

Entropia de emaranhamento em um modelo de Jaynes- Cumming

Aluno: João Gabriel A. Caribé (CBPF)

Orientador: Marc Casals (CBPF)

Motivação

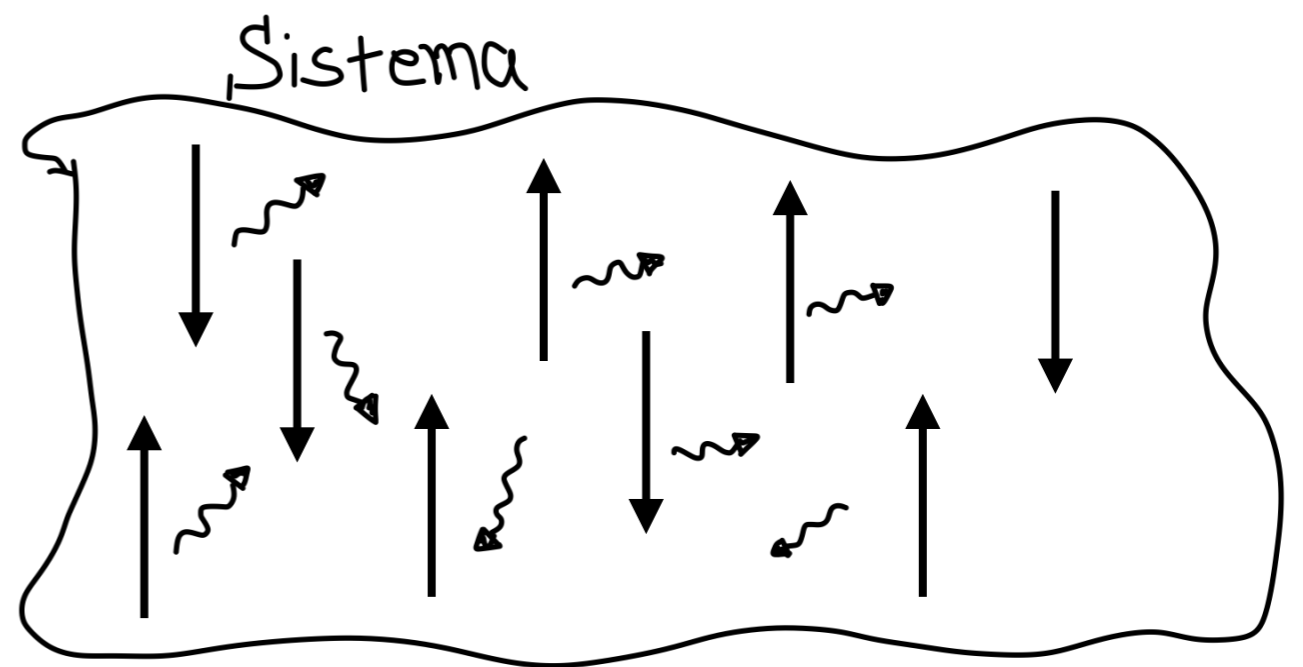
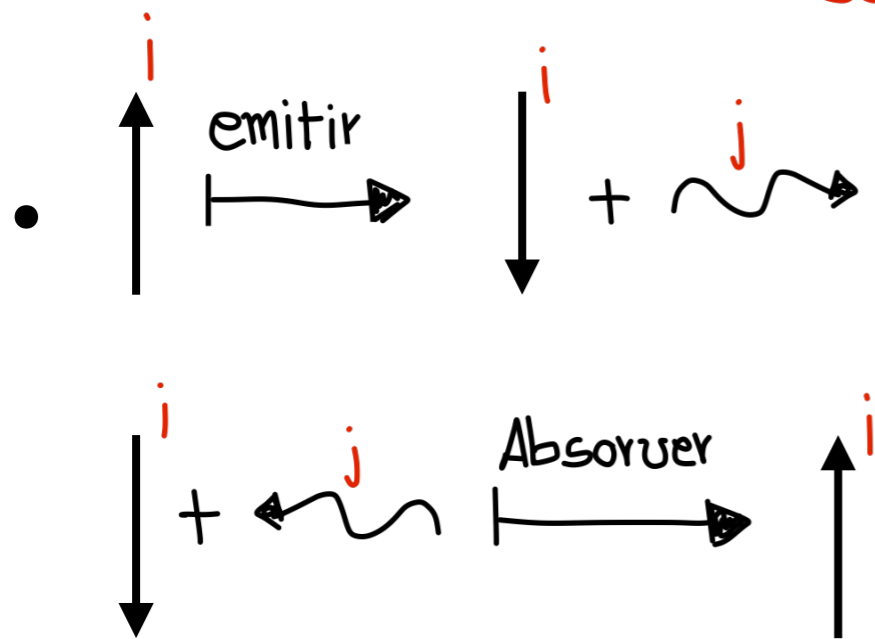
- Paradoxo de perda de informação em buracos negros
 - Como se comportam as entropias em um sistema mais simples?
 - Existe alguma semelhança com aquilo que se espera em um buraco negro?
 - Quando exatamente a informação escapa de um sistema para outro?
 - Esse comportamento depende de condições iniciais específicas? Se sim, como?

