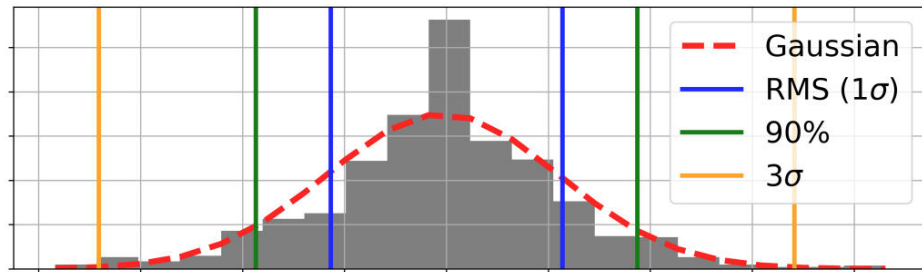
Από τις εκφράσεις των $u - u'$, απαλείφοντας την φάση $\varphi_u(s)$ παίρνουμε:

$$\gamma_u(s)u(s)^2 + 2a_u(s)u(s)u'(s) + \beta_u(s)u'(s)^2 = 2J_u$$

Η έκφραση αυτή είναι η παραμετροποίηση μιας οικογένειας **ελλειψων** με παράμετρο s . Οι παράμετροι Twiss αναπαριστούν τις γεωμετρικές παραμέτρους που καθορίζουν την διεύθυνση των ελλειψων αυτών. Η δράση ($2J_u \equiv \epsilon$) συνδέεται με το εμβαδόν της έλλειψης:

$$(\mathbf{Εμβαδόν}) = 2J_u \cdot \pi$$

Ειπεμψιμότητα (Emittance)



Η μέχρι τώρα συζήτηση αφορά **ένα σωματίδιο**. Η ίδια ανάλυση μπορεί να γίνει για το κάθε σωματίδιο μιας δέσμης, θεωρώντας πως αυτά δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. **Κάθε σωματίδιο κινείται στην δικιά του έλλειψη**, το εμβαδόν της οποίας εξαρτάται από τις δικές του αρχικές του συνθήκες.

Η κατανομή σωματιδίων στον φασικό χώρο περιγράφεται από τον πίνακα:

$$\Sigma_{u,RMS} = \begin{bmatrix} \langle u^2 \rangle & \langle uu' \rangle \\ \langle uu' \rangle & \langle u'^2 \rangle \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_u & \sigma_{uu'} \\ \sigma_{uu'} & \sigma_{u'} \end{bmatrix}$$

$$\langle uu' \rangle = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} (u_i - \bar{u})(u'_i - \bar{u}')$$

Η τετραγωνική ρίζα της οριζουσας του πίνακα $\Sigma_{u,RMS}$ ορίζει την ειπεμψιμότητα:

$$\epsilon_{u,RMS} := \sqrt{\det(\Sigma_{u,RMS})} = \sqrt{\langle u^2 \rangle \langle u'^2 \rangle - \langle uu' \rangle^2}$$

και σχετίζεται με το εμβαδόν που καταλαμβάνουν τα σωματίδια στον φασικό χώρο.

Το (betatronic) μέγεθος της δέσμης (beam size) είναι:

$$\sigma_{u,b} = \sqrt{\epsilon_u \beta_u}$$

Ειπεμψιμότητα (Emittance)

Η κανονικοποιημένη ειπεμψιμότητα:

$$\epsilon_n := \beta_{rel} \gamma_{rel} \epsilon_{u,RMS}$$

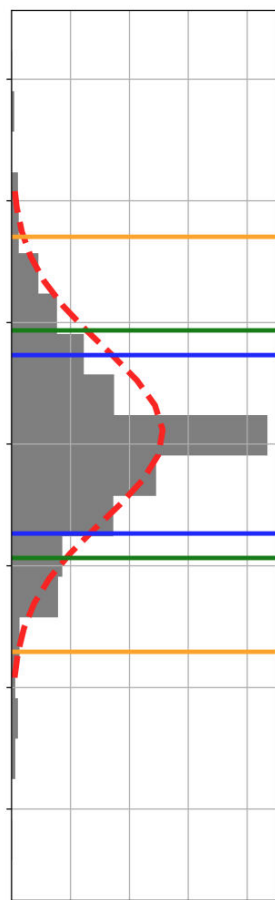
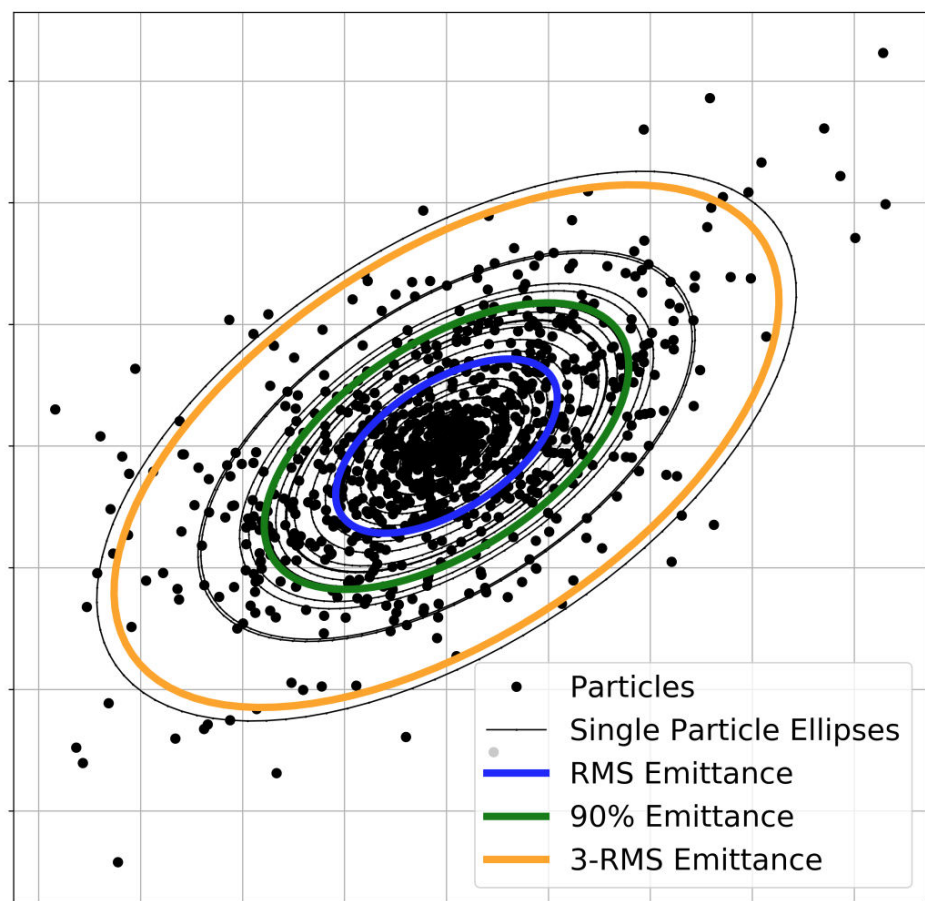
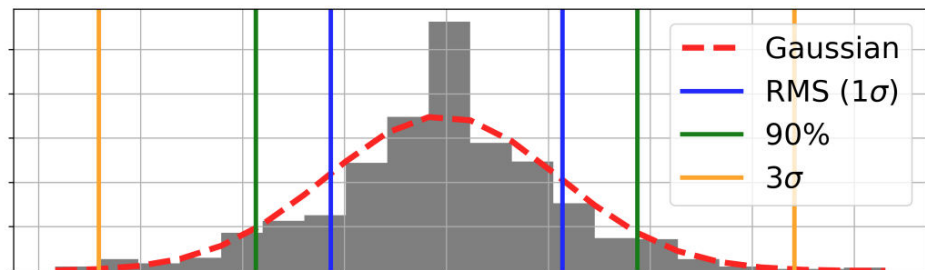
αποτελεί μια σταθερά της κίνησης της δέσμης.

Η ειπεμψιμότητα είναι μια **εξαιρετικά σημαντική παράμετρος** καθώς ορίζει τον φάκελο της δέσμης και κατ'επέκταση το μέγεθος του σωλήνα της δέσμης του επιταχυντή.

Ακόμα, είναι **παράμετρος «κλειδί»** για πάρα πολλές ποσότητες που καθορίζουν την επίδοση του επιταχυντή όπως η Φωτεινότητα (Luminosity) ή και η **Λαμπρότητα (Brightness)**, που δίνεται από την σχέση:

$$B = \frac{N_p}{\frac{1}{2} (\epsilon_x + \epsilon_y)}$$

όπου N_p είναι η ένταση (αριθμός) των σωματιδίων της δέσμης και ϵ_x, ϵ_y η οριζόντια και κατακόρυφη ειπεμψιμότητα αντίστοιχα.



Συνάρτηση Διασποράς (Dispersion Function)

Στην περίπτωση όπου $\delta p/p \neq 0$ η εξίσωση Hill στο οριζόντιο επίπεδο γίνεται μη ομογενής, οπότε η τελική λύση είναι το άθροισμα της ταλάντωσης βήτατρον και της κίνησης διασποράς:

$$x(s) = x_b(s) + x_D(s) \equiv x_b(s) + D(s) \frac{\delta p}{p}$$

Το σωματίδιο θα εκτελεί ταλαντώσεις βήτατρον γύρω από μια νέα τροχιά (με μπλε χρώμα στο σχήμα) η οποία εξαρτάται από το μέγεθος της $D(s)$ και του $\delta p/p$.

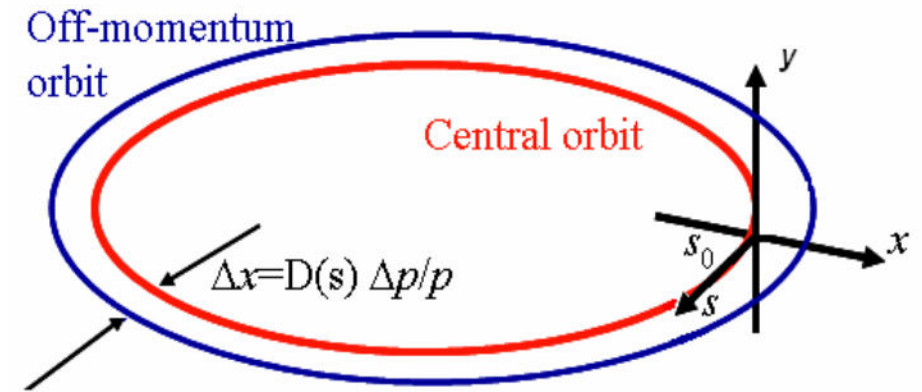
Η συνάρτηση διασποράς αποτελεί και αυτή μια παράμετρο που σχετίζεται με την διάταξη των μαγνητών γύρω από τον επιταχυντή.

