

Sistematiğe Giriş

O. Cakir

Ankara Üniversitesi, Fizik Bölümü, Ankara

PFBU Kış Okulu, Şubat 2020, İstanbul

Sistemik Belirsizlikler

Sistemik hatalar verinin taraflı (bias) olmasındaki hatalardır. Genelde bir ölçü aletinin ayarının yapılmamasından (örneğin, terazinin başlangıçta sıfırlanmaması) veya deneyde kullanılan tekniklerdeki hatalardan kaynaklandığı ifade edilir. Sistemik belirsizlikler için yaygın bir tanım da: “doğrudan veri istatistiği ile ilgili olmayan belirsizliklerdir”.

- Parçacık Fiziğinde toplam tesir kesiti ve diferensiyel tesir kesiti üzerindeki sistemik belirsizlikler, kabul etme (acceptance), dedektör etkileri için düzeltme (correction) işlemi, arkaplan tahmini ve ışınlık üzerinde, teorik ve deneysel olgu/doğa nedeniyle meydana gelir.



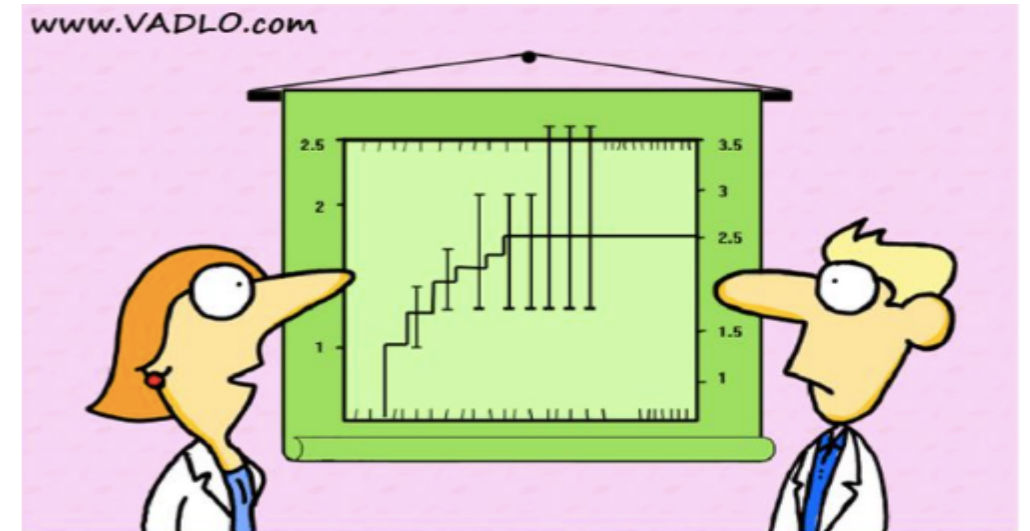
Ölçülen Sonucu Belirsizlikle Birlikte Vermek:

Bir cismin kütlesi 9.2 g olarak ölçülmüş ve belirsizlik te 0.3 gram olarak alınmıştır. Sonuç: $m=9.2\pm0.3$ g, veya $m=(9.2\pm0.3)\times 10^{-3}$ kg olarak yazılır.

Belirsizlik İçeren Nicelikleri Karşılaştırma

Birisi veya her iki sayı için (ilişkili bir σ ile ifade edilen) belirsizlikler hesaplanmışsa, iki sayının belirsizlikleri içinde çakışmaları (overlap) durumunda birbirleriyle uyumlu olduğunu söyleyebiliriz.

Örneğin, teori bir nesnenin yoğunluğunun $10.0 \pm 0.1 \text{ g/cm}^3$ olması gerektiğini tahmin ederse ve bir ölçüm $9.8 \pm 0.3 \text{ g/cm}^3$ değerini verirse, iki değer deneysel belirsizlik içinde uyumlu olduğunu söyleyebiliriz. Ancak ölçüm bunun yerine $9.81 \pm 0.02 \text{ g/cm}^3$ vermiş olsaydı, iki değer uyumlu olmadığını kabul etmek zorunda kalacaktık.



“Did you really have to show the error bars?”

Belirsizlik, Doğruluk ve Hassaslık



Sistemik belirsizliklerin az ya da çok olması neyi etkiler?

- Sistemik belirsizlikler bir deneyin **doğruluğunu** azaltır

Bununla birlikte, istatistik (random) belirsizlikler bir deneyin **hassaslığını** azaltır

Sistemik belirsizlik artar



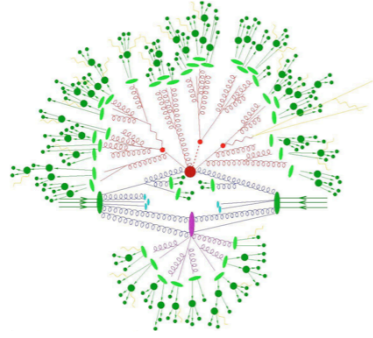
İstatistik belirsizlik artar



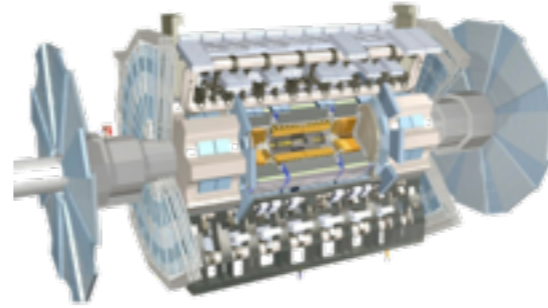
	(Doğru) Accurate	(Doğru değil) Not Accurate
(Hassas) Precise	 Precise Accurate	 Precise Not accurate
(Hassas değil) Not Precise	 Not precise Accurate	 Not precise Not accurate

Belirsizlik Kaynakları

'Soft physics'
sürecinin benzetimi



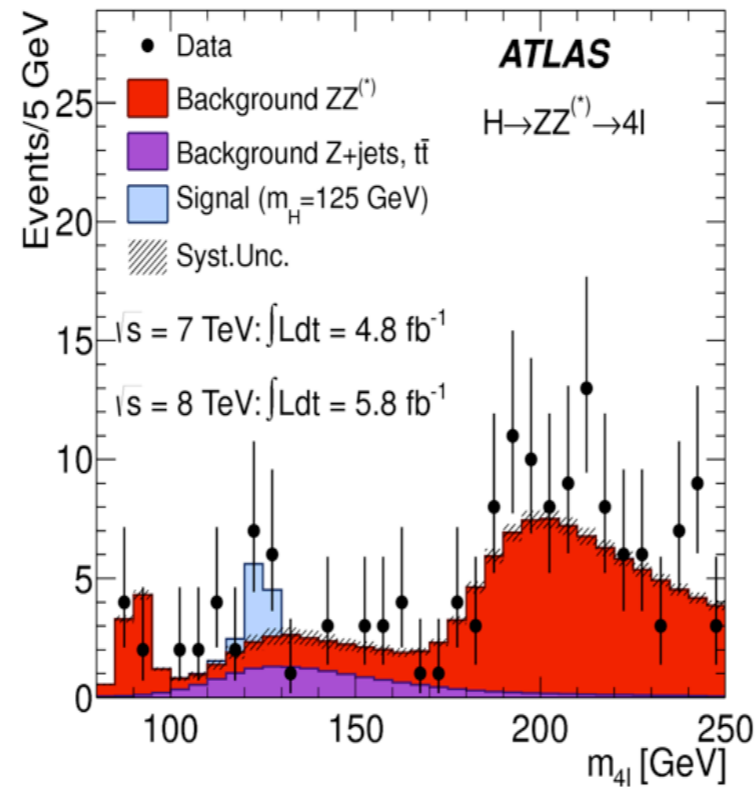
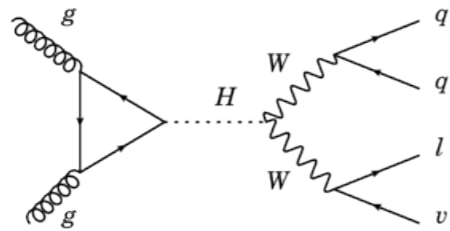
Algıç
benzetimi