Modelo de Jaynes-Cummings

- É composto por duas partes: Spins e modos de um campo externo. Definimos os spins como graus de liberdade do buraco negro e os modos do campo como graus de liberdade da radiação Hawking.
- Sua dinâmica permite que produza e elimine emaranhamento entre spins e modos do campo.
- A simplicidade de seu Hamiltoniano facilita estudar suas propriedades termodinâmicas por meio da mecânica estatística.

Modelo de Jaynes-Cummings

- $$H = \hbar \sum_{i,j}^{n,m} \underbrace{\omega_i^a \hat{\sigma}_i^z}_{\text{Spins}} + \underbrace{\omega_i^f \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \frac{\hat{\mathbf{1}}}{2} \right)}_{\text{Osciladores}} + \alpha_{i,j} \underbrace{\left(\hat{\sigma}_i^+ \hat{a}_j + \hat{\sigma}_i^- \hat{a}_j^\dagger \right)}_{\text{Interação}}$$



Modelo de Jaynes-Cummings

- $$H = \hbar \sum_{i,j}^{n,m} \omega_i^a \hat{\sigma}_i^z + \omega_i^f \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \frac{\hat{\mathbf{1}}}{2} \right) + \alpha_{i,j} \left(\hat{\sigma}_i^+ \hat{a}_j + \hat{\sigma}_i^- \hat{a}_j^\dagger \right)$$

- Simplificações utilizadas

- $\omega_i^a = \frac{\omega_i^f}{2}$, pois com isso, o Hamiltoniano livre comuta com o da interação.

- $\omega_i^f = \omega$, pois assim é possível determinar analiticamente a temperatura em função da energia do sistema.

Solução

- O estado do sistema em um instante de tempo t é $\rho(t) = U_{int}(t)|\psi\rangle\langle\psi|U_{int}^\dagger(t)$, com $U_{int}(t, t_0) = e^{-i\frac{H_{int}}{\hbar}(t-t_0)}$.
- Os operadores densidade são $\rho_s(t) = Tr_{\mathcal{H}_f} [\rho(t)]$ e $\rho_f(t) = Tr_{\mathcal{H}_s} [\rho(t)]$.
- As energias são $E_s(t) = Tr(H_s\rho_s(t))$ e $E_f(t) = Tr(H_f\rho_f(t))$.
- A entropia de emaranhamento é $E[\rho(t)] = -Tr[\rho_s(t)\ln(\rho_s(t))] = -Tr[\rho_f(t)\ln(\rho_f(t))]$.