Η συνάρτηση διασποράς συμβάλει στο οριζόντιο μέγεθος της δέσμης (στο κατακόρυφο επίπεδο θεωρείται $D=0$). Αν οι κατανομή των σωματιδίων είναι Γκαουσιανή η συνεισφορά αυτή εκφράζεται από την σχέση:

$$\sigma_x = \sqrt{\epsilon_x \beta_x(s) + \left(D(s) \frac{\delta p}{p} \right)^2} \equiv \sqrt{\sigma_b^2 + \sigma_d^2}$$

Στην γενική περίπτωση μη-Γκαουσιανών κατανομών το τελικό μέγεθος της δέσμης υπολογίζεται από την συνέλιξη της betatronic κατανομής και της dispersive κατανομής:

$$|\sigma_x\rangle = |\sigma_b\rangle * |\sigma_d\rangle$$



Περιεχόμενα

I. Εισαγωγή

- Το σύμπλεγμα επιταχυντών του CERN
- Proton Synchrotron Booster (PSB)
- LHC Injectors Upgrade (LIU) Project

II. Δυναμική των Δεσμών Σωματιδίων

- Σύγχροτρα και Μαγνήτες
- Εξισώσεις του Hill – Ταλαντώσεις Βήτατρον
- Χώρος Φάσεων
- Εκπεμψιμότητα (Emittance)
- Συνάρτηση Διασποράς (Dispersion Function)

III. Μέθοδοι Υπολογισμού της Εκπεμψιμότητας

- Οργανα Μέτρησης στον PSB
- Μοντελοποίηση Κατανομών Δέσμης

- Αποσυνέλιξη της Συνάρτησης Διασποράς
- Μέθοδος 3-SEM

IV. Επίδραση Συστηματικών Σφαλμάτων

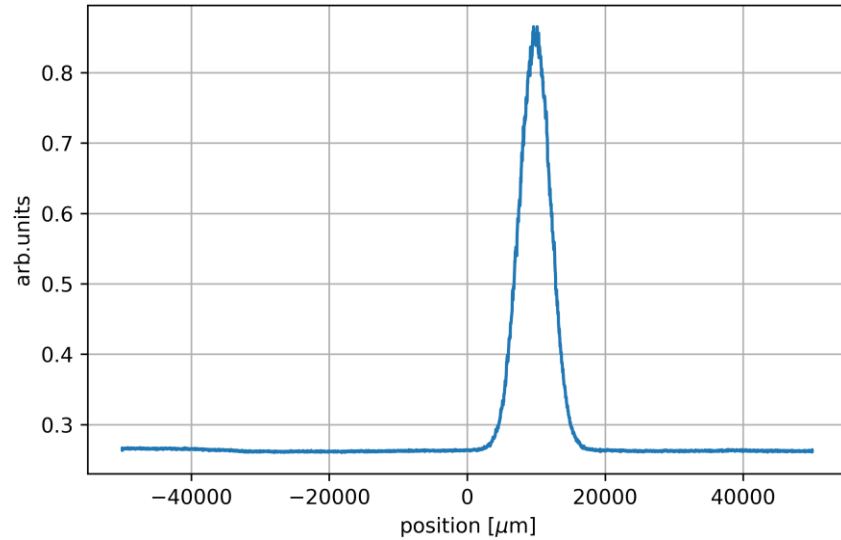
- PSB-PS: Ασυμφωνία στην Εκπεμψιμότητα
- Μέτρηση των Οπτικών Παραμέτρων
- Σύγκριση Μεθόδων WS και SEM
- Επίδραση μη-Γιαουσιανών Κατανομών

V. Αξιολόγηση Μεθόδων Υπολογισμού

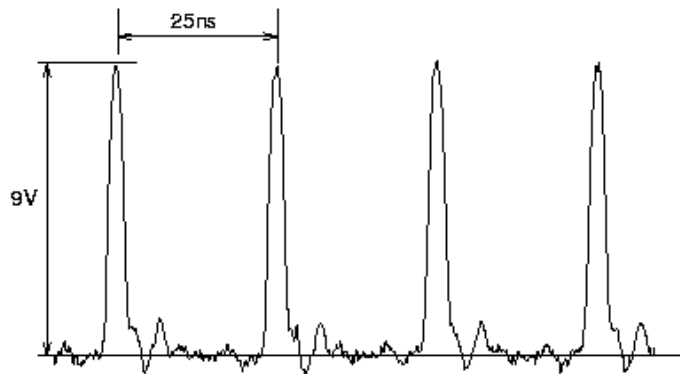
- Προσομοιώσεις Κατανομών Δέσμης
- Σύγκριση Προσομοιώσεων με Μετρήσεις

Όργανα Μέτρησης στον PSB

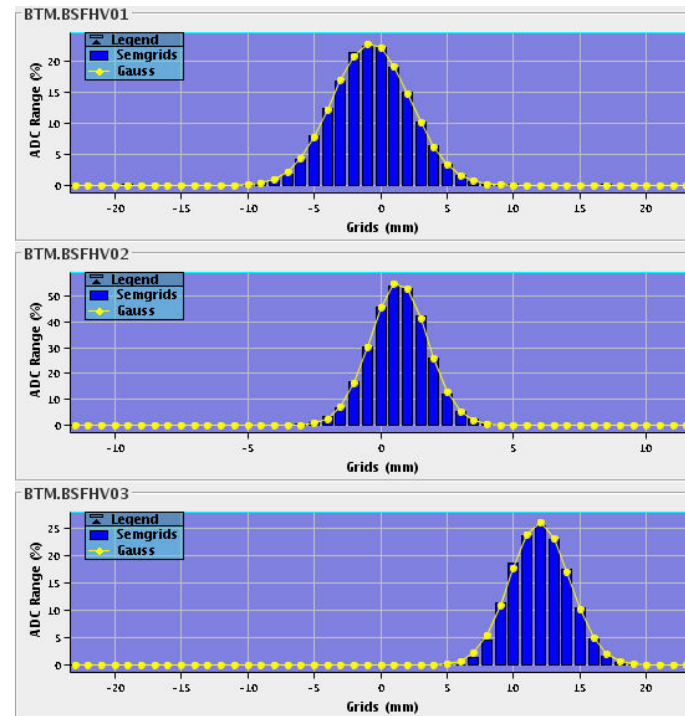
- Wire Scanner (WS): μέτρηση εγκάρσιων «προφίλ» δέσμης. Κάθε δακτύλιος του PSB έχει ένα WS.



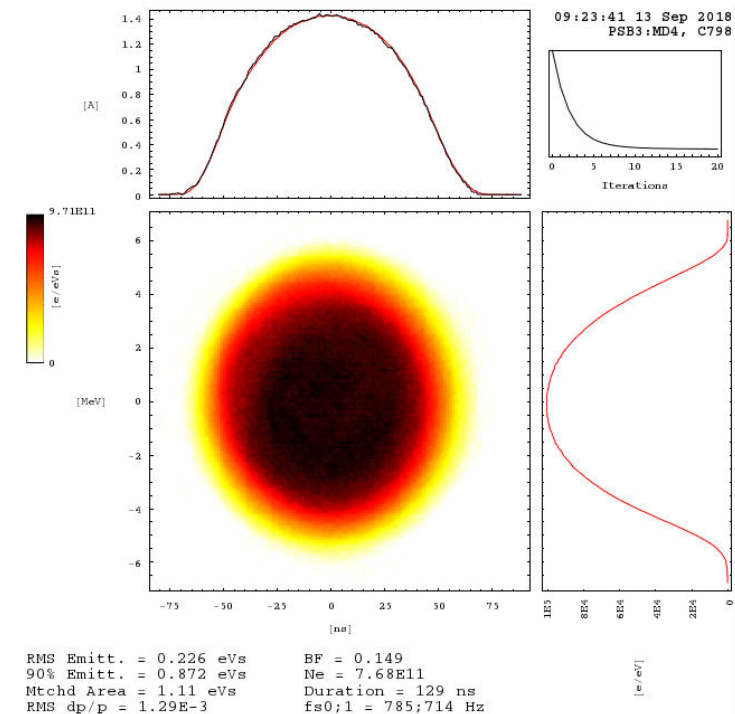
- Beam Current Transformer (BCT): μέτρηση της έντασης δέσμης.



- Secondary Emission Monitors (SEMs): μέτρηση εγκάρσιων «προφίλ» της δέσμης. Υπάρχουν τρία SEMs στην γραμμή έξοδου του PSB.



- Wall Current Monitor (WCM): μετράει την διαμήκη κατανομή της δέσμης κατά την διάρκεια πολλών περιστροφών. Από αυτές γίνεται ανακατασκευή ο διαμήκης χώρος φάσεων και υπολογίζεται το $\delta p/p$.



Μοντελοποίηση Κατανομών Δέσμης

Από τις μετρήσεις των εγιάρσιων «προφίλ» της δέσμης γίνεται υπολογισμός του **μέγεθους δέσμης σ** κάνοντας προσαρμογή των σημείων με μια συνάρτηση:

- **Gaussian:**

$$f_G(x; A, \mu, \sigma) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- **Gaussian 5-παραμέτρων:**

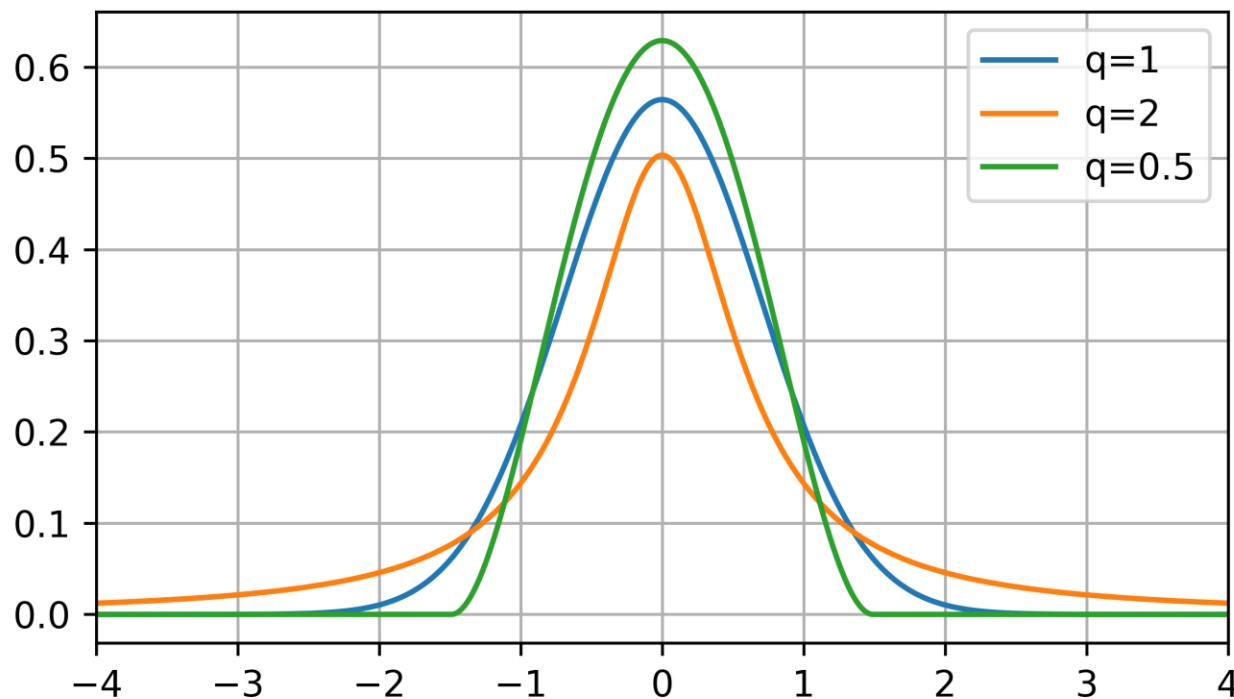
$$f_{5G}(x; c, m, A, \mu, \sigma) = c + mx + f_G(x; A, \mu, \sigma)$$

- **Q-Gaussian:**

$$f_{QG}(x; \beta, q) = \frac{\sqrt{\beta}}{C_q} e_q(-\beta x^2), q \in (-\infty, 3)$$

Η Q-Gaussian συνάρτηση με την παράμετρο q μοντελοποιεί «ουρές» κατανομών (distribution tails) που διαφέρουν από αυτές της Gaussian συνάρτησης:

- Για $q = 1$ η Q-Gaussian κατανομή **συμπίπτει** με την Gaussian κατανομή.
- Για $q < 1$ η Q-Gaussian κατανομή έχει «**χαμηλότερες**» ουρές από την Gaussian κατανομή.
- Για $q > 1$ η Q-Gaussian κατανομή έχει «**υψηλότερες**» ουρές από την Gaussian κατανομή.