LHC çarpışma verisi

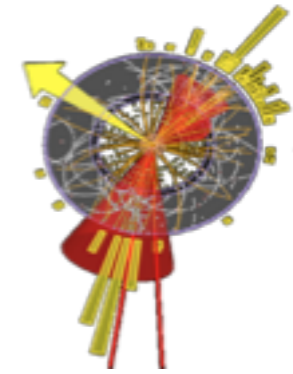


Yüksek enerji fizik
sürecinin benzetimi



Analiz olay seçimi

ATLAS algıcında
yapılandırma

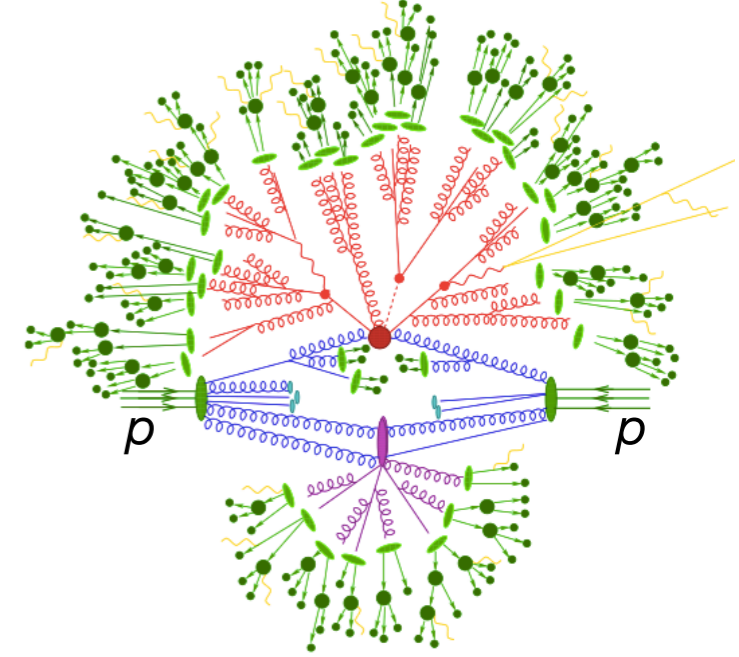


Teori Sistematiikleri

SLAC-PUB-16160

Teorik hesaplamaların tüm basamaklarındaki belirsizlik kaynakları:

- **Matris elemanı hesabı:**
 - yüksek mertebeli terimlerin olmaması => “ölçek değişimi” (μ_r, μ_f)
 - Altsüreçleri eşleştirme (matching) / birleştirme (merging)
 - Modelleme: örneğin, hadronlaşma
- **Bağlı (underlying) olaylar (UE) / Parton saçanağı (PS) / Perturbatif olmayan (NP) etkiler:**
 - UE ayarları: ayar (tune) parametrelerinin değişimi
 - PS/NP ayarları: PS, had., MPI (örneğin, Pythia) için ayar parametrelerinin değişimi
 - PS karşılaştırma: tipik olarak Pythia / Herwig
- **PDFler:** LHC ve LHC-olmayan verilerden elde edilmiş çeşitli setler (NNPDF, CTEQ, MMHT, PHF4LHC, vb.) her bir sette belirsizlikler dahil edilmiştir
- **Parametrik belirsizlikler:** teori parametrelerinin değerleri, örneğin α_s , parçacık kütleleri, vb.



Deney Sistemantikleri

Deney sistemantikleri kaynakları:

- Kalibrasyon (calibration) : (elektron, jet enerji ölçeđi)
- Verimlilikler (efficiencies) : (parçacık ID, yapılandırma)
- Çözünürlükler (resolutions) : (jet enerji, muon momentum)

Algıç-benzetimi ile ilgili:

- Jet enerji ölçeđi belirsizliği $\sim 5\%$
- B-etiketleme verimliliği belirsizliği $\sim 20\%$ (jet $p_T < 40$ GeV için)

Ölçümlerle ilgili:

- Arkaplanın varlığında bir sinyalin sayma ölçümü - ölçüm istatistik (Poisson) belirsizlik içerebilir, arkaplan sürecinin oranı üzerindeki belirsizlik, sinyal oranı tahmini üzerinde sistemantik belirsizlik oluşturabilir \rightarrow Arkaplan oranı bir kontrol örnekleme ile ölçülebilir (“a hidden measurement”).

SistematiK Belirsizliklerin Etkileri

Basit Uygulama: dış sistematiK belirsizliklerin, sonuçların içine yayılması

- Normal bir ölçümü değerlendir (belirtilmemiş işlemlerle)

$$\mu_{\text{norm}} = \hat{\mu}$$

- Ölçümü '±1 sigma' sistematiK belirsizlikle değerlendirelim

$$\mu_{\text{yukarı}} = \hat{\mu} (\text{sis_yukarı})$$

$$\mu_{\text{aşağı}} = \hat{\mu} (\text{sis_aşağı})$$

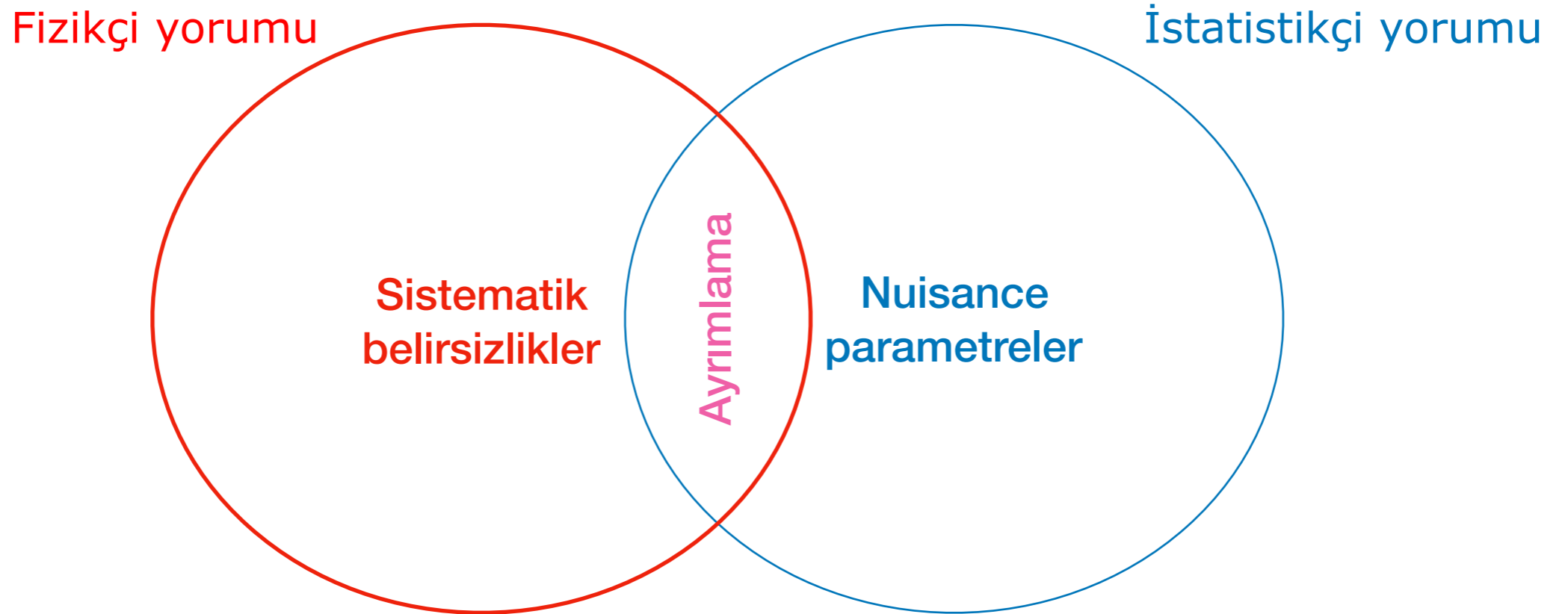
Ölçüm üzerinde (sayısal hata yayılımı yoluyla) sistematiK belirsizliği hesaplayalım:

$$\sigma_{\mu}(\text{sis}) = (\mu_{\text{yukarı}} - \mu_{\text{aşağı}})/2$$

Tüm sistematiK belirsizlikler için gerektiği kadar tekrarlanabilir, toplam sistematiK belirsizlik için kareleri ekleyin.

$$\mu_{\text{ölçüm}} = \mu_{\text{norm}} \pm \sigma(\text{JES}) \pm \dots$$

Ayrımlama & Sistematipler



- Ayrımlama (Profiling) → İstatistiksel prosedürlerde kullanılan olasılık fonksiyonuna sistematipler belirsizliklerinin bir tanımını eklenir.