Solução

- As temperaturas são $T_s = \frac{\hbar\omega}{2k_B} \frac{1}{\tanh^{-1}\left(-\frac{2E_s}{n\hbar\omega}\right)}$ e

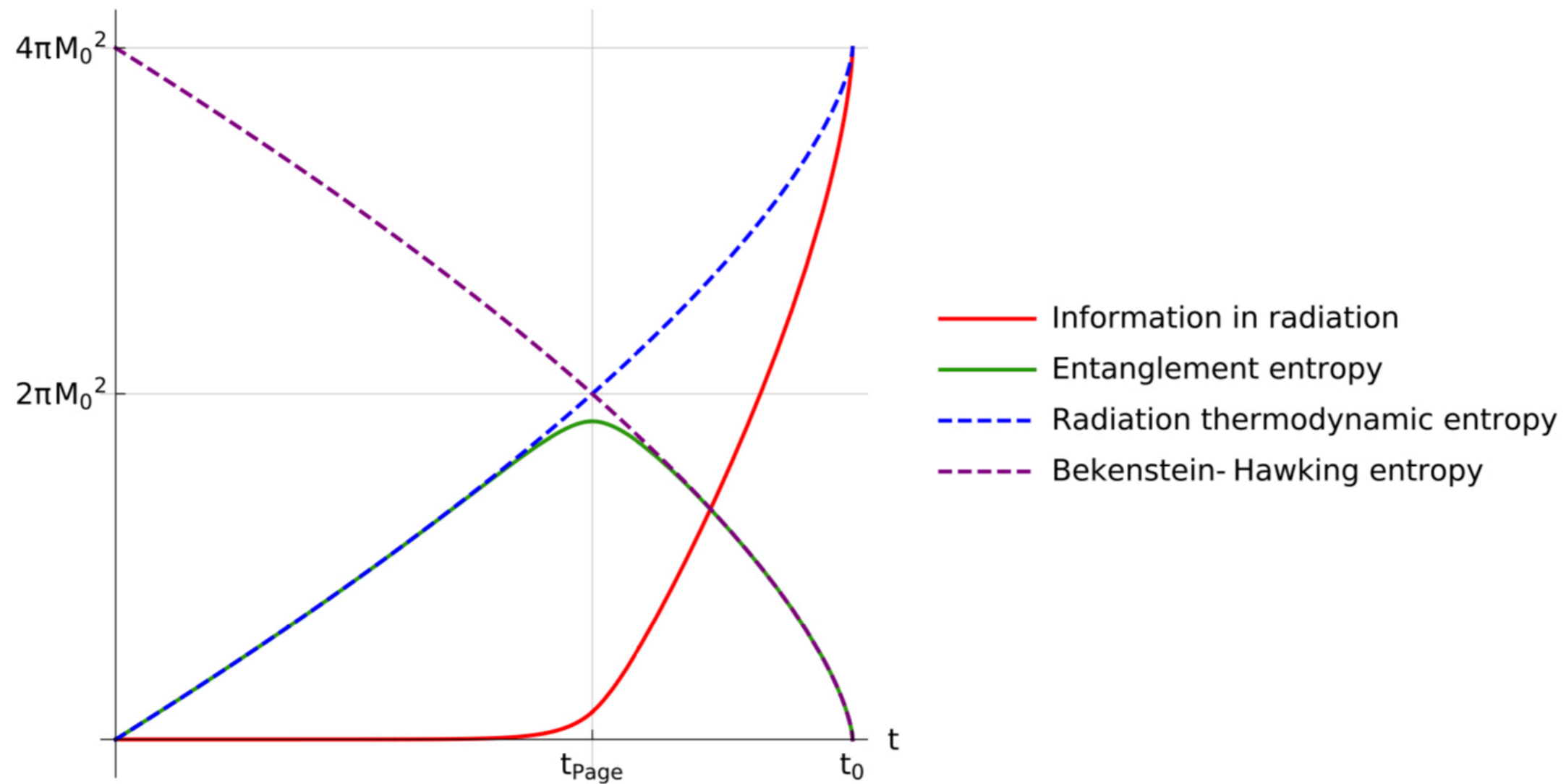
$$T_f = \frac{\hbar\omega}{2k_B} \frac{1}{\tanh^{-1}\left(\frac{m\hbar\omega}{2E_f}\right)}$$