Αποσυνέλιξη της Κατανομής Διασποράς (Deconvolution)

Έχοντας μετρήσει το μέγεθος της δέσμης σ και το $\delta p/p$ και γνωρίζοντας τις παραμέτρους β, D από την **οπτική του μοντέλου** το μόνο που απομένει να κάνουμε για τον υπολογισμό της ειπεμφιμότητας στο **οριζόντιο επίπεδο** είναι να αφαιρέσουμε το μέρος που οφείλεται στην συνάρτηση διασποράς («αποσυνέλιξη»). Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιήσαμε **δύο μεθόδους**:

Standard Gaussian Subtraction (SG)

- Στηρίζεται στην υπόθεση πως **όλες οι κατανομές** (η μετρούμενη, η dispersive και η betatronic) είναι **Γκαουσιανές**.
- Στην περίπτωση αυτή η «αποσυνέλιξη» είναι τετριμμένη (η σχέση που παρουσιάστηκε στην διαφάνεια 14):

$$\sigma_{bet}^2 \equiv \epsilon_x \beta_x = \sigma_{meas}^2 - \left(\frac{dp}{p} D \right)^2 \equiv \sigma_{meas}^2 - \sigma_{disp}^2$$

- Η ειπεμφιμότητα θα είναι:

$$\epsilon_{x,n} = \frac{\sigma_{bet}^2}{\beta_x} \beta_{rel} \gamma_{rel}$$

Full Deconvolution (FD)

- Υποθέτει πως μόνο μια κατανομή (η betatronic) είναι **Γκαουσιανή**.

- Δημιουργεί την μονοπαραμετρική συνάρτηση:

$$f_{Conv}(x_i; \sigma) = \sum disp(k_i) \cdot e^{-\frac{(x_i - k_i)^2}{2\sigma^2}}$$

- Κάνει προσαρμογή της συνάρτησης αυτής στο μετρούμενο «προφίλ» της δέσμης για να υπολογίσει την άγνωστη παράμετρο $\sigma \equiv \sigma_{bet}$.

- Η ειπεμφιμότητα θα είναι:

$$\epsilon_{x,n} = \frac{\sigma_{bet}^2}{\beta_x} \beta_{rel} \gamma_{rel}$$

Μέθοδος 3-SEM

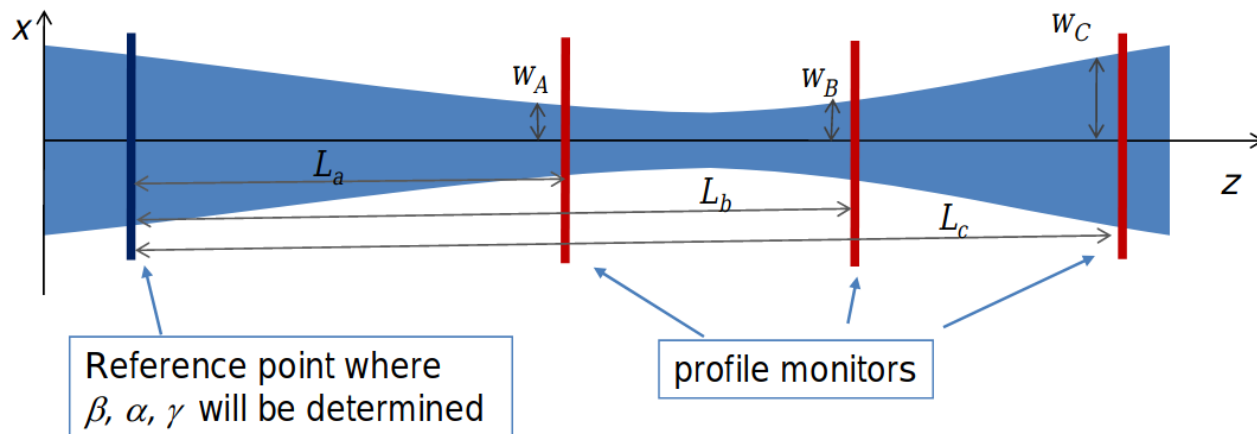
Υπάρχει μια εναλλακτική μέθοδος υπολογισμού της εκπεμφιμότητας στον PSB που έχει το πλεονέκτημα να μην χρησιμοποιεί την οπτική συνάρτηση β .

Υποθέτοντας πως υπάρχουν τρία όργανα μέτρησης της κατανομής μιας δέσμης, μεταξύ των οποίων δεν υπάρχουν άλλα όργανα ή μαγνήτες, μπορεί να αποδειχθεί πως για ένα σημείο αναφοράς με αποστάσεις L_a, L_b και L_c από τα όργανα ισχύει:

$$\begin{bmatrix} (\beta \epsilon_{rms}) \\ (\alpha \epsilon_{rms}) \\ (\gamma \epsilon_{rms}) \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 \\ \sigma_2^2 \\ \sigma_3^2 \end{bmatrix}, \quad \text{όπου: } M = \begin{bmatrix} 1 & -2L_a & L_a^2 \\ 1 & -2L_b & L_b^2 \\ 1 & -2L_c & L_c^2 \end{bmatrix}$$

Όπου σ_i είναι τα (betatronic) εγκάρσια μεγέθη της δέσμης στα τρία όργανα. Επιλύοντας το γραμμικό αυτό σύστημα 3×3 οι ποσότητες $\beta \epsilon_{rms}$, $\alpha \epsilon_{rms}$ και $\gamma \epsilon_{rms}$ μπορούν να προσδιοριστούν και μέσω αυτών η εκπεμφιμότητα (από τον ορισμό της):

$$\epsilon_{rms} = \sqrt{(\beta \epsilon_{rms})(\gamma \epsilon_{rms}) - (\alpha \epsilon_{rms})^2} = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$



Αυτή η μέθοδος έχει χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό της εκπεμφιμότητας με τα τρία SEM grids στην γραμμή εξόδου του PSB (BTM line).

Περιεχόμενα

I. Εισαγωγή

- Το σύμπλεγμα επιταχυντών του CERN
- Proton Synchrotron Booster (PSB)
- LHC Injectors Upgrade (LIU) Project

II. Δυναμική των Δεσμών Σωματιδίων

- Σύγχροτρα και Μαγνήτες
- Εξισώσεις του Hill – Ταλαντώσεις Βήτατρον
- Χώρος Φάσεων
- Εκπεμψιμότητα (Emittance)
- Συνάρτηση Διασποράς (Dispersion Function)

III. Μέθοδοι Υπολογισμού της Εκπεμψιμότητας

- Οργανα Μέτρησης στον PSB
- Μοντελοποίηση Κατανομών Δέσμης

- Αποσυνέλιξη της Συνάρτησης Διασποράς
- Μέθοδος 3-SEM

IV. Επίδραση Συστηματικών Σφαλμάτων

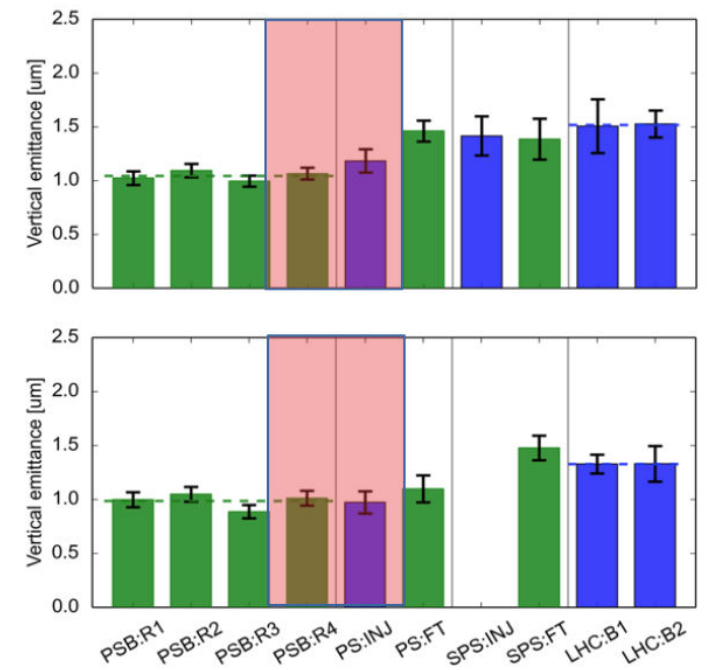
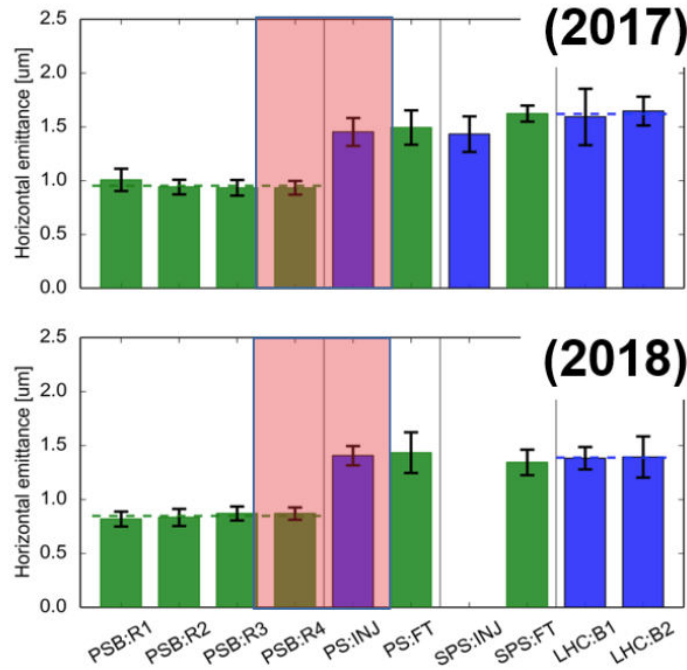
- PSB-PS: Ασυμφωνία στην Εκπεμψιμότητα
- Μέτρηση των Οπτικών Παραμέτρων
- Σύγκριση Μεθόδων WS και SEM
- Επίδραση μη-Γκαουσιανών Κατανομών

V. Αξιολόγηση Μεθόδων Υπολογισμού

- Προσομοιώσεις Κατανομών Δέσμης
- Σύγκριση Προσομοιώσεων με Μετρήσεις

Ασυμφωνία στην Επιπεψιμότητα μεταξύ PSB-PS

- Έχει παρατηρηθεί πως υπάρχει μια αξιοσημείωτη ασυμφωνία στην εγκάρσια εκπεψιμότητα των δεσμών του LHC (LHC25 και BCMS25) μεταξύ του PSB και το PS. Στο οριζόντιο επίπεδο (αριστερά) αυτή είναι της τάξης του 40 – 50 %.
- Άλλες μελέτες έδειξαν πως ακόμα και η εκπεψιμότητα που μετρείται με τα **SEM grids** είναι συστηματικά μεγαλύτερη από αυτή των **WS**, για όλους τους δακτύλιους του PSB.
- Το LIU θέτει πολύ αυστηρά κριτήρια στις παραμέτρους των δεσμών και επιτρέπουν μια αύξηση στην εγκάρσια εκπεψιμότητα μεταξύ του PSB και του PS μικρότερη του 5 %. Για τον λόγο αυτόν η ασυμφωνία αυτή πρέπει να γίνει κατανοητή.
- Στα πλαίσια αυτά μια σειρά από συστηματικές μετρήσεις έχουν πραγματοποιηθεί στην **έξοδο του PSB με σκοπό**:
 - την σύγκριση των διαφορών μεταξύ των μετρήσεων των WS και των SEM grids,
 - τον ρόλο που παίζουν τα συστηματικά σφάλματα των οπτικών παραμέτρων στον υπολογισμό της εκπεψιμότητας και
 - την αξιολόγηση των μεθόδων που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό της και την διερεύνηση της συμπεριφοράς τους κάτω από διαφορετικές συνθήκες (ένταση και διαφορετικές $\delta p/p$ τιμές).