Sistematis Uygulama

- **İdeal durumda uygulama:**
 - bağımsız belirsizlik kaynaklarını belirleyin
 - Analiz içeriklerine (SM tahminleri, kabul/extrapolasyon faktörleri, vb.) yayılımını sağlayın
- **Nuisance parametresi (NP) uygulama:**
 - Sistematis varyasyonlar için serbest parametreleri tanıtırın

$$L(\mu, Q_0) \rightarrow L(\mu, Q_0(1 + \sigma\theta)) \quad G(\theta_{\text{aux}} = 0; \theta, 1)$$

Belirsiz Parametre

Bir NP için θ kullanarak değişim uygula

Yardımcı ölçüm dış bilgiden θ üzerine sınırlama sağlar

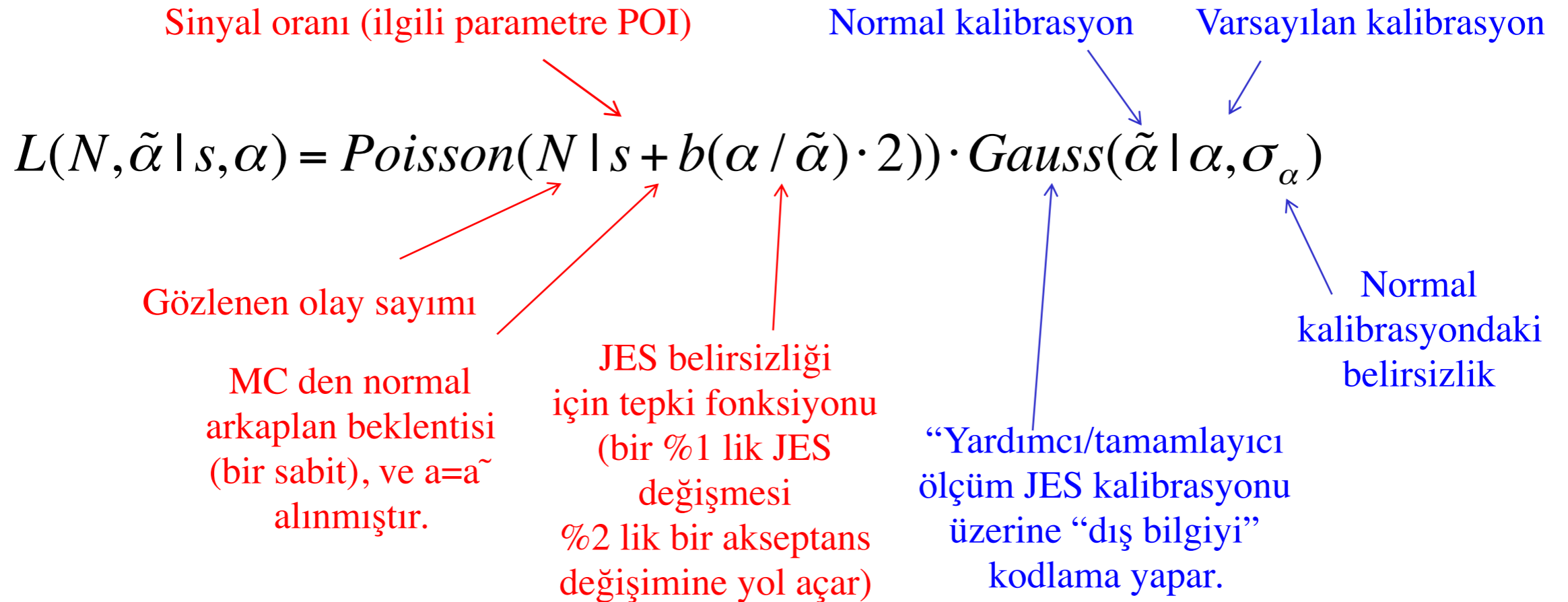
Herbir NP verilen bir “hata kaynağını” çoklu niceliklere, çoklu ölçüm bölgelerine (SR/CR) taşır —> tamamen bağlantılı sistematis

NP ler fit içinde serbest kalır: Profil çıkarma - fit değeri hem veriden hem de sınırlamalardan türetilir / çıkarılır.

- **Diđer yöntemler:** belirsizlik yayılımını deneme veya doğrudan kovaryans matrisiyle

Sistematis Uygulama

Sistematis belirsizlik içeren olasılık fonksiyonu




Belirsizlik Uygulama

- Sinyal ve bilinen arkaplan durumu

$$\mathcal{L}(n_{\text{obs}} | s; b) = \frac{s^{n_{\text{obs}}} e^{-s}}{n_{\text{obs}}!} \equiv \text{Poisson}(n_{\text{obs}} | s + b)$$

- Bilinen arkaplana belirsizliklerin eklenmesi

$$\mathcal{L}(n_{\text{obs}}, b' | s; b, \sigma_b) = \text{Poisson}(n_{\text{obs}} | s + b') \text{Gaussian}(b' | b, \sigma_b)$$

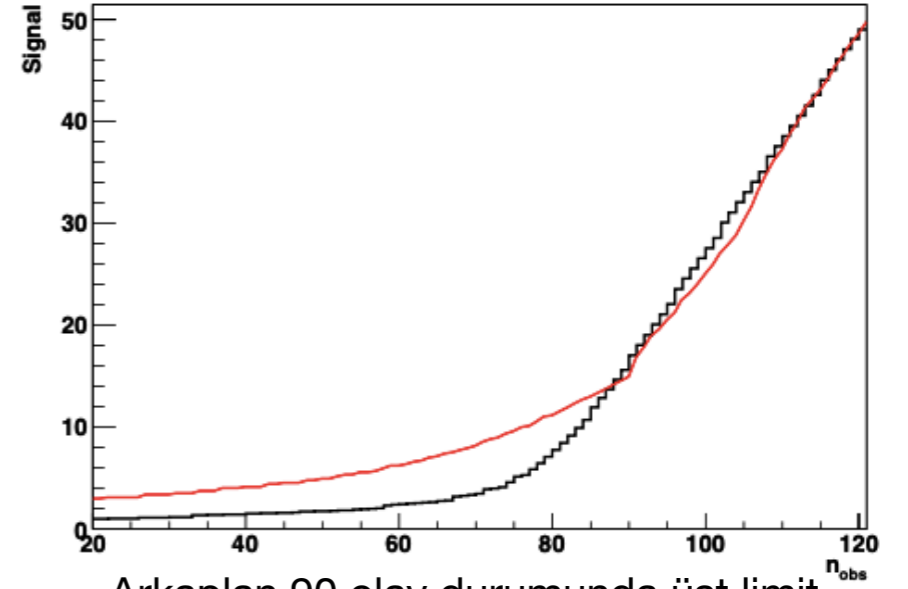


 $b' = b \pm \sigma_b$

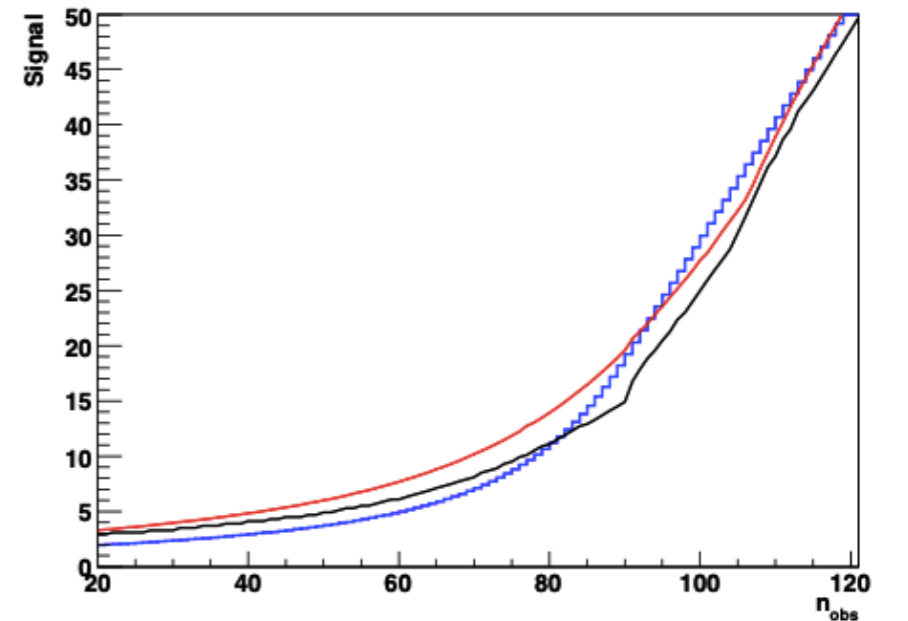
Bayes teorem:

$$P(s | X) = P(X | s) / P(X)$$

s bilindiğinde X'i gözleme olasılığını verir.