- As entropias termodinâmicas são $S_s = \frac{E_s}{T_s} + nk_B \ln \left[2 \cosh \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_s} \right) \right]$

$$\text{e } S_f = \frac{E_f}{T_f} + mk_B \ln \left[\frac{1}{2} \operatorname{csch} \left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T_f} \right) \right].$$

Curva de Page

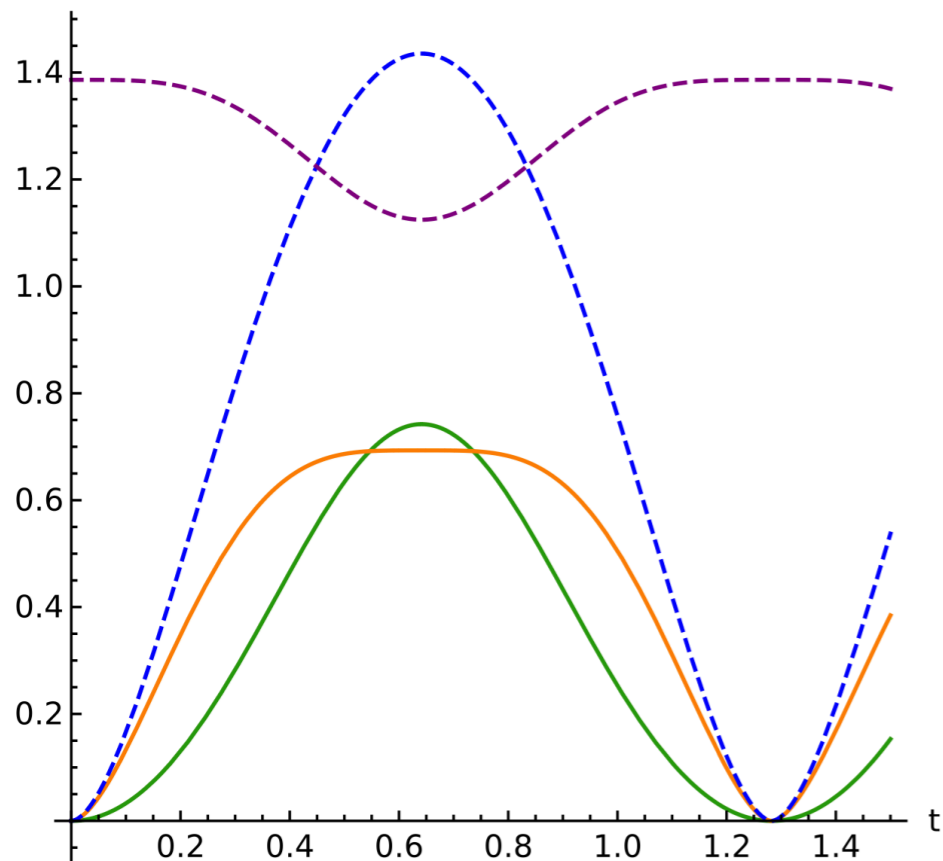
- Comportamento esperado em um sistema de Buraco negro + radiação Hawking (D. Page, 93)