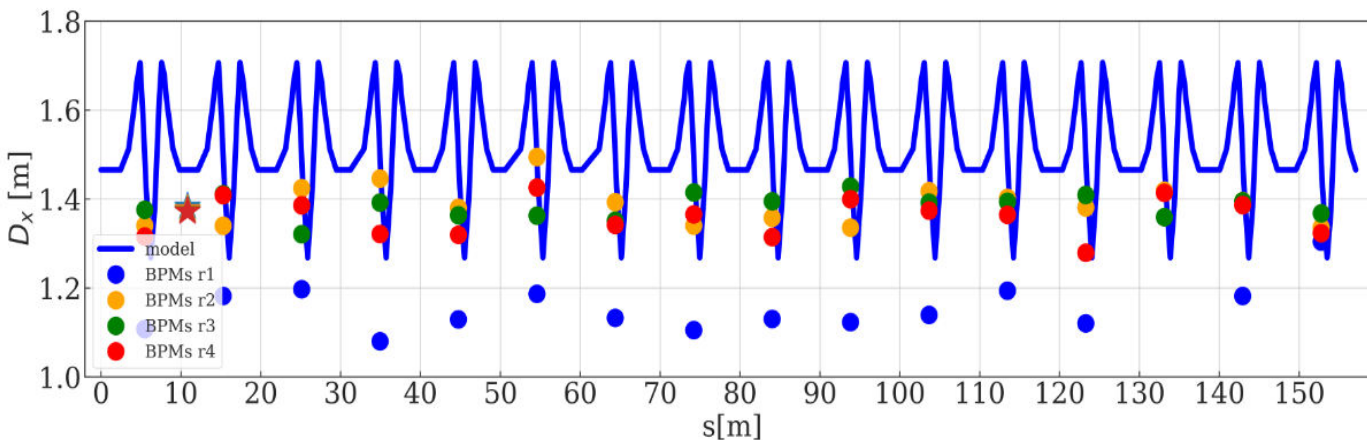
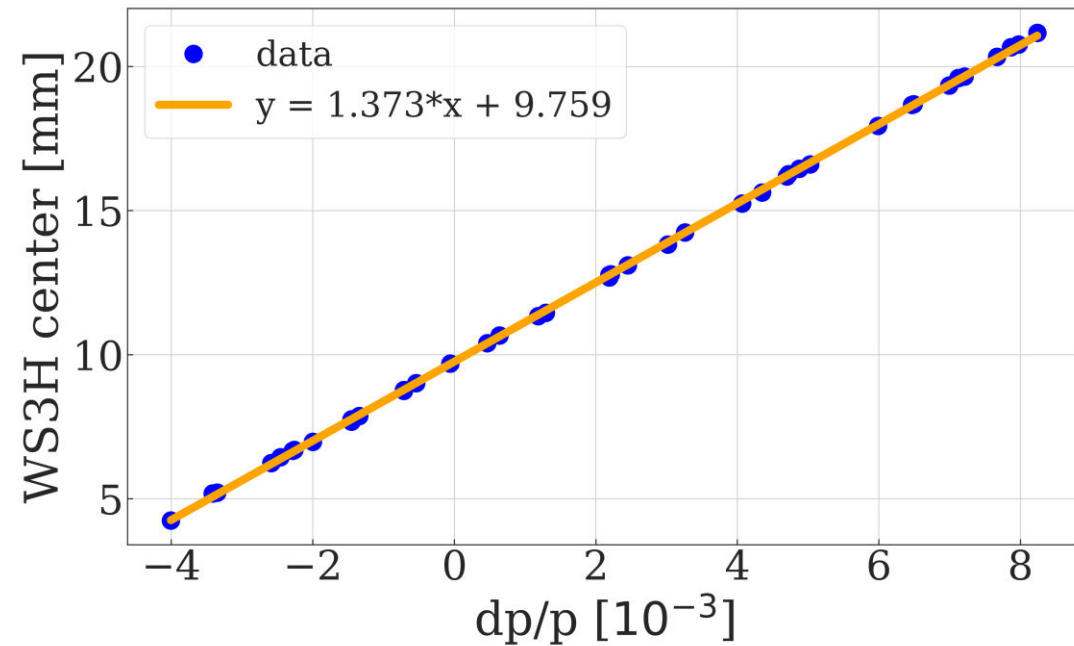
Μέτρηση των Οπτικών Παραμέτρων: Dispersion

- Η dispersion μετρήθηκε σε όλους τους δακτυλίους του **PSB** και στην γραμμή εξόδου **BTM**.

- Εξ'ορισμού:

$$D = \frac{d(x_{co})}{d(\delta p/p)}, \quad \frac{\delta p}{p} = -\frac{1}{\eta} \frac{f_{RF} - f_0}{f_0}$$

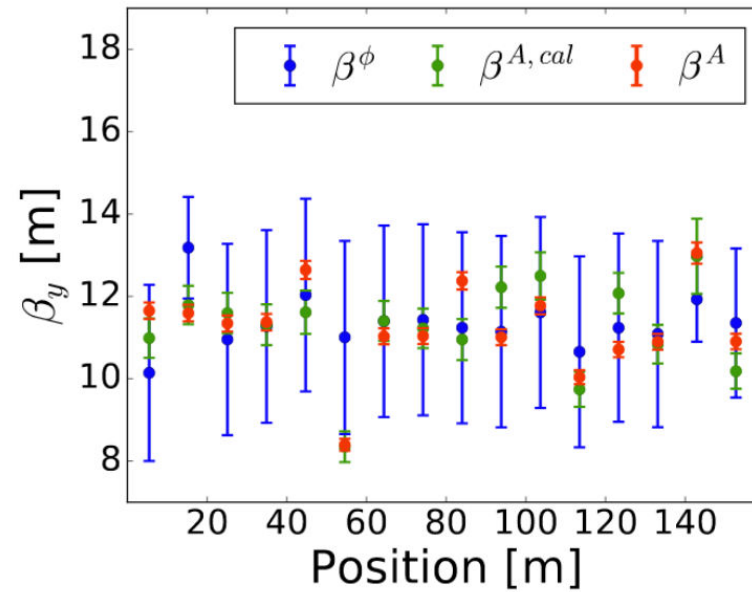
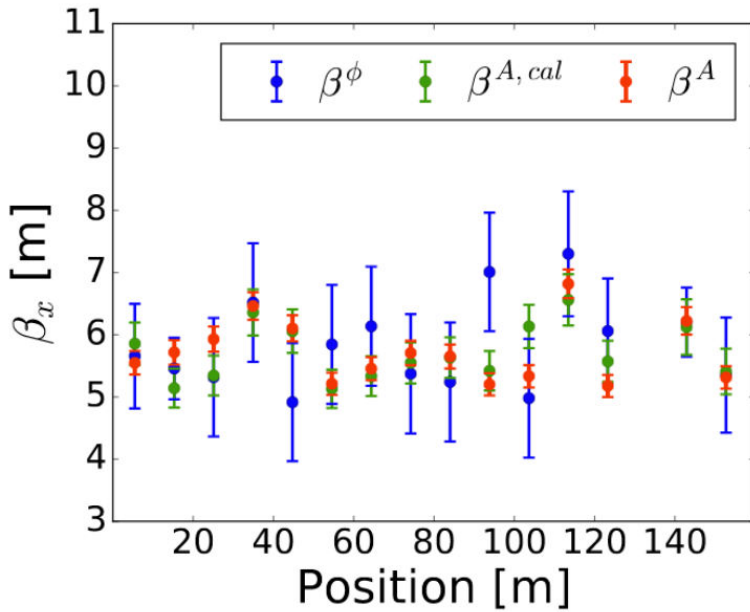
- Για ένα εύρος τιμών $\delta p/p$ η εγκάρσια θέση της δέσμης στο εγκάρσιο επίπεδο μετρήθηκε με τα WS, BPMs και τα SEM grids.



- Η σύγκριση με το μοντέλο έδωσε διαφορές της τάξης του **7 – 8%** μικρότερη dispersion για όλους τους δακτύλιους στο οριζόντιο επίπεδο.