Arkaplan 90 olay durumunda üst limit hesabı (Feldman&Cousins yaklaşımı - dolu çizgi, Bayes yaklaşımı - kesikli çizgi)



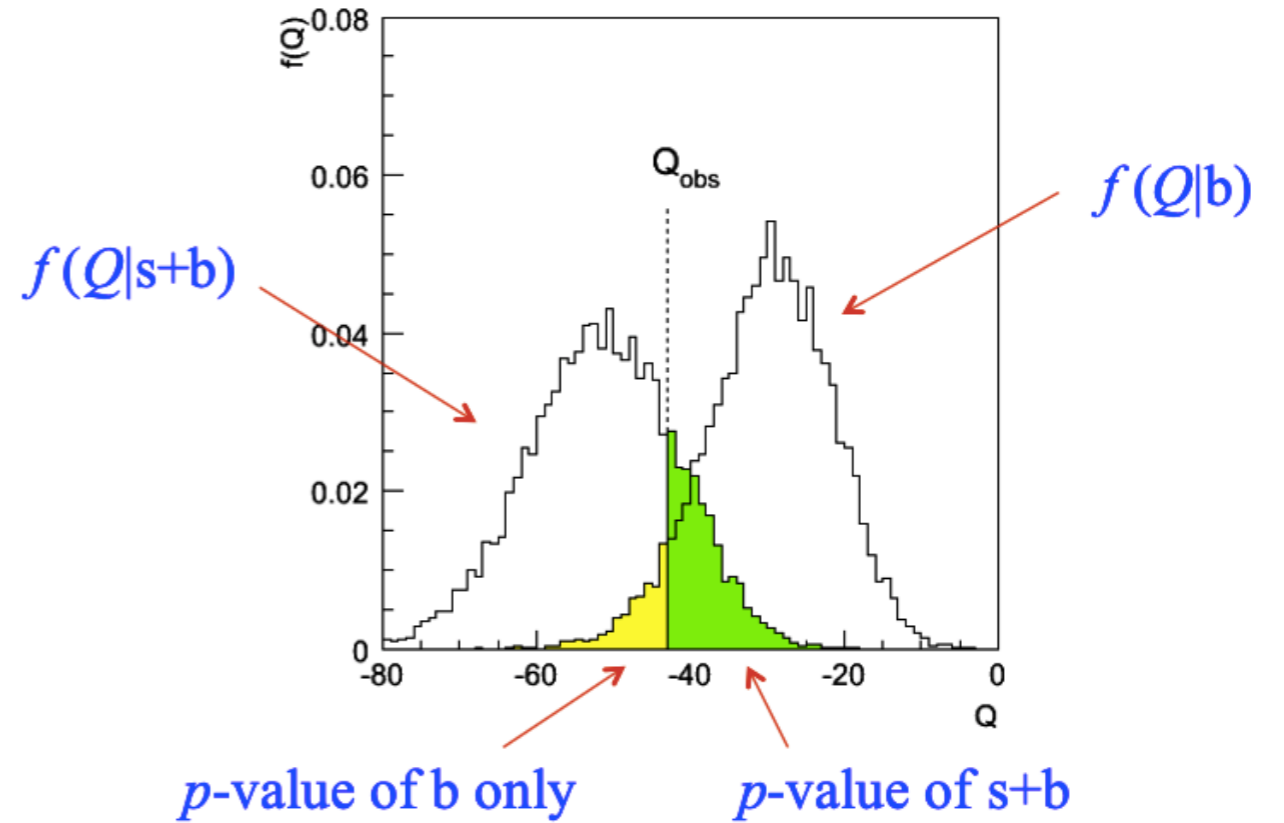
Üst limit hesabı. Profil olasılık ve χ^2 kullanarak Bayes yöntemi ile (mavi), 90 ± 6 beklenen olay için aynı profil olasılık ve Bayes yöntemi ile (kırmızı), 90 beklenen olay olduğunda Bayes yöntemi ile (siyah).

SistematiKlerle pdf $f(Q)$ Dağılımı

Test ettiğimiz model sabit b 'ye sahip bir “fiziksel model” değil, ancak $\pi(b)$ 'ye göre b üzerinden ortalamalı bir modeldir.

$$f(Q) = \int f(Q|b) \underline{\underline{\pi(b)}} db$$

Monte Carlo ile, $\pi(b)$ 'den örneklem b 'yi alırız, daha sonra bunu $f(Q|b)$ ' den Q üretmek için kullanırız; yani, deneyin her simülasyonu için veri üretmek üzere yeni bir b değeri kullanılır.

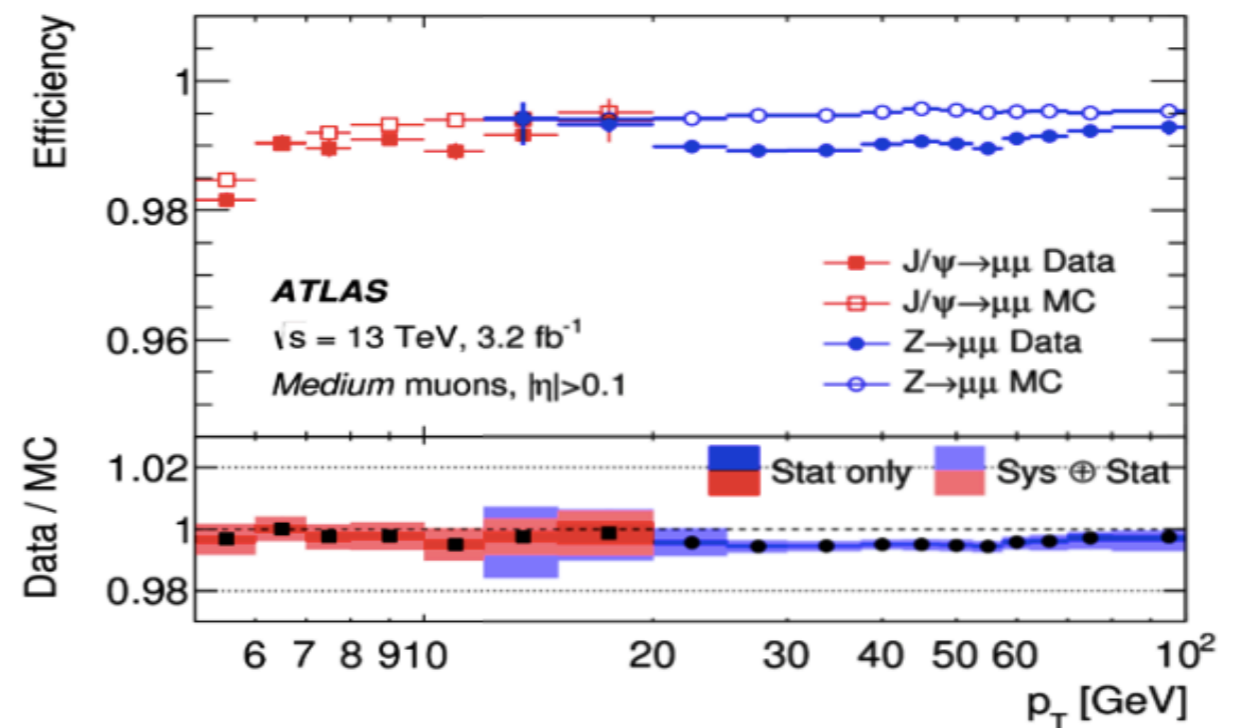
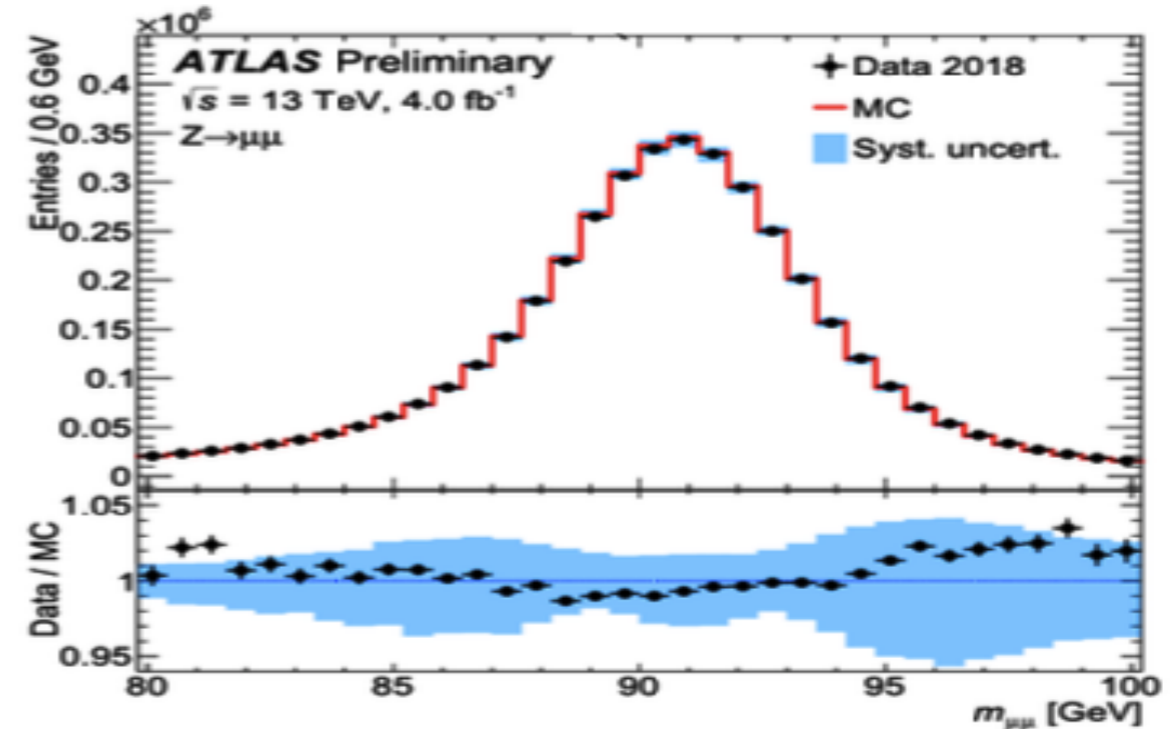