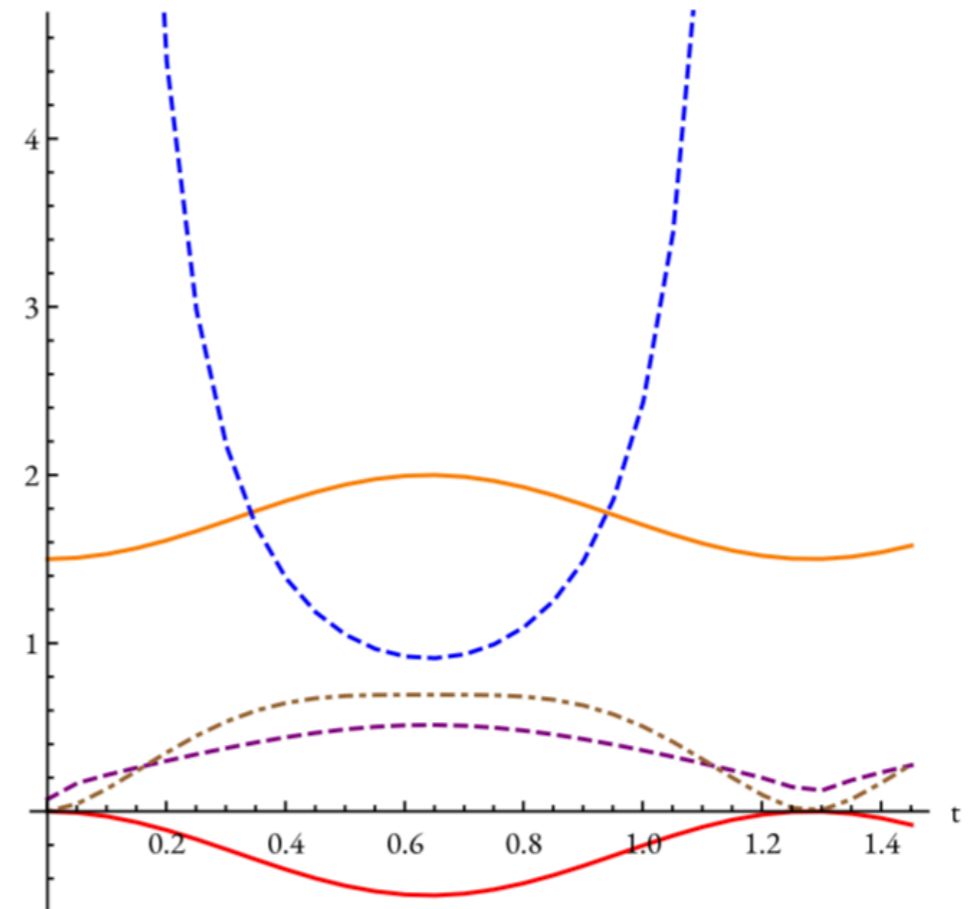
Resultados

- $|\psi\rangle = |1,0\rangle \otimes |0,0,0\rangle$

- Information on the oscillators
- Entanglement entropy
- - - Oscillators thermodynamic entropy
- - - Qubits thermodynamic entropy



- Energy in the atoms
- Energy in the oscillators
- - - Atoms temperature
- - - Oscillators temperature
- - - Entanglement entropy