WS Dispersion (absolute values)				
Plane	Ring	Measured [m]	Model [m]	2017 values [m]
H	1	1.383 ± 0.014	1.4658	1.3619
	2	1.377 ± 0.023		1.3884
	3	1.3732 ± 0.0024		1.3634
	4	1.372 ± 0.014		1.3827
V	1	0.0874 ± 0.0027	0.0	0.0919
	2	0.0960 ± 0.0050		0.0114
	3	0.084 ± 0.011		0.0299
	4	0.0425 ± 0.0044		0.1101

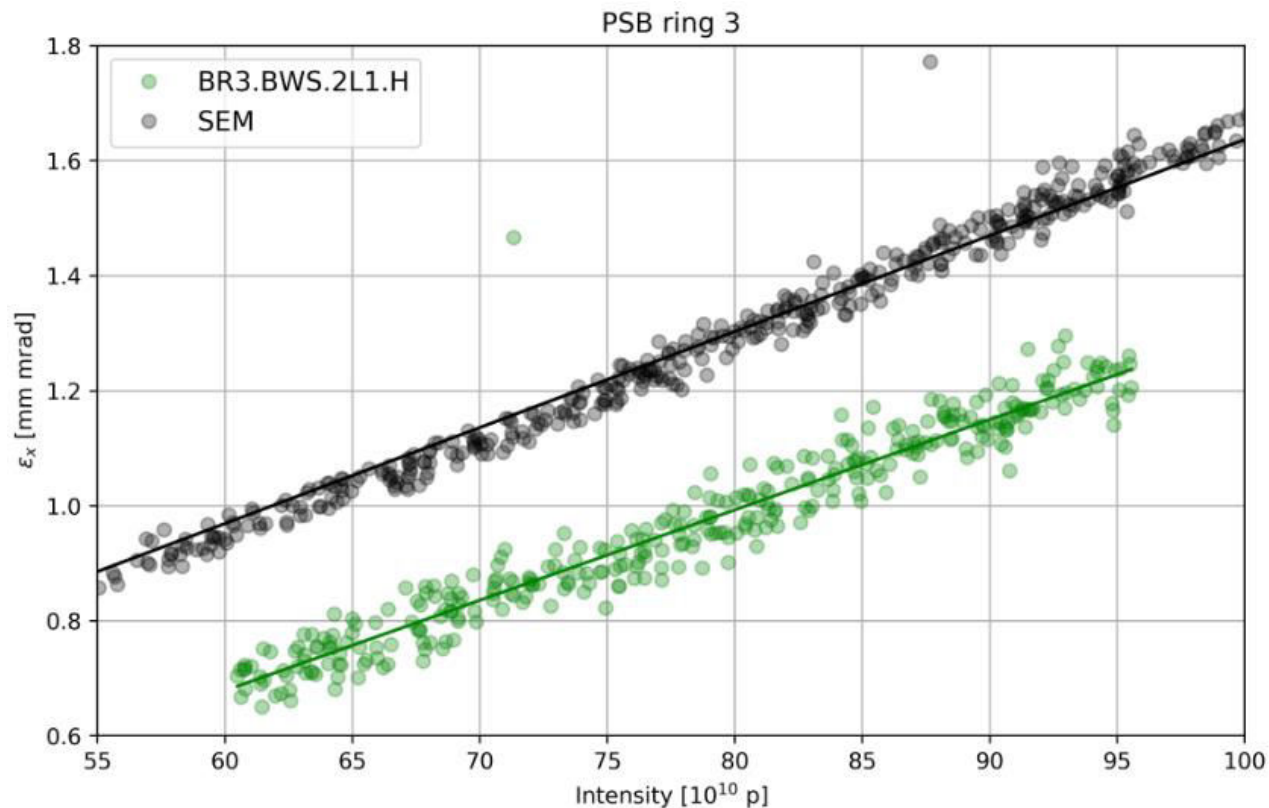
Μέτρηση των Οπτικών Παραμέτρων: συνάρτηση Βήτα



WS Optical Parameters		
Parameter	PSB (BRi.BWS.2L1.H)	PS (PR.BWS.65.H)
β_x model	5.7 m	22.3 m
β_x measured	5.1 ± 1.0 m	22.9 ± 1.1 m
D_x model	1.47 m	3.17 m
D_x measured	1.373 ± 0.002 m	3.17 m

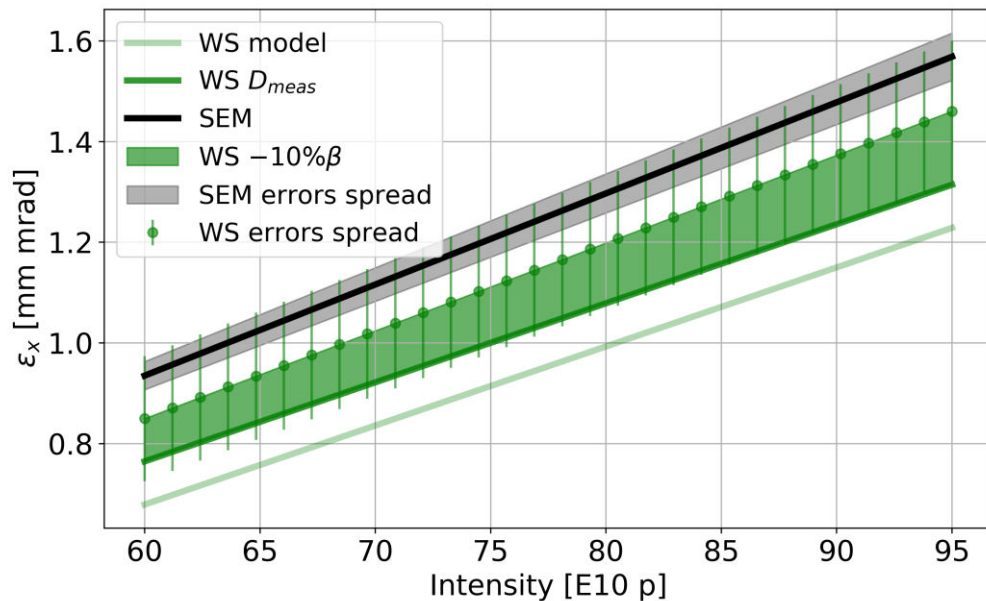
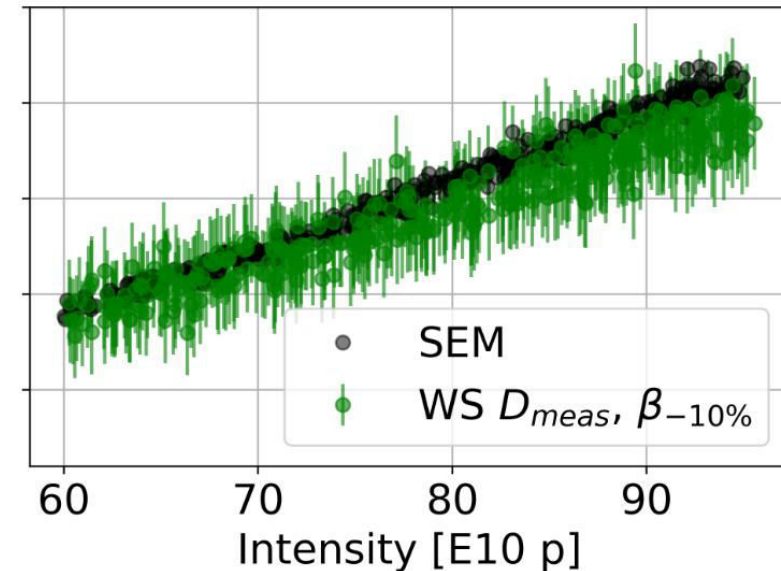
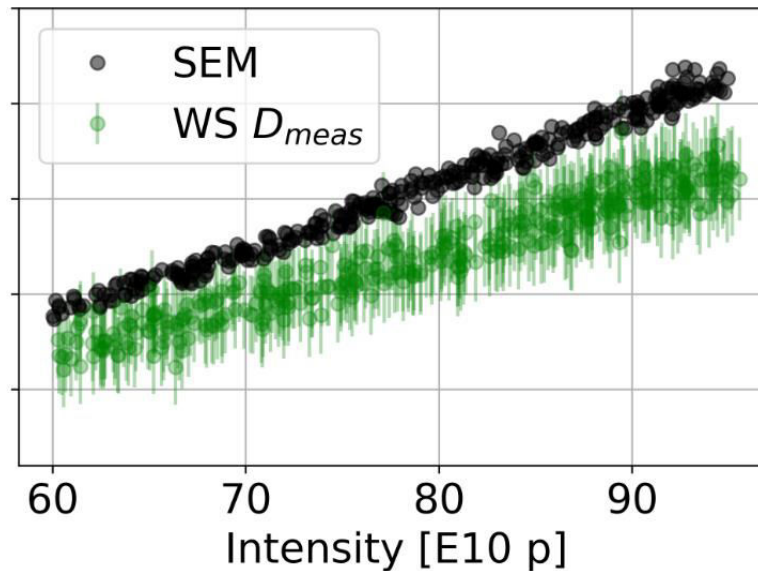
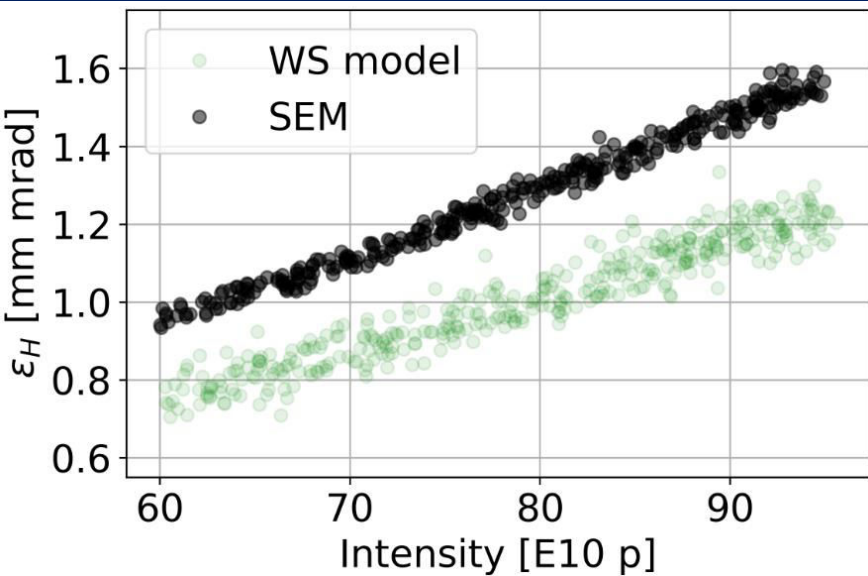
- Μετρήσεις και ανάλυση από τους A. Garcia-Tabares, P. K. Skowronski και R. Thomas.
- Διέγερση ταλαντώσεων βήτατρον με την χρήση ενός μαγνήτη “kicker” και παρακολούθηση της τροχιάς της δέσμης με τα BPM (turn by turn data).
- Υπολογισμός της συνάρτησης βήτα είτε μέσω της σχετικής διαφοράς φάσης των ταλαντώσεων μεταξύ διαδοχικών BPM (μέθοδος N-BPM) είτε μέσω του πλάτους των ταλαντώσεων.
- Η διαφορά φάσης μεταξύ διαδοχικών BPMs στην οπτική Q4Q4 είναι πολύ κοντά στις 90 μοίρες προκαλώντας μεγάλα σφάλματα.

Σύγκριση Μεθόδων WS και SEM



- Καμπύλες λαμπρότητας (ειπεμψιμότητα συναρτήσει της έντασης) μεταξύ του WS του δακτυλίου 3 (πράσινο) και των SEM grids (μαύρο)..
- Τα SEM grids μετράνε συστηματικά μεγαλύτερη ειπεμψιμότητα $\sim 0.3 \mu m$ από αυτή του WS (σύμφωνο με προηγούμενες μελέτες).
- Τα αποτελέσματα είναι όμοια για τους άλλους δακτυλίους.
- Η ειπεμψιμότητα είναι υπολογισμένη με τις οπτικές παραμέτρους του μοντέλου και την μέθοδο **SG**.