$$s=20, b_0=100, \sigma_b=20$$

Burada s sinyal olayları, b_0 normal ölçülen değer (arkaplan)

Muon Verimliliği Oranında Belirsizlik Gösterimi

- Muon momentum kalibrasyonu, $Z \rightarrow \mu\mu$ kütle pik kullanarak çıkarılır
- Muon verimlilikleri $Z \rightarrow \mu\mu$ ve $J/\psi \rightarrow \mu\mu$ olaylarında “tag & probe” kullanarak ölçülür
- Yapılandırma, ID, TTVA, ve “bad muon veto” gibi belirsizlikler önemli ölçüde azaltılmıştır!



Olay Üretici Sistematiikleri

- Olay üreticileri sistematiiklerini belirlemek için, çeşitli PDF ve ölçek seçimi ile tesir kesiti / diferansiyel tesir kesiti yeniden hesaplanması gerekir. Tüm bu hesaplamaları yapmak zaman alır ve daha uygun bir yöntem, bu sistematiği tahmin etmek için üretilen aynı örnekleme yeniden kullanmak için **yeniden ağırlıklandırma** yaklaşımını kullanmaktır. Tam verimlilik için, bu sistematiiklerin hesaplanmasının daha az zaman alabileceği şekilde, üretim sırasında bazı ek bilgilerin tutulması gerekir. Uygulama hakkında daha fazla bilgi için Ref[*].

[*] <https://arxiv.org/pdf/1110.4738.pdf> R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, R. Pittau, P. Torrielli, JHEP 02, 099 (2012).

MG5 Olay Üretici Sistematiikleri

Renorm. ölçek çarp.	Faktör. ölçek çarp.	MLM ışıma ölçeği çarp.	Dinam. ölçek seç.	PDF	Tesir kesiti (pb)
# mur	muf	alpsfact	dynamical_scale	pdf	cross-section
1.0	1.0	1.0	-1	247000	505.594336865
0.5	0.5	1.0	-1	247000	658.657679353
0.5	0.5	1.0	1	247000	630.108409464
0.5	0.5	1.0	2	247000	505.594336894
0.5	0.5	1.0	3	247000	658.657679394
0.5	0.5	1.0	4	247000	475.431000683
0.5	1.0	1.0	-1	247000	617.100961783
0.5	1.0	1.0	1	247000	590.319279967
0.5	1.0	1.0	2	247000	469.073754482
0.5	1.0	1.0	3	247000	617.100961823
0.5	1.0	1.0	4	247000	441.959829752
0.5	2.0	1.0	-1	247000	572.58768979
0.5	2.0	1.0	1	247000	550.457559758
0.5	2.0	1.0	2	247000	436.149016177
0.5	2.0	1.0	3	247000	572.587689826
0.5	2.0	1.0	4	247000	411.728022584
1.0	0.5	1.0	-1	247000	539.730606497
1.0	0.5	1.0	1	247000	517.224654536
1.0	0.5	1.0	2	247000	426.495069483
1.0	0.5	1.0	3	247000	539.730606526
1.0	0.5	1.0	4	247000	402.3217455
1.0	1.0	1.0	1	247000	484.25108937
1.0	1.0	1.0	2	247000	395.669275923
1.0	1.0	1.0	3	247000	505.594336894
1.0	1.0	1.0	4	247000	373.961838129
1.0	2.0	1.0	-1	247000	469.073754457
1.0	2.0	1.0	1	247000	451.364175344
1.0	2.0	1.0	2	247000	367.881904448
1.0	2.0	1.0	3	247000	469.073754482
1.0	2.0	1.0	4	247000	348.352127934
2.0	0.5	1.0	-1	247000	455.323477343
2.0	0.5	1.0	1	247000	434.755411372
.					

MG5 run card:
True = use_sys ! Enable systematics studies

MG5 Olay Üretici Sistematiikleri

```
INFO: Running Systematics computation
INFO: Idle: 0, Running: 4, Completed: 0 [ current time: 18h58 ]
INFO: Idle: 0, Running: 2, Completed: 2 [ 49.7s ]
INFO: # events generated with PDF: NNPDF23_lo_as_0130_qed (247000)
INFO: #Will Compute 145 weights per event.
INFO: #*****
#
# original cross-section: 505.594336865
#   scale variation: +30.3% -21.7%
#   central scheme variation: +5.59e-09% -26%
# PDF variation: +4.26% -4.26%
#
# dynamical scheme # 1 : 484.251 +30.1% -21.7% # \sum ET
# dynamical scheme # 2 : 395.669 +27.8% -20.5% # \sum\sqrt{m^2+pt^2}
# dynamical scheme # 3 : 505.594 +30.3% -21.7% # 0.5 \sum\sqrt{m^2+pt^2}
# dynamical scheme # 4 : 373.962 +27.1% -20.2% # \sqrt{\hat s}
#*****

INFO: End of systematics computation
```

MG5 ile tesir kesiti hesabında sistematiikleri:

- Merkezi değer değişimi
- PDF değişimi
- Ölçek değişimi, dinamik değişim:
 1. ΣET
 2. $\Sigma m^2+p_T^2$
 3. $0.5 \Sigma (m^2+p_T^2)^{1/2}$
 4. $\sqrt{\hat{s}}$