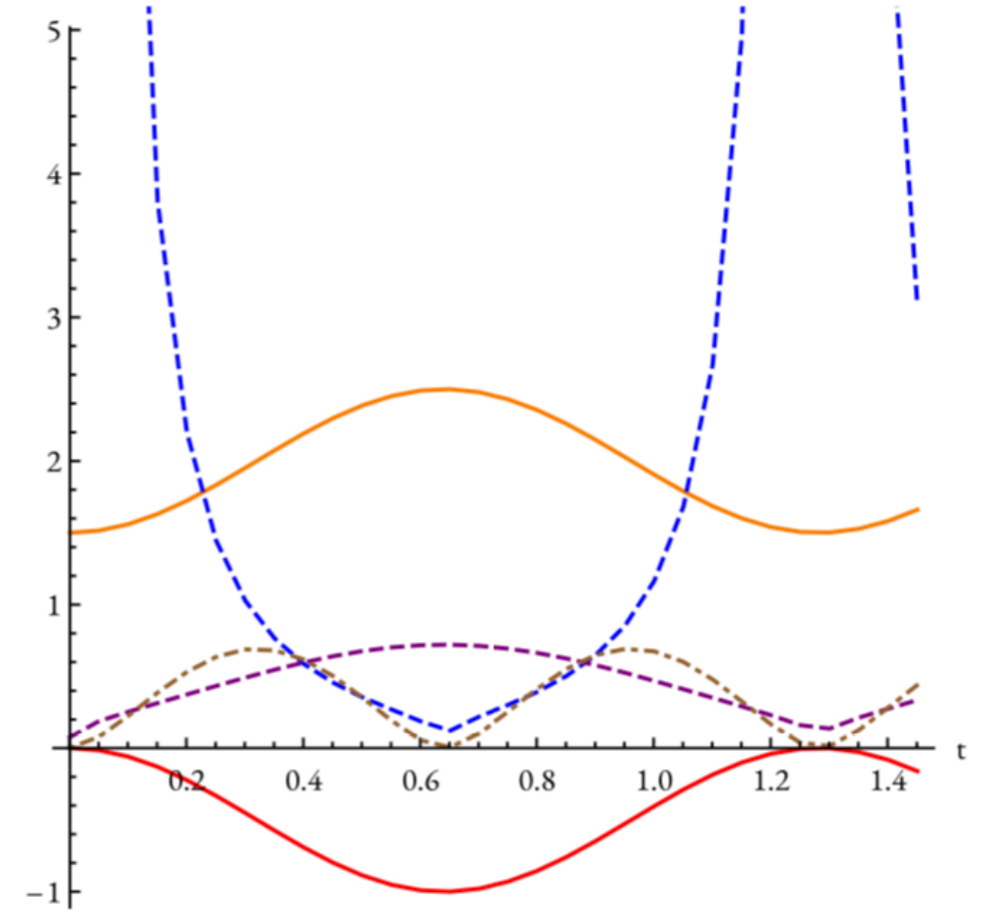
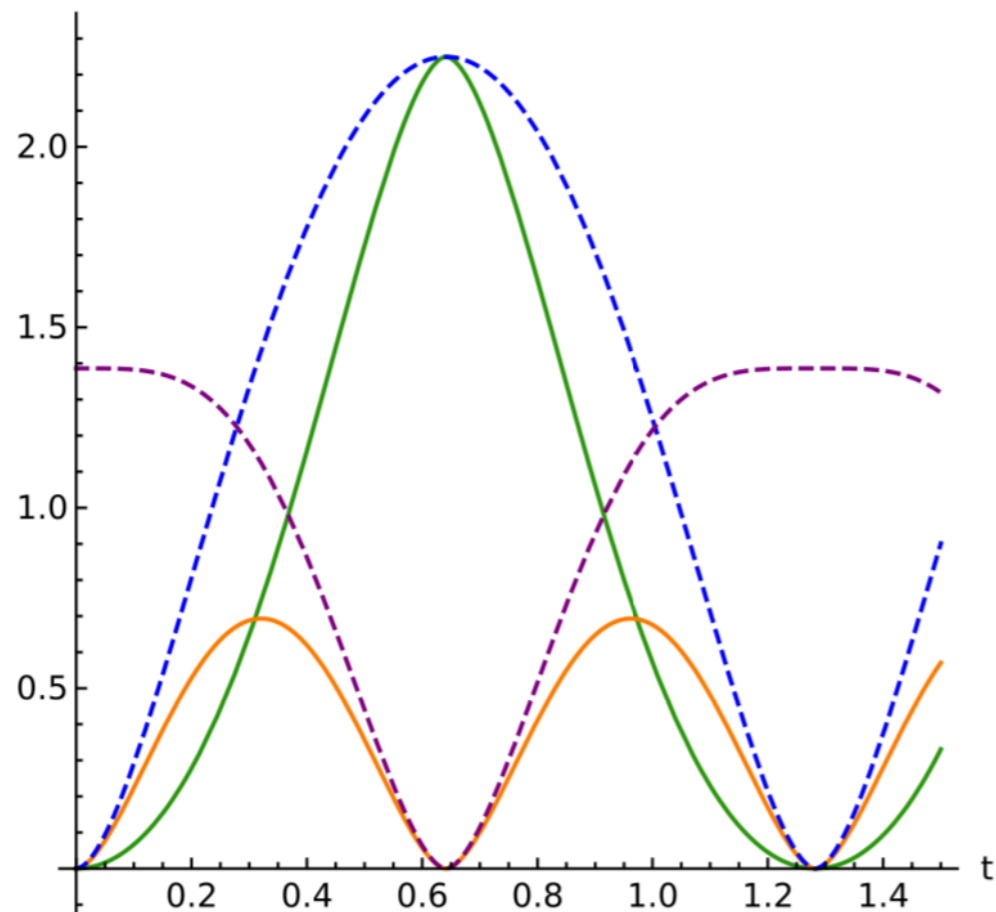