Σύγκριση Μεθόδων WS και SEM

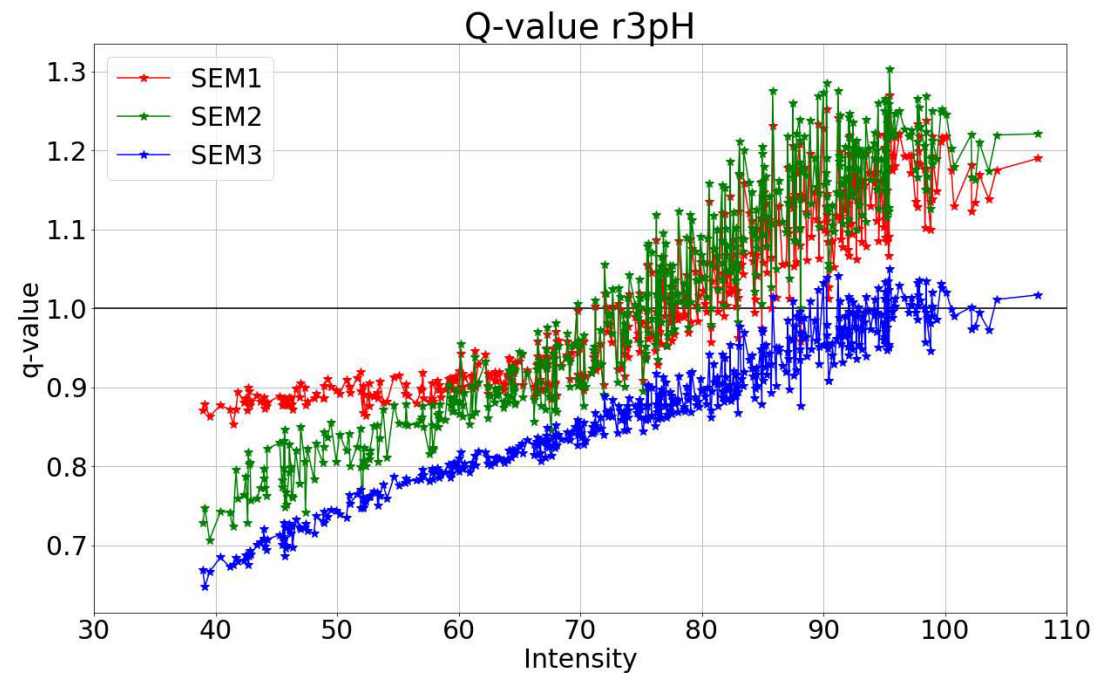
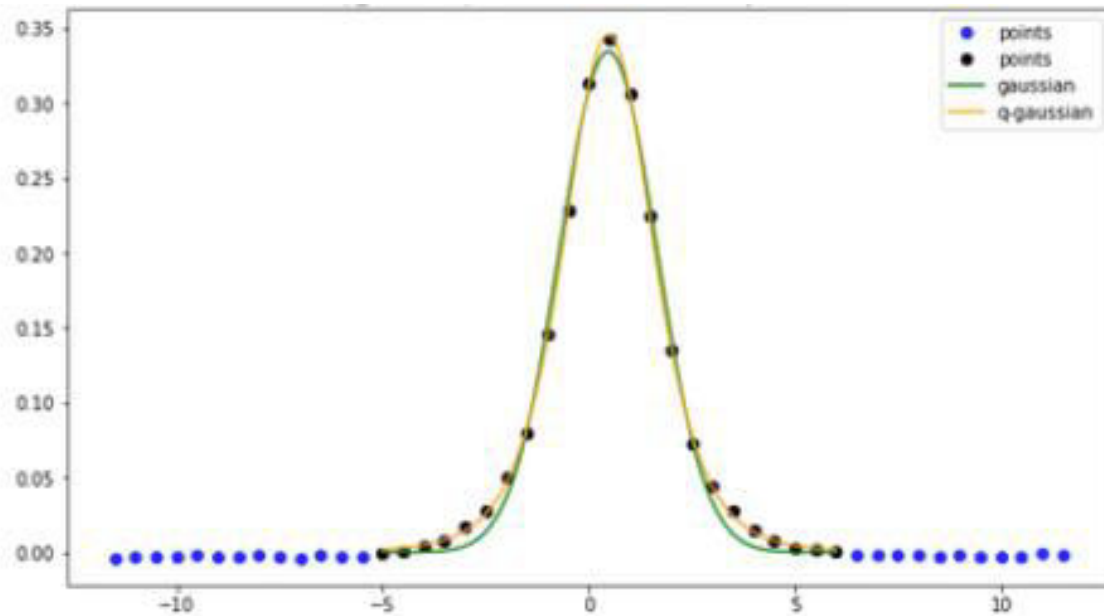


- Οπτικές παραμέτροι μοντέλου
- Χρήση της μετρούμενης dispersion (-7%)
- Χρήση της μετρούμενης συνάρτησης βήτα (-10%)

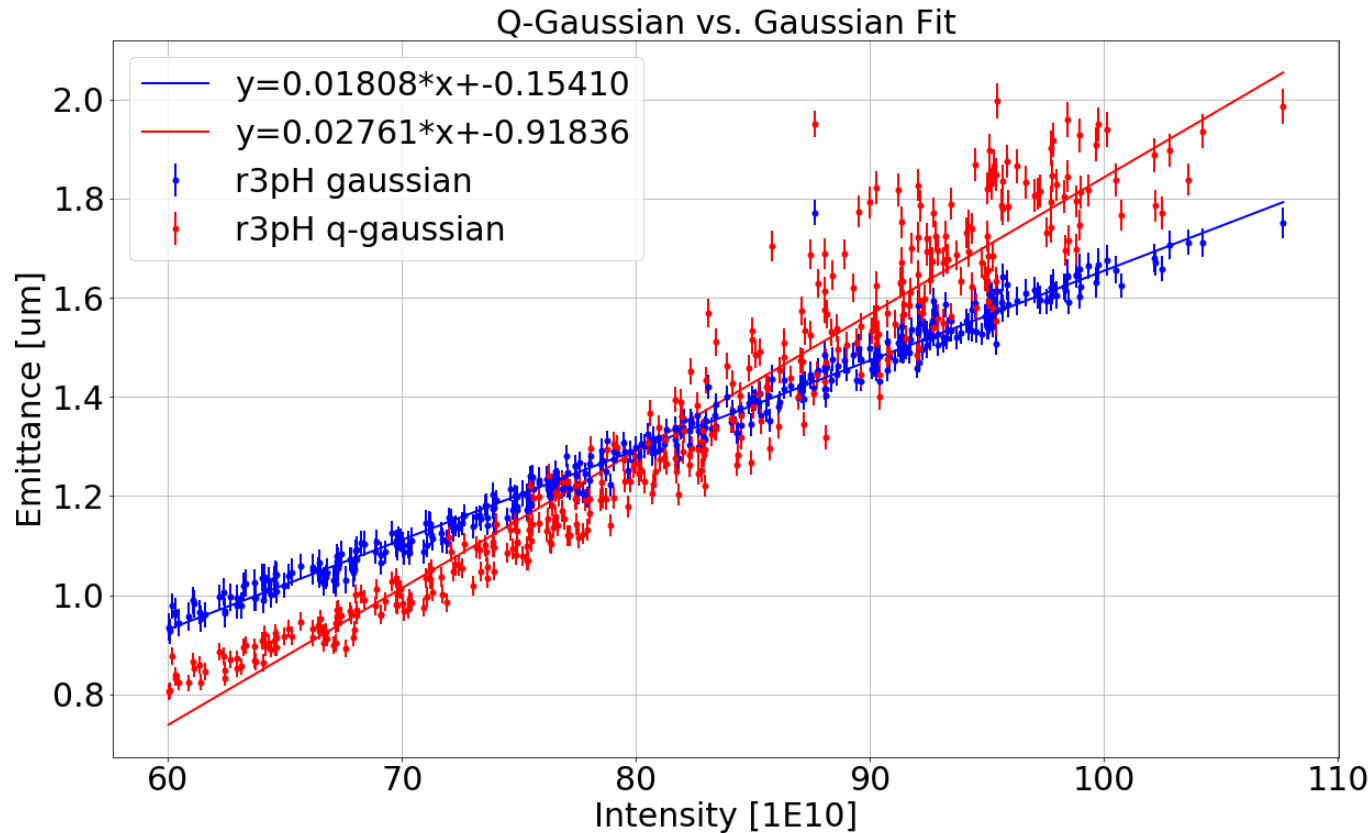
Τα συστηματικά σφάλματα παίζουν καίριο ρόλο στον υπολογισμό της λαμπρότητας.

Επίδραση μη-Γιαουσιανών Κατανομών

- Έχει παρατηρηθεί πως σε πολλές περιπτώσεις οι κατανομές αυτές έχουν «ουρές» (tails) που διαφέρουν από αυτές της Γιαουσιανής. Η μοντελοποίηση αυτών μπορεί να γίνει μέσω της Q-Gaussian συνάρτησης.
- Από την γραφική παράσταση της παραμέτρου q συναρτήσει της έντασης μπορεί να παρατηρηθεί πως για χαμηλές και υψηλές εντάσεις η τιμή της παραμέτρου διαφέρει κατά πολύ από την τιμή 1 (Γιαουσιανή).



Επίδραση μη-Γιαουσιανών Κατανομών



- Οι «ουρές» αυτές έχουν ως αποτέλεσμα μια μη αμελητέα συνεισφορά στις καμπύλες λαμπρότητας.
- Τα **μπλέ** σημεία αναπαριστούν την εκπεψιμότητα υπολογισμένη με την χρήση **Γιαουσιανών** συναρτήσεων ενώ τα **κόκκινα** σημεία με την χρήση **Q-Γιαουσιανών**.
- Για χαμηλές εντάσεις η εκπεψιμότητα υπερεκτιμάται ενώ για υψηλές εντάσεις υποεκτιμάται. Το γεγονός αυτό είναι σε συμφωνία με την γραφική παράσταση της q-παραμέτρου.
- Τα αποτελέσματα είναι πανομοιότυπα και για τους υπόλοιπους δακτυλίους.

Περιεχόμενα

I. Εισαγωγή

- Το σύμπλεγμα επιταχυντών του CERN
- Proton Synchrotron Booster (PSB)
- LHC Injectors Upgrade (LIU) Project

II. Δυναμική των Δεσμών Σωματιδίων

- Σύγχροτρα και Μαγνήτες
- Εξισώσεις του Hill – Ταλαντώσεις Βήτατρον
- Χώρος Φάσεων
- Εκπεμψιμότητα (Emittance)
- Συνάρτηση Διασποράς (Dispersion Function)