Arkaplan Belirsizliği

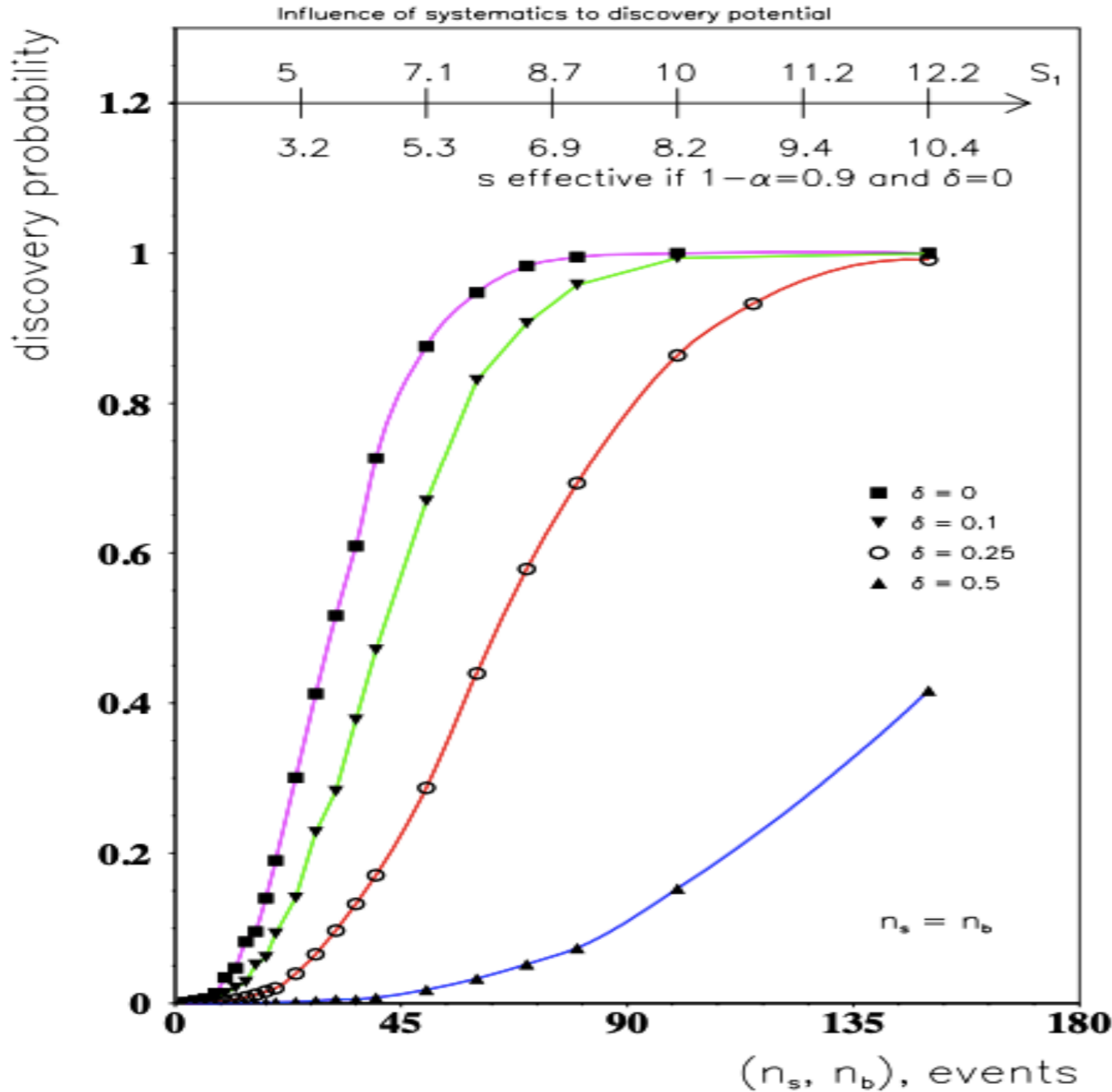
- Yeni fiziği araştırmak üzere gelecekteki deneyleri düşünelim, teorik orijinli sistematik belirsizlikleri göz önüne alalım. Örneğin, birçok süreç için iki-ilmek katkıları hesaplanmamıştır. Genelde, bunlar “hata tekniği ile yeniden üretilebilir duyarlılıkta” olabilir ve “incompetence” anlamı içerir.
- Buradan, sadece sinyalin gözlenebilirliği üzerine arkaplan belirsizliğinin etkisini tahmin edebiliriz, yani verilen bir deney önerisi için teorik hesaplardaki belirsizliğin kabul edilebilir bir seviyesine işaret edebiliriz.
- Arkaplan tesir kesiti hesabında belirsizliğin bir δ parametresiyle belirlendiğini düşünelim, bu durumda tesir kesiti değerleri $[\sigma_b, \sigma_b(1+\delta)]$ arasında yer alır, böylece arkaplan olayları ortalama $[n_b, n_b(1+\delta)]$ aralığında yer alır. Burada $n_b \gg n_s$ için keşif potansiyeli sistematik belirsizliklere çok bağlı olur. Sırasıyla, Tip II ve I hatalar:

$$\beta = \sum_{n=n_0+1}^{\infty} f(n; n_b(1+\delta)) \leq \Delta$$

$$1 - \alpha = \sum_{n=n_0+1}^{\infty} f(n; n_b + n_s)$$

Binom dağılımı

Keşif Olasılığı



- Sinyal olay sayısı (n_s), arkaplan olay sayısına (n_b) eşit alındığı durumda sistematik belirsizlik δ 'nın farklı değerleri için n_b ye karşılık sinyal keşif olasılığı (discovery probability) grafiği yanda gösterilmiştir. Burada, önem "significance" $S_1 = n_s / \sqrt{n_b}$ olarak tanımlanmıştır.
- Örneğin, 100 sinyal olayı ve 100 arkaplan olayı görüldüğünde, arkaplanın teorik tahmininin %25 sistematik belirsizliği ile sinyalin %90 keşif olasılığına ulaşılabilir.

Uygulama-1

$$\chi^2 = \sum_i^{n_{bins}} \left(\frac{N_i^{NP} - N_i^B}{N_i^B \Delta_i} \right)^2$$

- İstenen bir C.L. (%) seviyesinde limit belirleme uygulamalarında χ^2 hesaplanır, burada her bir aralık (bin) için yeni fizik katılmış toplam olay sayısı N_i^{NP} , arkaplan ise N_i^B dir. Sistemik ve istatistik hatalar (kareleri toplamı) hesaplamaya dahil edilir.

$$\Delta_i = \sqrt{\delta_{sys}^2 + 1/N_i^B}$$

Uygulama-1

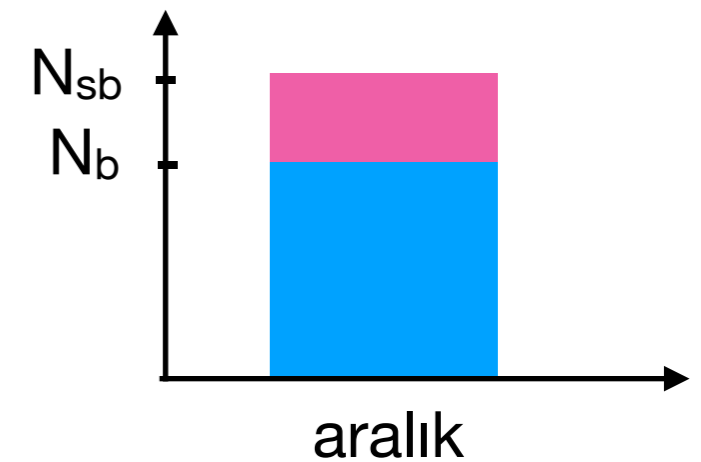
- Basit bir uygulama için sadece 1 aralıkta (bin) $N_{sb} = 100$ olay ve $N_b = 77$ olay olduğunu alalım, sistematik hata $\delta_{sys} = 0.1$ ve $\delta_{sys} = 0.3$ için χ^2 nedir?