Resultados

- $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1,0\rangle + |0,1\rangle) \otimes |0,0,0\rangle$

- Information on the oscillators
- Entanglement entropy
- - - Oscillators thermodynamic entropy
- - - Qubits thermodynamic entropy

- Energy in the atoms
- Energy in the oscillators
- - - Atoms temperature
- - - Oscillators temperature
- - - Entanglement entropy

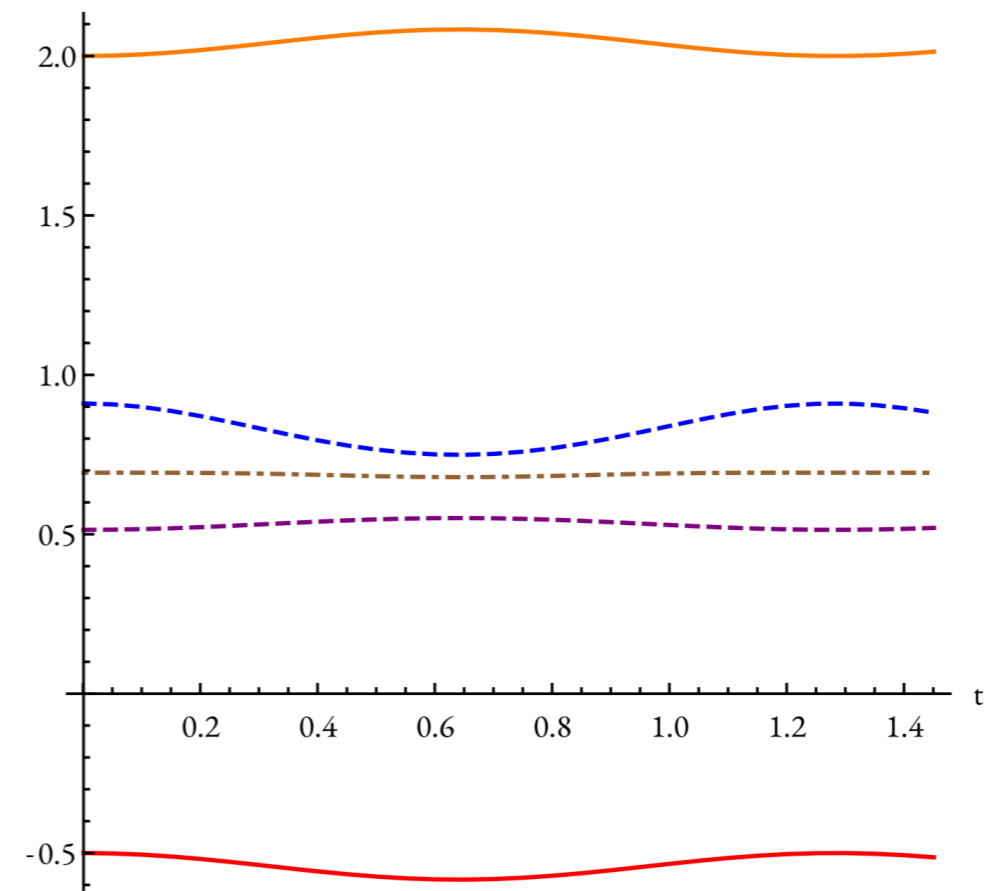
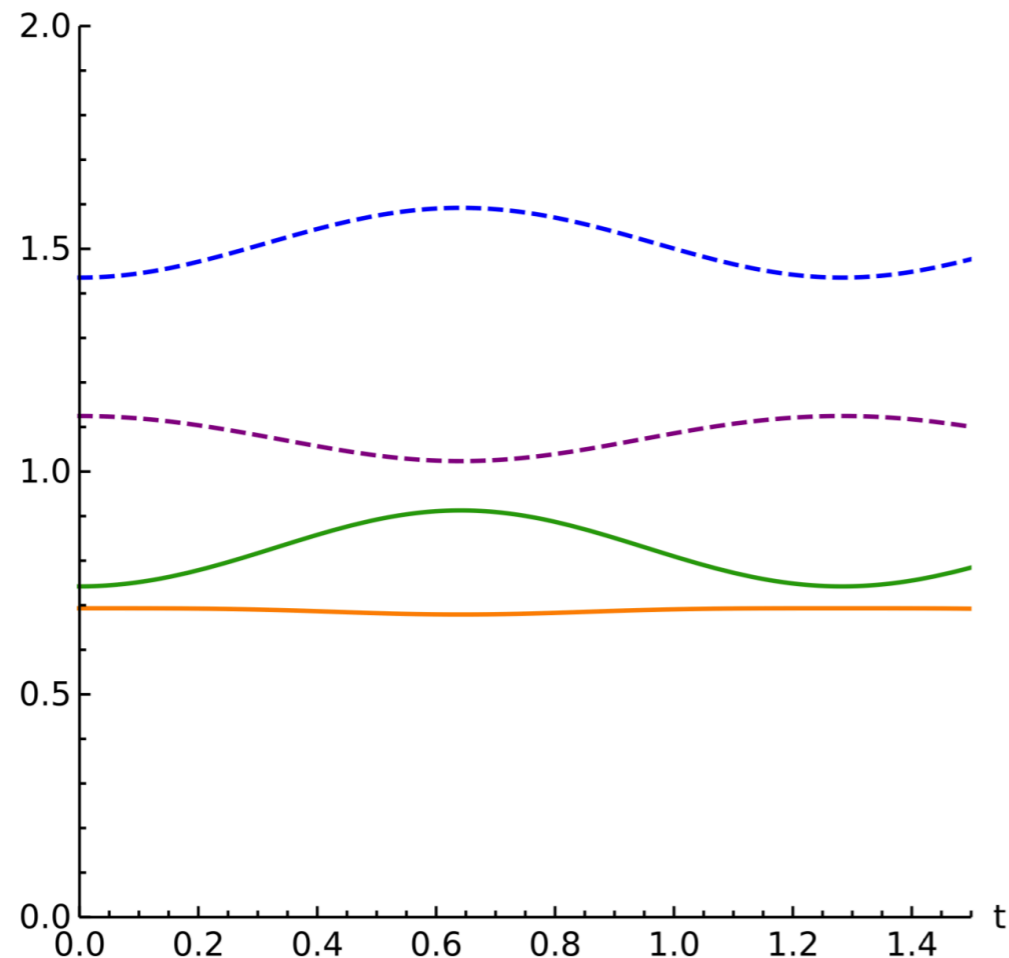


Resultados

•
$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1,0\rangle \otimes |0,0,0\rangle + |0,0\rangle \otimes |1,0,0\rangle)$$

- Information on the oscillators
- Entanglement entropy
- Oscillators thermodynamic entropy
- Qubits thermodynamic entropy

- Energy in the atoms
- Energy in the oscillators
- Atoms temperature
- Oscillators temperature
- Entanglement entropy



Conclusão

- O comportamento das entropias é sensível as condições iniciais
- No estado com estrutura de emaranhamento mais complexa, houve pouca alteração nas entropias. Há relação entre a entropia de emaranhamento inicial e a evolução das entropias?
- Apenas no segundo estado a informação é completamente recuperada, em um momento intermediário, nos modos do campo.
- Pode ser interessante adicionar mais modos e mais qubits para testar a dinâmica de estados mais complexos.
- Ficamos limitados a estados de baixo número de excitação por conta de capacidade computacional. Seria interessante analisar o que acontece ao permitir números de excitação mais altos.

Obrigado