III. Μέθοδοι Υπολογισμού της Εκπεμψιμότητας

- Οργανα Μέτρησης στον PSB
- Μοντελοποίηση Κατανομών Δέσμης

- Αποσυνέλιξη της Συνάρτησης Διασποράς
- Μέθοδος 3-SEM

IV. Επίδραση Συστηματικών Σφαλμάτων

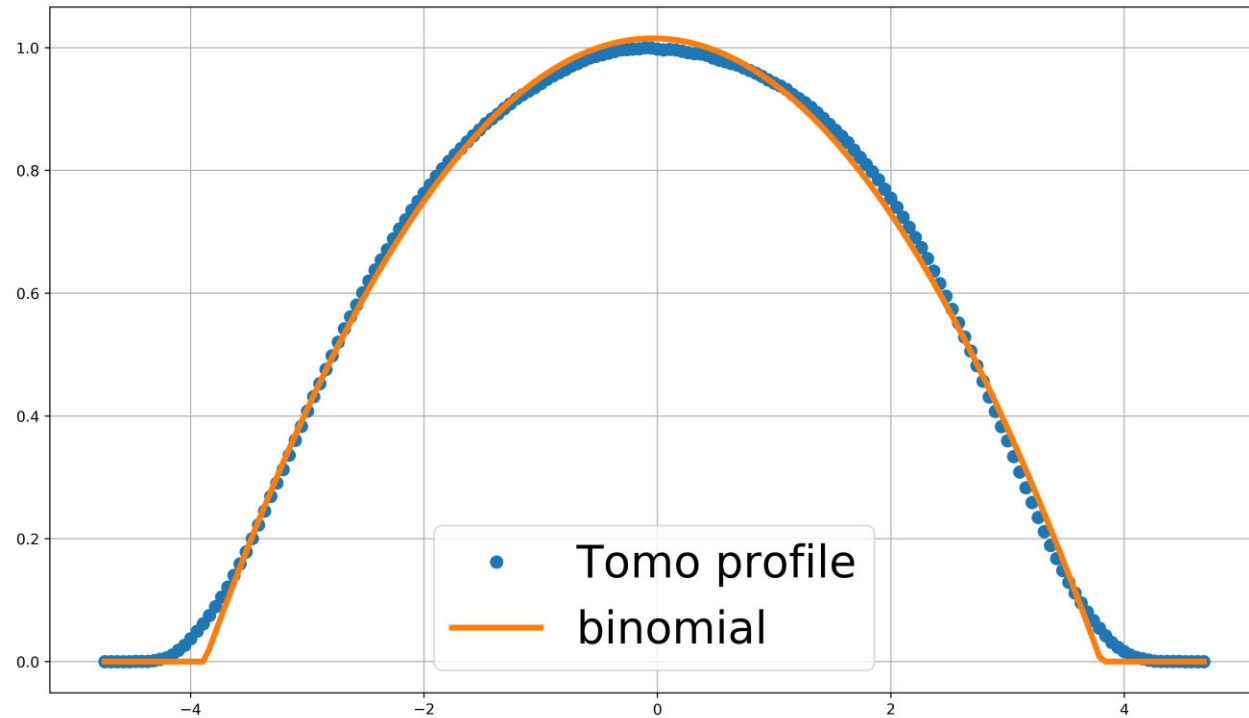
- PSB-PS: Ασυμφωνία στην Εκπεμψιμότητα
- Μέτρηση των Οπτικών Παραμέτρων
- Σύγκριση Μεθόδων WS και SEM
- Επίδραση μη-Γιαουσιανών Κατανομών

V. Αξιολόγηση Μεθόδων Υπολογισμού

- Προσομοιώσεις Κατανομών Δέσμης
- Σύγκριση Προσομοιώσεων με Μετρήσεις

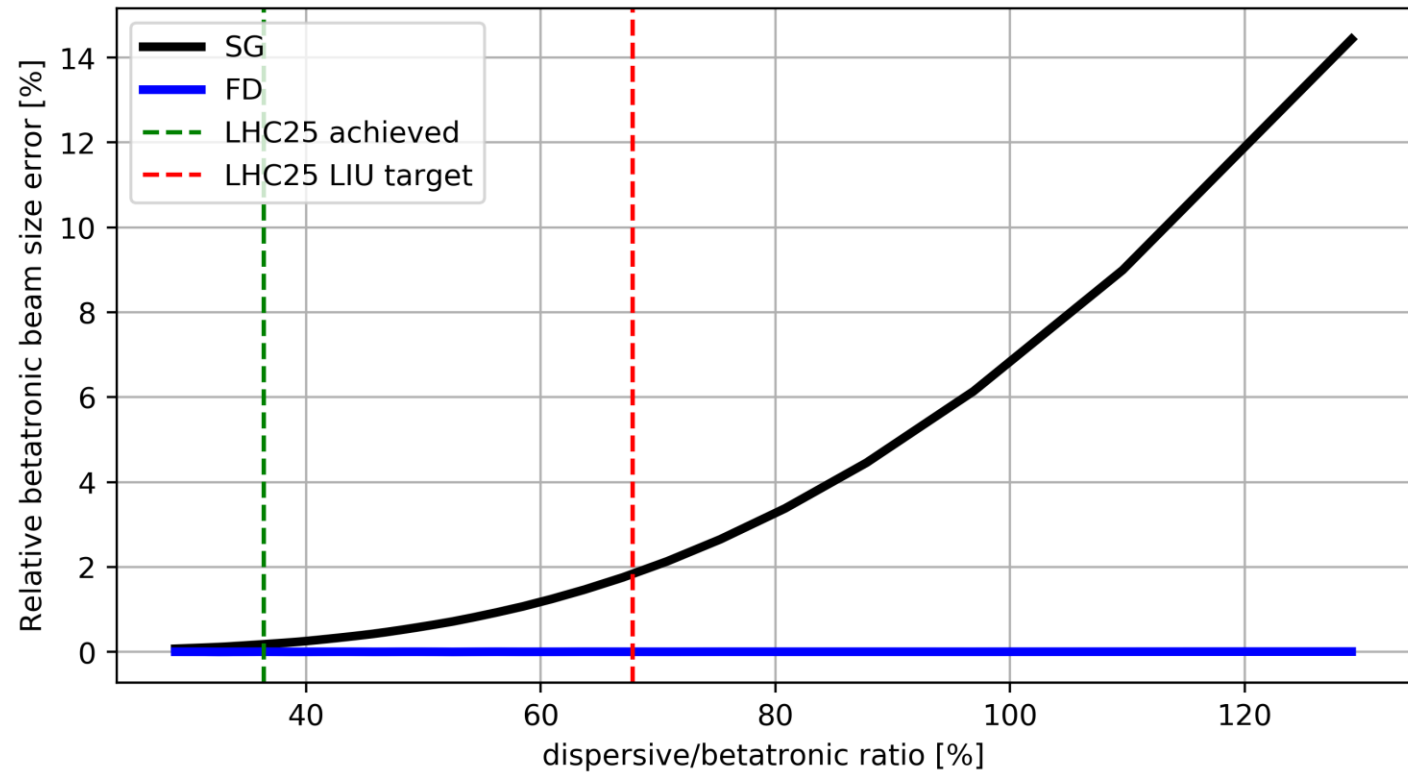
Προσομοιώσεις Κατανομών Δέσμης

- Η μέθοδος SG υποθέτει Γκαουσιανή dispersive και betatronic κατανομή.
- Όπως είδαμε οι μη-Γκαουσιανές «ουρές» της δέσμης έχουν μη αμελητέες συνέπειες στον υπολογισμό της εκπεμφιμότητας.
- Στον PSB η **dispersive** κατανομή ακολουθεί περισσότερο **παραβολικό** παρά Γκαουσιανό σχήμα.
- Για τον σκοπό αυτό πραγματοποιήθηκαν μια σειρά από **προσομοιώσεις** με σκοπό την ποσοτικοποίηση των σφαλμάτων των υπάρχοντων μεθόδων υπολογισμού (SG και FD).
- Η φιλοσοφία των προσομοιώσεων είναι να παράγουμε **Γκαουσιανές betatronic κατανομές** με γνωστή (ορισμένη) εκπεμφιμότητα και **παραβολικές dispersive κατανομές** και να χρησιμοποιούμε τις μεθόδους υπολογισμού για να υπολογίσουμε ξανά την αρχική (ορισμένη) εκπεμφιμότητα.



Προβλεπόμενα Σφάλματα Μεθόδων SG και FD

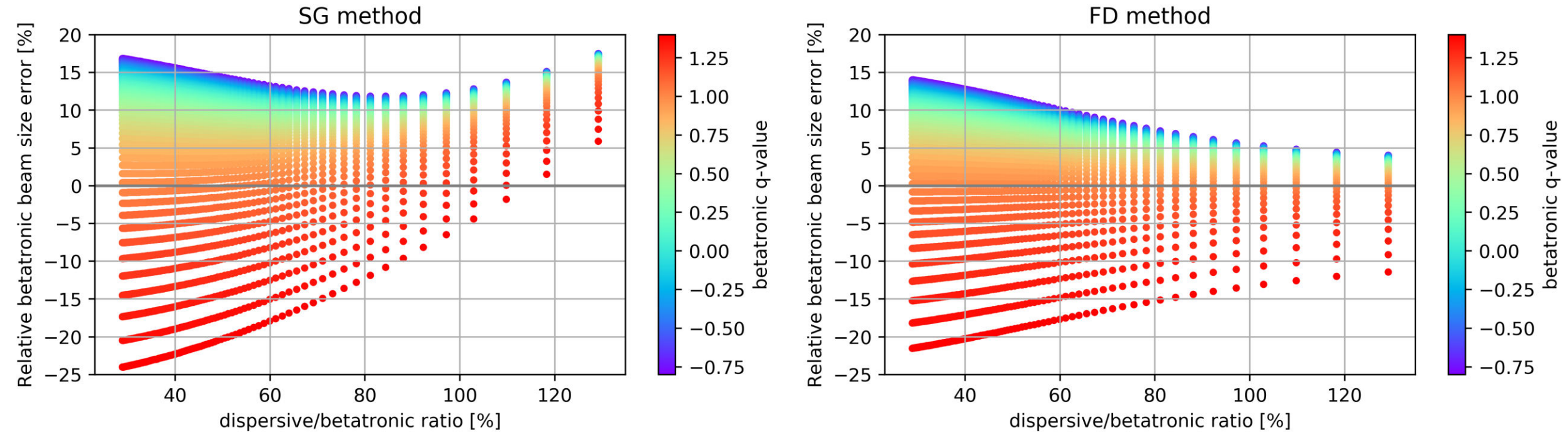
- Στη διπλανή γραφική παράσταση φαίνονται τα σφάλματα των δύο μεθόδων συναρτήσει της **dispersive συνεισφοράς** (dispersive/betatron ratio).
- Για μη-Γκαουσιανή dispersive κατανομή τα σφάλματα της SG μεθόδου **αυξάνουν** εκθετικά, ενώ της FD είναι κοντά στο 0.
- Στις μέχρι τώρα δέσμες του PSB η συνεισφορά ήταν περίπου **37%** (πράσινη διακεκομμένη γραμμή).
- Μετά το LIU η συνεισφορά αυτή αναμένεται να σχεδόν **διπλασιαστεί** (κόκκινη διακεκομμένη γραμμή). Στην περίπτωση αυτή το σφάλμα της SG μεθόδου είναι **μη αμελητέο**.