$$\chi^2 = (N_{sb} - N_b)^2 / (N_b^2 * (\delta_{sys}^2 + 1.0/N_b))$$

$$\chi^2 = 6.87, \quad \delta_{sys}=0 \text{ için}$$

$$\chi^2 = 3.88, \quad \delta_{sys}=0.1 \text{ için}$$

$$\chi^2 = 0.86, \quad \delta_{sys}=0.3 \text{ için}$$

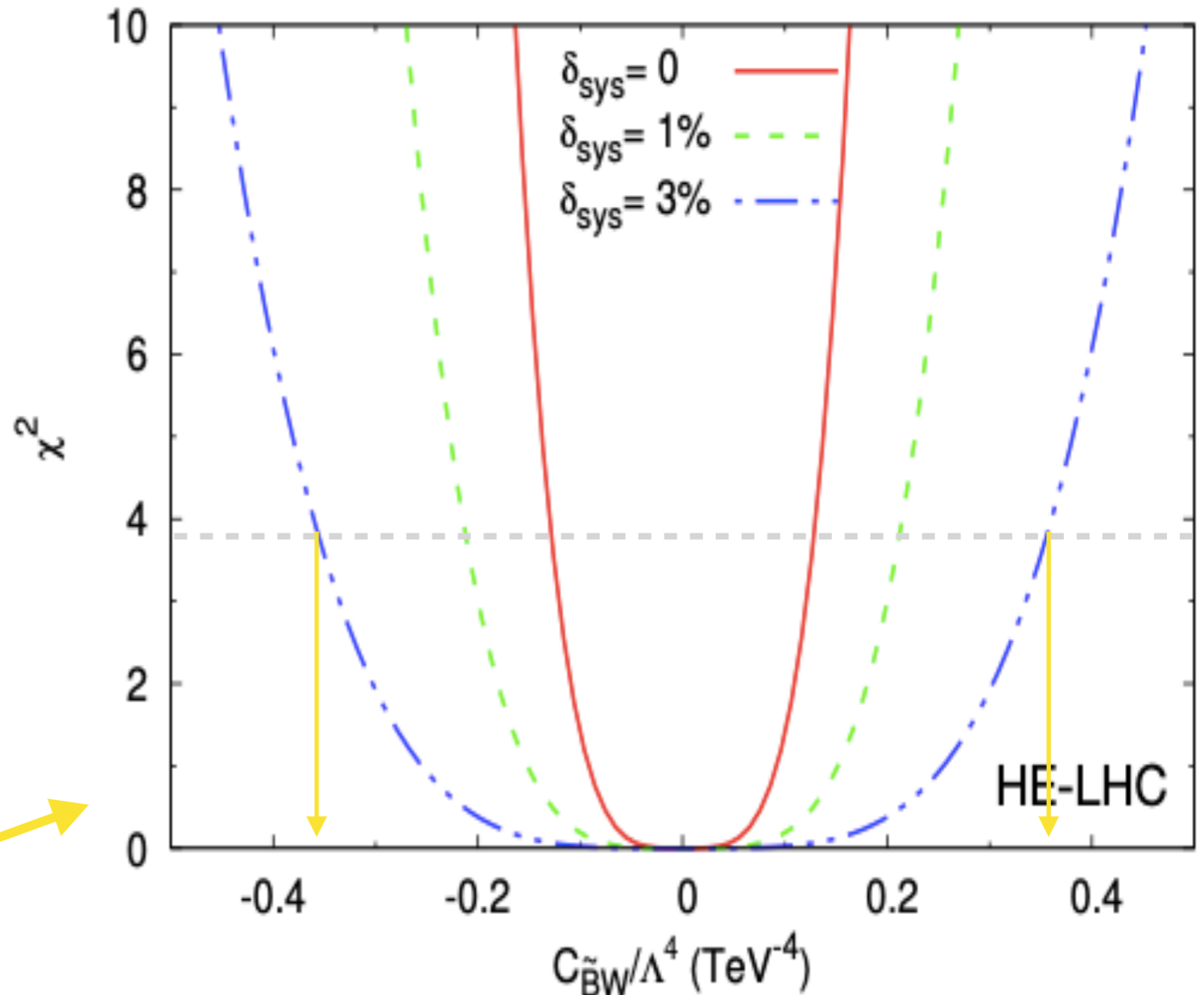


Uygulama-2

$$\chi^2 = \sum_i^N \frac{(N_{s+b}^i - N_b^i)^2}{(N_b^i \Delta_i)^2}$$

$$\Delta_i = \sqrt{\delta_{sys}^2 + 1/N_b^i}$$

$(1 - \alpha)$ (%)	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$
68.27	1.00	2.30	3.53
90.	2.71	4.61	6.25
95.	3.84	5.99	7.82
95.45	4.00	6.18	8.03
99.	6.63	9.21	11.34
99.73	9.00	11.83	14.16



↙ Yeni fizik parametresi

Uygulama-3

$$\sigma_{\text{stat}} = \sqrt{2[(N_s + N_b)\ln(1 + \frac{N_s}{N_b}) - N_s]}.$$

(*)

$$\sigma_{\text{stat+syst}} = \left[2 \left((N_s + N_b) \ln \frac{(N_s + N_b)(N_b + \sigma_b^2)}{N_b^2 + (N_s + N_b)\sigma_b^2} - \frac{N_b^2}{\sigma_b^2} \ln \left[1 + \frac{\sigma_b^2 N_s}{N_b(N_b + \sigma_b^2)} \right] \right) \right]^{1/2}.$$

Grafiksel yorum için sonraki slide !

- Burada sinyal olay sayısı N_s , arkaplan olay sayısı ise N_b dir.

Dışarlama
 2σ

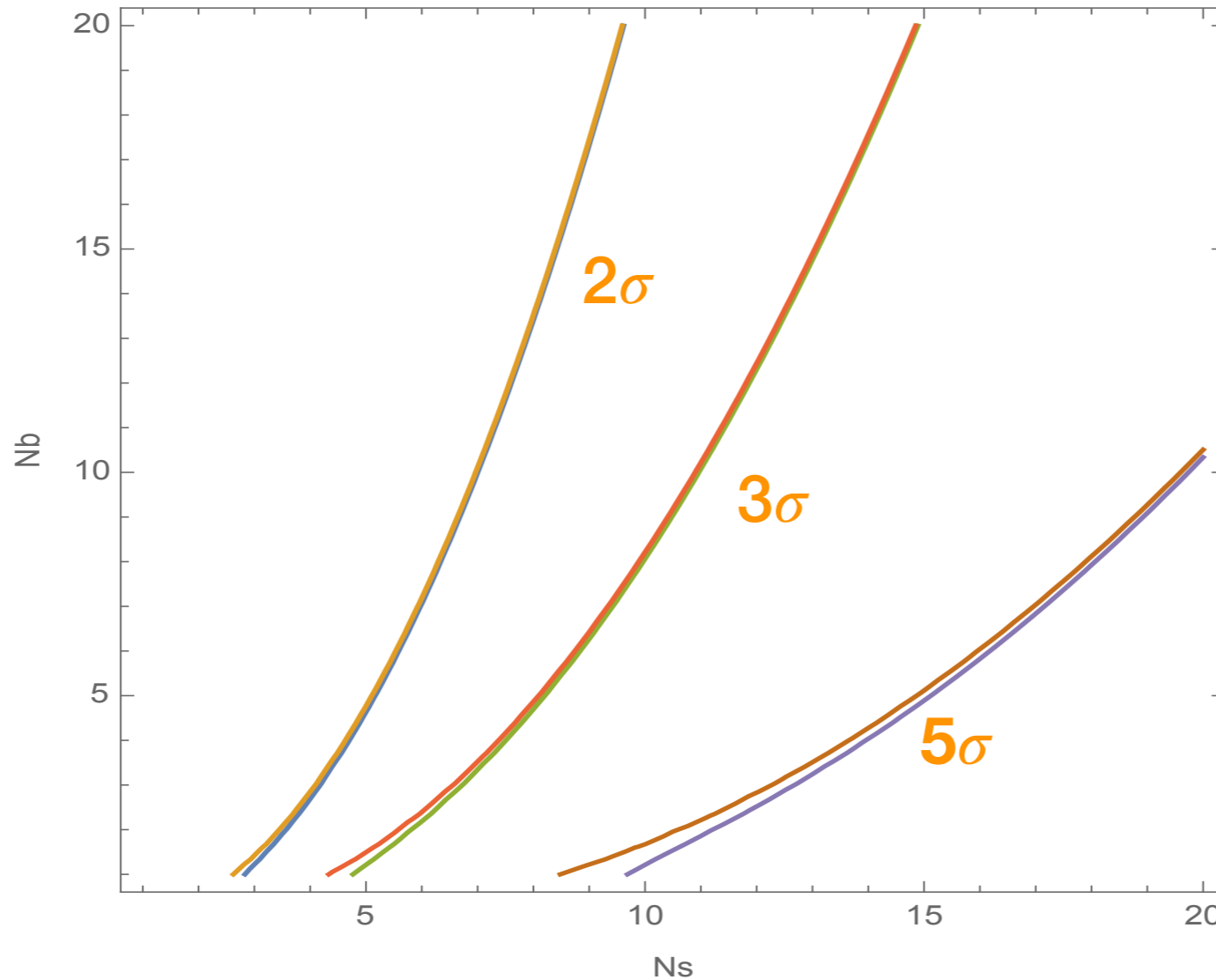
Gözlemeleme
 3σ

Keşif
 5σ

Uygulama-3

ÖDEV:

Önceki slide'da (*)
işaretleli bağıntıyı
kullanarak Root
ile bu grafiği çiziniz.



SS: önemlilik

- Sistemiklerin önemlilik (significance) üzerinde etkisi. Sistemik hata $\sigma_{\text{sist}} = 0.1$ (sarı-turuncu renk), ve $\sigma_{\text{sist}} = 0.3$ (yeşil-mavi renk). Burada sinyal olay sayısı N_s , arkaplan olay sayısı ise N_b dir.