PSB Extraction (Standard: 4b+2b) [1, 5]					
	$\epsilon_{x,y}$ [μm]	$\delta p/p$	σ_b [mm]	σ_d [mm]	ratio [%]
Achieved	2.25	0.9	3.39	1.24	37
LIU target	1.28	1.5	3.03	2.06	68

Προβλεπόμενα Σφάλματα Μεθόδων SG και FD

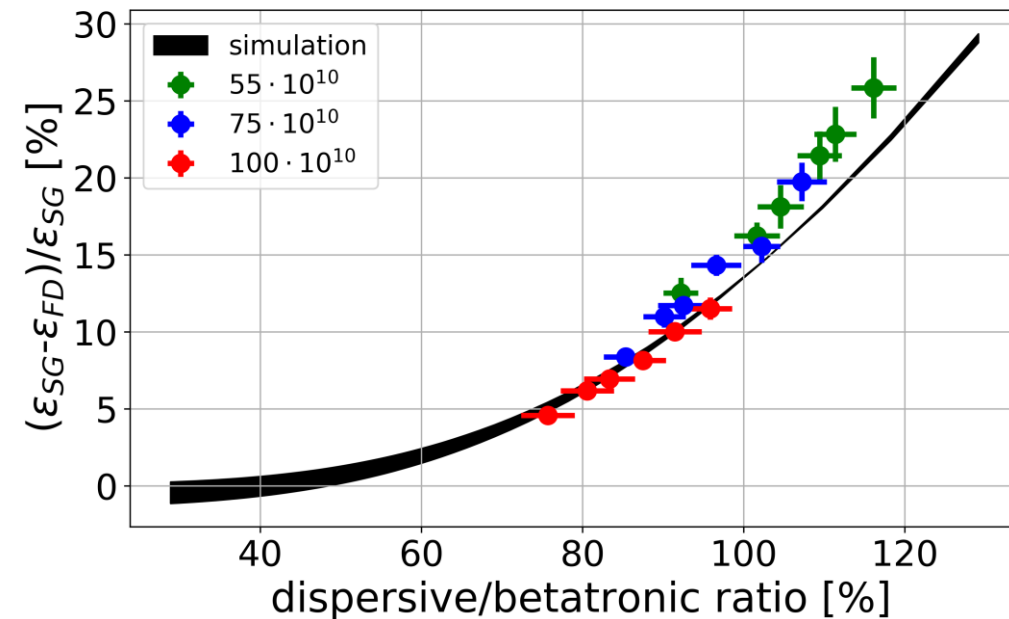
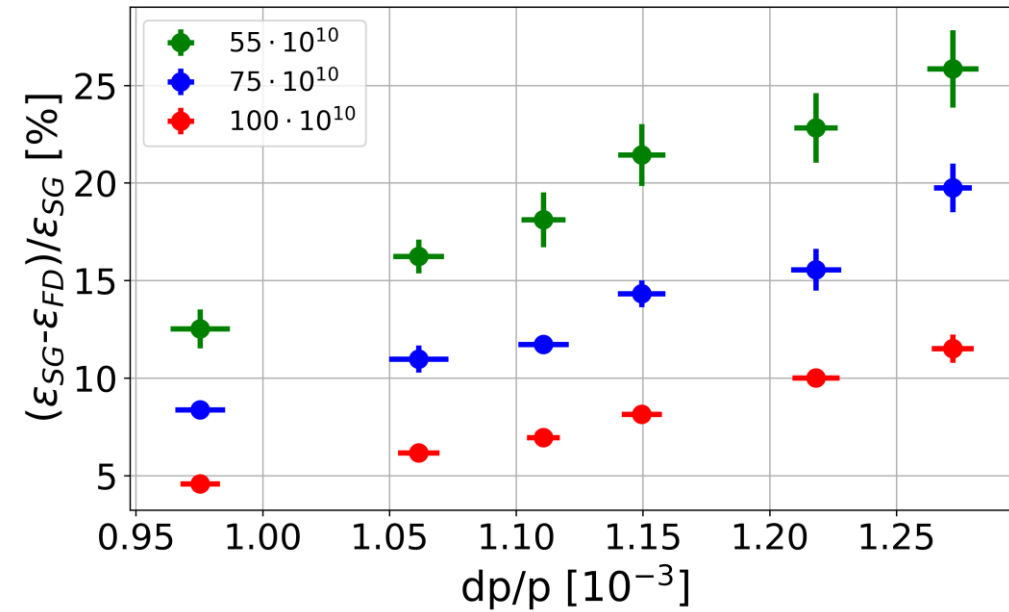
- Δεύτερος βαθμός ελευθερίας: οι μη-Γιαουσιανές ουρές στην betatronic κατανομή ειφρασμένες μέσω της q παραμέτρου της Q-Γιαουσιανής συνάρτησης.



- Τα σφάλματα συμπεριφέρονται με διαφορετικό τρόπο: είναι μή μηδενικά για την FD μέθοδο και είναι μη αμελητέα και για μικρές συνεισφορές της dispersive κατανομής.

Σύγκριση Προσομοιώσεων με Μετρήσεις

- Μια σειρά από μετρήσεις έγιναν με σκοπό την επαλήθευση των προηγούμενων μετρήσεων.
- Μετρήθηκαν τα προφίλ μιας δέσμης με το WS του δακτύλιου 3 του PSB για τρεις διαφορετικές εντάσεις (**55**, **75**, **100** 10^{10} ppb) και διαφορετικές τιμές $\delta p/p$.
- Για κάθε σετ παραμέτρων η επιπεψιμότητα υπολογίζονταν και με τις δύο μεθόδους (SG και FD).
- Οι μετρήσεις έδειξαν πως η δύο μέθοδοι **αποκλίνουν** όταν η συνεισφορά της dispersive κατανομής μεγαλώνει (**μεγάλα $\delta p/p$**) και **συγκλίνουν** για **μικρότερες εντάσεις**.
- Σχεδιάζοντας τα σημεία αυτά συναρτήσει του λόγου dispersive/betatronικ παρατηρήθηκε πως υπάρχει ικανοποιητική συμφωνία μεταξύ των μετρήσεων και των προσομοιώσεων.



Σύνοψη και Συμπεράσματα

Σύνοψη και Συμπεράσματα

- Στα πλαίσια της κατανόησης της ασυμφωνίας στην εκπεμψιμότητα μεταξύ της extraction του PSB και της injection του PS, μια σειρά από συστηματικές μετρήσεις πραγματοποιήθηκαν με όλα τα διαθέσιμα όργανα και τις διαθέσιμες δέσμες.
- **Σκοπός** ήταν η μελέτη της συνεισφοράς των συστηματικών σφαλμάτων στον υπολογισμό των καμπυλών λαμπρότητας στον PSB όπως αυτές μετρούνται από τα WS και τα SEMs.
- Οι **οπτικές παράμετροι** (D , β) μετρήθηκαν στους δακτύλιους του PSB και στην γραμμή εξόδου BTM.
- Οι διαφορές με το μοντέλο ήταν της τάξης του -10% , οι οποίες μείωσαν το χάσμα λαμπρότητας μεταξύ των δύο οργάνων, υποδεικνύοντας **ισχυρή εξάρτηση της εκπεμψιμότητας από τα σφάλματα αυτά**. Η ύπαρξη όμως της μεγάλης αβεβαιότητας στην συνάρτηση βήτα αποτρέπει την εξαγωγή αναμφισβήτητων συμπερασμάτων.
- Προσευτική μελέτη του σχήματος των εγκάρσιων κατανομών της δέσμης έδειξε πως στις χαμηλές και υψηλές εντάσεις υπάρχουν **μη Γκαουσιανές «ουρές»**. Έτσι σε χαμηλές εντάσεις η εκπεμψιμότητα υπερεκτιμάται ενώ σε υψηλές υποεκτιμάται.
- Σφάλματα τα οποία μπορεί να προέρχονται από τις μεθόδους υπολογισμού επίσης εξετάστηκαν μέσα από προσομοιώσεις κατανομών.
- Το σφάλμα της SG μεθόδου αυξάνεται εκθετικά με την συνεισφορά της dispersive κατανομής. Έτσι μετά την υλοποίηση του LIU πρέπει να δωθεί ιδιαίτερη προσοχή στις μεθόδους αυτές καθώς το $\delta p/p$ της δέσμης αναμένεται να αυξηθεί.
- Σύγκριση των προβλέψεων των προσομοιώσεων αυτών με πραγματικές μετρήσεις έδειξαν καλή συμφωνία.

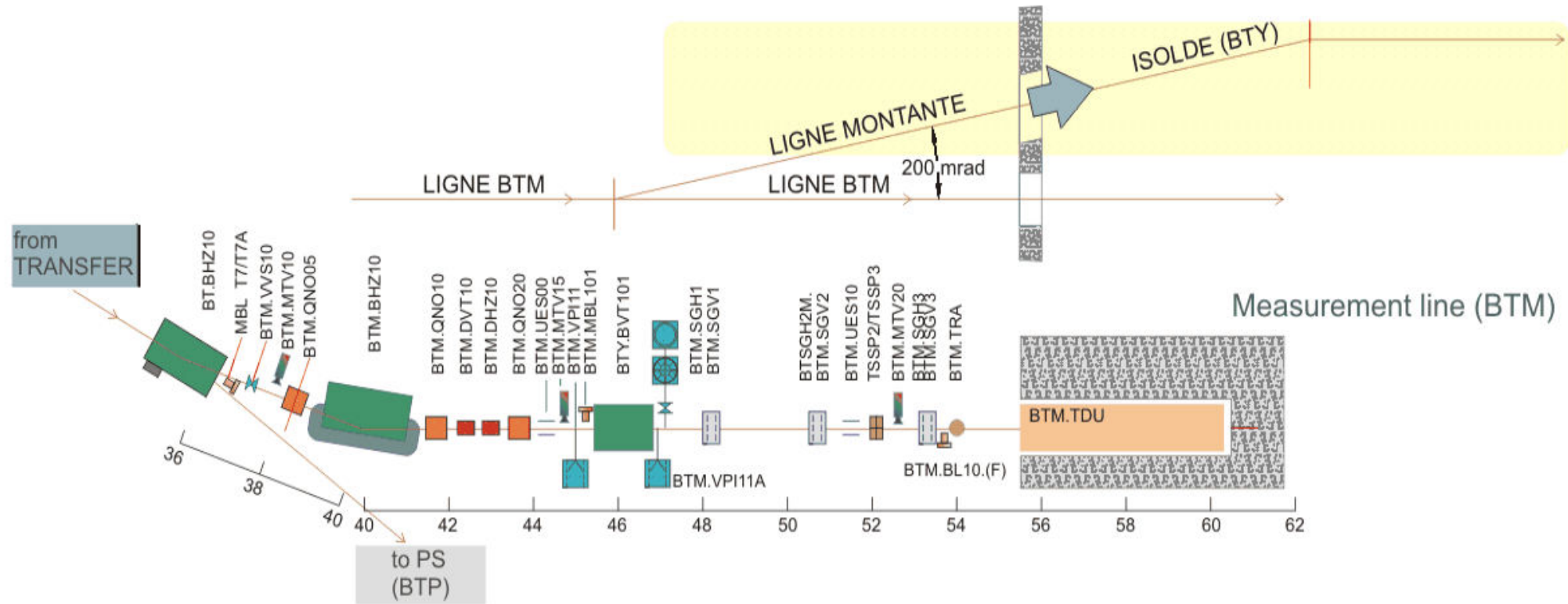
Ευχαριστώ για την προσοχή σας!

Η μελέτη αυτή δεν θα είχε πραγματοποιηθεί χωρίς την συνεισφορά των:

S. Albright, F. Asvesta, H. Bartosik, G.P. Di Giovanni, M. Fraser, V. Forte, A. Huschauer, S. Papadopoulou, P. Skowronski, G. Sterbini, A. Valdivieso

Συμπληρωματικές Διαφάνειες

Γραμμή Εξόδου ΒΤΜ



- Οι δακτύλιοι έχουν κοινή γραμμή εισόδου (injection line) και γραμμή εξόδου (extraction line)
- Η γραμμή εξόδου χωρίζεται στις BTP (Booster to PS), BTM (Measurement line) και BTY (Booster to ISOLDE)
- Στην BTM βρίσκονται τρία SEM Grids (**BTM.SGH1**, **BTM.SGV1**, ...)

Καμπύλες Λαμπρότητας μεταξύ PSB και PS