Uygulama-4

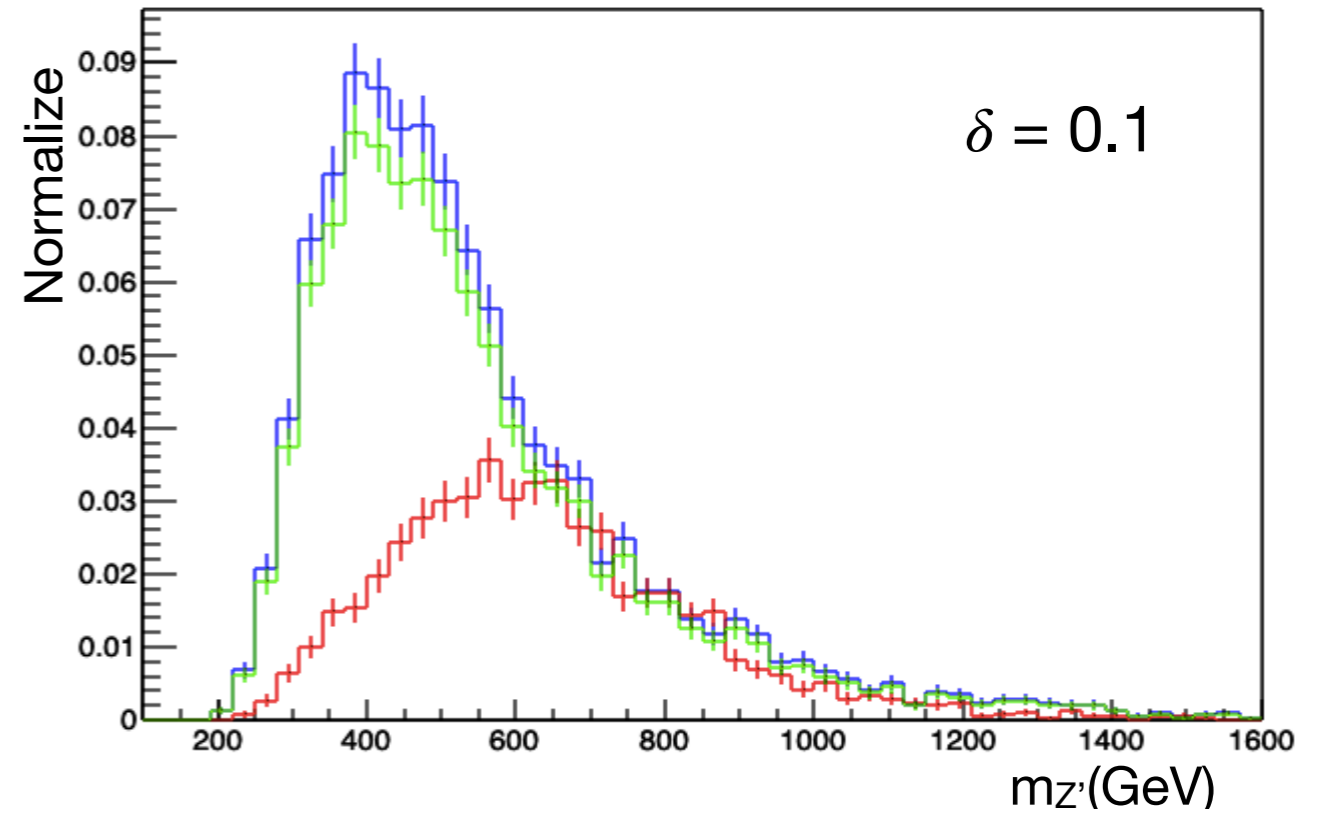
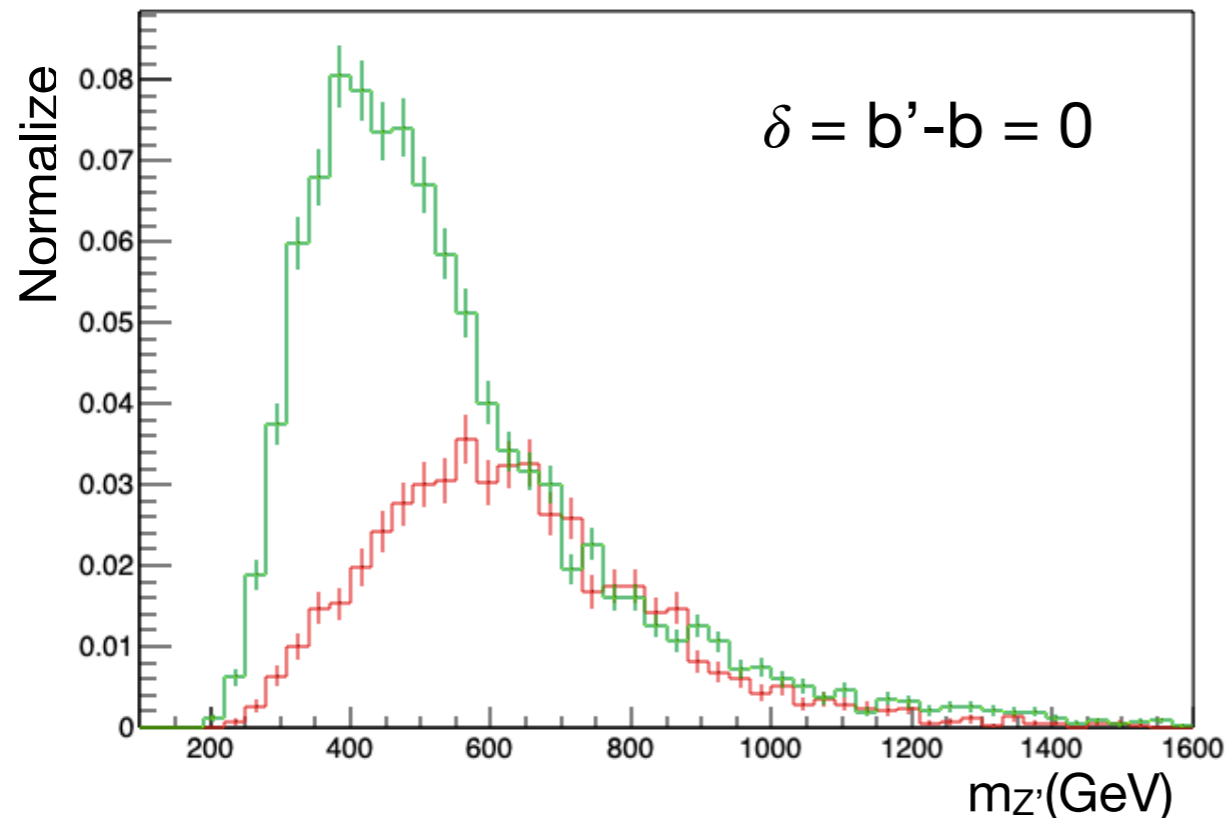
```
{
TFile* infile1 = new TFile("histoOut-O7zp750.root","READ");
TFile* infile2 = new TFile("histoOut-O7tt.root","READ");
TFile* infile3 = new TFile("histoOut-O7tt.root","READ");
infile1->cd(); infile2->cd(); infile3->cd();
TH1* sh=(TH1*)infile1->Get("best/hmZP");
TH1* bh=(TH1*)infile2->Get("best/hmZP");
TH1* dh=(TH1*)infile3->Get("best/hmZP");
Double_t norm1 = sh->GetEntries(); sh->Scale(0.5/norm1);
Double_t norm2 = bh->GetEntries(); bh->Scale((1+0.1)/norm2);
Double_t norm3 = dh->GetEntries(); dh->Scale(1/norm3);
bh->Draw(); sh->Draw("same"); dh->Draw("same");
TLimitDataSource* mydatasource = new TLimitDataSource(sh,bh,dh);
TConfidenceLevel *myconfidence = TLimit::ComputeLimit(mydatasource,50000);
std::cout << " CLs << : " << myconfidence->CLs() << std::endl;
std::cout << " CLsb : " << myconfidence->CLsb() << std::endl;
std::cout << " CLb : " << myconfidence->CLb() << std::endl;
std::cout << "< CLs > : " << myconfidence->GetExpectedCLs_b() << std::endl;
std::cout << "< CLsb > : " << myconfidence->GetExpectedCLsb_b() << std::endl;
std::cout << "< CLb > : " << myconfidence->GetExpectedCLb_b() << std::endl;
delete myconfidence; delete mydatasource;
}
```

Sinyal, Arkaplan ve Veri analizi için CutLang ile oluşturulmuş root dosyalarından histogramları alınır, örneğin, "histoOut-O7Xs.root" kullanılabilir.

Sistematiğe karşı gelecek şekilde girdi parametrelerinde bir değişim dalgalanma "fluctuation" yapılabilir. Burada basit bir uygulama için arkaplan %10 değiştirilmiştir.



Uygulama-4



Örnek bir TLimit Uygulama

```
CLs << : 0.671698
CLsb  : 0.406431
CLb   : 0.60508
< CLs > : 0.638766
< CLsb > : 0.323216
< CLb > : 0.506
```

Örnek bir TLimit Uygulama

```
CLs << : 0.670228
CLsb  : 0.382137
CLb   : 0.57016
< CLs > : 0.647652
< CLsb > : 0.324189
< CLb > : 0.50056
```

+